

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І ЗВ'ЯЗКУ**

В.І. Ірха

ФІЗИКА

Навчальний посібник

**Одеса
ФОП Бондаренко М.О.
2024**

Автор:

Ірха В.І., кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри фізико-математичних наук.

Рецензенти:

Ків А.Ю., професор, доктор фізико-математичних наук, професор
Південноукраїнського національного педагогічного університету імені
К.Д. Ушинського, лауреат Держпремії України;

Шевчук В.Г., професор, доктор фізико-математичних наук, професор
кафедри фундаментальних наук Військової академії (м. Одеса).

*Рекомендовано до друку Навчально-методичною радою
Державного університету інтелектуальних технологій і зв'язку.
Протокол № 4 від 05 березня 2024 р.*

І77 Ірха В.І. Фізика: навч. посіб. – Одеса: ДУІТЗ; Одеса : Бондаренко М.О,
2024. – 128 с.

ISBN 978-617-8327-60-6

На сьогодні вказані у посібнику розділи студентами технічних вузів вивчаються по основним підручникам, об'єми яких у них дуже великі (в порівнянні із кількістю годин по навчальній програмі). Це суттєво затрудняє роботу із книжками студентам у I семестрі, бо вони ще не мають навиків самостійного вивчення літератури. Внаслідок цього виникла необхідність написання навчального посібника, в якому виділено ядро розділів «Електрика» та «Електромагнетизм», «Коливання та хвилі» із врахуванням специфіки вузу. Навчальний посібник дає можливість вивчати матеріал, як в присутності викладача, так і самостійно. Після короткого викладання викладачем головних питань теми студент самостійно її опрацьовує та підготовлюється (готується) до відповіді на контрольні тести. При складанні навчального посібнику було намічено виконати дві умови. По-перше, дати уявлення про основні закони фізики, що описуються у цих розділах, а по-друге, відібрати й докладніше зупинитись на темах, з якими студенти зустрічатимуться в подальшому навчанні на спеціальних кафедрах. Розглядаються фізичні закони електрики, електромагнетизму, коливання та хвиль, які є фундаментальними для вивчення спеціальних дисциплін. Особливу увагу приділено поясненню змісту фізичних законів та їх використання для рішення практичних задач.

Призначений для студентів I курсу всіх спеціальностей.

УДК 530.1(076)

ISBN 978-617-8327-60-6

© Ірха В.І., 2024.

© ДУІТЗ, 2024.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1. ЕЛЕКТРИКА	6
1.1. Електричні заряди та їхня взаємодія	6
1.2. Електричне поле	7
1.3. Електричне поле системи зарядів	8
1.4. Теорема Остроградського-Гаусса	9
1.5. Застосування теореми Остроградського-Гаусса для обчислення електричного поля	10
1.5.1. Рівномірно заряджена площина	10
1.5.2. Поверхня зарядженого провідника	11
1.5.3. Плоский конденсатор	11
1.5.4. Куля, рівномірно заряджена по об'єму	12
1.5.5. Сфера з рівномірно зарядженою поверхнею	13
1.5.6. Сферичний конденсатор	13
1.5.7. Рівномірно заряджений порожнистий циліндр	13
1.6. Різниця потенціалів	14
1.7. Обчислення потенціалу	15
1.7.1. Сферичний конденсатор	16
1.7.2. Плоский конденсатор	16
1.7.3. Циліндричний конденсатор	16
1.8. Зв'язок між потенціалом і напруженістю поля	18
1.9. Провідники в електричному полі	19
1.10. Електроємність	20
1.11. Діелектрики в електричному полі	22
1.12. Постійний електричний струм	25
1.13. Закон Ома та Джоуля-Ленца	26
1.14. Електрорушійна сила	29
Контрольні тести	32
2. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	39
2.1. Магнітне поле і магнітна індукція	39
2.2. Напруженість магнітного поля	40
2.3. Лінії індукції магнітного поля. Магнітна напруга	42
2.3.1. Тороїдна котушка і соленоїд	44
2.3.2. Прямий довгий провід	44
2.4. Магнітний момент струму. Контур зі струмом в магнітному полі	44
2.5. Робота в магнітному полі. Магнітний потік	45
2.6. Рух заряджених частинок в електричному і магнітному полях	46
2.6.1. Сила Лоренца	46
2.6.2. Ефект Холла	46
2.6.3. Рух заряджених частинок в електричному полі	47
2.6.4. Рух заряджених частинок в магнітному полі	48
2.7. Електромагнітна індукція. Закон Ленца	50

2.8. Самоіндукція. Індуктивність	51
2.9. Вмикання й вимикання RL та RC кіл	53
2.10. Енергія магнітного поля струму. Взаємна енергія двох струмів	55
2.11. Магнітне поле в речовині	57
2.12. Магнітні властивості речовини	61
2.13. Взаємні перетворення електричних та магнітних полів	64
2.14. Струм зміщення. Рівняння Максвелла	67
2.15. Рівняння Максвелла в інтегральній формі	69
Контрольні тести	72
3. КОЛИВАННЯ.....	79
3.1. Гармонічні механічні коливання та їх характеристики	79
3.2. Електричні коливання	81
3.3. Гармонійні коливання фізичного маятника	82
3.4. Складання однаково направлених коливань рівних частот	85
3.5. Биття (складання коливань з близькими частотами).....	85
3.6. Складання двох взаємно перпендикулярних коливань рівних частот. Фігури Лісажу	86
3.7. Рівняння коливань	88
3.8. Власні коливання.....	89
3.9. Затухаючі коливання	90
3.10. Вимушені коливання	91
3.11. Фазові співвідношення між струмом та напругою на елементах контуру	93
3.12. Резонанс напруг	95
3.13. Резонанс струмів	97
3.14. Робота та потужність змінного струму	99
4. ХВИЛІ	101
4.1. Рівняння пружних хвиль	101
4.2. Швидкість поширення пружних хвиль у різних речовинах. Звукові хвилі	103
4.3. Ефект Доплера	105
4.4. Електромагнітні хвилі вздовж проводів	106
4.5. Стоячі електромагнітні хвилі	109
4.6. Вільні електромагнітні хвилі	112
4.7. Основи радіозв'язку	115
Контрольні тести	119
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	127

ВСТУП

Сучасне повсякденне життя неможливо уявити без використання фізичних законів, як в побуті, так і в техніці. На її основі розвивається радіофізика, радіонавігація, радіолокація, телемеханіка, радіоастрономія, радіоспектрографія, автоматика, сучасна обчислювальна й ядерна прискорювальна техніка, системи зв'язку, в тому числі й оптичні.

У посібнику подано розділи «Електрика», «Електромагнетизм», «Коливання» та «Хвилі» дисципліни «Фізика». Мета даного посібника полягає в опануванні студентами фундаментальних основ електромагнетизму та програмного матеріалу з основ теорії коливань і хвильових процесів, а також розвиток у студентів навичок фізичного мислення й вміння самостійно ставити і вирішувати конкретні фізичні задачі.

У результаті вивчення матеріалу студенти мають знати визначення таких понять, як «вектор напруженості електричного і магнітного поля», «потенціал електричного поля», «електроємність», «сила струму», «вектор густини струму», «напруга», «основні закони електромагнетизму», формулювання теореми Гаусса, законів повного струму та електромагнітної індукції, коливальний та хвильовий процеси, гармонічні коливання і монохроматичні хвилі, амплітуда і фаза коливального процесу, основні закономірності поширення механічних і електромагнітних хвиль.

Навчальний посібник написаний на основі лекцій, що викладаються автором студентам ДУІТЗ. Основна увага приділяється виясненню фізичного сенсу, установленню меж використання фізичних законів та понять, ідеалізованих моделей та схем, що використовуються у фізиці.

Навчальний посібник «Фізика» необхідний і корисний для студентів усіх технічних спеціальностей. Поняття, які вивчають, є базовими для всіх інших розділів, їх використовують і поглиблюють у курсах технічної електродинаміки та інших дисциплінах.

1. ЕЛЕКТРИКА

1.1. Електричні заряди та їхня взаємодія

Електричні заряди існують в природі у вигляді елементарно заряджених частинок. Всі речовини складаються з атомів, які містять позитивно заряджене ядро і негативно заряджені електрони. Мінімальний негативний заряд дорівнює заряду електрона $e = 1,6 \cdot 10^{19}$ Кл. Атом в цілому не є заряджений, оскільки сумарний заряд електронів дорівнює позитивному зарядові ядра. Атом може віддавати електрони і ставати позитивно зарядженим іоном.

Таким чином, процес зарядження будь-якого тіла являє собою або перенесення на нього, або вихід з нього електронів чи іонів. Результуючий заряд тіла

$$q = e(N_n - N_0),$$

де N_n – число елементарних позитивних, N_0 – негативних зарядів.

Закон збереження заряду: *під час перерозподілу електричних зарядів в ізольованій системі взаємодіючих тіл алгебраїчна сума зарядів не змінюється*, тобто

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const.}$$

Заряджені тіла взаємодіють одне з одним. Таким чином: однойменні заряди відштовхуються, а протилежно заряджені притягуються. Сила, з якою взаємодіють два точкових нерухомих заряди q_1 і q_2 у вакуумі, є прямо пропорційна величинам зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані r поміж ними (дослідний закон Кулона):

$$F = k(q_1 q_2 / r^2), \quad (1.1)$$

де $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$.

Слово «точковий» означає, що розміри тіла набагато менші за r . Сила взаємодії спрямована вздовж лінії, що з'єднує заряди.

У векторній формі закон Кулона подається як

$$\vec{F} = k(q_1 q_2 / r^3) \vec{r}, \quad (1.2)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, напрямлений від заряду 1 до заряду 2. Формула (1.2) записується часто у вигляді (система СІ)

$$F = (q_1 q_2 / r^2) / (4\pi\epsilon_0),$$

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – електрична стала. Якщо заряди розташовані в середовищі з відносною діелектричною проникністю ϵ , то

$$F = (q_1 q_2 / r^2) / (4\pi\epsilon\epsilon_0). \quad (1.3)$$

Принцип суперпозиції кулонівських сил: *сила, що діє на заряд, дорівнює векторній сумі сил дії інших зарядів на даний заряд*:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i. \quad (1.4)$$

1.2. Електричне поле

Для розуміння природи сил, що діють поміж електричними зарядами, треба припустити існування поміж ними деякої фізичної матерії, яка здійснює цю взаємодію. Електричне поле – це і є певний вид матерії, що здійснює електричні взаємодії. Воно оточує кожне заряджене тіло (з зарядом q) і простягається до нескінченності. Це простір, в кожній точці якого на внесений в нього пробний електричний заряд q_0 , згідно із законом Кулона, діє сила F , яка пропорційна q і q_0 . Відношення величини сили до q_0 не залежить від пробного заряду і може характеризувати електричне поле у точці, де розташований пробний заряд. Тому кількісною характеристикою електричного поля є фізична

величина $\vec{E} = \vec{F} / q_0$ – **напруженість електричного поля**. Для точкового заряду q у вакуумі, згідно з (1.2),

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0 = k(q / r^3) \vec{r}. \quad (1.5)$$

Цей вираз для заряду в будь-якому ізотропному середовищі у скалярній формі має вигляд

$$E = (1 / 4\pi\epsilon_0)(q / \epsilon r^2). \quad (1.6)$$

Оскільки \vec{E} є вектор, він однозначно визначає напрям і величину сили, що діє на позитивний заряд, розташований у розглядуваній точці поля, тобто, згідно з (1.5), $\vec{F} = q_0 \vec{E}$. Сам пробний заряд при цьому не буде змінювати поле, якщо виконується співвідношення $q_0 \ll q$.

Вектор \vec{E} в кожній точці поля можна визначити, використовуючи лінії напруженості електричного поля. Ними називають лінії, дотичні до яких у кожній точці поля напрямлені так само, як і вектор \vec{E} . Густота ліній, які проходять через одиницю поверхні, перпендикулярної до них, пропорційна модулю \vec{E} . Лінії \vec{E} починаються і закінчуються на електричних зарядах

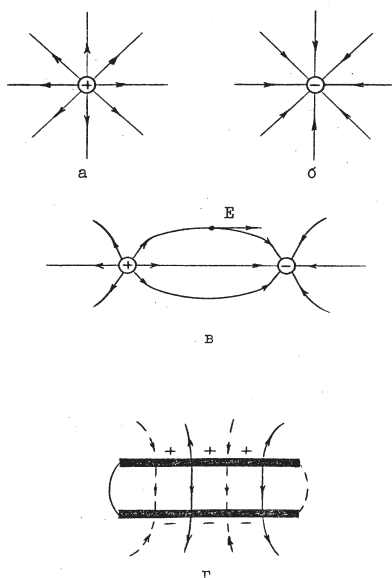


Рисунок 1.1 – Лінії напруженості електричного поля:

- а) і б) – позитивного та негативного зарядів,
- в) – диполя,
- г) – плоского конденсатора

або йдуть в нескінченність і ніде не перехрещуються (рис. 1.1).

Для характеристики електричного поля використовують також величину, названу **електричним зміщенням** (або вектором електричної індукції), яка визначається у вакуумі як $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$, а в будь-якому середовищі – як

$$\overline{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \overline{E}. \quad (1.7)$$

Оскільки \overline{D} відрізняється від \overline{E} лише сталим множником $\varepsilon\varepsilon_0$, то для зображення розподілу електричного зміщення в просторі також користуються лініями електричного зміщення, аналогічними лініям напруженості електричного поля. Обидві характеристики є еквівалентні, бо, якщо відомо \overline{D} , неважко з (1.7) визначити \overline{E} . Для точкового заряду з (1.6) і (1.7)

$$D = (q / 4\pi r^2). \quad (1.8)$$

Як видно з (1.8), вираз для D записується простіше, ніж для E .

Електричне поле називається **однорідним**, якщо \vec{E} (або \vec{D}) однакова в кожній точці поля, що відповідає однаковій густоті силових ліній. Прикладом цього є електричне поле в середній частині плоского конденсатора (рис. 1.1, г).

1.3. Електричне поле системи зарядів

Якщо електричне поле утворено декількома зарядами, то напруженість результуючого поля дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що утворюються кожним зарядом у даній точці простору:

$$\overline{E} = \sum_{i=1}^N \overline{E}_i. \quad (1.9)$$

Аналогічний вираз можна записати також для D .

Розглянемо, наприклад, систему з двох різнойменних електричних зарядів q , розташованих на відстані один від одного (рис. 1.2), які називаються **електричним диполем**. Значення D у точці A визначимо відповідно з (1.8):

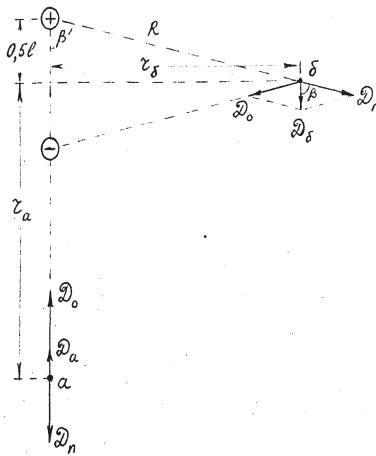


Рисунок 1.2 – Визначення електричного поля диполя

$$D_a = D_o - D_n = \frac{q}{4\pi(r_a - 0,51)^2} - \frac{q}{4\pi(r_a + 0,51)^2} = \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{r_a l}{(r_a^2 - 0,25^2)^2},$$

де величина D_n утворюється негативним зарядом, величина D_n – позитивним.

На достатній відстані від диполя $l \ll r$ і

$$D_a = \frac{ql}{2\pi r_a^3}. \quad (1.10)$$

У точці “б” з подібності трикутників з кутом β визначаємо

$$D_{\hat{\phi}}/D_n = l/R,$$

де $R^2 = r_o^2 + 0,25l^2$. Відповідно

$$D_o = D_n l / R = \frac{ql}{4\pi R^3} \approx \frac{ql}{4\pi r_o^3}. \quad (1.11)$$

Згідно з (1.7), $E = D/\epsilon\epsilon_0$, звідки неважко визначити E_a і E_o . Величина $\vec{p} = q\vec{l}$ називається **електричним моментом диполя**, причому за напрямком l (а значить і p) прийнято напрямок від негативного до позитивного заряду (див. рис. 1.2).

Вираз (3.11) можна легко дістати і математичним шляхом, якщо використати формулу для визначення модуля суми двох векторів

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha, \quad (1.12)$$

де α – кут поміж векторами, тобто у даному випадку $\alpha = 2\beta$.

Слід відзначити, що електричне поле точкового заряду зменшується з відстанню від нього за законом $E \sim 1/r^2$, а диполя – за законом $E \sim 1/r^3$, тобто швидше. Звідси можна зробити висновок, що чим з більшої кількості зарядів складається система (в цілому нейтральна), тим сильніше зменшується значення E з віддаленням від неї.

1.4. Теорема Остроградського-Гаусса

Розглянемо плоску поверхню, яку вміщено в однорідному електричному полі (рис. 1.3), де n – нормаль до поверхні, а D – вектор електричного зміщення. Скалярний добуток

$$N = \vec{D}\vec{S} = SD \cos \alpha = SD_n \quad (1.13)$$

називається **потіком вектора електричного зміщення** через цю поверхню. Потік дорівнює повному числу ліній електричного зміщення, які проходять через поверхню D_n – проекція вектора D на нормаль. Аналогічним чином визначається і потік вектора напруженості електричного поля

$$\Phi = \vec{E}\vec{S} = SE \cos \alpha = SE_n. \quad (1.14)$$

У загальному випадку поле може бути неоднорідним, а поверхня – неплоскою. Тоді її можна розбити на нескінченно малі елементи dS , кожен з яких є плоским. Потік зміщення через елемент поверхні є $dN = D_n dS$, а повний потік:

$$N = \int_S D_n dS. \quad (1.15)$$

В залежності від того, з якого боку поверхні входять лінії, потік може бути як позитивним ($\alpha < \pi/2$), так і негативним ($\alpha > \pi/2$).

Визначимо потік вектора електричного зміщення крізь замкнену сферичну поверхню S , яка оточує точковий позитивний заряд q (рис. 1.4).

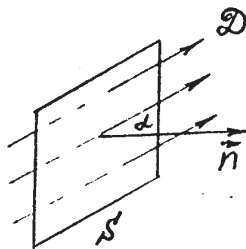


Рисунок 1.3 – Потік електричного зміщення через поверхню

Оскільки для сфери $S = 4\pi r^2$, то, підставивши в (1.13) значення $D = D_n$ (1.8), матимемо

$$N = \frac{q}{4\pi r^2} \cdot 4\pi r^2 = q, \quad (1.16)$$

тобто потік не залежить від радіуса сфери, а визначається лише величиною заряду всередині сфери. Це відповідає тому, що число силових ліній, які проходять крізь сферу, однакове як для сфери S , так і для будь-якої сфери S_1 (рис. 1.4). Більш того, воно таке саме і для поверхні S_2 будь-якої форми, яка охоплює заряд. Якщо ж поверхня S_3 не охоплює заряд, то число ліній зміщення, що входять в неї, дорівнює числу ліній зміщення, що виходять, і $N = 0$. Число ліній зміщення, які виходять крізь замкнену поверхню S , не зміниться при будь-якому розміщенні заряду q всередині її, в тому числі й при розділенні його на декілька зарядів. Тому в (1.16) під q розумітимемо алгебраїчну суму всіх зарядів всередині поверхні. З (1.15) та (1.16) дістаємо формулу

$$N = \oint_S D_n dS = q, \quad (1.17)$$

яка відображає теорему Остроградського-Гаусса: **потік вектора електричного зміщення крізь замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі всіх зарядів, розташованих всередині поверхні.**

Очевидно, формулювання теореми для потоку вектора напруженості (1.14) електричного поля відрізняється лише множителем $1/\epsilon\epsilon_0$ в правій частині (однорідне середовище):

$$\Phi = \oint_S D_n dS = q/\epsilon\epsilon_0. \quad (1.18)$$

Незалежність N від r впливає в (1.16) із залежності $D \sim 1/r^2$, тому якщо показник степеня r відрізняється від 2, то для таких випадків формула (1.16) незастосовна. З формули (1.16) випливає, що розмірність N така сама, як і q , тобто кулон. Відповідно (1.13), електричне зміщення можна визначити як потік зміщення через одиницю поверхні (Кл / м²).

