

Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"

Факультет компьютерных наук  
Департамент анализа данных и искусственного интеллекта

## Домашнее задание

по анализу и разработке данных

Выполнили студенты БПМИ133:  
**Стеценко Макар**  
**Корытова Александра**  
**Милеев Алексей**

Москва 2015

### Домашнее задание №1

1. В настоящих данных приводится статистика по NEA (Near Earth Objects) и кометам, обнаруженным исследовательской миссией NEOWISE под руководством NASA. Near-Earth Objects - это кометы и астероиды, которые были притянуты гравитационным полем ближайших планет, в следствии чего они смогли сблизиться с Землей.

Каждый объект описывается следующим набором признаков:

- Discovery Date [Дата открытия]  
Качественный признак в формате YYYY-MM-DD
- H (mag) [Магнитуда]  
Количественный признак, абсолютная величина  
С помощью абсолютной магнитуды вычисляется диаметр астероида, чем ниже значение H, тем больше размер объекта.
- MOID (AU) - Minimum Orbit Distance [Минимальная дистанция орбиты]  
Количественный признак, измеряемый относительно AU (The astronomical unit).  
//AU - астрономическая единица измерения длины, приблизительно показывающая расстояние между Землей и Солнцем. Равна 149597870700 метров (примерно 150 млн км).  
Minimum orbit intersection distance (MOID) - мера, используемая в астрономии для оценки потенциальных сближений и рисков столкновений между астрономическими объектами.
- q (AU) perihelion distance  
Количественный признак  
Perihelion - точка на орбите планеты, кометы или другого объекта, расстояние от которой до Солнца минимально.
- Q (AU) aphelion distance  
Количественный признак  
Aphelion - точка, в которой небесное тело максимально удалено от Солнца.
- period (yr) [Период]  
Количественный признак, показывающий период обращения объекта вокруг Солнца, измеряется в годах.
- PNA (Potentially Hazardous Asteroids)  
Признак, показывающий принадлежит ли астероид к классу PNA. Принимает два значения (Y/N), для удобства можно считать количественным.
- Orbit Class [Класс орбиты]  
Качественный признак, множество принимаемых значений: {Apollo, Aten, Amor}.

## 2. Предметная область

Научный интерес к таким объектам проявлен во многом из-за их происхождения. Так, например, астероиды по сути являются уцелевшими осколками после формирования нашей солнечной системы. Поскольку эти объекты могут столкнуться, они оказывали и будут оказывать влияние на биосферу Земли. Так же астероиды являются богатым источником ресурсов. Выяснилось, что минеральных запасов в астероидном поясе Марса и Юпитера хватит, чтобы каждому человеку на Земле дать 100 миллиардов долларов.

По имеющимся данным можно пробовать строить модели для определения принадлежности небесного объекта к классу РНА.

Источник: <http://neo.jpl.nasa.gov/stats/wise/>.

### Домашнее задание №2

1. Был выбран количественный признак  $H$  (mag) [Магнитуда]. Поскольку этот признак позволяет определить размер исследуемого объекта, то его подробное изучение позволит лучше понять, каких размеров достигают наиболее встречаемые астероиды. В используемом наборе данных  $H$  принимает следующие значения:

15.6 16.2 17.0 17.5 18.3 18.3 18.7 18.7 18.9 19.0 19.1 19.2 19.2 19.3 19.3 19.3 19.4 19.4 19.4 19.5 19.5  
19.5 19.6 19.6 19.7 19.7 19.7 19.7 19.8 19.9 19.9 19.9 20.0 20.1 20.1 20.2 20.2 20.3 20.3 20.4 20.6 20.7  
20.7 20.7 20.7 20.8 20.8 20.8 20.9 20.9 20.9 21.0 21.0 21.1 21.3 21.4 21.4 21.5 21.5 21.6 21.8 21.8 22.0  
22.1 22.3 22.5 22.6 22.6 23.2 24.1

Построим гистограмму:

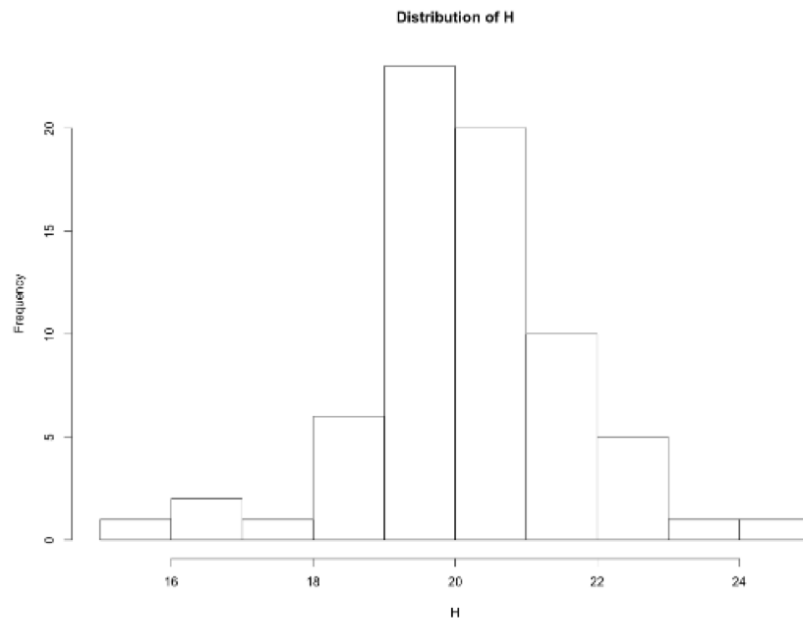


Рис. 1: Гистограмма для признака H (mag)

Полученная гистограмма позволяет нам предположить, что распределение признака H похоже на нормальное. А также понять, в каком диапазоне лежат наиболее встречаемые значения H (примерно от 19 до 21). Этот факт подтвердится, когда мы найдем моду. Построим бокс-плот:

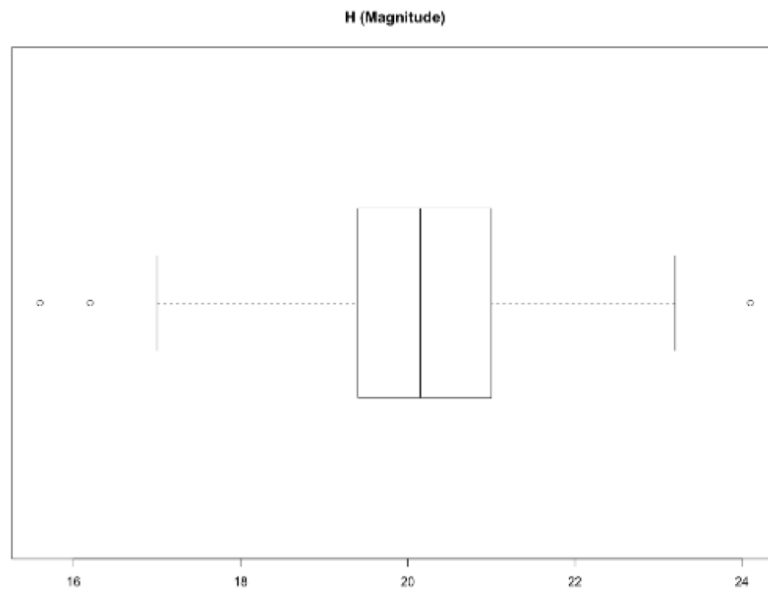


Рис. 2: Бокс-плот для H (mag)

Видно, что у нас есть 3 выброса, а именно: [16.2, 24.1, 15.6]. Так же видно значение медианы. Найдем среднее значение, моду и медиану

Среднее	Медиана	Мода
20.21	20.15	19.7 и 20.7

Как видно, найденные значения не равны, это свидетельствует о том, что величина H не подчиняется нормальному распределению, а немного отклоняется от него. Однако, если убрать из расчетов найденные выбросы [16.2, 24.1, 15.6] и пересчитать, то получим равные между собой значения:

Среднее	Медиана	Мода
20.2	20.2	$(19.7 + 20.7) / 2 = 20.2$

2. Теперь построим доверительные интервалы тремя методами:

1. Статистический
2. Опорный бутстрэп
3. Безопорный бутстрэп

Так как наше распределение похоже на нормальное, то

$$CI = \left( mean - 1.965 \frac{std}{\sqrt{n}}; mean + 1.965 \frac{std}{\sqrt{n}} \right)$$

$$CI = (19.859740; 20.560260)$$

Для 5000 средних значений от случайных выборок с повторениями построим гистограмму:

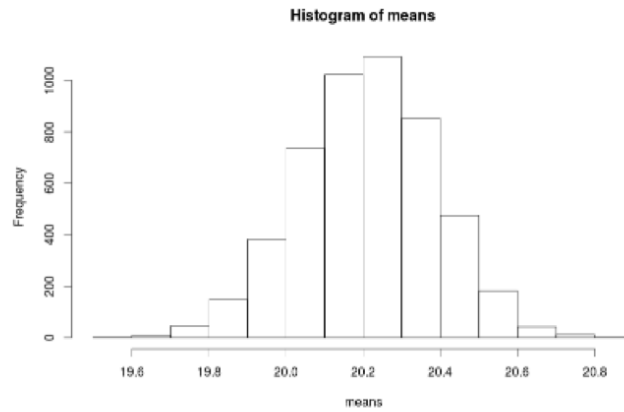


Рис. 3: Гистограмма для признака средних значений

Видим, что гистограмма похожа на нормальное распределение, а значит применяем метод опорного бутстрэпа и получаем интервал:

$$PCI = (20.207460; 20.217272)$$

И теперь безопорный бутстрэп:

$$NPCI = (19.864286; 20.542857)$$

3. Покажем, что для моды и медианы нельзя использовать технику опорного бутстрэпа. Для это построим гистограммы аналогично случаю со средним.

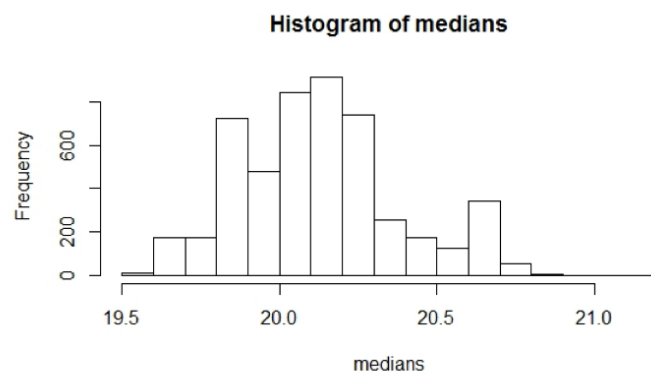


Рис. 4: Гистограмма для медиан

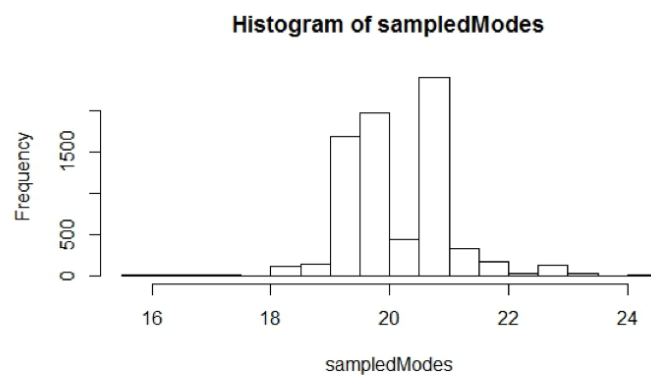


Рис. 5: Гистограмма для мод

Видим, что распределения совсем не напоминают Гауссовские. Значит, мы можем использовать только безпорный бутстрэп.

Доверительный интервал для медианы:

$$NPCI = (19.700000; 20.700000)$$

Доверительный интервал для моды:

$$NPCI = (18.300000; 20.700000)$$

### Домашнее задание №3

1. Построим диаграмму разброса для имеющихся признаков:

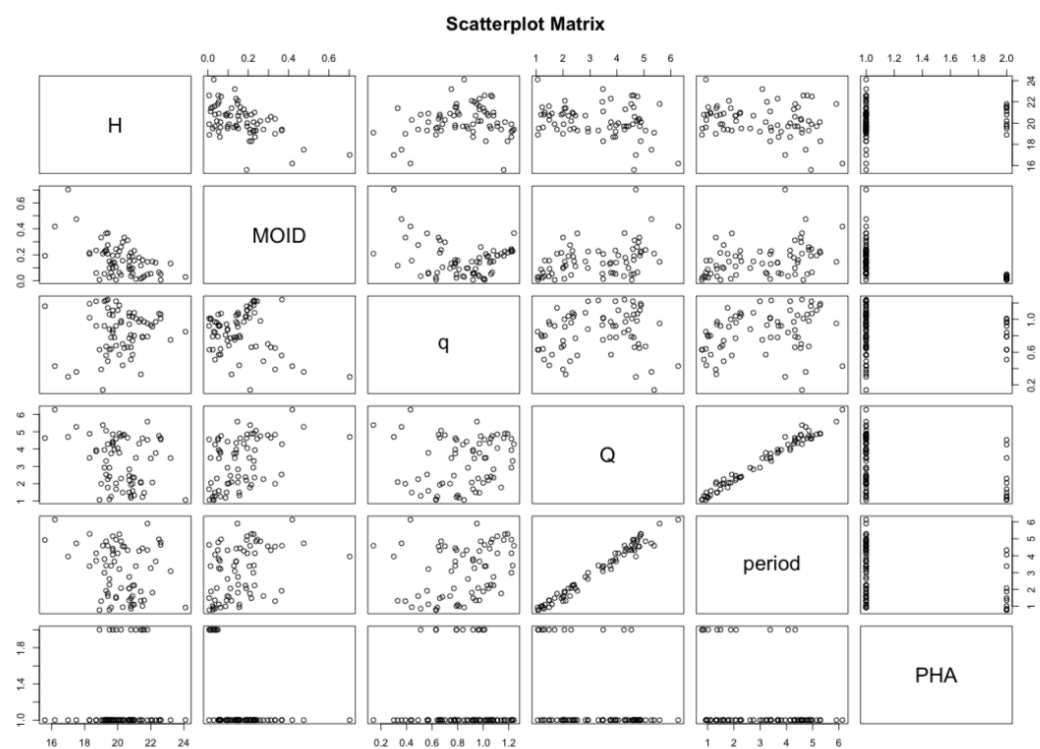


Рис. 6: Матрица разброса

Пара Q и period больше всего напоминает линейную зависимость. Рассмотрим ее отдельно:



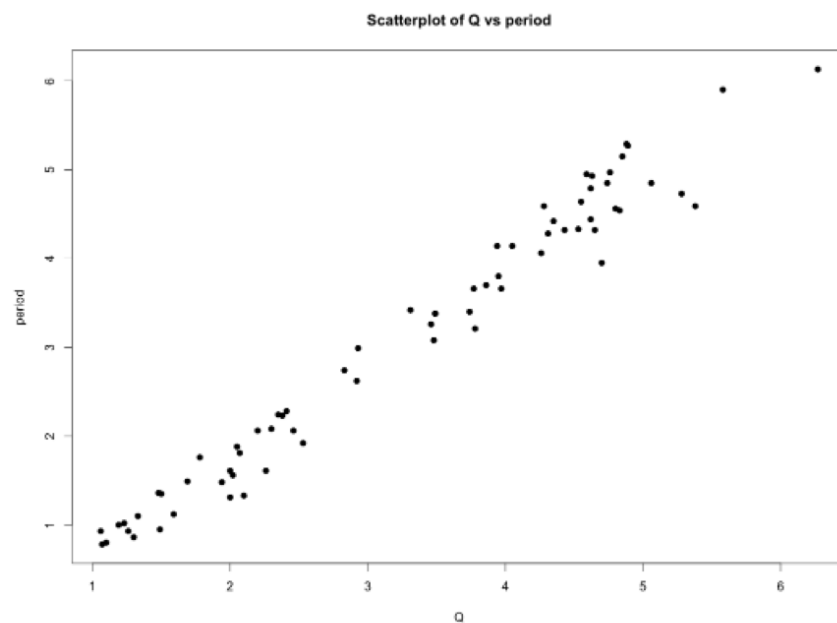


Рис. 7: Диаграмма разброса Q и period

Такую сильную зависимость можно объяснить тем, что Q - это точка, в которой небесное тело максимально удалено от Солнца, а period - это период обращения объекта вокруг Солнца. Чем дальше объект от солнца, тем больше его период. Поскольку, при обнаружении астероида, зная точку, в которой небесное тело максимально удалено от Солнца, можно высчитать период, то Q мы будем считать за X, а период за Y.