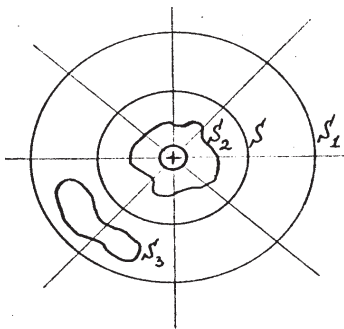


Рисунок 1.4 – До виведення теореми Остроградського-Гаусса

1.5. Застосування теореми Остроградського-Гаусса для обчислення електричного поля

1.5.1. Рівномірно заряджена площа

За замкнену поверхню оберемо циліндр (рис. 1.5, а), основи якого S є перпендикулярні до силових ліній електричного поля. Потік електричного

зміщення виходить з циліндра перпендикулярно через дві його основи, тому $N = 2DS$.

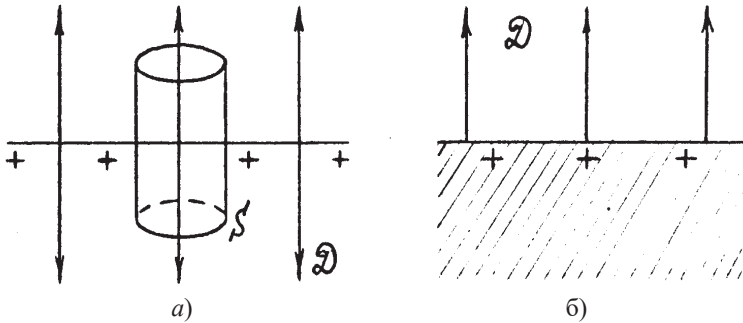


Рисунок 1.5 – Електричне поле рівномірно зарядженої площини а) і поверхні зарядженого провідника б)

Площину зручно характеризувати поверхневою густиною заряду $\sigma = q/S$, де S – площа поверхні. Повний заряд всередині циліндра $q = \sigma S$, отже, з (1.17)

$$N = 2DS = \sigma S,$$

звідки

$$D = \sigma/2. \quad (1.19)$$

1.5.2. Поверхня зарядженого провідника

У рівноважному стані електричне поле всередині провідника дорівнює нулю, бо, якби воно відрізнялось від нуля, це призвело б до руху зарядів, тобто порушення рівноваги. Оскільки лінії електричного зміщення виходять лише в один бік від поверхні, то в даному разі їхнє число є в два рази більше (рис. 1.5,б), ніж у площині (див. рис.1.5,а). Відповідно і D для поверхні зарядженого провідника в два рази більше, ніж для зарядженої площини. Отже,

$$D = \sigma. \quad (1.20)$$

Таким чином, величина D дорівнює поверхневій густині заряду, тобто заряду, який змістився всередині провідника до поверхні. Звідси й походить термін – *електричне зміщення*.

1.5.3. Плоский конденсатор

Лінії напруженості електричного поля, що йдуть від позитивно зарядженої пластини конденсатора (див. суцільні лінії на рис. 1.1,г), і лінії, які йдуть до негативно зарядженої пластини (штрихові), поза конденсатором напрямлені назустріч одна одній, тому зверху $D = 0$. Всередині конденсатора лінії

напрявлені в один бік і результуюче D дорівнює сумі D полів обох пластин. Вважаючи, що D кожної пластини таке саме, як і для зарядженої площини, маємо формулу (3.20).

1.5.4. Куля, рівномірно заряджена по об'єму

Зауважимо, що такою кулею може бути лише діелектрична куля, оскільки в металевих, внаслідок закону Кулона, заряди вийдуть на поверхню. Оберемо всередині рівномірно зарядженої кулі радіусом R (рис. 1.6,а) замкнену поверхню у вигляді сфери радіусом r_1 .

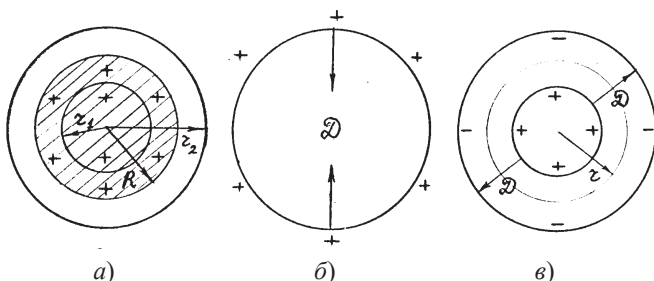


Рисунок 1.6 – Електричне поле зарядженої по об'єму діелектричної кулі а), зарядженої по поверхні металеві сфери б) та сферичного конденсатора в)

Будь-який рівномірно заряджений об'єм V зручно характеризувати об'ємною густиною заряду $\rho = q/V$. Площа сфери $S = 4\pi r_1^2$, заряд всередині сфери об'ємом $V = 4/3\pi r_1^3$ визначимо як $q = \rho V = \rho 4/3\pi r_1^3$. Через те що лінії електричного зміщення перпендикулярні до поверхні $N = DS = q$ або $D4\pi r_1^2 = 4/3\rho\pi r_1^3$, то

$$D = \frac{1}{3}\rho r_1, \quad (1.21)$$

тобто електричне поле всередині кулі зростає лінійно зі збільшенням відстані від центра кулі до її поверхні.

Для визначення D зовні кулі оберемо замкнену поверхню у вигляді сфери радіусом r_2 площею $S = 4\pi r_2^2$, заряд всередині сфери $q = \rho V = \rho 4/3\pi R^3$, тоді $D4\pi r_2^2 = 4/3\rho\pi R^3$, звідки

$$D = \frac{\rho R^3}{3r_2^2}, \quad (1.22)$$

тобто електричне поле поза кулею зменшується зі зростанням відстані r_2 від центра кулі. Якщо заряд кулі не виражати через ρ і R , а просто залишити як q , то $D4\pi r_2^2 = q$ і

$$D = \frac{q}{4\pi r_2^2}, \quad (1.23)$$

тобто D таке саме, що і для точкового заряду (1.8).

1.5.5. Сфера з рівномірно зарядженою поверхнею

Всередині сфери (рис. 1.6,б) зарядів немає і лінії D , які виходять з протилежних боків, напрямлені назустріч одна одній, тому $D = 0$.

Поза сферою, очевидно, D те саме, що і для кулі (1.23).

1.5.6. Сферичний конденсатор

Якщо на внутрішній сфері (рис. 1.6,в) маємо заряд “+q”, то на зовнішній сфері виникає індукований заряд “-q”. Візьмемо за поверхню будь-яку сферу поміж обкладками конденсатора. На основі теореми Остроградського-Гаусса, запишемо $N = D4\pi r^2 = q$, отже, $D = q/4\pi r^2$ знову-таки визначається за тією самою формулою, що і для точкового заряду (1.23). Цікаво відзначити, що D не залежить від радіуса зовнішньої сфери, а при більших відстанях поміж електродами D не залежить і від форми зовнішнього електрода, роль якого можуть виконувати різні заземлені оточуючі предмети.

Таким чином, електричне поле зовні будь-якої сферичної поверхні визначається так само, як і для точкового заряду, який зосереджено в центрі сфери (1.23), (1.8).

1.5.7. Рівномірно заряджений порожнистий циліндр

Якщо циліндр порожнистий (рис. 1.7,а), то з тих самих міркувань, що і для сфери (див. рис. 1.6,б), всередині циліндра $D = 0$.

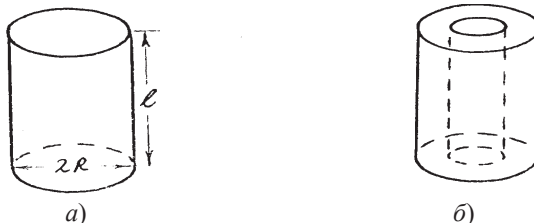


Рисунок 1.7 – До визначення електричного поля циліндра а) і циліндричного конденсатора б)

Для визначення D поза циліндром (при $l \gg R$) за замкненою поверхню зручно взяти аналогічну циліндричну поверхню з великим радіусом r . Оскільки лінії зміщення виходять радіально через бокові основи, то потік через основу циліндра дорівнює нулю і $N = DS = D2\pi rl$.

Заряджений циліндр характеризується лінійною густиною заряду $\gamma = q/l$, тоді

$$D = \gamma / 2\pi r. \quad (1.24)$$

Поміж циліндром і циліндричним конденсатором (рис. 1.7,б) існує така сама аналогія, що і поміж сферою і сферичним конденсатором. Тому формула (1.24) вірна для визначення D поміж електродами циліндричного конденсатора.

Якщо заряди розподілені рівномірно по об'єму циліндра з густиною $\rho = q/V$, то для середньої частини циліндра об'ємом $V = l\pi r^2$ можна записати

$$N = DS = D2\pi rl = \rho V = \rho\pi r^2 l,$$

звідки (для $r < R$) маємо формулу

$$D = 0,5\rho r, \quad (1.25)$$

подібну до формули для обчислення D всередині кулі (1.21). Зовні D визначається так само, як і для порожнистого циліндра (1.24).

1.6. Різниця потенціалів

При переміщенні заряду q в електричному полі здійснюється робота A . Якщо поле є однорідне і траєкторія l прямолінійна, то $A = Fl = qEl$.

У загальному випадку, коли E змінюється від однієї точки до іншої, на малій ділянці dl здійснюється робота (рис. 1.8)

$$dA = Fdl \cos \alpha = qEdl \cos \alpha = qE_l dl,$$

де E_l – проекція вектора \vec{E} на напрямок dl .

Робота щодо переміщення заряду q з точки 1 в точку 2 визначається як

$$A_{12} = \int_1^2 qE_l dl = q \int_1^2 E_l dl. \quad (1.26)$$

Очевидно, при зворотному переміщенні заряду тією самою траєкторією $A_{21} = -A_{12}$. Якщо заряд перемістити спочатку з точки 1 в точку 2, а потім назад, то результуюча робота

$$A = A_{12} + A_{21} = 0 \quad (1.27)$$

і не залежить від траєкторії. Це видно із загального закону збереження енергії, оскільки після повернення заряду в точку 1 в системі немає ніяких змін, тобто не змінилося ні положення зарядів, які утворюють поле, ні положення рухомого

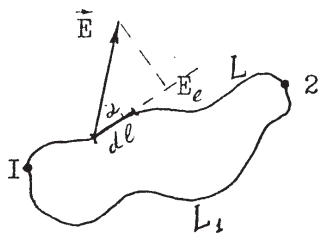


Рисунок 1.8 – Переміщення Заряду в електричному полі

заряду q , отже, не має бути ані виграшу роботи, ані її втрат. Тому робота щодо переміщення заряду в електричному полі не залежить від форми шляху, а залежить від положення початкової і кінцевої точок.

Робота щодо переміщення заряду залежить від його величини (1.26). Відношення A/q залежить лише від електричного поля і може слугувати його характеристикою, яку називають *різницею потенціалів*. Різниця потенціалів точок 1 і 2 (або електрична напруга поміж точками електростатичного поля) є робота щодо переміщення одиничного позитивного заряду з першої точки в другу:

$$U_{12} = A/q = \int_1^2 E_l dl. \quad (1.28)$$

Якщо за точку 2 взяти точку, в якій $E = 0$, наприклад нескінченно віддалену точку, то точку 1 можна схарактеризувати її потенціалом

$$U_1 = A_{1x}/q = \int_1^x E_l dl. \quad (1.29)$$

Потенціал точки електричного поля є робота щодо переміщення одиничного позитивного заряду з даної точки в точку, де $E = 0$, тобто фізично під потенціалом також розуміють різницю потенціалів двох точок, в одній з яких $E = 0$.

При переміщенні заряду по замкнутому контуру (з точки 1 в точку 2 по кривій L , а назад по кривій L_1 (див. рис. 1.8)), з (1.26)...(1.28) випливає

$$U_{12} + U_{21} = U_{12} - U_{12} = 0 \quad (1.30)$$

або

$$\int_1^2 E_l dl + \int_2^1 E_l dl = \oint E_l dl. \quad (1.31)$$

Співвідношення (1.30) та (1.31) означають, що напруга уздовж замкнутого контура завжди дорівнює нулю.

Опис електричного поля за допомогою потенціалу простіший, чим за допомогою напруженості поля, оскільки для визначення вектора \vec{E} треба знати його модуль і напрямок, а потенціал є скаляр і визначається лише чисельним значенням. Крім того, різницю потенціалів значно простіше виміряти експериментально. Потенціали (напруги) вимірюються у вольтах ($1\text{В} = 1\text{Дж}/1\text{Кл}$).

1.7. Обчислення потенціалу

Найпростіше обчислити потенціал, якщо напрямок електричного поля збігається з напрямком переміщення, тоді в (1.28) і (1.25) $E_l = E$. Наприклад, потенціал точки, яка віддалена на відстань r від точкового заряду (відносно нескінченності), визначається з використанням (3.7) і (3.8) як

$$U = \int_r^{\infty} E dr = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}. \quad (1.32)$$

Аналогічно можна знайти розподіл потенціалу в інших системах, якщо є відомий розподіл напруженості електричного поля.

1.7.1. Сферичний конденсатор

Позначимо радіус внутрішньої сфери a , а зовнішньої – b (див. рис. 1.6,в). Оскільки E в цьому випадку визначається так само, як і для точкового заряду, то потенціал точки r (поміж сферами) відносно внутрішньої сфери

$$U = \int_a^r E dr = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_a^r \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right). \quad (1.33)$$

Різниця потенціалів поміж внутрішніми і зовнішніми сферами

$$U_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right). \quad (1.34)$$

Користуючись (1.34), формулу (1.33) можна записати таким чином:

$$U = U_0 = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right) / \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right). \quad (1.35)$$

1.7.2. Плоский конденсатор

Різниця потенціалів поміж позитивною пластинною плоского конденсатора (див. рис. 1.1,г) і розташованого на відстані x від неї точкою запишемо як

$$U = \int_0^x E dx = \frac{\delta}{\epsilon\epsilon_0} x. \quad (1.36)$$

Якщо відстань поміж пластинами d , то напруга поміж ними

$$U_0 = \frac{\delta}{\epsilon\epsilon} d. \quad (1.37)$$

Тоді

$$U = U_0 \frac{x}{d}. \quad (1.38)$$

Треба відзначити, що паралельність E та x на краях пластин порушується, тому залежність $U(x)$ в цих місцях відхиляється від лінійної.

1.7.3. Циліндричний конденсатор

Позначимо за аналогією зі сферичним конденсатором (див. рис. 1.6,в) радіус внутрішнього циліндра a , а зовнішнього – b (рис. 1.7,б). Визначимо різницю потенціалів поміж внутрішнім циліндром і точкою, яка розміщена поміж циліндрами у вигляді

$$U = \int_a^r E dr = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_a^r \frac{dr}{r} = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r}{a},$$

де E виражена формулами (1.7) і (1.24). Напруга поміж циліндрами

$$U_0 = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}.$$

Відповідно

$$U = U_0 = \frac{\ln(r/a)}{\ln(b/a)}. \quad (1.39)$$

Якщо заміряти U_0 на пластинах конденсатора, можна за формулами (1.35) та (1.38) обчислити потенціал будь-якої точки поміж ними. Коли електричне поле утворюється декількома точковими зарядами, то, використовуючи (1.9), потенціал будь-якої точки цього поля відносно нескінченності визначимо у вигляді

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}, \quad (1.40)$$

де q_i – величина i -го заряду, r_i – відстань від цього заряду до точки.

При використанні, наприклад, формули (1.40) для визначення потенціалу точки в електричному полі диполя (рис. 1.9) маємо

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}. \quad (1.41)$$

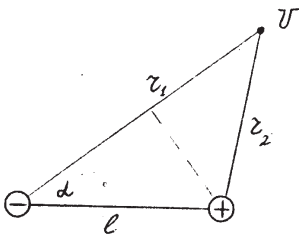
Якщо $l \ll r_1$ і r_2 , то $r_1 - r_2 \approx l \cos \alpha$, $r_1 r_2 \approx r^2$, $p = ql$,

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} = \frac{p \cos \alpha}{r^2}. \quad (1.42)$$

Застосовуючи рис. 1.9, можна визначити потенціал поля протяжних заряджених тіл. Для цього розбиваємо тіло на нескінченно малі елементи об'ємом dV , котрі розглядаємо як точковий заряд. Потенціал, що утворюється цим елементом у точці, яка розташована від нього на відстані r , визначимо

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} = \frac{\rho dV}{r}.$$

Рисунок 1.9 – До визначення потенціалу поля диполя



Потенціал, що утворюється всім тілом,

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} = \int_V \frac{\rho dV}{r}. \quad (1.43)$$

При розміщенні зарядів лише на поверхні тіла

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} = \int_S \frac{\delta dS}{r}. \quad (1.44)$$

1.8. Зв'язок поміж потенціалом і напруженістю поля

Роботу ΔA по переміщенню заряду в електричному полі уздовж малого відрізка Δl можна з одного боку (див. п. 1.6) записати як $\Delta A = qE_l \Delta l$, а з другого – як $\Delta A = q\Delta U_{12}$ (1.28), де ΔU_{12} – різниця потенціалів точок початку і кінця відрізка переміщення. Звідси $qE_l \Delta l = q\Delta U_{12}$, або $E_l = \Delta U_{12} / \Delta l$.

На нескінченно малому відрізку

$$E_l = - \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta U_{21}}{\Delta l} = - \frac{dU}{dl}. \quad (1.45)$$

Похідна dU/dl показує швидкість зростання потенціалу в напрямі переміщення. Тому напруженість поля напрямлена у бік зменшення потенціалу (знак “мінус” в (1.45)). Електричне поле можна зображати графічно не лише у вигляді ліній напруженості електричного поля (див. рис. 1.1), але й у вигляді еквіпотенціальних поверхонь, всі точки кожної з яких мають однаковий потенціал. Перетинаючись з площиною креслення, еквіпотенціальні поверхні дають еквіпотенціальні лінії

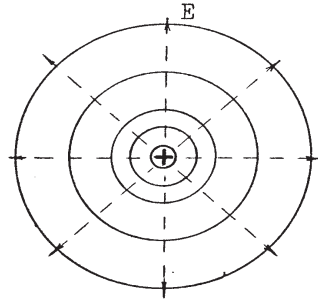


Рисунок 1.10 – Еквіпотенціальні лінії (суцільні) і лінії напруженості

(рис. 1.10). Через те, що різниця потенціалів будь-яких точок еквіпотенціальної поверхні дорівнює нулю, робота щодо переміщення заряду уздовж такої поверхні теж дорівнює нулю. Це означає, що сила, яка діє на заряд $\vec{F} = q\vec{E}$, є перпендикулярна до поверхні, отже \vec{E} напрямлено по нормалі еквіпотенціальної поверхні. Там, де щільність ліній напруженості більша (вища за \vec{E}), сильніше змінюється і значення потенціалу (1.45), тобто еквіпотенціальні лінії розташовуються ближче одна до одної. Знаючи залежність потенціалу від координат, можна за формулою (1.45) обчислити E , диференціюючи U за координатами. У простому випадку однорідного поля (наприклад в конденсаторі) з формули (1.38) маємо

$$E = - \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{U_0}{d}. \quad (1.46)$$

Система взаємодіючих зарядів характеризується її потенціальною енергією A_n , яка є максимальною роботою, що її можуть здійснити діючі в системі сили. Якщо в точку поля, утворюваного точковим зарядом q_1 , помістити другий однойменний заряд q_2 , то, згідно з (1.29),

$$A_n = A_{1\infty} = U_1 q_2, \quad (1.47)$$

тобто в даному випадку A_n є робота, яку можуть здійснити сили відштовхування, віддаляючи взаємодіючі заряди на нескінченну відстань один від одного.

Використовуючи формулу (1.32), маємо

$$A_n = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}, \quad (1.48)$$

де r – відстань поміж зарядами.

1.9. Провідники в електричному полі

За відсутності зовнішнього електричного поля електричні заряди в однорідному провідникові перебувають у рівновазі й рівномірно розподілені по об'єму. Це означає, що всередині провідника в будь-якій точці $E = 0$, бо в супротивному випадку під дією електричного поля заряди почнуть рухатись і рівновага порушиться. Якщо провідник помістити в електричне поле E_0 , то під дією електричних сил відбудеться перерозподіл зарядів і всередині провідника виникає електричне поле E' , напрямлене протилежно до зовнішнього (рис. 1.11,а). Розподіл позитивних і негативних зарядів відбувається до тих пір, доки сумарне електричне поле $E = E_0 + E'$ не стане дорівнювати нулю. Згідно з (1.45), рівняння $E = 0$ означає, що потенціал всередині об'єму або скрізь дорівнює нулю, або скрізь є однаковий, тобто провідник є екіпотенціальним тілом. Екіпотенціальність у стані рівноваги існує незалежно від того, чи є провідник електронейтральний в цілому, чи в ньому є надлишковий заряд будь-якого знаку.

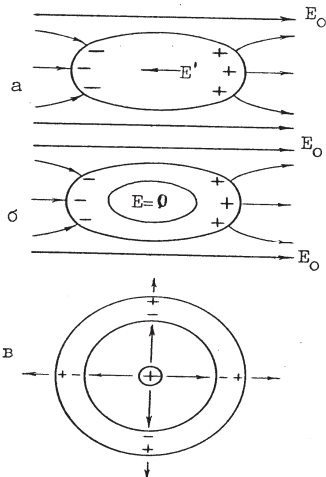


Рисунок 1.11 – Провідник в електричному полі

Заряди, що розділились, зосереджуються на поверхні і складають зовні провідника власне електричне поле, яке спотворює зовнішнє. Силові лінії сумарного електричного поля завжди є перпендикулярні до поверхні провідника, бо лише в цьому випадку не буде переміщення зарядів уздовж поверхні.

Оскільки всередині провідника $E = 0$, то віддалення внутрішньої частини не змінює ані розподілу зарядів на поверхні, ані розподілу електричного поля (рис. 1.11,б). Порожнистий металевий провідник можна використовувати для електростатичного захисту, через те що він екранує електричне поле зовнішніх зарядів. Оскільки заряди в провідникові зосереджені на поверхні, то з теореми Остроградського-Гаусса випливає, що всередині об'єму $E = 0$.

Якщо ж заряд розташований всередині об'єму порожнистого провідника (рис. 1.11,в), то екранування не відбувається.

Напруженість електричного поля є пропорційна поверхневій густині заряду σ . Вона особливо велика біля різних загострених виступів, причому E тим більше, чим менший радіус заокруглення. Якщо на металеве вістря перенести достатньо великий заряд, то високе електричне поле поблизу вістря іонізує навколишнє повітря. Іони одного знаку рухаються до вістря, а протилежного – від нього, захоплюючи за собою і нейтральні молекули повітря. Такий напрямлений рух повітря від вістря носить назву «*електричний вітер*». Його можна знайти по відхиленню полум'я запаленої свічки від вістря.

1.10. Електроємність

Якщо віддаленому достатньо далеко від інших тіл провідникові надавати послідовно заряди q_1, q_2, q_3, \dots , то після їх розподілу за об'ємом провідник набуває потенціали U_1, U_2, U_3, \dots . Відношення $q_1/U_1, q_2/U_2, q_3/U_3$ для цього провідника є величиною сталою і називається *електроємністю*

$$C = q/U. \quad (1.49)$$

Вона вимірюється в фарадах: $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / 1 \text{ В}$. Електроємність залежить від форми, розмірів провідника і від форми, розмірів і взаєморозташування тіл, що знаходяться поблизу.

Електроємність будь-якого провідника легко визначити, якщо є відома залежність $U(q)$, наприклад, з (1.32) електроємність кулі

$$C = 4\pi r \epsilon \epsilon_0. \quad (1.50)$$

Поняття електроємності стосується лише провідників, бо вони в стані рівноваги є екіпотенціальними тілами. В діелектриках заряд не розтікається по об'єму, тому вони не є екіпотенціальними.

Електроємністю можна схарактеризувати і систему провідників, найпростішим з яких є конденсатор – два близько розміщених провідники, яким надаються заряди протилежного знаку. Електроємність конденсатора визначається за тією самою формулою (1.49), де U – напруга поміж обкладками. Залежності $U(q)$ для конденсаторів простої форми дістанемо в п. 1.7. З них легко визначити величину C . Так, для сферичного конденсатора (1.34)

$$C = \frac{4\pi r \epsilon \epsilon_0}{(1/a - 1/b)}; \quad (1.51)$$

для плоского конденсатора (1.37), з урахуванням $\sigma = q/S$,

$$C = \epsilon \epsilon_0 S / d; \quad (1.52)$$

для циліндричного конденсатора (1.39), з урахуванням $\gamma = q/l$,

$$C = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 l}{\ln(b/a)}. \quad (1.53)$$

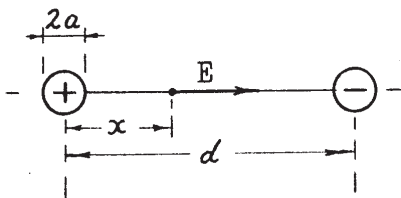


Рисунок 1.12 – Поперечний перетин двопроводової лінії

В системах зв'язку широко використовується двопроводова лінія (рис. 1.12).

Напруженість електричного поля у точці x поміж проводами утворюється позитивними і негативними зарядами і визначається як сума (див. (1.7) і (1.24)):

$$E = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 x} - \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 (d-x)}.$$

Напруженість поміж проводами:

$$U = \int_a^{d-a} E dx = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\int_a^{d-a} \frac{dx}{x} - \int_a^{d-a} \frac{dx}{d-x} \right) = \frac{\gamma}{\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{d-a}{a}.$$

Оскільки $\gamma = q/l$, то при $d \gg a$

$$C = \pi\epsilon\epsilon_0 l / \ln(d/a). \quad (1.54)$$

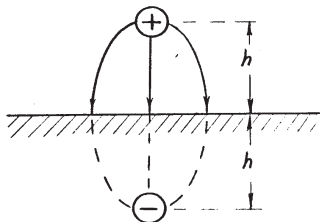


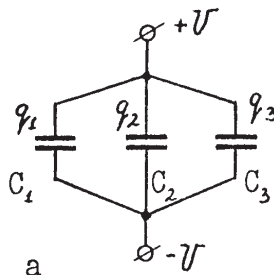
Рисунок 1.13 – Електричне поле провідника над провідною поверхнею

Формулу (1.54) можна застосувати і для розрахунків ємності проводу, що є підвішений над землею (рис. 1.13). Земля тут є еквіпотенціальною поверхнею, і її дія еквівалентна дії точкового заряду протилежного знаку. Якщо замінити d на $2h$ і врахувати, що напруга поміж проводом і землею при тому самому заряді проводу в два рази менша за напругу поміж двома проводами, маємо

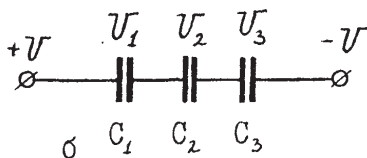
$$C = 2\pi\epsilon\epsilon_0 l / \ln(2h/a). \quad (1.55)$$

Кожний конденсатор характеризується ємністю і максимальною робочою напругою, при досягненні якої відбувається електричний пробій ізоляції. Для одержання необхідної в якому-небудь пристрої ємності конденсатори можуть з'єднуватись паралельно або послідовно (рис. 1.14).

При паралельному з'єднанні напруга на всіх конденсаторах є однакова, а загальний заряд – сума зарядів на всіх конденсаторах, тому



а



б

Рисунок 1.14 – Паралельне а) та послідовне б) з'єднання конденсаторів

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U} + \frac{q_3}{U} = C_1 + C_2 + C_3 = \sum C_i. \quad (1.56)$$

Максимальна робоча напруга визначається при цьому тим конденсатором, для якого вона є найменша.

При послідовному з'єднанні внаслідок електростатичної індукції на обкладках конденсаторів з'являються рівні заряди протилежного знаку $\pm q$. Загальний спад напруги, очевидно, дорівнює $U = U_1 + U_2 + U_3$. Тому, оскільки $U = q/C$, $U_1 = q/C_1$ тощо,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \sum \frac{1}{C_i}. \quad (1.57)$$

Через те що напруга на кожному конденсаторі є менша за загальну, то максимальна робоча напруга всієї батареї буде більшою, ніж у окремого конденсатора.

При заряджанні конденсатора здійснюється певна робота A , оскільки кожний наступний заряд, що підводиться, відчуває відштовхуючу дію раніше підведених зарядів того самого знаку. Елементарна робота dA , яка витрачається на підведення заряду dq , визначається як $dA = Udq$ (1.28). Оскільки $U = q/C$, то

$$A = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \quad (1.58)$$

При розряджанні конденсатора накопичена ним енергія $W = A$ виділяється у зовнішньому колі. Енергію зарядженого плоского конденсатора, використовуючи (1.46) та (1.52), запишемо у вигляді

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = V\epsilon\epsilon_0 \frac{E^2}{2}, \quad (1.59)$$

де об'єм електричного поля поміж обкладками конденсатора $V = Sd$.

Величина

$$\omega = W / V = \epsilon\epsilon_0 E^2 / 2, \quad (1.60)$$

є густиною енергії, яка накопичена в електричному полі. Слід відзначити, що формула (1.59) є справедлива для ідеального випадку, коли вся енергія джерела струму, від якого заряджається конденсатор, перетворюється на енергію електричного поля. У реальному випадку частина енергії Q може йти на нагрівання діелектрика в конденсаторі, зміну його розмірів тощо, тому $A = W + Q$.

1.11. Діелектрики в електричному полі

На відміну від металів, в діелектриках вільних носіїв дуже мало, тому їх перерозподіл в електричному полі не відіграє значної ролі. Більш важливим є вплив поля на пов'язані заряди в атомах або молекулах. Під дією електричного поля діелектрик поляризується, тобто на одному його кінці виникає позитивний заряд, а на другому – негативний. Причин появи поляризованих зарядів може бути дві:

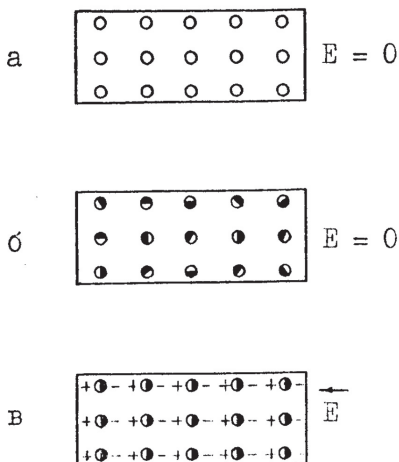


Рисунок 1.15 – Поляризація діелектриків

відбувається орієнтація доменів і діелектрик поляризується. Як видно з рис. 1.11, а, якщо метал в електричному полі по вертикалі поділити на дві частини, то кожна частина буде зарядженою. При поділі діелектрика на будь-яку кількість частин (рис. 1.15, в) всі вони лишаються незарядженими, тобто поляризаційні заряди не поділяються.

Поляризація характеризується фізичною величиною, яка називається **поляризованістю**:

$$P = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_i. \quad (1.61)$$

Це векторна сума електричних моментів всіх елементарних диполів в одиниці об'єму. Розглянемо елемент об'єму діелектрика площею S і довжиною l в електричному полі E (рис. 1.16).

Молекулярні диполі із зарядами q_g довжиною l розташовані ланцюжком уздовж поля. Якщо в одному ланцюжку диполів є n диполів, то загальний електричний момент ланцюжка $p = n_0 q_g l_0 = q_g l$.

Позначимо через N число ланцюжків що виходять на поверхню S , і маємо

$$P = \frac{Np}{V} = \frac{Nq_g l}{Sl} = \frac{Nq_g}{S} = \frac{q'}{S} = \delta', \quad (1.62)$$

1) зміщення електронних оболонок атомів відносно ядра або зміщення іонів протилежного знаку в молекулах один відносно одного (NaCl), внаслідок чого атоми чи молекули перетворюються на електричні диполі (рис. 1.15, а, б);

2) в речовинах, молекули яких мають власний електричний момент, відбувається їхня орієнтація у зовнішньому полі (вода), водночас тут може діяти і перший ефект, який збільшує власний електричний момент (рис. 1.15, б, в).

В останньому випадку в окремих областях об'єму діелектрика (доменах) за відсутності зовнішнього поля може існувати самочинна поляризація з безладною орієнтацією електричних моментів доменів один відносно одного. У зовнішньому полі

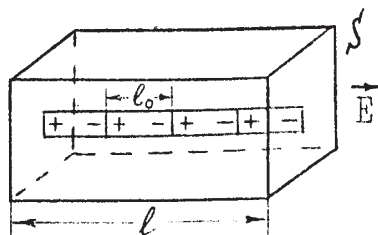


Рисунок 1.16 – До розрахунку поляризації

де $q' = Nq_g$ – число зарядів, що виходять на поверхню; δ' – їхня поверхнева густина.

Таким чином, поляризованість визначається поверхневою густиною поляризаційних зарядів.

Напруженість електричного поля в діелектрику E , наприклад, розміщеному в конденсаторі (рис 1.17), визначається різницею поля, яке утворюється зарядами на обкладках (без діелектрика), $E_0 = \delta_0/\epsilon_0$ (1.20) і поля, яке утворюється поляризованими зарядами, $E' = \delta'/\epsilon_0$.

Звідси

$$E = E_0 - E' = (\delta_0 - \delta') / \epsilon_0, \quad (1.63)$$

де різниця $\delta_0 - \delta'$ називається **поверхневою густиною вільних зарядів**.

Отже, при внесенні у відімкнений заряджений конденсатор діелектрика поле всередині його зменшується. А коли конденсатор підімкнено до джерела з напругою U , то, очевидно, $E = U / d$ (1.46) і від діелектрика не залежить. У цьому випадку від діелектрика залежить лише ємність конденсатора, тобто здатність прийняти певну кількість заряду за даного U (1.49).

Досвід показує, що в ізотропних діелектриках поляризованість є прямо пропорційна напруженості електричного поля в даній точці:

$$P = \delta' = \alpha \epsilon_0 E,$$

де α – безрозмірний коефіцієнт, який називається **діелектричною сприйнятливістю**.

Підставивши цей вираз в (1.63), маємо $E = E_0 - \alpha E$, звідки

$$E = E_0 / (1 + \alpha) = E_0 / \epsilon, \quad (1.64)$$

де $\epsilon = (1 + \alpha)$ – відносна діелектрична проникність (1.3).

Електричне зміщення (1.7) у діелектрику

$$D = \epsilon \epsilon_0 E = \epsilon_0 E + \alpha \epsilon_0 E = \epsilon_0 E + P. \quad (1.65)$$

Якщо в конденсатор помістити два шари різних діелектриків (паралельних обкладкам), то, як видно з (1.64), величина E в них різна. Це означає, що частина ліній напруженості електричного поля зазнає розриву на межі розподілу діелектриків. Величина електричного зміщення в обох діелектриках $\vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \epsilon_0 \vec{E}_0$, тобто лінії електричного зміщення не перериваються на межі розподілу. Тому величиною D зручніше користуватися для опису електричного поля в неоднорідних діелектриках, чим і зумовлений практичний сенс її введення. Найбільше значення ϵ (до $10^4 \dots 10^5$) мають сегнетоелектрики (від сегнетової солі), поляризація яких зумовлена орієнтацією доменів. Конденсатори з такими діелектриками мають найбільшу ємність на одиницю площини.

Існують діелектрики, які, будучи поляризованими у зовнішньому електричному полі при підвищеній температурі, зберігають свою поляризацію і без зовнішнього поля при нормальній температурі. Вони називаються

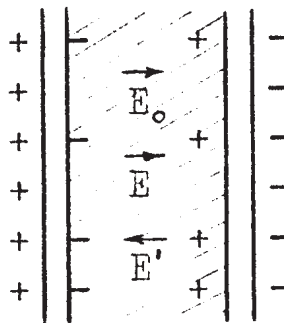


Рисунок 1.17 – Електричне поле в діелектрику, розміщеному в конденсаторі

електретами і використовуються для утворення електричного поля. Первісна поляризація у деяких діелектриків може відбуватися і при освітленні (замість підігріву), тоді вона зберігається лише у темряві (**фотоелектрети**).

Як відзначалося на початку параграфа, молекули речовини можуть деформуватися під дією електричного поля. У низці кристалічних тіл це призводить до деформації (стиску–розтягу) самого кристала. Навпаки, деформація кристала призводить до його поляризації, називаної **п'єзоелектричним ефектом**. Цей ефект широко використовується в п'єзоелектричних мікрофонах, звукознімачах тощо. Виникнення механічних коливань у кристалі під дією змінного електричного поля застосовується для збудження ультразвукових хвиль.

1.12. Постійний електричний струм

В різних тілах є електричні заряди, які здатні переміщуватися. В металах це електрони, у рідинах – іони, в газах – іони та електрони тощо. **Електричним струмом** називається напрямлене переміщення електричних зарядів. За напрямком струму прийнято вважати напрямком руху позитивних зарядів. Негативні заряди рухаються в протилежному напрямку. Відповідно, якщо тіло, яке містить вільні заряди, помістити в електричне поле, то напрямком руху позитивних зарядів збігається з напрямком \vec{E} . В діелектриках вільних зарядів немає, однак, якщо помістити їх в електричне поле, впродовж часу поляризації відбувається зміщення зарядів. Такі струми називаються **струмами поляризації**, вони зникають після закінчення процесу поляризації.

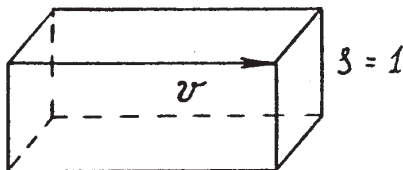


Рисунок 1.18 – До визначення густини струму

(рис. 1.18), і побудуємо на ній прямокутний паралелепіпед довжиною, дорівнюваною v . За одиницю часу через площинку проходить число частинок N , яке вміщено в об'ємі паралелепіпеда. Якщо n є концентрація заряджених частинок (число частинок в одиницю об'єму), то $N = nv$. Помноживши N на величину одиничного заряду e , маємо заряд, який проходить в одиницю часу через одиничну площинку, тобто

$$\vec{j} = en\vec{v}. \quad (1.66)$$

Оскільки e і n є скаляри, а \vec{v} – вектор, то \vec{j} є векторна величина.

Сила струму i дорівнює заряду, який проходить в одиницю часу через повний переріз провідника S . Оскільки у загальному випадку заряди можуть

проходити через даний переріз в один і інший бік, то мається на увазі результуюче перенесення заряду Δq за час Δt , тобто $i = \Delta q / \Delta t$, або

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}. \quad (1.67)$$

Оскільки q та t – скаляри, то й i є скалярна величина. Виходячи з визначень i та j , в однорідному провідникові

$$i = \vec{j} \cdot \vec{S} = j_n S \cos \alpha = j_n S, \quad (1.68)$$

де α – кут поміж напрямком \vec{j} (що збігається з \vec{v}) і нормаллю до S , j_n – проекція вектора \vec{j} на цю нормаль.

Сила струму вимірюється в амперах ($1 \text{ А} = 1 \text{ Кл} / 1 \text{ с}$); відповідно до (1.68), одиницею густини струму є $1 \text{ А} / \text{м}^2$.

В неоднорідному провідникові сила струму через нескінченно малу площинку dS дорівнює $d_i = j_n dS$, а через повний переріз

$$i = \int_S j_n dS. \quad (1.69)$$

Якщо виокремити всередині провідника замкнену поверхню, то, на підставі (1.67) та (1.69), зміна за одиницю часу позитивного заряду всередині поверхні визначається як

$$-\frac{dq}{dt} = \oint_S j_n dS. \quad (1.70)$$

Це рівняння називається **рівнянням неперервності**. Для постійного (незмінюваного у часі) струму сила струму є однакою в будь-якому перерізі провідника, тому що через будь-який переріз проходить однакова кількість зарядів (1.67). Густина струму буде більше в тих місцях, де переріз менший, бо $j = i / S$ (1.68).

1.13. Закон Ома та Джоуля-Ленца

Якщо кінці провідника підімкнути до джерела напруги, то всередині провідника утворюється електричне поле, що діє на вільні електрони з силою $\vec{F} = e\vec{E}$, яка надає їм прискорення $\vec{a} = \vec{F}/m = e\vec{E}/m$. Під дією цієї сили електрони переміщуються зі збільшенням швидкості до зіткнення з будь-яким атомом речовини, внаслідок чого швидкість падає до нуля, і процес повторюється. Позначивши час між зіткненнями τ , тобто вважаючи V_0 і $V_\tau = a\tau$, для середньої швидкості руху електронів маємо

$$V = (V_0 - V_\tau)/2 = V_\tau/2 = (a\tau/2m)E. \quad (1.71)$$

Густина струму (1.66)

$$\vec{j} = \frac{e^2 n \tau}{2m} \vec{E} = \lambda \vec{E}, \quad (1.72)$$

де $\lambda = e^2 n \tau / 2m$ – питома електропровідність провідника, визначувана лише природою і станом його речовини. Обернена величина $\rho = 1/\lambda$ називається

питомим електричним опором. Співвідношення (1.72) виражає закон Ома в диференціальній формі, тому що характеризує стан середовища в одній точці.