2. Теперь найдем коэффициенты линейной регрессии  $Y = aX + b$ :

a	b
1.075	-0.424

Построим график разброса с нанесенной моделью:

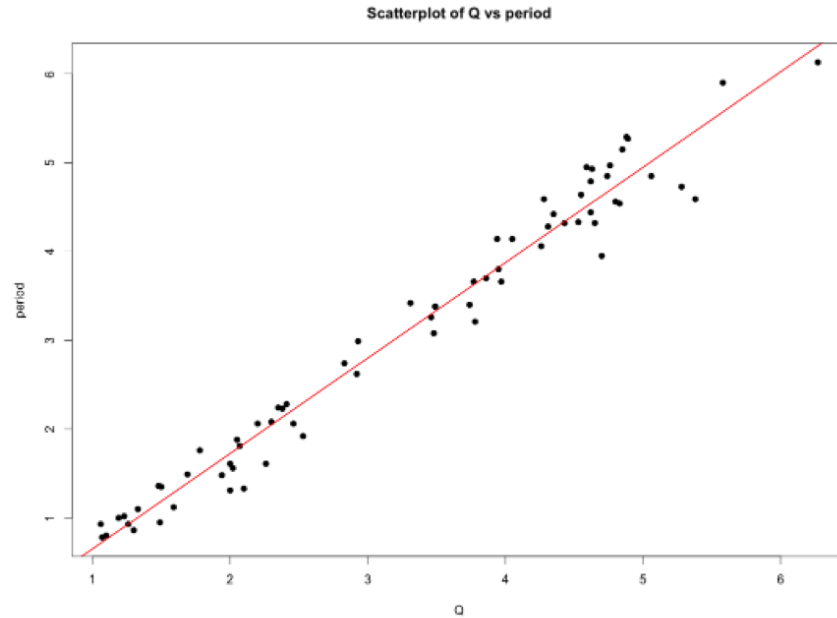


Рис. 8: Диаграмма разброса Q и period и линейная модель

Коэффициент  $a$  обозначает на сколько изменится признак period, если увеличить Q на малую величину. В данном случае, при увеличении Q на единицу, period вырастет на 1.075.

3. Найдем среднюю ошибку предсказания (Mean Absolute Error), она будет равна:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |period_k - (aQ_k + b)|$$

MAE
0.2095

Данная величина говорит нам, что в среднем предсказанное моделью значение отличается от имеющихся в выборке данных на 0.21. Чем меньше данная ошибка, тем больше мы можем доверять построенной модели.

4. Коэффициент детерминации равен 0.97. Коэффициент детерминации объясняет долю дисперсии Y регрессией на X. Таким образом, мы получили, что наша модель объясняет 97% дисперсии Y, это очень хороший показатель.

Корреляция признаков period и Q равна 0.984. Значение коэффициента корреляции указывает на то, как близко к прямой находятся точки на диаграмме рассеивания, в частности,

значение  $\pm 1$  означает точное совпадение, а значение близкое к 0, говорит об отсутствии линейной корреляции. Знак  $+$  коэффициента означает, что значение  $\text{period}$  увеличивается с ростом  $Q$ .

Коэффициент детерминации равен квадрату коэффициента корреляции.

Согласно полученным значениям коэффициентов, для нашей модели мы имеем положительную связь признаков.

Безусловно, гипотеза о существовании линейной связи между признаками  $Q$  и  $\text{period}$  подтвердилась. Мы получили достаточно близкие к 1 значения коэффициентов корреляции и детерминации, это значит, что построенная регрессия довольно точно отражает реальное положение дел.