З формули (1.72), на прикладі однорідного провідника з однаковим S і довжиною l , підставивши $j = I/S$, $\lambda = 1/\rho$, $E = U/l$, легко дістати

$$I = U/R \quad (1.73)$$

– закон Ома в інтегральній формі, де $R = \rho l/S$ – опір провідника, який вимірюється в омах (1 Ом = 1 В / 1 А). Опір металів збільшується зі зростанням температури відповідно до закону

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (1.74)$$

де ρ_0 – питомий опір при 0°C ; α – температурний коефіцієнт опору. Це збільшення зумовлене зменшенням α через зменшення τ (1.72), оскільки зі зростанням температури зростає швидкість теплового руху електронів V , а $\tau \sim 1/V$. За допомогою формули (1.73) можна визначити й опір провідників з неоднаковим перерізом по довжині. Для цього визначається залежність $I = f(U)$, яка називається **вольт-амперною характеристикою**, і з порівняння з (1.73) записується R . Визначимо, наприклад (див. рис. 1.7,б), опір витікання діелектрика циліндричного конденсатора. З (1.68) та (1.72) маємо

$$i = jS = SE/\rho. \quad (1.75)$$

В однорідних середовищах електричне поле, яке виникає при протіканні струму, в більшості практичних випадків збігається з електростатичним полем, тобто з тим полем, яке було б за тієї самої напруженості на електродах, а замість провідного середовища був би вакуум. Тому з (1.45) та (1.39)

$$E = \frac{dU}{dr} = \frac{U_0}{r \ln(b/a)}.$$

Підставивши цей вираз в (1.75) і врахувавши, що $S = 2\pi rl$, запишемо

$$i = \frac{U_0 2\pi l}{\rho \ln(b/a)},$$

звідки, з порівняння з (1.73)

$$R = \frac{\rho \ln(b/a)}{2\pi l}. \quad (1.76)$$

Оскільки концентрація вільних носіїв заряду в діелектриках дуже мала, то $R \sim \rho \sim 1/n$ дуже великий і струм через конденсатор практично дорівнює нулю. Якщо цю формулу застосувати до коаксіального кабелю, то за його великої довжини опір зменшується і струм витікання через діелектрик може стати помітним. Цікаво відзначити, що, як впливає з (1.53) та (1.76), добуток

$$RC = \rho \epsilon \epsilon_0 \quad (1.77)$$

від форми електродів не залежить, а визначається лише властивостями середовища поміж електродами. Це справедливо і в загальному випадку, якщо опір середовища поміж електродами набагато більший за опір самих електродів. Тому, знаючи величину ємності для конкретної системи (п. 1.10), неважко за (1.77) визначити величину R .

В техніці зв'язку часто над землею прокладають лише один провід, а за другий провід використовують землю, тобто в один бік струм тече по проводу, а в інший – по землі (рис. 1.19). Для цього на обох станціях в землю закопують металеві предмети.

Визначимо опір заземлення, користуючись викладеним вище методом і вважаючи, що предмети мають форму кулі з діаметром $2a$, причому відстань поміж кулями і глибина їхнього розташування набагато більша за $2a$. Потенціали куль відносно нескінченності (1.32)

$$U_{1\infty} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a} \text{ та } U_{2\infty} = \frac{-q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a},$$

а різниця потенціалів поміж ними $U = q / 2\pi\epsilon\epsilon_0 a$.

Напруженість поля у поверхні куль (1.8)

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2} = \frac{U}{2a}.$$

Сила струму через поверхню $S = 4\pi a^2$ кожної кулі (1.75)

$$i = \frac{U}{2\pi a} 4\pi a^2 = \frac{2\pi a}{\rho} U, \quad (1.78)$$

звідки

$$R = \rho / 2\pi a.$$

Таким чином, R залежить лише від радіусів куль і питомого опору землі біля куль, оскільки основна частина напруги падає на прилеглі до них шари землі, де густина силових ліній поля є максимальна. Для зменшення ρ кулі розміщують у сирих місцях.

Як відзначалося раніше, під дією електричних сил електрони в металі прискорюються і збільшують свою кінетичну енергію до моменту зіткнення з атомами. Після зіткнення кінетична енергія передається речовині провідника і переходить в тепловий рух атомів. Отже, при проходженні струму провідник нагрівається. Кінетична енергія, яку отримує один електрон за час t ,

$$\omega_1 = \frac{mv_\tau^2}{2} \frac{t}{\tau} = \frac{m}{2} \left(\frac{e\tau}{m} E \right)^2 \frac{t}{\tau} = \frac{e^2 \tau}{2m} E^2 t,$$

де v_τ – визначається (1.71); t/τ – число вільних пробігів електрона за час t .

Енергія, яка передається в одиницю часу одиниці об'єму провідника з концентрацією електронів n , дорівнює (1.72)

$$\omega = \frac{\omega_1 n}{t} = \frac{ne^2}{2m} \tau E^2 = \lambda E^2 = jE. \quad (1.79)$$

Ця формула виражає **закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі**.

В однорідному провіднику ($j = I/S$, $E = U/l$) енергія, яка передається всьому об'єму провідника $V = S \cdot l$ за час t , визначається як

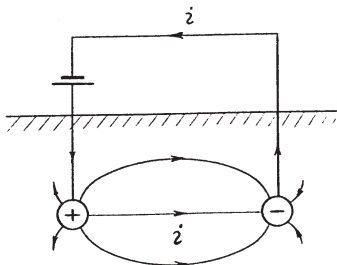


Рисунок 1.19 – Дія заземлення

$$A = \omega Vt = \frac{i}{S} \frac{U}{l} S l t = i U t = i^2 R t, \quad (1.80)$$

а потужність струму, тобто робота в одиницю часу,

$$p = A / t = IU. \quad (1.81)$$

Формула (1.80) є *законом Джоуля-Ленца в інтегральній формі*. За одиницю виміру потужності прийнято ват: $1 \text{ Вт} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ А}$.

Формулу (1.80) також можна здобути, якщо виходити із визначення напруги як $U = A / q$ оскільки $q = it$.

1.14. Електрорушійна сила

Якщо з'єднати провідником два протилежно заряджених тіла, наприклад обкладки конденсатора, то по провіднику буде протікати струм до тих пір, доки по всій системі не встановиться однаковий потенціал. При цьому значення E всередині провідників скрізь стає дорівнюваним нулю і струм припиняється. Таким чином, в системі, де діють лише електростатичні сили, напруга і струм зменшуються з часом до нуля.

Для підтримки струму постійної величини треба мати пристрій, який повертає би назад заряди, що перемістилися під дією електростатичного поля. Такі пристрої називають *джерелами струму*. Сили, які діють всередині джерела струму, називають *сторонніми силами*. В гальванічних елементах, наприклад, вони мають хімічну природу.

Розглянемо найпростіше замкнене коло, яке складається з опору R і джерела струму (рис. 1.20).

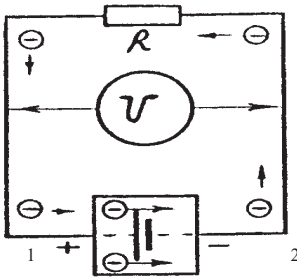


Рисунок 1.20 – Електричне коло з джерелом струму

Електрони в такому колі рухаються під дією електростатичних сил від точки 2 через опір R до точки 1. Всередині джерела сторонні сили мають безперервно перекидати електрони від точки 1 до точки 2, щоб підтримувати постійну різницю потенціалів на електродах і постійну величину струму в колі. Робота A , яку здійснюють сторонні сили всередині джерела, складається з роботи qU щодо подолання електростатичних сил (електрони відштовхуються від негативного електрода і притягуються до позитивного) і роботи щодо подолання електронами

внутрішнього опору r джерела струму:

$$r i^2 t = q i r, \quad A = qU + q i r.$$

Оскільки робота qU , здійснювана всередині джерела, компенсує втрати енергії у зовнішньому колі, то, використовуючи закон Ома для ділянки кола з опором R , дістанемо $qU = q i R$. Відповідно $A = q i R + q i r$, або $A/q = i(R + r)$. Відношення роботи, яку здійснюють сторонні сили при переміщенні заряду q всередині джерела струму, до величини цього заряду називається *електрорушійною силою* (ЕРС) джерела струму:

$$\varepsilon = i(R + r), \text{ або } i = \frac{\varepsilon}{R + r}. \quad (1.82)$$

Ця формула називається **законом Ома для замкнутого кола**. ε має розмірність напруги і вимірюється у вольтах.

Визначимо напругу U на зажимах джерела струму (див. рис. 1.20). За законом Ома, падіння напруги на опорі R дорівнює $U = R I$. Підставивши значення струму (3.82), матимемо

$$U = \varepsilon \frac{R}{R + r} = \varepsilon \left(1 - \frac{r}{R + r} \right) = \varepsilon - ir. \quad (1.83)$$

Формула (1.83) показує, що U залежить від співвідношення величин опорів зовнішнього кола R і джерела струму r .

При $R \gg r$, $U = \varepsilon$ має максимальне значення. Тоді говорять, що джерело працює в режимі генератора напруги. При зменшенні R зменшується і U . При $R \ll r$, $U \ll \varepsilon$ струм має максимальне значення (струм короткого замикання):

$$i_{\max} = \varepsilon / r. \quad (1.84)$$

В такому разі джерело працює в режимі генератора струму.

Для збільшення загальної напруги джерела струму можуть з'єднуватись послідовно (рис. 1.21). В такому разі $\varepsilon = \sum_i \varepsilon_i$ і $r = \sum_i r_i$. При паралельному

з'єднанні ЕРС не змінюється, а $1/r = \sum_i 1/r_i$,

як і при паралельному з'єднанні зовнішніх опорів. Зменшення результуючого внутрішнього опору r призводить до збільшення максимального струму (1.84).

У загальному випадку електричні кола можуть складатися не з одного (див. рис. 1.20), а з багатьох, пов'язаних один з одним замкнених контурів струму (рис. 1.22). Для ділянки кола, яка містить ЕРС (рис. 1.22,а), різницю потенціалів U_{12} на кінцях кола можна записати (1.28) як відношення роботи A_{12} електричних сил щодо переміщення заряду q з точки 1 в точку 2 до величини цього заряду:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q}.$$

Робота A_{12} складається з роботи $qi(R + r) = qiR_n$ на опорі всієї ділянки ($R_n = R + r$ – повний опір ділянки) і роботи, яка здійснюється електростатичними силами всередині джерела $q\varepsilon$, тобто $A_{12} = qiR_n \pm q\varepsilon$.

Остання робота є позитивна, якщо сторонні сили діють у напрямку руху зарядів, і негативна при зворотному русі зарядів. Отже,

$$U_{12} = A_{12} / q = iR_n \pm \varepsilon, \text{ або } i = (U_{12} \pm \varepsilon) / R_n. \quad (1.85)$$

Цей вираз називають **законом Ома для ділянки кола, яка містить джерело ЕРС**.

При практичному використанні формули (1.85) струм вважається позитивним, коли він спрямований від точки 1 до точки 2, а ЕРС вважається

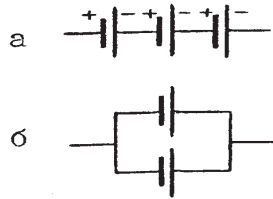


Рисунок 1.21 – Послідовне а) і паралельне б) з'єднання джерел струму

позитивною, якщо, переміщуючись від точки 1 до точки 2, ми проходимо джерело від негативного полюса до позитивного.

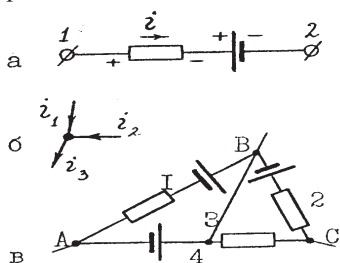


Рисунок 1.22 – Розгалужені кола

Для визначення струмів в різних ділянках розгалужених кіл користуються двома правилами Кірхгофа. Вважаємо, що в колі встановився стаціонарний стан, тобто струми і напруги з часом не змінюються. Виокремимо в колі який-небудь вузол (рис. 1.22,б), де з'єднуються провідники. Потенціал цього вузла має бути постійним, бо в іншому разі порушиться умова стаціонарності. Для виконання цієї

умови потенціалу вузла треба, щоби кількість зарядів, що вносяться до нього за одиницю часу, дорівнювала кількості зарядів, які виносяться, тобто стосовно до рис. 1.22,б: $i_1 + i_2 = i_3$ або $i_1 + i_2 - i_3 = 0$. Якщо приписати вхідним у вузол струмам один знак, а вихідним – протилежний, то в загальному випадку:

$$\sum i_i = 0. \quad (1.86)$$

Ця формула відбиває перше правило Кірхгофа: **алгебраїчна сума струмів, які протікають через вузол, дорівнює нулю.**

Друге правило Кірхгофа стверджує, що **в замкненому контурі алгебраїчна сума спадів напруги дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС джерела струму цього контуру:**

$$\sum i_i R_i = \sum \varepsilon_i. \quad (1.87)$$

Цей вираз є висновок формули (1.85). Наприклад, для трьох ділянок замкненого контуру (рис. 1.22,в) можна записати (1.85):

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_A - U_B = i_1 R_1 - \varepsilon_1; \\ U_B - U_C &= i_2 R_2 - \varepsilon_2; \\ U_C - U_A &= i_3 R_3 - \varepsilon_3. \end{aligned} \quad (1.88)$$

Склавши ліві й праві частини рівнянь, маємо, що сума лівих частин дорівнює нулю, отже й дістанемо (1.87). При користуванні другим правилом Кірхгофа зазвичай вибирається який-небудь напрямок обходу контуру і виконуються умови знаків. Ці умови стосовно (1.87) такі:

1) якщо напрямки струмів збігаються з напрямком обходу, то добутки $i_i R_i$ беруться зі знаком “плюс”;

2) якщо при обході джерела ЕРС струм проходить від знаку “мінус” до знаку “плюс”, то знак ε_i є позитивний.

Найчастіше при розрахунках кіл відомі лише величини R_i та ε_i , а величину й напрямок струмів треба визначити. Тому при складенні системи рівнянь (1.86) та (1.87) для кожної ділянки можна обрати довільний напрямок струму і вважати його за позитивний. Якщо після розв'язання рівнянь для даної ділянки маємо негативне значення струму, то це означає, що його реальний напрямок є протилежний до раніше обраного.

КОНТРОЛЬНІ ТЕСТИ

1. При втраті атомом електрона він стає:

- 1) позитивно зарядженим;
- 2) негативно зарядженим;
- 3) нейтральним.

2. При зміні якої величини сильніше змінюється сила взаємодії двох зарядів:

- 1) першого заряду;
- 2) другого;
- 3) чи відстані між ними.

3. Де напруженість електричного поля диполя більша:

- 1) вздовж довжини диполя;
- 2) у перпендикулярному напрямку;
- 3) вони однакові.

4. Поза яким зарядженим тілом напруженість електричного поля зменшується за законом $1/r^3$:

- 1) згідно із законом точкового заряду;
- 2) циліндра;
- 3) диполя.

5. При розміщенні заряду в діелектрику напруженість електричного поля біля нього:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

6. Де напруженість електричного поля більша:

- 1) усередині порожнистої сфери;
- 2) усередині порожнистого циліндра;
- 3) усередині плоского конденсатора.

7. Яка з цих формул визначає потенціал точки r між електродами плоского конденсатора:

1) $U = U_0 \frac{1/a - 1/r}{1/a - 1/b}$;

2) $U = U_0 \frac{r}{d}$;

3) $U = U_0 \frac{\ln(r/a)}{\ln(b/a)}$.

8. Яка формула визначає потенційну енергію двох однакових зарядів:

1) $\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q^2}{r}$;

2) $\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$;

3) $\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^3}$.

9. Якщо металеву праску зарядити, де буде максимальна напруженість електричного поля:

- 1) у гострого кінця;
- 2) у тупого кінця;
- 3) у середині.

10. Яка формула визначає ємність двох паралельно з'єднаних конденсаторів:

- 1) $1/C_0 = 1/C_1 + 1/C_2$;
- 2) $C_0 = C_1 + C_2$;
- 3) $C_0 = 1/C_1 + 1/C_2$.

11. Які два заряди притягуються:

- 1) два позитивні;
- 2) два негативні;
- 3) два різноіменні.

12. При розміщенні двох зарядів у діелектрику сила взаємодії:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) не змінюється.

13. У яких зарядів лінії напруженості електричного поля паралельні:

- 1) біля точкового заряду;
- 2) диполя;
- 3) у середині плоского конденсатора.

14. Поза яким зарядженим тілом напруженість електричного поля зменшується за законом $1/r$:

- 1) точкового заряду;
- 2) циліндра;
- 3) диполя.

15. Напруженість електричного поля в середині рівномірно зарядженої за об'ємом сфери зі зростанням r від центру:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

16. Як змінюється робота при переміщенні заряду в електричному полі при зростанні поля E :

- 1) зменшується;
- 2) не залежить від поля.

17. Еквіпотенційні лінії та лінії напруженості електричного поля:

- 1) паралельні;
- 2) перпендикулярні;
- 3) можуть бути під будь-яким кутом один до одного.

18. Якщо металеву праску зарядити, де буде мінімальна напруженість електричного поля:

- 1) у гострого кінця;
- 2) у тупого кінця;
- 3) у середині.

19. Яка формула визначає ємність двох послідовно з'єднаних конденсаторів:

- 1) $1/C_0 = 1/C_1 + 1/C_2$;
- 2) $C_0 = C_1 + C_2$;
- 3) $C_0 = 1/C_1 + 1/C_2$.

20. Сила взаємодії двох зарядів пропорційна:

- 1) r^{-1} ;
- 2) r^{-2} ;
- 3) r^{-3} .

21. Напруженість електричного поля біля заряду пропорційна:

- 1) r^{-1} ;
- 2) r^{-2} ;
- 3) r^{-3} .

22. Напруженість електричного поля біля диполя пропорційна:

- 1) r^{-1} ;
- 2) r^{-2} ;
- 3) r^{-3} .

23. Напруженість електричного поля у середині рівномірно зарядженого за об'ємом циліндра зі зростанням відстані від центру:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

24. Яка формула визначає силу взаємодії двох однакових зарядів:

1) $\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q^2}{r}$;

2) $\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$;

3) $\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^3}$.

25. Від якого параметра найбільше залежить електроємність двопровідної лінії:

- 1) відстані між провідниками;
- 2) їх діаметра;
- 3) довжини.

26. Чому дорівнює загальна ємність схеми з трьох однакових конденсаторів:

- 1) $2C/3$;
- 2) $3C/4$;
- 3) $3C/2$.



27. При розміщенні заряду і діелектрику напруженість електричного поля біля нього:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

28. Де напруженість електричного поля диполя більша:

- 1) вздовж довжини диполя;
- 2) у перпендикулярному напрямку;
- 3) вони однакові.

29. Поза яким зарядженим тілом напруженість електричного поля зменшується за законом $1/r^3$:

- 1) точкового заряду;
- 2) циліндра;
- 3) диполя.

30. Де напруженість електричного поля більша:

- 1) у середині порожнистої сфери;
- 2) у середині порожнистого циліндра;
- 3) у середині плоского конденсатора.

31. Яка формул визначає потенціал точки r між електродами плоского конденсатора:

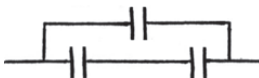
1) $U = U_0 \frac{1/a - 1/r}{1/a - 1/b}$;

2) $U = U_0 \frac{r}{d}$;

3) $U = U_0 \frac{\ln(r/a)}{\ln(b/a)}$.

32. Чому дорівнює загальна ємність трьох однакових конденсаторів C :

- 1) $2C/3$;
- 2) $3C/4$;
- 3) $3C/2$.



33. Напруженість електричного поля біля диполя пропорційна:

- 1) r^{-1} ;
- 2) r^{-2} ;
- 3) r^{-3} .

34. Де напруженість електричного поля диполя більша:

- 1) вздовж довжини диполя;
- 2) у перпендикулярному напрямку;
- 3) вони однакові.

35. Напруженість електричного поля всередині рівномірно зарядженого за об'ємом циліндра зі зростанням відстані від центру:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

36. Яка формул визначає потенціал точки r між електродами сферичного конденсатора:

1) $U = U_0 \frac{1/a - 1/r}{1/a - 1/b}$;

2) $U = U_0 \frac{r}{d}$;

3) $U = U_0 \frac{\ln(r/a)}{\ln(b/a)}$.

37. Чому дорівнює загальна ємність схеми з п'яти однакових конденсаторів:

- 1) $6C/5$;
- 2) $3C/4$;
- 3) $5C/3$.

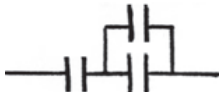


38. Електроємність провідника визначається:

- 1) зарядом у ньому;
- 2) його потенціалом;
- 3) його розмірами.

39. Чому дорівнює загальна ємність схеми з трьох однакових конденсаторів C :

- 1) $2C/3$;
- 2) $3C/4$;
- 3) $3C/2$.

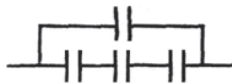


40. У яких зарядів лінії напруженості електричного поля паралельні:

- 1) біля заряду;
- 2) біля диполя;
- 3) у середині плоского конденсатора.

41. Чому дорівнює загальна ємність схеми з чотирьох однакових конденсаторів:

- 1) $3C/4$;
- 2) $2C/5$;
- 3) $4C/3$.



42. Напруженість електричного поля всередині рівномірно зарядженої за об'ємом сфери зі зростанням відстані від центру:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

43. Яка з формул визначає потенціал точки r між електродами циліндричного конденсатора:

- 1) $U = U_0 \frac{1/a - 1/r}{1/a - 1/b}$;
- 2) $U = U_0 \frac{r}{d}$;
- 3) $U = U_0 \frac{\ln(r/a)}{\ln(b/a)}$.

44. Еквіпотенційні лінії та лінії напруженості електричного поля:

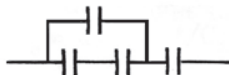
- 1) паралельні;
- 2) перпендикулярні;
- 3) можуть розташовуватися під будь-яким кутом один до одного.

45. При розміщенні двох зарядів у діелектрику сила взаємодії:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) не змінюється.

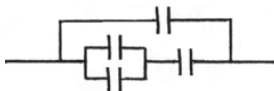
46. Чому дорівнює загальна ємність схеми з чотирьох однакових конденсаторів C :

- 1) $3C/4$;
- 2) $3C/5$;
- 3) $5C/3$.



47. Чому дорівнює загальна ємність схеми із чотирьох однакових конденсаторів:

- 1) $3C/5$;
- 2) $3C/4$;
- 3) $5C/3$.



2. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

2.1. Магнітне поле і магнітна індукція

Досліди показують, що провідники зі струмом взаємодіють один з одним. Взаємодія провідників зі струмом є подібна до дії струмів на магніти і магнітів на струми. Це доводить, що взаємодія провідників зі струмом здійснюється за допомогою магнітного поля. Так само, як електричний заряд утворює навколо себе електричне поле і за його допомогою діє на інший заряд, провідник зі струмом утворює навколо себе магнітне поле і за його допомогою діє на інший провідник зі струмом.

Слід відзначити, що нерухомі заряди утворюють навколо себе лише електричне поле, а магнітне поле утворюється лише рухомими зарядами. Таку саму роль, що виконує в електричних взаємодіях точковий заряд, в магнітних взаємодіях виконує елемент струму $i\vec{dl}$, де i – сила струму, \vec{dl} – вектор, який має довжину нескінченно малого відрізка проводу dl і напрямлений уздовж струму.

Основною характеристикою магнітного поля є магнітна індукція \vec{B} . Вона визначається силою, що діє на елемент струму, яка, згідно із встановленим дослідом законом Ампера, дорівнює

$$dF = i [\vec{dl} \cdot \vec{B}]. \quad (2.1)$$

Сила, що діє на весь провідник зі струмом, визначається підсумовуванням сил, які діють на його елемент dl . Для прямолінійного провідника зі струмом в однорідному магнітному полі

$$F = i [\vec{l} \cdot \vec{B}], \quad (2.2)$$

або, у скалярній формі,

$$F = i l B \sin \alpha. \quad (2.3)$$

Напрямок F легко визначити за відомим правилом лівої руки (рис. 2.1,а): **якщо напрямок струму збігається з витягнутими пальцями лівої руки і магнітні силові лінії входять перпендикулярно у долонь, то відігнутий у бік великий палець вкаже напрямок сили.**

Одиницею виміру магнітної індукції B в системі СІ є тесла (Тл). Згідно з (2.3), при розміщенні прямого проводу довжиною 1 м, яким тече струм 1 А перпендикулярно до вектора B , в магнітне поле з індукцією 1 Тл на провід діє сила 1 Н = 1 А·1 м·1 Тл, звідки 1 Тл = 1 Н/Ам.

Елемент струму утворює навколо себе власне магнітне поле, індукція якого визначається за здобутим з дослідів законом Біо-Савара-Лапласа

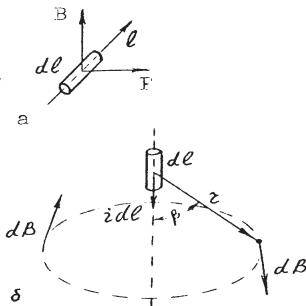


Рисунок 24.1 – Визначення напрямку сили, що діє на елемент струму а), і магнітної індукції елемента струму б)

$$d\vec{B} = K \frac{i[d\vec{l}\vec{r}]}{r^3}, \quad (2.4)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, проведений з елемента струму в дану точку; K – коефіцієнт пропорційності.

Напрямок $d\vec{B}$ визначається за правилом гвинта (рис. 2.1,б). Він збігається з напрямком руху кінця ручки гвинта з правою нарізкою, гвинт якого рухається у напрямку струму. У скалярному вигляді

$$dB = K \frac{idl}{r^2} \sin \beta. \quad (2.5)$$

Магнітну індукцію, яку утворює певний провідник зі струмом, можна визначити як суму $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$ магнітних індукцій, утворених усіма елементами струму.

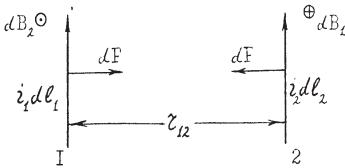


Рисунок 2.2 – Взаємодія двох елементів струму

Формули (2.1) та (2.4) визначають взаємодію двох елементів струму. Елемент струму 1 утворює магнітне поле з індукцією (рис. 2.2), яка визначається за формулою (2.5) dB_1 . У цьому полі на елемент струму 2 діє, згідно з (4.3), сила

$$dF = i_2 dl_2 dB_1 = K \frac{i_1 dl_1 \cdot i_2 dl_2}{r_{12}^2} \quad (2.6)$$

(синуси дорівнюють одиниці). Очевидно, що сила, яка діє на елемент 1, має таку

саму величину, але протилежний напрям.

В системі СІ значення коефіцієнта $K = \mu_0 / 4\pi$, де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Гн/м) – магнітна стала.

2.2. Напруженість магнітного поля

Так само, як електричне поле описується двома величинами \vec{E} і \vec{D} , для опису магнітного поля, крім \vec{B} , використовується і напруженість магнітного поля

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0. \quad (2.7)$$

Визначимо \vec{H} для двох найпростіших опорів струму. Всі елементи колового струму є перпендикулярні до радіуса-вектора (рис. 2.3,а), тому з (2.7) і (2.5)

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R^2} dl.$$

Повна напруженість поля у центрі кола

$$H = \frac{i}{4\pi R^2} \int dl = \frac{i}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{i}{2R}. \quad (2.8)$$

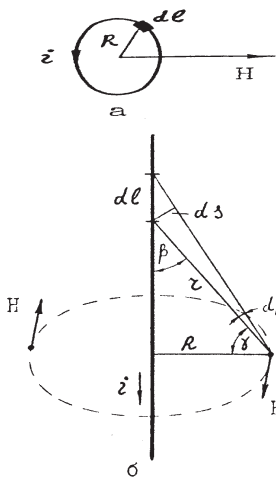


Рисунок 2.3 – Магнітне поле колового струму *a*) і прямого провідника зі струмом *б*)

Напрямок поля також знаходимо за правилом гвинта. При обертанні його ручки за напрямком струму в площині витка поступальний рух гвинта вкаже напрямок \vec{H} .

З (2.8) видно, що одиницею виміру H є 1 А/м.

Напруженість магнітного поля, утворюваного кожним елементом струму (2.5), (2.7), визначається як

$$dH = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{i}{r^2} dl \sin \beta. \quad (2.9)$$

Визначимо значення H біля прямого проводу, яким тече струм i (рис. 2.3,б).

З рисунка випливає, що

$$\frac{dl \sin \beta}{r} = \frac{dl \cos \gamma}{r} = \frac{ds}{r} = d\gamma, \text{ а } r = \frac{R}{\cos \gamma}.$$

Підставивши ці величини в (2.9) для повного нескінченного проводу, дістанемо

$$H = \frac{i}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \gamma d\gamma = \frac{i}{2\pi R}. \quad (2.10)$$

Коли відома напруженість магнітного поля біля провідника зі струмом, неважко визначити силу взаємодії двох провідників довжиною l ($l \ll R$). Підставимо в (2.2) значення $B = \mu_0 H = \mu_0 i_1 / 2\pi R$ і маємо

$$F = \mu_0 \frac{i_1 i_2}{2\pi R} l.$$

Напрямок сили визначається так само, як на рис. 2.2, тобто при однакових напрямках струмів провідники притягуються, а при протилежних – відштовхуються.

Напруженість магнітного поля навколо провідника зі струмом можна записати в іншому вигляді, якщо струм виразити через густину струму $i = j S$, а $j = n q v$.

Тоді

$$i l = j S l = N q v,$$

де n – концентрація електронів у провіднику; v – їхня швидкість; N – повне число електронів у відрізку проводу об'ємом Sl .

Напруженість поля, утворюваного одним електроном, що рухається ($N = 1$), визначимо, якщо підставимо в (2.9) і $l = q v$:

$$H = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{qv}{r^2} \sin \beta,$$

де r і β ті самі, що і на рис. 2.1,б. Ця формула є справедлива для магнітного поля, яке утворюють будь-які рухомі частинки, в тому числі й заряджені частинки у вакуумі. При визначенні напрямку H треба враховувати знак заряду, бо за напрямком струму приймається напрямок руху позитивних зарядів. Поміж двома зарядами, які рухаються (або пучками зарядів), також діють сили електричної взаємодії.

2.3. Лінії індукції магнітного поля. Магнітна напруга

Магнітні поля так само, як і електричні, графічно зображуються за допомогою ліній індукції, дотичні до яких збігаються з напрямком вектора \vec{B} . У кожній точці поля вектор \vec{B} має лише одне значення і напрямок, тому лінії індукції ніде не перетинаються. Відповідно до викладеного вище правила гвинта, лінії індукції прямого струму (рис. 2.4,а) являють собою концентричні кола навколо провідника. Густота ліній індукції, які перетинають одиницю поверхні, є пропорційна величині індукції магнітного струму. Відповідно, всередині колового струму (рис. 2.4,б) лінії проходять густіше, бо магнітні поля, утворені елементами струму, розташованими на протилежних частинах кола, у центрі додаються. На відміну від ліній електричного поля, які починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних, лінії індукції магнітного поля є безперервні і не мають ані початку, ані кінця. Такі поля називають *вихровими полями*.

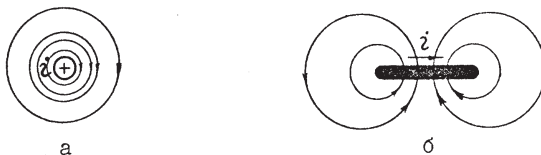


Рисунок 2.4 – Лінії індукції прямого (а) і колового (б) струму

За аналогією з електричною напругою, вводиться поняття *магнітної напруги уздовж контуру*

$$U_M = \int_L H_s ds, \quad (2.11)$$

де ds – елемент довжини контуру, H_s – проекція H на напрямок ds .

Розглянемо магнітну напругу вздовж контуру у полі прямого проводу (рис. 2.5).

Припустимо, що контур є частиною кола довжиною S , яка збігається з лінією індукції (штрихова лінія 1-2). У цьому випадку $H_s = H$ в кожній точці контуру однакова (2.10):

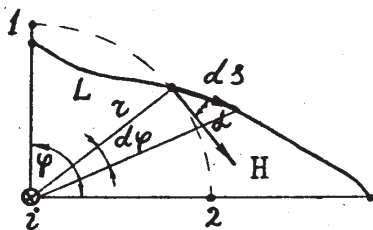


Рисунок 2.5 – До обчислення магнітної напруги

ліній індукції. В такому разі елемент dS завжди можна розкласти на складову, перпендикулярну до струму dS_1 , і складову, паралельну до струму dS_2 . Оскільки $HdS_2 = 0$ ($H \perp dS_2$), то це означає, що U_M уздовж dS таке саме, як уздовж dS_1 . Отже, магнітна напруга уздовж магнітного контура така сама, як і для проекції цього контура на площину, перпендикулярну до струму.

Для замкненого контура, охоплюючого провід зі струмом, $\varphi = 2\pi$ і

$$U_M = \oint H_s ds = i, \quad (2.13)$$

звідки випливає, що U_M вимірюється в амперах.

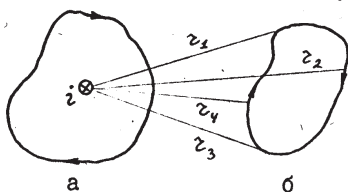


Рисунок 2.6 – Контур, охоплючий а) і неохоплюючий б) струм

замкненого контура дорівнює повній силі струму, який протікає через поверхню, обмежену цим контуром.

Якщо контур охоплює струм два рази (або n разів), то при обході контура кут змінюється на 4π . Отже, U_M буде в два рази (або в n разів) більше, ніж дістано з (2.12). Формула (2.12) дозволяє просто розрахувати H у багатьох практично важливих випадках.

$$U_M = \frac{i}{2\pi r} \int_s ds = \frac{i}{2\pi r} s = \frac{i}{2\pi} \varphi, \quad (2.12)$$

де $\varphi = S/r$ – кут, складений радіусами, приведеними у початок і кінець контура.

Для довільного контура L (в площині кола) магнітна напруга dU_M уздовж елемента dS дорівнює

$$dU_M = H_s ds = H \cos \alpha ds.$$

Оскільки $d\varphi = \cos \alpha ds / r$, то, інтегруючи по всьому контуру, дістанемо той самий вираз (2.12). Формула (2.12) є правильною і для контура, який не лежить у площині

Згідно з правилом гвинта, якщо напрямок поступального руху гвинта збігається зі струмом, то напрямок обертання ручки збігається з напрямком обходу контура (рис. 2.6,а). Неважко визначити, що для замкненого контура, який не охоплює струм (рис. 2.6,б), кут $\varphi = 0$ (при обході спочатку зростає, а потім зменшується), тому $U_M = 0$. Формула (2.13) дозволяє зробити висновок, що магнітна напруга уздовж

2.3.1. Тороїдна котушка і соленоїд

Коло, проведене навколо центра тороїда (рис. 2.7), охоплює струми усіх N витків котушки, тому $H 2\pi r = N i$, звідки

$$H = N i / 2\pi r = n i, \quad (2.14)$$

де n – число витків на одиницю довжини котушки.

Якщо діаметр витків тороїда набагато менший за r , то, вирізавши частину тороїда, дістанемо соленоїд, для якого також є правильна формула (2.14).

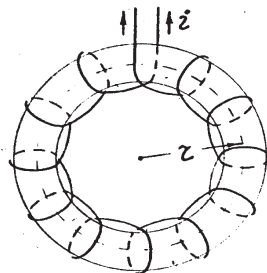


Рисунок 2.7 – Тороїдна котушка

2.3.2. Прямий довгий провід

Виберемо як замкнений контур, що охоплює проводом коло радіусом R з центром, що збігається з центром проводу. З (2.13) маємо

$$H = 2\pi n \cdot R = i,$$

що збігається з (2.10). У даному випадку формула для магнітного поля зовні проводу виводиться набагато простіше, ніж у п. 2.2.

При визначенні H всередині проводу струм через переріз зручніше виразити через густину $i = j 2\pi r^2$. Тоді для контура з радіусом r запишемо

$$H 2\pi r = j \pi r^2,$$

звідки

$$H = j r / 2 = i r / 2 \pi a^2, \quad (2.15)$$

де a – радіус проводу.

Отже, зі збільшенням r всередині проводу H зростає, а поза проводом – зменшується.

2.4. Магнітний момент струму. Контур зі струмом в магнітному полі

Обчислимо напруженість магнітного поля колового витка зі струмом на відстані d від його центра (рис. 2.8).

Кожний елемент струму, наприклад 1, створює у точці А магнітне поле dH_1 . Поля двох елементів, розташованих один напроти одного (1 і 2), додаються і утворюють поле dH , напрямлене уздовж осі, отже, саме туди напрямлене і результуюче поле H . Проекція

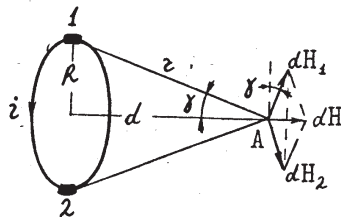


Рисунок 2.8 – Магнітне поле колового витка зі струмом

dH_1 на напрямок H визначається як

$$dH_1 = dH_2 \sin \gamma.$$

Оскільки $\sin \gamma = R/r$, то, використовуючи (2.9), при $\sin \beta = 1$ запишемо

$$dH_{1\alpha} = dH_1 \sin \gamma = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{idl}{r^2} \cdot \frac{R}{r} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{iR}{r^3} dl.$$

Загальне поле $H = \int dH_{1\alpha}$. Оскільки $\int dl = 2\pi R$, то

$$H = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{iR}{r^3} 2\pi R = \frac{i}{2\pi} \cdot \frac{\pi R^2}{r^3} = \frac{i}{2\pi} \cdot \frac{S}{r^3} = \frac{P_M}{2\pi r^3}, \quad (2.16)$$

де S – площа, що охоплюється струмом.

Величина $P_M = iS$ називається **магнітним моментом струму** за аналогією з електричним моментом диполя. У векторному запису

$$\vec{P}_M = iS\vec{n}, \quad (2.17)$$

де \vec{n} – одиничний вектор, направлений уздовж нормалі до S .

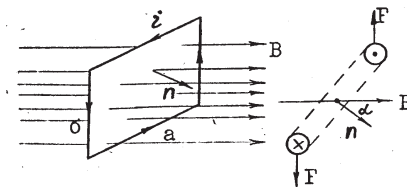


Рисунок 2.9 – Рамка зі струмом в магнітному полі: вид збоку a) і зверху b)

З (2.16) очевидно, що напруженість магнітного поля колового струму зменшується з відстанню пропорційно до r^3 , як і напруженість електричного поля диполя.

Якщо контур зі струмом розмістити у магнітному полі (рис. 2.9), то на його частині b діє сила, яка прагне поставити контур перпендикулярно до ліній B . Сили, які діють на

частини a , лише розтягують або стискають контур. Це є правильно для контура будь-якої форми. Оскільки магнітне поле контура, що визначається P_M , взаємодіє із зовнішнім полем B , то із загальних міркувань випливає, що діючий на контур момент пари сил $M = P_M B \sin \alpha$.

2.5. Робота в магнітному полі. Магнітний потік

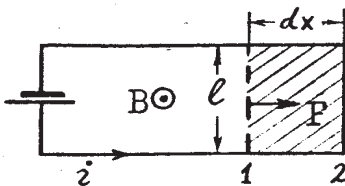


Рисунок 2.10 – Переміщення провідника зі струмом в магнітному полі

При переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі здійснюється робота. Нехай відрізок 1 (рис. 2.10) переміщується із положення 1 в положення 2. Механічна робота, що здійснюється при цьому,

$$dA = Fdx = iBdx = iBdS,$$

де F визначається за формулою (2.3), $dS = ldx$ – площа, перерізана провідником.

Якщо \vec{B} не є перпендикулярна до dS , то її завжди можна розкласти на дві

складові: B_n – перпендикулярну і B_l – паралельну dS . Робота сили, зумовленої B_l , дорівнює нулю, оскільки ця сила є перпендикулярна до dx . Тому

$$dA = iB_n dS. \quad (2.18)$$

Величину

$$d\Phi = B_n dS = B dS \cos \alpha \quad (2.19)$$

називають **магнітним потоком**, або потоком вектора магнітної індукції через площину dS , де α – кут поміж напрямком нормалі до площинки і \vec{B} . В однорідному полі потік через площинку S дорівнює $\Phi = B_n S$, а в неоднорідному – $\Phi = \int_S B_n dS$. Магнітний потік дорівнює повному числу ліній магнітної індукції, які проходять через дану поверхню. В системі СІ Φ вимірюється у веберах: $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2$.