#### Домашнее задание №4

1. Выберем качественный признак Orbit Class, который принимает значения Apollo, Aten, Amor, и количественный признак  $q$  - минимальное расстояние от солнца, на которое может приблизиться объект. Предположим, что эти признаки зависимы. Построим Бокс-плот:

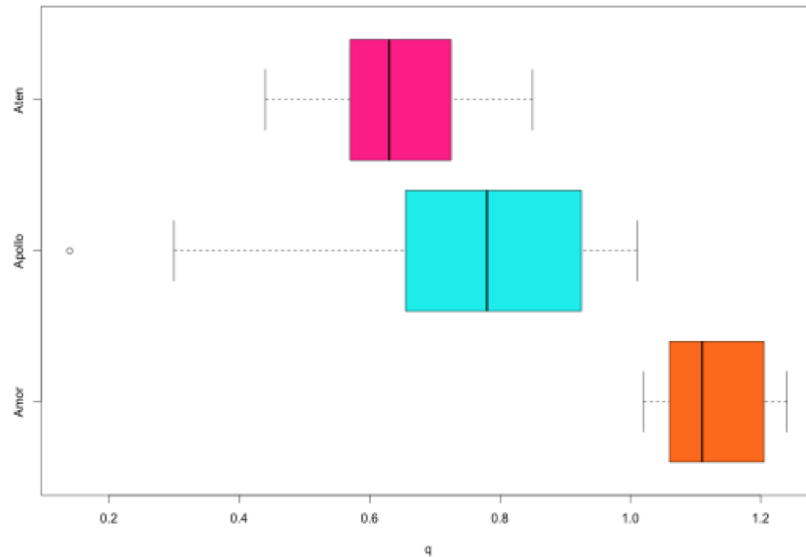


Рис. 9: Бокс-плот MOID для каждого типа объекта

Видно, что орбиты объектов типа Amor находятся дальше всех от солнца. У объектов типа Aten  $q$  зачастую меньше, чем у Apollo. Данный график придает уверенности в том, что переменные зависимы. Построим регрессионную таблицу и посчитаем корреляционное отношение. Таблица:

$y_k$	$p_k$	$\bar{x}_k$	$\sigma_k$
$y_1$	43	0.7463	0.2210
$y_2$	7	0.6443	0.1472
$y_3$	20	1.125	0.0754
	70	0.1611	0.2570

Корреляционное отношение является аналогом коэффициента детерминации. Следовательно, чем ближе оно будет к 1, тем сильнее зависимость между  $q$  и Orbit Class. В нашем случае, корреляционное отношение равно **0.4884**, что не свидетельствует о сильной зависимости. Гипотеза не подтвердилась.

2. За пару качественных признаков возьмем Orbit Class из предыдущей части и РНА (признак, показывающий, принадлежит ли астероид к классу потенциально опасных, принимает два значения - Y и N). Выдвинем предположение, что эти признаки зависимы.

Построим для них мозаичную диаграмму:

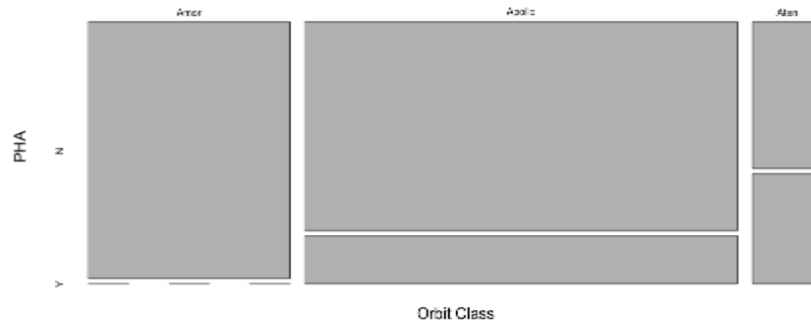


Рис. 10: Мозаичная диаграмма для РНА и Orbit Class

Построим таблицу сопряженности 2-х признаков в абсолютных значениях:

Orbit Class	N	Y
Amor	20	0
Apollo	35	8
Aten	4	3

И в относительных:

Orbit Class	N	Y
Amor	0.2857	0
Apollo	0.5	0.1143
Aten	0.0571	0.0429

Вычислим теперь матрицу коэффициентов Кетле:

Orbit Class	N	Y
Amor	0.1864	-1
Apollo	-0.03429247	0.1839
Aten	-0.3220	1.7272

Максимальное значение коэффициента Кетле у объектов, которые принадлежат к классу Aten и являются потенциально опасными (принадлежат к классу РНА). Он равен **1.727273**.

Максимум в таблице коэффициентов Кетле показывает наличие лучшей связи между категориями.

Значение интегрального коэффициента Кетле **Q = 0.1127674**.

Это свидетельствует о том, что связь присутствует, хотя и очень слабая.