З використанням магнітного потоку формулу (2.18) запишемо у вигляді

$$dA = i d\Phi, \quad (2.20)$$

тобто робота, здійснювана силами магнітного поля, є пропорційна збільшенню магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром зі струмом. При кінцевому переміщенні провідника

$$A = i (\Phi_2 - \Phi_1), \quad (2.21)$$

де Φ_2 – потік у кінці переміщення, а Φ_1 – на початку.

2.6. Рух заряджених частинок в електричному і магнітному полях

2.6.1. Сила Лоренца

Оскільки рухомі заряджені частинки утворюють електричний струм, то в магнітному полі на них діє сила, яка визначається (2.2), (2.3). Як показано в п. 2.2 $i l = qvN$, звідки сила, яка діє на прямолінійно рухомий в магнітному полі потік з N частинок, дорівнює

$$\vec{F} = qN[\vec{v}\vec{B}], \quad (2.22)$$

а на одну частинку

$$\vec{F}_l = q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (2.23)$$

Ця сила називається **силою Лоренца**, її напрямок визначається правилом лівої руки.

2.6.2. Ефект Холла

Розглянемо пластину з провідного матеріалу (рис. 4.11), струм через яку, зумовлений рухом позитивно заряджених частинок.

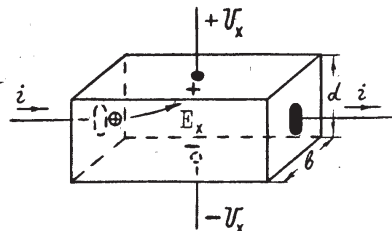


Рисунок 4.11 – Ефект Холла

Пластину розміщено у магнітному полі, напрямленому перпендикулярно до руху частинок. Сила Лоренца відхиляє заряди до верхньої грані (правило лівої руки), внаслідок чого їхня концентрація там збільшується, а в нижній грані зменшується. В результаті просторового розподілу зарядів E_x напрямлене від верхньої грані до нижньої. Це поле перешкоджає розподілу зарядів, і, як тільки утворювана ним сила дорівнюватиме силі Лоренца: $qE_x = vBd$, подальший розподіл зарядів припиняється. При такій рівновазі потік зарядів рухається через пластину не відхиляючись. Різниця потенціалів поміж верхньою і нижньою гранями пластини дорівнює

$$U_x = d E_x = vBd. \quad (2.24)$$

Її можна виміряти, якщо підімкнути вольтметр до двох поперечно розташованих металевих зондів. Явище виникнення поперечної ЕРС у провіднику, розташованому в магнітному полі, називається **ефектом Холла**, а U_x – відповідно **напругою Холла**. Підставимо в (2.25) значення швидкості, яка визначається за формулою для струму через пластину $i = jS = qvnS = qvndB$, маємо

$$U_x = \frac{1}{qn} \frac{iB}{b}, \quad (2.25)$$

де n – концентрація рухомих зарядів.

Якщо струм через пластину переноситься негативними зарядами, наприклад електронами, то при тому самому напрямку i та B сила Лоренца відхиляє електрони до верхньої грані. Це зумовлено тим, що, хоча швидкість електронів \mathbf{v} є протилежна швидкості руху позитивних зарядів (яка збігається з напрямком струму), знак заряду в (2.23) також є протилежний. Знак ЕРС Холла у провіднику з негативними носіями заряду є протилежний знаку ЕРС у провіднику з позитивними носіями заряду. Тому ефект Холла використовується на практиці для визначення знаку носіїв заряду, а також їхньої концентрації (2.25), особливо у напівпровідниках. При постійному струмі через пластину величина U_x визначається лише індукцією магнітного поля. Тому датчики ЕРС Холла широко застосовуються для вимірювання магнітної індукції. Вони виготовляються з напівпровідників, де n – мале, а, отже, значення U_x велике.

2.6.3. Рух заряджених частинок в електричному полі

На електрон, який рухається зі швидкістю v перпендикулярно до напрямку однорідного електричного поля (рис. 2.12), діє відхилююча сила $F = qE = ma$, звідки $a = qE/m$. Під дією цієї сили електрон на виході конденсатора відхиляється від осі на відстань $d = at^2/2$. Оскільки час прольоту через конденсатор $t = l/v$, то

$$d = \frac{qE}{2m} \cdot \frac{l^2}{v^2}. \quad (2.26)$$



Рисунок 2.12 – Рух електрона в електричному полі конденсатора

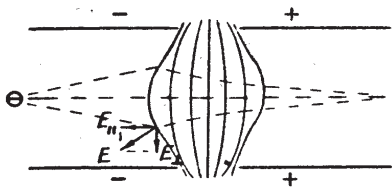


Рисунок 2.13 – Електростатична лінза

Ця формула є правильна для будь-яких значень l і d , отже, її можна записати і як

$$y = \frac{qE}{2m} \cdot \frac{x^2}{v^2}.$$

Тоді тангенс кута відхилення

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{qE}{mv^2} x. \quad (2.27)$$

Відхиляюча система у вигляді двох паралельних пластин використовується в електронно-променевих трубках. Неоднорідне електричне поле може бути використане для фокусування заряджених частинок. Розглянемо два металевих циліндри (рис. 2.13), між якими існує різниця потенціалів. Еквіпотенціальні поверхні у проміжку між ними вгнуті всередину циліндрів. Нехай у негативний циліндр входить розбіжний потік електронів. При

підході до проміжку на нижню частину потоку діє електричне поле \vec{E} , напрямлене перпендикулярно до еквіпотенціальної поверхні. Вектор \vec{E} можна розкласти на дві складові: \vec{E}_{\parallel} – паралельну до осі та \vec{E}_{\perp} – перпендикулярну до осі. Складові \vec{E}_{\parallel} прискорює електрони при пролітанні крізь проміжок, складові \vec{E}_{\perp} – відхиляє їх до осі циліндра (електрони негативні і прямують назустріч напрямку \vec{E}). Таким чином, проходячи ліву частину проміжку (відносно його середини), електрони відхиляються до осі циліндра, тобто фокусується вузький пучок. У правій частині проміжку еквіпотенціальні поверхні вигнуті у зворотний бік – відбувається розфокусування. Але, оскільки ліву частину електрони проходять повільніше, ніж праву (електрони прискорюються у проміжку), має перевагу ефект фокусування.

Така система використовується як електростатична лінза.

2.6.4. Рух заряджених частинок в магнітному полі

На частинку, яка потрапила в однорідне поле, напрямлене перпендикулярно до швидкості (рис. 2.14), діє сила $F_L = qvB$, яка завжди напрямлена також перпендикулярно до v (2.23). Ця сила не здійснює роботи і є доцентровою силою. Отже, частинка рухається по колу, радіус якого визначається із співвідношення

$$F_{\text{ц}} = m v^2 / r = q v B = F.$$

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad (2.28)$$

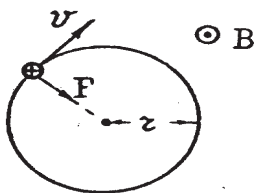


Рисунок 2.14 – Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі ($v \perp B$)

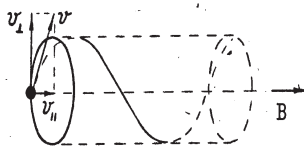


Рисунок 2.15 – Рух зарядженої частинки, напрямленої під кутом до B

Якщо для розгону частинки було використане електричне поле, то швидкість легко визначити із співвідношення

$$\frac{mv^2}{2} = qU.$$

Період обертання

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{q} \cdot \frac{1}{B} \quad (2.29)$$

не залежить від швидкості частинки, а визначається лише індукцією магнітного поля. Частота $\omega_c = 2\pi / T = qB / m$ називається **циклічною частотою**.

Якщо частинка рухається під кутом до B , то її швидкість v можна розкласти на дві складові v_{\perp} та v_{\parallel} . Рух зі швидкістю v_{\perp} , як показано вище, є рухом по колу (рис. 2.15).

На складову v_{\parallel} сила Лоренца не діє, а частинка просто переноситься уздовж напрямку B . Результируючий рух є спіраль з кроком гвинта

$$h = v_{\parallel} T. \quad (2.30)$$

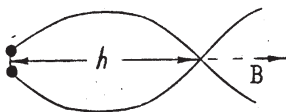


Рисунок 2.16 – Магнітне фокусування

Цікаво відзначити, що якщо дві частинки влітають в магнітне поле під однаковим кутом, але в різні боки відносно напрямку B (рис. 2.16), то через кожний крок h вони будуть зустрічатися на осі. Цей метод застосовується для магнітного фокусування частинок.

2.7. Електромагнітна індукція. Закон Ленца

Як показано в попередніх параграфах, електричні струми завжди утворюють навколо себе магнітне поле. Фарадей відкрив і зворотне явище, яке полягає в тому, що магнітне поле може викликати появу електричного струму. Воно дістало назву *електромагнітної індукції*.

Розглянемо дві розташовані поряд дротові котушки, одна з яких підімкнена до гальванометра, а друга – до джерела струму (рис. 2.17).

Дослід показує, що при будь-якому вимірюванні струму в котушці 2 (ввімкнення, вимкнення, зміна R) у котушці 1 виникає індукційний струм. Він також виникає і при переміщенні котушок одна відносно одної або при всуванні стрижня в котушку 2 і висуванні з неї. Однаковим у цих випадках є те, що змінюється магнітне поле, яке утворюється котушкою 2, в області котрого розташована котушка 1.

Аналогічну зміну магнітного поля в котушці 1 можна утворити простіше: всуваючи в неї або висуваючи з неї постійний магніт, що також призводить до виникнення в ній індукційного струму. Отже, індукційний струм виникає в будь-якому контурі, якщо змінюється число ліній індукції, що перетинають контур, тобто змінюється магнітний потік через нього.

Напрямок індукційного струму визначається за законом Ленца. Індуктивний струм напрямлений таким чином, що його дія є протилежна до дії причин, які викликали цей струм. Це означає, наприклад, що при зменшенні зовнішнього магнітного потоку через нерухомий контур у ньому виникає індукційний струм, напрямлений таким чином, що його магнітне поле підсилює цей потік, тобто напрямок зовнішнього магнітного поля і магнітного поля індукційного струму збігаються. Навпаки, при збільшенні зовнішнього потоку через контур напрямок магнітного поля індукційного струму протилежний до зовнішнього поля.

Індукційні струми в замкненому контурі виникають внаслідок появи в ньому ЕРС індукції. Аналізуючи результати дослідів, Максвелл встановив, що її величина

$$\varepsilon = -d\Phi / dt, \quad (2.31)$$

тобто ε є пропорційна швидкості зміни магнітного потоку Φ через контур. Знак “мінус” в (2.31) відповідає закону Ленца. Ця формула *називається основним законом електромагнітної індукції*. Оскільки, наприклад, в однорідному полі (див. п. 2.5) $\Phi = B_n S$, то зміна Φ може відбуватися або через зміну величини

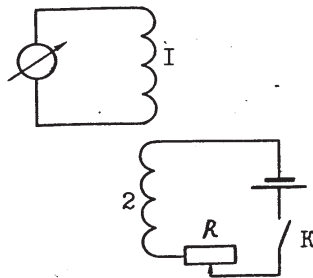


Рисунок 2.17 – До пояснення електромагнітної індукції

індукції магнітного поля B або через зміну проекції B_n на нормаль до поверхні контура, що відбувається при його русі.

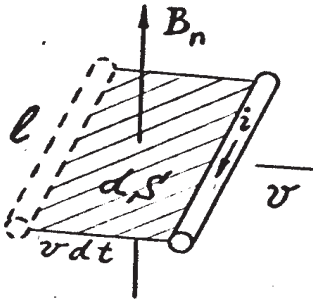


Рисунок 2.18 – Рух провідника в магнітному полі

Розглянемо прямолінійний провідник довжиною l , який рухається паралельно собі зі швидкістю v у магнітному полі (рис. 2.18). Він може входити до складу контура, решта частин якого є нерухомі. За час dt площа контура збільшиться на $dS = l v dt$. Відповідно до (2.19), $d\Phi = B_n l dt$, звідки (2.32) можна записати у вигляді

$$\varepsilon = B_n l v. \quad (2.32)$$

У зв'язку з тим, що Φ у даному випадку збільшується, то, за законом Ленца, індукційний струм напрямлений так, що його магнітне поле напрямлене проти B_n .

Формулу (2.32) можна використовувати для визначення ЕРС індукції на кінцях провідника, який рухається в магнітному полі Землі. Значення горизонтальної складової B_n у середніх широтах $0,2 \cdot 10^{-4}$ Тл (напрявлена з півдня на північ). Під час руху, наприклад автомобіля, із заходу на схід (або навпаки) зі швидкістю $v = 60$ км/г на кінцях його антени довжиною $1 \dots 2$ м виникає ЕРС $\varepsilon = 1$ нВ. Відповідна ЕРС поміж кінцями крил літака може бути в сотні разів більша.

Якщо замкнений провідний контур пронизується магнітним потоком Φ , який потім зменшується до нуля, за допомогою (2.31) можна визначити повний заряд q , що проходить через коло. Миттєве значення струму

$$i = \varepsilon / r = - (l / r) (d\Phi / dt),$$

де r – опір контура. Заряд, що пройшов,

$$q = \int i dt = - \frac{1}{r} \int_{\Phi}^0 d\Phi = \frac{\Phi}{r}. \quad (2.33)$$

Це співвідношення так само, як і (2.31), відбиває закон електромагнітної індукції, який було визначено Фарадеєм дослідним шляхом. Слід відзначити, що, якщо замкнений контур переміщується в однорідному магнітному полі паралельно до його ліній індукції, то Φ при цьому не змінюється і індукційні струми не виникають. В такому разі струми можуть виникнути лише при повороті контура відносно ліній коли, відбувається зміна B_n .

2.8. Самоіндукція. Індуктивність

Індукційні струми виникають за будь-яких змін магнітного потоку, який пронизує контур, у тому числі й потоку, утворюваного струмом, що протікає у самому контурі. Тому за будь-якої зміни сили струму в контурі в ньому

виникають додаткові індукційні струми, які називають *екстраструмами самоіндукції* (саме це явище називають *самоіндукцією*).

Схема для спостереження екстраструмів показана на рис. 2.19.

При замкненому ключі K через гальванометр і котушку L протікають струми i_1 та i_2 . Якщо розімкнути ключ, то магнітний потік Φ через котушку буде зменшуватись до нуля, тому в ній виникає екстраструм розімкнення i_e , напрямлений у той самий бік, що й i_2 , бо згідно із законом Ленца, він має перешкоджати зменшенню Φ , тобто магнітне поле, створюване екстраструмом i_e , має бути напрямлене в той самий бік, що й поле, утворюване первинним струмом i_2 . Оскільки екстраструм i_e проходить цілком через гальванометр, то при вимкненні K початковий струм i_1 через нього змінюється зустрічним струмом i_e , отже, стрілка гальванометра відхиляється у протилежний бік.

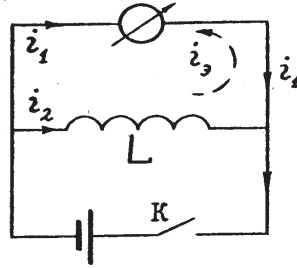


Рисунок 2.19 – До пояснення самоіндукції

При ввімкненні K в котушку виникає екстраструм замикання, який перешкоджає зростанню Φ , а отже, напрямлений назустріч струму i_2 . Однак його напрямок у колі гальванометра збігається зі струмом i_2 , і в такому разі електрострум є менш помітний.

Визначимо ЕРС індукції. Через те що магнітна індукція у котушці є пропорційна силі струму в ній (2.7), (2.14), а магнітний потік Φ через котушку є пропорційний B (2.19), можна записати

$$\Phi = L i, \quad (2.34)$$

де коефіцієнт пропорційності L називається *індуктивністю*. В системі СІ одиницею індуктивності L слугує генрі (Гн): індуктивність такого контура, в якому струм в 1 А утворює магнітний потік 1 Вб (1 Гн = 1 Вб/1 А).

Підставимо (2.34) у (2.31) і маємо, що ЕРС самоіндукції (для контура з L , що не залежить від струму)

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt}, \quad (2.35)$$

тобто ε є пропорційна швидкості зміни струму.

Для обчислення індуктивності будь-якого контура необхідно знайти залежність $\Phi = f(i)$, а L визначається за (2.34) як коефіцієнт пропорційності. Наприклад, магнітний потік через один виток соленоїда (2.7), (2.14), (2.19) дорівнює

$$\Phi_1 = BS = \mu_0 HS = \mu_0 (N/l) i S.$$

Повний потік через усі N витків

$$\Phi = \Phi_1 N = \mu_0 (N^2 / l) S i. \quad (2.36)$$

Із порівняння з (2.34) видно, що для соленоїда (без урахування спотворень поля на його кінцях)

$$L = \mu_0(N^2/l)S. \quad (2.37)$$

Аналогічно можна визначити індуктивність двопроводової лінії

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \left(1/2 + \ln \frac{d}{a} \right) l, \quad (2.38)$$

де a – радіус проводу, d – відстань поміж центрами проводів, l – їхня довжина.

Дослід показує, що індуктивність, наприклад соленоїда, залежить від властивостей середовища, в якому він перебуває. Оскільки практично все магнітне поле зосереджено всередині соленоїда, то L залежить лише від середовища всередині його. Так, всуваючи в соленоїд залізне осердя, можна впевнитися, що екстраструми (а отже, і L) збільшуються в багато разів. Магнітні властивості середовища характеризуються магнітною проникністю речовини, визначуваною як

$$\mu = L/L_0, \quad (2.39)$$

де L_0 – індуктивність контура у вакуумі, L – в даній однорідній речовині.

Зі зростанням L збільшується магнітний потік (2.34), який пронизує контур, а отже, і магнітна індукція в кожній точці поля. Тому формула (2.7) для середовища з магнітною проникністю μ перетворюється на

$$B = \mu \mu_0 H. \quad (2.40)$$

2.9. Вмикання й вимикання RL та RC кіл

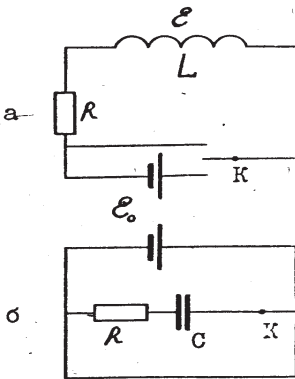


Рисунок 2.20 – Вмикання
й вимикання
 RL а) та RC б) кіл

Через те що екстраструми самоіндукції перешкоджають будь-яким змінам струму, при ввімкненні джерела струму їхній напрямок є протилежний до напрямку струму, утворюваного джерелом, а при вимкненні – збігається з ним. Це призводить до уповільнення процесів встановлення і зникнення струму. Розглянемо ці процеси на прикладі вмикання й вимикання RL кола (рис. 2.20,а).

Якщо ключ K перебуває у нижньому положенні, то в колі встановлюється струм $i_0 = \varepsilon_0/R_{\Pi}$. При перемкненні K у верхнє положення джерело відімкнеться і струм почне спадати до нуля. Якщо струм змінюється набагато повільніше,

ніж встановлюється електрична рівновага у колі, то миттєві значення струмів і напруг підпорядковуються всім законам постійного струму. Такі струми називаються *квазістаціонарними*. До них належать змінні струми практично всіх частот, навіть надвисокого діапазону частот (десятки ГГц). Для миттєвого

значення зменшуваного струму в момент часу t , якщо використати друге правило Кірхгофа, можна записати

$$Ri = \varepsilon = -L di / dt,$$

де ε – ЕРС самоіндукції. Поділивши змінні і позначивши $\tau_L = L/R$, матимемо

$$d/i = -dt/\tau_L. \quad (2.41)$$

Інтегрування дає

$$i = A \exp(-t/\tau_L).$$

Вважаючи, що початковий момент часу $t = 0$ після вимкнення $i = i_0$, визначаємо сталу інтегрування $A = i_0$. Отже, закон спадання струму після вимкнення джерела має вигляд

$$i = i_0 \exp(-t/\tau). \quad (2.42)$$

Як випливає з (2.42), стала часу τ є час, за який струм зменшується в $e = 2,7$ рази.

При перемиканні K в нижнє положення джерело вмикається – і починається процес встановлення струму. В такому разі (так само за другим правилом Кірхгофа)

$$R_{ni} = \varepsilon - \varepsilon_0 = \varepsilon_0 - L(di/dt),$$

де $R_n = R + r$ є повний опір кола, в який входить і опір r джерела струму.

Впровадивши нову змінну $U = Ir - \varepsilon$ дістанемо рівняння, аналогічне попередньому (2.41):

$$dU/U = -dt/\tau_L \quad (2.43)$$

з таким самим розв'язанням

$$U = A \exp(-t/\tau_L). \quad (2.44)$$

З початкової умови в момент ввімкнення ($t = 0$, $i = 0$, $U = -\varepsilon_0$) маємо $A = -\varepsilon_0$.

Тоді

$$U = iR_n - \varepsilon_0 \exp(-t/\tau_L),$$

звідки

$$i = i_0 [1 - \exp(-t/\tau_L)], \quad (2.45)$$

де $i_0 = \varepsilon_0/R_n$.

Таким чином, сила струму при ввімкненні джерела зростає від нуля ($t = 0$) до $i_0 (t \rightarrow \infty)$. Швидкість встановлення струму визначається тією самою сталою $\tau_L = L/R_n$, але в такому разі її величина зменшується.

Аналогічні процеси відбуваються при заряджанні та розряджанні конденсатора через опір R (рис. 2.20,б). При перемиканні ключа K у верхнє положення конденсатор C розпочне заряджатись. Використовуючи друге правило Кірхгофа для контура $\varepsilon_0 CR$, запишемо

$$R_n i + V = \varepsilon_0, \quad (2.46)$$

де $i = dq / dt$ – миттєве значення струму, $V = q/C$ – миттєве значення напруги на конденсаторі, $R_n = R + r$ – повний опір кола.

Підставимо в цю формулу значення $i = C (dV/dt)$, тоді

$$(dV/dt) + (V/R_n C) - (\varepsilon_0/R_n C) = 0.$$

Впровадивши нову змінну $U = V - \varepsilon_0$ і позначивши $\tau_c = R_n C$, дістанемо рівняння

$$dU/U = -dt/\tau_L,$$

аналогічне (2.43), яке має такий самий розв'язок (2.44). Стала A визначається з початкових умов: $t = 0$, $V = 0$, $U = \varepsilon_0$, звідки $A = -\varepsilon_0$. Повертаючись до змінної V , дістанемо, що напруга на конденсаторі після ввімкнення джерела зростає від нуля ($t = 0$) до ε_0 ($t \rightarrow \infty$) за законом

$$V = \varepsilon_0 [1 - \exp(-t/\tau_c)] \quad (2.47)$$

З (2.46) і (2.47) випливає, що сила струму, навпаки, має найбільше значення в початковий момент часу і прямує до нуля в процесі заряджання:

$$i = (-V + \varepsilon_0)/R_n = (\varepsilon_0/R_n) \exp(-t/\tau_c). \quad (2.48)$$

При перемкненні ключа K в нижнє положення (див. рис. 2.20,б) конденсатор розпочне розряджатися. З вихідних рівнянь для цього випадку $Ri = V$, $V = q/c$, $i = -dq/dt$ (струм тече у зворотний бік порівняно з попереднім випадком) маємо аналогічне (2.43) та (2.44) рівняння і його розв'язок:

$$dU/U + dt/\tau_L = 0, \quad V = A \exp(-t/\tau_L).$$

В момент ($t = 0$) початку розряджання $V = \varepsilon_0$, звідки $A = \varepsilon_0$. Отже, при розряджанні конденсатора через опір R напруга на ньому зменшується з часом за законом

$$V = \varepsilon_0 \exp(-t/\tau_L). \quad (2.49)$$

Оскільки $R_n > R$, то процес розряджання перебігає швидше, ніж процес заряджання.

2.10. Енергія магнітного поля струму. Взаємна енергія двох струмів

Визначимо роботу, здійснювану екстраструмами самоіндукції, наприклад при вимиканні струму. Робота, здійснювана за час dt , визначається як

$$dW = \varepsilon i dt = -L i di,$$

де ε визначається (2.35).

Оскільки струм зменшується від значення i до нуля, то повна робота

$$W = -\int_1^0 L i di = L i^2 / 2. \quad (2.50)$$

Згідно із законом збереження енергії, ця енергія запасається в контурі L при ввімкненні джерела струму (витрачається на встановлення струму) і вивільнюється при його вимкненні. Формулу (2.50) можна записати в іншому вигляді, якщо підставити в неї L конкретного контура. Так, для тороїда або соленоїда (2.37), (2.439)

$$L = \mu \mu_0 (N^2 / l^2) V,$$

де $V = Sl$ – його об'єм.

Тому

$$W = \mu\mu_0 (N^2 i^2 / 2l^2) V = \mu\mu_0 (H_0^2 / 2) V = \omega V, \quad (2.51)$$

де $H = Ni / l$, а $\omega = \mu\mu_0 (H^2 / 2)$ – об'ємна густина енергії.

Як зазначалося раніше, енергія зарядженого конденсатора також пропорційна об'єму поміж його обкладками, зайнятому електричним полем:

$$W = CU^2 / 2 = V\omega.$$

Таким чином, енергія електричного і магнітного полів є пропорційна об'єму V , зайнятому полем, отже, в цьому об'ємі вона й зосереджена. Енергія конденсатора визначається статичним розподілом нерухомих зарядів і відповідає потенційній енергії у механіці. Енергія контура зі струмом визначається силою струму (2.50), тобто залежить від швидкості руху зарядів, тому вона відповідає кінетичній енергії.

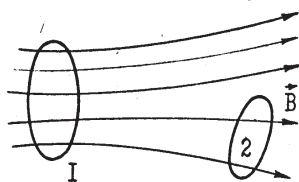


Рисунок 2.21 – Магнітний зв'язок двох контурів

Поміж різними контурами існує магнітний зв'язок. Він полягає в тому, що частина ліній індукції магнітного поля, утвореного одним контуром, буде проходити через інші контури і навпаки. Якщо, наприклад, у контурі 1 (рис. 2.21) протікає струм i_1 , то утворений ним магнітний потік Φ_1 буде пропорційним i_1 (2.34). Частина цього потоку Φ_{12} проходить через контур 2, отже, можна записати

$$\Phi_{12} = L_{12} i_1,$$

де коефіцієнт пропорційності L_{12} називається **взаємною індуктивністю контурів 1 і 2**.

При зміні струму i_1 змінюється і магнітний потік Φ_{12} через контур 2, що призводить до виникнення в ньому ЕРС індукції (2.35)

$$\varepsilon_2 = -d\Phi_{12} / dt = -L_{12} (di_1 / dt).$$

Навпаки, якщо в контурі 2 тече струм i_2 , то частина утвореного ним магнітного потоку проходить через контур 1:

$$\Phi_{21} = L_{21} i_2.$$

Зміна струму i_2 також призводить до зміни Φ_{21} та виникнення в контурі 1 ЕРС індукції

$$\varepsilon_1 = -d\Phi_{21} / dt = -L_{21} di_2 / dt.$$

Так само, як і L , взаємна індуктивність залежить від форми і розмірів контурів, а також від їхнього взаєморозташування. Взаємні індуктивності двох контурів при їхньому незмінному взаєморозташуванні завжди дорівнюють одна одній: $L_{21} = L_{12}$. Вони обчислюються аналогічно до L , тобто визначається залежність $\Phi_{12} = f(i_1)$, а L_{12} є коефіцієнтом пропорційності поміж ними (див. п. 1.8).

Енергію магнітного поля двох контурів зі струмом, наприклад тороїдних котушок, намотаних на один каркас (у вакуумі), визначимо за формулою (2.51), де $H = H_1 \pm H_2$ – напруженість сумарного поля:

$$\begin{aligned} W &= \mu_0 \frac{H^2 V}{2} = \mu_0 \frac{V}{2} (H_1^2 \pm 2H_1 H_2 + H_2^2) = \\ &= \mu_0 \frac{H_1^2 V}{2} + \mu_0 \frac{H_2^2 V}{2} \pm \mu_0 H_1 H_2 V = W_1 + W_2 \pm W_{12}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Згідно з (2.51), два перші доданки – це енергія магнітного поля струму контура 1 і контура 2. Останній доданок можна назвати взаємною енергією двох струмів. Оскільки для тороїда

$$H_1 = N_1 i_1 / l \text{ і } H_2 = N_2 i_2 / l,$$

то

$$W_{12} = \mu_0 H_1 H_2 V = \mu_0 N_1 i_1 N_2 i_2 V / l^2.$$

Оскільки $W_{12} \sim i_1 i_2$, то, за аналогією з W (2.50), запишемо

$$W_{12} = L_{12} i_1 i_2.$$

Звідси

$$L_{12} = \mu_0 (N_1 N_2 / l^2) V = \mu_0 (N_1 N_2 / l) S.$$

Відповідно, формулу (2.52) можна також подати у вигляді

$$W = (L_1 i_1^2 / 2) + (L_2 i_2^2 / 2) \pm L_{12} i_1 i_2. \quad (2.53)$$

Фізичний зміст взаємної енергії складається з того, що при збудженні струму в одному контурі його змінюваний магнітний потік утворює індукційний струм у пов'язаному з ним контурі, на що витрачається додаткова енергія.

2.11. Магнітне поле в речовині

Різні речовини в магнітному полі намагнічуються, тобто самі стають джерелами магнітного поля. Такі речовини називаються **магнетиками**. Причиною намагнічування є найдрібніші молекулярні струми в речовині. Так, атом складається з ядра та електронів, що рухаються по орбітах навколо нього, які й утворюють ці струми. Магнітні дії замкнених струмів характеризуються їхнім магнітним моментом $\vec{P}_m = i S \vec{n}$ (2.17). Якщо магнетик не є намагнічений, то молекулярні струми (а отже, і їхній \vec{P}_m) направлені в ньому безладно і їхня сумарна дія дорівнює нулю. У зовнішньому магнітному полі магнітні моменти молекулярних струмів частково або повністю орієнтуються за напрямком зовнішнього поля (рис. 2.22). Тому магнетик набуває магнітного моменту, який дорівнює векторній сумі \vec{P}_m .

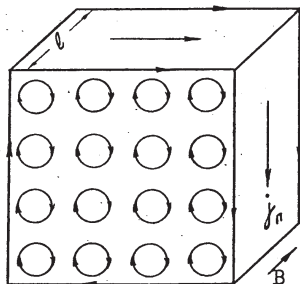


Рисунок 2.22 – Молекулярні струми у магнетика

Магнітний стан речовини прийнято характеризувати магнітним моментом одиниці об'єму речовини

$$\vec{J} = \sum \vec{P}_M / V, \quad (2.54)$$

який називається **намагніченість**. Тут V – фізично малий об'єм. На відміну від математично малого об'єму, він повинен бути мікроскопічно великим (містити велику кількість молекул), але малим макроскопічно, тобто на протязі його розмірів поле є практично постійне. При однорідному намагнічуванні вектор \vec{I} є однаковий в усіх точках магнетика. Поряд розташовані молекулярні струми напрямлені назустріч і

компенсують один одного. Залишаються лише струми, притичні до поверхні. Дія цих струмів є еквівалентна дії поверхневого струму, який обтікає намагнічений магнетик. Магнітний момент цього струму

$$i_n S = j_n l S = j_n V,$$

де S – площа перерізу магнетика, l – його довжина, V – об'єм, $j_n = i_n / l$ – лінійна густина поверхневого струму.

З іншого боку, з (2.54) той самий момент при однорідному намагнічуванні дорівнює IV . Прирівнявши ці вирази, маємо

$$I = j_n,$$

тобто намагніченість дорівнює лінійній густині поверхневого струму магнетика.

Визначимо напруженість магнітного поля всередині нескінченного магнетика, поміщеного в магнітне поле H_0 , наприклад всередину соленоїда. Для цього необхідно визначити H в порожнині всередині магнетика (рис. 2.23,а). Це поле складається з H_0 поля H_n , утворюваного поверхневими струмами i_n , і поля H_b , утворюваного струмами на внутрішній поверхні i_b (рис. 2.23,б):

$$H = H_0 + H_n + H_b.$$

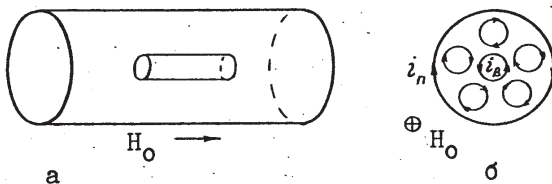


Рисунок 2.23 – До визначення H всередині магнетика

Поверхневі струми i_n по відношенню до внутрішньої порожнини є еквівалентні струмові у витках соленоїда, тому (див. (2.14))

$$H_n = ni = Ni/l = i_n/l = j_n.$$

Аналогічно, $H_B = j_B$. Через те що струми i_n та i_B рівні й протилежні за напрямком, то

$$H_n = -H_B, \text{ а } H = H_0. \quad (2.55)$$

Отже, напруженість магнітного поля всередині нескінченного магнетика, поміщеного у зовнішнє магнітне поле, дорівнює напруженості цього зовнішнього магнітного поля.

Величина магнітної індукції визначає силу, що діє на елемент струму в магнітному полі (див. п. 2.1). Якщо помістити такий елемент в магнетик, що знаходиться в однорідному зовнішньому магнітному полі, наприклад всередині соленоїда, на нього будуть діяти дві сили, зумовлені зовнішнім полем і полем магнетика, який намагнітився. Тому вектор B у магнетику буде складатися з вектора $B_0 = \mu_0 H$ зовнішнього поля, утворюваного струмом у котушці, та вектора $B_M = \mu_0 H_M$ власного поля магнетика, яке утворюється його поверхневими струмами. Оскільки $H_n = j_n = J$, то

$$B = \mu_0 H + \mu_0 J = \mu_0 (H + J). \quad (2.56)$$

В ізотропних магнетиках намагніченість пропорційна величині магнітного поля: $J = \chi H$, де коефіцієнт пропорційності χ називається **магнітною сприйнятливістю** даного магнетика. Підставивши цей вираз в (2.56) і порівнюючи з (2.40), дістанемо

$$B = \mu_0 (1 + \chi) H = \mu \mu_0 H, \quad (2.57)$$

де $\mu = 1 + \chi$ показує, у скільки разів B в магнетику більше за індуктивність зовнішнього магнітного поля. Відповідно сила, що діє на провідник зі струмом у магнетику, також у μ разів більша, ніж у вакуумі.

Розглянемо, як заломлюються лінії індукції магнітного поля на межі розділу двох середовищ 1 і 2 з різними магнітними проникностями μ_1 та μ_2 (рис. 2.24). Виріжемо прямокутний паралелепіпед з основою S , одна половина якого міститься в середовищі 1, а друга – в середовищі 2. Потoki магнітної індукції, утворювані нормальними складовими B через нижню і верхню грані, дорівнюють $\Phi_1 = B_{n1} S$ та $\Phi_2 = B_{n2} S$ (рис. 2.24,а). Вважаємо висоту паралелепіпеда за нескінченно малу і потоки через бічні грані дорівнюють нулю.

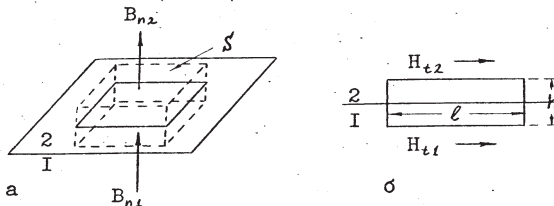


Рисунок 2.24 – До виведення межових умов для магнітного поля

У розділі “Електрика” сформульовано теорему Остроградського-Гаусса для електричного поля: потік вектора електричного зміщення через замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі всіх зарядів, розташованих всередині поверхні. Лінії магнітної індукції також безперервні, як і лінії електричного зміщення у просторі, де немає зарядів. Отже, для будь-якої замкненої поверхні число ліній індукції, які входять в неї, дорівнює числу ліній, які виходять, оскільки магнітних зарядів у природі не існує. Виходячи з цього, формулюється теорема Остроградського-Гаусса для магнітного поля: **потік магнітної індукції через замкнену поверхню завжди дорівнює нулю:**

$$\Phi_S = \int_S B_n dS = 0. \quad (2.58)$$

Застосувавши цю формулу до рис. 2.24,а, запишемо $B_{n1}S - B_{n2}S = 0$, звідки

$$B_{n1}S = B_{n2}S, \quad (2.59)$$

тобто нормальна складова магнітної індукції не змінюється (є безперервна). Оскільки $B_{n1} = \mu_1\mu_0 H_1$ і $B_{n2} = \mu_2\mu_0 H_2$, то

$$H_{11}/H_{12} = \mu_2/\mu_1,$$

а отже, H в різних середовищах відрізняються одна від одної.

Для визначення заломлення дотичних B і H виокремимо біля межі розділу прямокутний контур з нескінченно малою висотою h (рис. 2.24,б), одна половина якого міститься в середовищі 1, а друга – в середовищі 2. Магнітна напруга уздовж розглядуваного контура, визначається як $V_M = lH_{12} - lH_{11}$, згідно з (2.13), дорівнює силі струму, що охоплює контур. Але оскільки $h \rightarrow 0$, то і площа контура наближається до нуля, а отже, наближається до нуля і сила струму через цю площу, тобто $V_M \rightarrow 0$. Тому

$$H_{12} = H_{11}. \quad (2.60)$$

Отже, перетинаючи межу розділу двох середовищ, дотичні складові H не змінюються. Оскільки $B_{11} = \mu_1\mu_0 H_1$ і $B_{12} = \mu_2\mu_0 H_2$, то

$$B_{11}/B_{12} = \mu_2/\mu_1. \quad (2.61)$$

Таким чином, у середовищі з великою магнітною проникністю лінії індукції згущуються. Це положення ілюструє рис. 2.25.

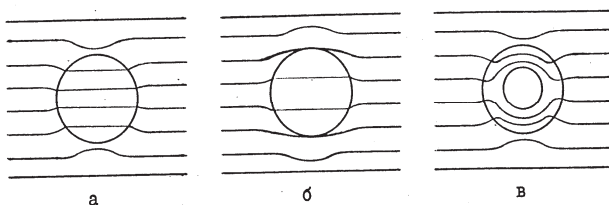


Рисунок 2.25 – Викривлення ліній магнітної індукції початково однорідного магнітного поля при розміщенні у ньому кулі з більшою μ а), меншою μ б) і циліндра з більшою μ в)

При розміщенні в магнітному полі порожнистого тіла, наприклад циліндра, з речовини з більшою магнітною проникністю, ніж оточуюче середовище, лінії індукції в тілі циліндра згущуються. Всередині порожнини, навпаки, густина ліній індукції зменшується, тобто магнітне поле послаблюється. Якщо порожнина заповнена повітрям, то магнітне поле в циліндрі з заліза послаблюється у сотні разів. Такий ефект використовується для створення магнітних екранів.

2.12. Магнітні властивості речовини

За своїми магнітними властивостями всі речовини поділяються на **діамагнетики**, для яких магнітна сприйнятливість $\chi < 0$ (а отже $\mu = 1 + \chi < 1$), і **парамагнетики**, для яких $\chi > 0$ ($\mu > 1$).

Речовина є **діамагнетиком**, якщо її атоми та молекули не мають власного магнітного моменту, бо магнітні моменти всіх електронів за відсутності магнітного поля взаємно скомпенсовані. При внесенні такої речовини у магнітне поле в електронній оболонці атома відбувається зміна швидкості руху електронів по орбітах, що є еквівалентне до появи додаткових індукованих колових струмів. Ці струми утворюють у кожному атомі індукований магнітний момент, напрямлений, згідно з правилом Ленца, супротив зовнішнього магнітного поля H . Тому вектор намагніченості $\vec{I} = \chi \vec{H}$ є також напрямлений назустріч \vec{H} , тобто $\chi < 0$. Приклади діамагнетиків: золото, мідь, срібло, вода тощо.

Атоми **парамагнетика** мають за відсутності магнітного поля певні магнітні моменти, наприклад, внаслідок непарної кількості електронів. Однак через тепловий рух вони орієнтовані безладно і сумарний магнітний момент речовини дорівнює нулю. У зовнішньому магнітному полі магнітні моменти встановлюються паралельно до поля H , тому напрямок виникаючої намагніченості збігається з напрямком поля H , отже, $\chi > 0$. Оскільки діамагнетизм є притаманний усім речовинам, незалежно від наявності магнітного моменту у атомів за відсутності зовнішнього магнітного поля, то в парамагнетиках намагніченість, яка зумовлена орієнтацією магнітних моментів атомів, значно перебільшує діамагнітний ефект. При зростанні зовнішнього магнітного поля \vec{H} намагніченість парамагнетика досягає насиченості, тобто всі елементарні магнітні моменти орієнтуються уздовж поля і подальше збільшення \vec{H} не призводить до зростання намагніченості. Оскільки тепловий рух атомів послаблює їхнє орієнтування в магнітному полі, то зі збільшенням температури χ зменшується $\chi \sim 1/T$ і насиченість намагніченості проходить при великих \vec{H} . До парамагнетиків належать алюміній, платина тощо.

Широке застосування в електротехніці знайшли феромагнетики, які належать до парамагнетичних речовин, але мають дуже великі значення μ (залізо – 5000...15000, нікель – 300).

У феромагнетиків значення B власного магнітного поля в багато разів перебільшує величину B_0 зовнішнього поля, тоді як у діамagnetиків і парамагнетиків $B \ll B_0$. Висока намагніченість феромагнетиків зумовлена дуже сильним орієнтуванням власних магнітних моментів електронів (електронних спінів) в атомах. Це орієнтування виникає в окремих областях, називаних **доменами**, незалежно від зовнішнього магнітного поля, тому домени намагнічені до насичення, відповідного до даної температури, вже без зовнішнього поля. Однак напрямки намагнічення в окремих доменах є різні і повний магнітний момент феромагнетика за відсутності зовнішнього поля дорівнює нулю. При ввімкненні зовнішнього магнітного поля зі зростанням \vec{H} в слабких полях відбувається поворот вектора намагніченості тих доменів, у яких кут між цим вектором і \vec{H} є великий, і їхнє злиття з доменами, у яких кут малий. По закінченні цього процесу увесь кристал стає намагніченим в одному напрямку. При подальшому збільшенні відбувається поворот сумарного вектора намагніченості до збігу з напрямком \vec{H} , після чого феромагнетик стає намагніченим до насиченості. Залежність індукції власного магнітного поля феромагнетика від напруженості зовнішнього поля показана на рис. 2.26.

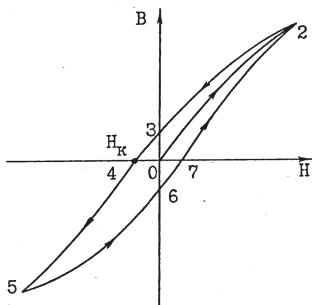


Рисунок 2.26 – Магнітний гістерезис

Якщо повністю розмагнічене феромагнітне тіло помістити у зовнішнє магнітне поле, то при зростанні його напруженості H значення індукції власного магнітного поля B зростає, наближуючись до насиченості по кривій 0–2. Оскільки магнітна проникність $\mu = B/\mu_0 H$, то припинення зростання B при збільшенні H означає, що на ділянці насичення μ зменшується зі зростанням H . При зменшенні H до нуля (крива 2–3) тіло зберігає залишкову намагніченість (відрізок 0–3), феромагнетик у цьому стані є постійним магнітом. Для повного розмагнічення тіла слід помістити його в магнітне поле H_K (точка 4) зворотного напрямку.

Напруженість H_K називається **затримуючою**, або **коерцитивною силою феромагнетика** і характеризує магнітні властивості речовини. При подальшому збільшенні зворотної напруженості тіло намагнічується по кривій 5–6 і т. д.

При циклічному перемагніченні залежність $B(H)$ зображується замкненою петлею 7-2-3-4-5-6-7, яка називається **петлею гістерезису**. Оскільки $B = \mu\mu_0 H$, то добуток BH має розмірність густини енергії (2.51). Тому площа петлі гістерезису є робота, що витрачається на подолання сил, які перешкоджають переорієнтації доменів при одному перемагніченні одиниці об'єму тіла. Ця робота, в кінцевому рахунку, збільшує теплову енергію тіла. Для зменшення

втрат на перемагнічення, наприклад в осердях трансформаторів, треба використовувати “магніто-м’які” феромагнетики, для яких H_K мала. Для утворення постійних магнітів застосовують “магніто-тверді” феромагнетики з великим значенням H_K .

Зі зростанням температури тепловий рух розорієнтовує вектори елементарних магнітних моментів в доменах і самочинна намагніченість доменів зникає. Тому при досягненні певної температури T_K (температури Кюрі) феромагнетик перетворюється на парамагнетик, тобто μ різко зменшується. Феромагнітні метали мають малий питомий опір, відповідно, в них великі втрати на вихрові струми у високочастотних електромагнітних полях (див. п. 2.13). Тому в основному вони застосовуються як осердя низькочастотних пристроїв (трансформатори, електродвигуни тощо) і постійних магнітів.

Окрім феромагнетиків, в електроніці широко використовуються ферити. В одній комірці феромагнетика (домени) всі елементарні магнітні моменти атомів напрямлені в один бік і утворюють певну намагніченість комірки. У феритах магнітні моменти сусідніх атомів напрямлені в протилежні боки, однак вони не є рівні за величиною і не компенсують один одного, тому комірка фериту також має намагніченість за відсутності магнітного поля. За своїми магнітними властивостями ферити є подібні до феромагнетиків: значення μ в них сягає 6000.

Ферити являють собою хімічні сполуки типу MeOF_2O_3 , де Me – іон двовалентного металу. На відміну від феромагнітних металів, вони мають великий питомий опір ($10^2 \dots 10^6$ Ом·см). Отже, втрати на вихрові струми у феритах, які перебувають у високочастотних електромагнітних полях, незначні. Тому феритові осердя з матеріалів з малою H_K широко застосовуються у високочастотних пристроях (антени, осердя контурів і трансформаторів, елементи пам’яті ЕОМ). Але низка феритів мають високе значення H_K і використовуються для виготовлення невеликих постійних магнітів. Феромагнітні матеріали широко використовуються в сучасній техніці для підсилення магнітних потоків та їхнього потрібного напрямку.

Сукупність тіл (магнітопроводів), через які проходять замкнені лінії магнітної індукції, називають **магнітним колом**.

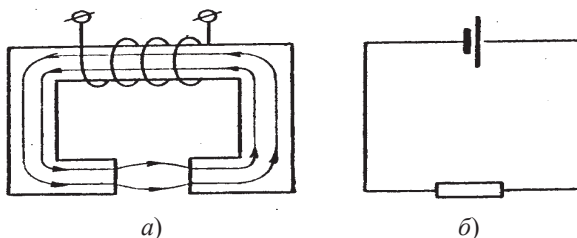


Рисунок 2.27 – Просте магнітне коло а) і його електричний аналог б)

Просте (нерозгалужене) магнітне коло, показане на рис. 2.27, містить ярмо перерізом S із матеріалу з магнітною проникливістю μ , в котрому є проміжок з проникністю μ_3 (повітряний або з іншого матеріалу). Котушка з числом витків N і струмом i утворює магнітний потік $\Phi = BS$, внаслідок безперервності ліній індукції однаковий у ярмі та у проміжку. Для середньої лінії індукції на основі (2.13) можемо записати

$$Hl + H_3 l_3 = Ni,$$

де H, H_3 – напруженість поля всередині ярма і всередині проміжку, а l, l_3 – довжини ярма і проміжку. Через те що $H = B / \mu \mu_0 = \Phi / \mu \mu_0 S$ і $H_3 = \Phi / \mu_3 \mu_0 S$, підставивши їх у першу формулу, маємо

$$\Phi = \frac{Ni}{l / \mu \mu_0 S + l_3 / \mu_3 \mu_0 S} = \frac{\varepsilon_M}{R_M}. \quad (2.62)$$

Ця формула є подібна до закону Ома для замкнутого кола (див. рис. 2.27) і, за аналогією, величину ε_M називають **магніторухійною силою**, а $R_M = r_M + r_{M3}$ – **повним магнітним опором кола** ($r_M = l / \mu \mu_0 S$, $r_{M3} = l_3 / \mu_3 \mu_0 S$ – магнітні опори ярма і проміжку). Величина ε_M вимірюється в амперах, а R_M – в А / Вб.

Формальна аналогія магнітних кіл з електричними колами дозволяє використовувати закони електричного струму для розрахунку магнітних кіл. При послідовному з'єднанні магнітопроводів їхній загальний опір дорівнює сумі опорів усіх магнітопроводів, а при паралельному з'єднанні загальний зворотний магнітний опір дорівнює сумі зворотних опорів магнітопроводів. Так само формуються правила Кірхгофа для розгалужених магнітних кіл.

Перше правило: сума всіх магнітних потоків, які входять у вузол розгалуження, дорівнює сумі усіх потоків, які виходять з нього, тобто алгебраїчна сума магнітних потоків, що проходять через вузол, дорівнює нулю ($\sum \Phi_K = 0$).

Друге правило: в замкнутому контурі, який містить k магнітопроводів і n намагнічувальних обмоток, $\sum \Phi_K r_{MK} = \sum \varepsilon_{MK}$.

Слід підкреслити, що аналогія поміж електричними і магнітними колами є чисто формальна, оскільки магнітних зарядів у природі не існує і в магнітному потоці не рухаються ніякі частинки. Крім того, оскільки μ залежить від H , то і магнітний опір залежить від Φ . А опір ділянок електричного кола від струму практично не залежить.

2.13. Взаємні перетворення електричних та магнітних полів

Як встановлено в п. 4.7, будь-яка зміна магнітного поля збуджує в замкнутому провідникові ЕРС індукції та індукційні струми. Навпаки, за будь-якої зміни електричного поля (а вона зумовлена зміною розподілу зарядів, тобто струмами) виникає магнітне поле. Таким чином, при зміні магнітного поля виникає змінюване магнітне поле, а зміна електричного поля веде до появи магнітного поля.

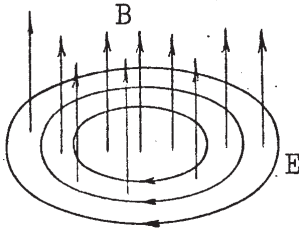


Рисунок 2.28 – Виникнення вихрового електричного поля при зростанні B

контур дорівнює нулю. Поле, яке виникає, має неперервні лінії напруженості, тобто є вихровим полем. Воно призводить до появи ЕРС індукції і викликає рух електронів у провідниках по замкнених траєкторіях. Так, якщо в площині ліній напруженості вихрового поля \vec{E} розмістити металевий лист, то в ньому виникнуть вихрові струми, направлені так само, як і \vec{E} (див. рис. 2.28). Роль бічних сил виконують тут сили вихрового електричного поля, а електрична напруга по замкнутому контуру не дорівнює нулю. Електрорушійна сила, що діє у будь-якому замкнутому контурі l , визначається як

$$\varepsilon = \oint E_l dl,$$

де E_l – проекція \vec{E} на напрямок dl . Прирівнявши її до (2.31), маємо

$$-d\Phi / dt = \oint_l E_l dl \quad (2.63)$$

– кількісний зв'язок поміж змінюваним магнітним полем та вихровим електричним.

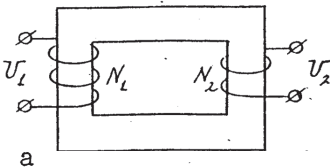


Рисунок 2.29 – Трансформатор

як правило, підмикаються до мережі змінного струму, а вторинної – до споживача. Змінний струм, який протікає у первинній обмотці, утворює в осердді змінюваний магнітний потік, котрий збуджує у вторинній обмотці ЕРС індукції. Згідно з законом Ома для ділянки кола з ЕРС, напруга на первинній обмотці з числом витків N_1 дорівнює

$$U_1 = r_1 i_1 - \varepsilon_1 = r_1 i_1 + N_1 d\Phi / dt,$$

На рис. 2.28 показано напрямок електричного поля, яке виникає при зростанні \vec{B} . Згідно з правилом Ленца, \vec{E} має бути напрямлене таким чином, щоб магнітне поле, яке утворюється індукційними струмами, перешкоджало зміні B , а отже, в такому разі було напрямлене назустріч B (правило гвинта).

Електричне поле, що виникає, не є електростатичним полем, лінії якого завжди є розімкнені (починаються на позитивних зарядах, а закінчуються – на негативних) і напруга по замкнутому

Одним з широко застосовуваних на практиці технічних пристроїв, які використовують вихрове електричне поле, є трансформатор. Він складається із замкнутого осердя з магніто-м'якого феромагнетика, на якому розташовані дві обмотки – первинна (вхід) і вторинна (вихід) (рис. 2.29). Кінці первинної обмотки,

де $\varepsilon_1 = N_1(d\Phi / dt)$ – ЕРС самоіндукції; $r_1 i_1$ – струм у обмотці та її опір. Відповідно, напруга на вторинній обмотці

$$U_2 = r_2 i_2 - \varepsilon_2 = r_2 i_2 + N_2 d\Phi / dt.$$

При великому опорі споживаючого кола, підімкненого до другої обмотки, струми є малі ($r_1 \ll \varepsilon$) і

$$U_2 / U_1 = N_2 / N_1 = K, \quad (2.64)$$

де K – коефіцієнт трансформації.

При збільшенні вихідного струму i_r , вихідна напруга U_2 зменшується. Залежно від співвідношення числа витків у обкладках трансформатор може або підвищувати, або зменшувати напругу. Як вторинна обмотка (вихід) може використовуватись частина витків первинної обмотки, такий трансформатор називається **автотрансформатором**. Один з його вихідних контактів можна зробити ковзаючим по обмотці, що дозволяє плавно змінювати вихідну напругу.

Вихрові струми виникають у будь-якому масивному провідникові, поміщеному у змінне магнітне поле (рис. 2.30,а). У трансформаторах вони призводять до розігріву і зниження ККД. Для зменшення вихрових струмів осердя виготовляють з тонких пластин, покритих ізолятором так, щоби ізолюючи прошарки перетинали лінії вихрових струмів (рис. 2.30,б).

Дію вихрових струмів можна наочно спостерігати при падінні мідної монети поміж полюсами постійного магніту. За правилом Ленца, власне магнітне поле вихрових струмів буде спочатку перешкоджати входженню монети у простір поміж полюсами, а потім перешкоджати її виходу, що виявляється у зменшенні швидкості падіння.

Роль вихрових струмів істотно зростає зі зростанням частоти зміни B та E (2.31) і (2.35). Наприклад, при протіканні змінного струму по провідникові вихрові струми виявляються в тому, що зі зростанням частоти збільшується нерівномірність протікання струму по перерізу і густина струму на поверхні збільшується, а на осі – зменшується, рис. 2.31 демонструє цей ефект, який називається **скін-ефектом**.

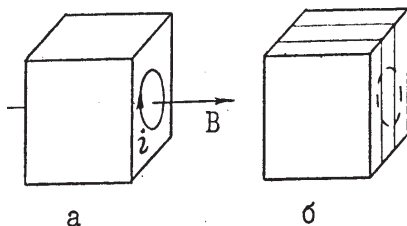


Рисунок 2.30 – Вихрові струми у провідному тілі а) та їхнє послаблення у провідникові з пластин б)

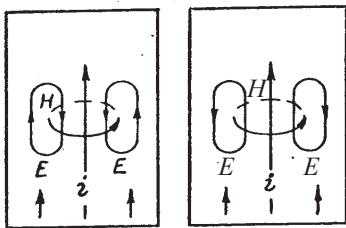


Рисунок 2.31 – Скін-ефект

Припустимо, що в певний момент струм через провідник збільшується ($\Delta i > 0$), що призводить до зростання утворюваного магнітного поля з індукцією B . Зростання B призводить до появи вихрового електричного поля E , магнітне

поле якого, за правилом Ленца, напрямлене назустріч B . Це поле ще вагомніше збільшує струм у поверхні і перешкоджає збільшенню струму на осі провідника. Якщо струм зменшується ($\Delta i < 0$), то поле E у поверхні ще більше зменшує i , а на осі перешкоджає зменшенню i .

В обох випадках вихрове поле E підсилює зміну струму на поверхні й послаблює зміну струму на осі провідника, а отже, змінний струм на поверхні збільшується, а на осі – зменшується. На високих частотах струм тече в основному в поверхневому шарі провідника, що є еквівалентно до зменшення його поперечного перерізу і збільшення опору. Для зменшення опору поверхню високочастотних провідів покривають тонким шаром високопровідного металу (зазвичай це срібло).

2.14. Струм зміщення. Рівняння Максвелла

Вивчаючи електромагнітні процеси, Максвелл встановив, що будь-яке змінне магнітне поле викликає вихрове електричне поле i , навпаки, всяке змінне електричне поле призводить до появи вихрового магнітного поля.

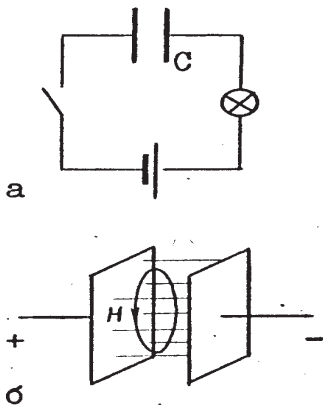


Рисунок 2.32 – Електричне коло з конденсатором а), виникнення струму зміщення б)

Розглянемо електричне коло, показане на рис. 2.32,а. При ввімкненні батареї лампочка короткочасно спалахує, а це значить, що за час заряджання конденсатора у колі протікає струм. В усталеному режимі (після заряджання конденсатора) лампочка не горить, що цілком природно, бо конденсатор розмикає коло, а постійний струм через розімкнене коло не проходить. Якщо замість джерела постійного струму ввімкнути джерело змінного струму, наприклад від мережі, то позитивні та негативні напівперіоди напруги будуть безперервно прямувати один за одним і конденсатор буде перезаряджуватися з частотою мережі.

Через те що інерційність процесу розжарення волоска лампочки є велика (порівняно з часом перезаряджання), то

спалахи лампочки при кожному перезаряджанні конденсатора зливаються один з одним і лампочка горить рівномірно. Отже, змінний струм може протікати і в розімкненому контурі.

Електричний струм в металевих провідниках зумовлений перенесенням електронів в електричному полі і називається **струмом провідності**.

В конденсаторі з діелектриком під час його заряджання відбувається поляризація діелектрика, зумовлена зміщенням зарядів у атомах та молекулах, причому під час перезаряджання (зміна знака напруги на обкладках)

змінюється і напрямок поляризації. Отже, при підімкненні конденсатора з діелектриком до джерела змінного струму напруги заряди в молекулах діелектрика коливаються близько положення рівноваги з частотою мережі. Такий рух носіїв заряду в діелектрику у змінному електричному полі називають **струмом зміщення**. Його величина визначається як $i_c = dq/dt$. Оскільки $q = \sigma S$ (S – поверхнева густина заряду на обкладках), а в конденсаторі $\sigma = D$, то

$$i_z = S(dD/dt) \text{ і } \bar{j}_z = d\bar{D}/dt, \quad (2.65)$$

де \bar{j}_z – густина струму зміщення, \bar{D} – діелектрична індукція (електричне зміщення).

Термін **струм зміщення** застосовують і в загальному випадку, наприклад щодо вакууму, де зарядів (і їхнього зміщення) немає. Під струмом зміщення тут розуміють змінне електричне поле, бо, наприклад, у конденсаторі з вакуумним проміжком (рис. 2.32,б) воно утворює таке магнітне поле, як і струм провідності в металевих проводах. Таким чином, на відміну від постійного струму, змінні струми можуть існувати і в розімкнених контурах. При цьому струми провідності в металевих провідниках замикаються струмами зміщення поміж їхніми кінцями (обкладками конденсатора).

Загальний змінний струм у колі запишемо як суму струму провідності i_n і струму зміщення:

$$i = i_n + i_c = i_n + S(dD/dt). \quad (2.66)$$

На відміну від (2.65), тут записано частину похідної, бо у загальному випадку D може залежати й від координат.

На ділянках кола з великою електропровідністю і на низьких частотах $i_n \gg i_z$. Навпаки, на ділянках кола з поганою електропровідністю (діелектрики) і на високих частотах (велике dD/dt) $i_n \gg i_z$. В залежності від того, зростає електричне поле ($dD/dt > 0$) чи зменшується ($dD/dt < 0$), напрямок i_z збігається з i_n або є протилежний до нього. Тому загальний струм (4.66) може бути як більшим, так і меншим i_n . Утворюване магнітне поле визначається в такому разі загальним струмом. Струм зміщення через поверхню провідника S можна записати як

$$i_z = \int_S j_z dS = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS = \frac{\partial}{\partial t} \int_S D dS = \frac{\partial N}{\partial t},$$

де N – потік вектора електричного зміщення через поверхню. Відповідно загальний струм $i = i_n + dN/dt$. Тоді формула (2.13) для магнітної напруги уздовж замкнутого контура набере вигляду

$$\oint_l H_l dl = i + (dN/dt). \quad (2.67)$$

Ця формула разом з формулою (2.63) дає

$$\oint_l E_l dl = -d\Phi/dt, \quad (2.68)$$

рівняння, які відбивають теорему Остроградського-Гаусса для електричного і магнітного полів

$$\oint D_{\Pi} dS = q \quad (2.69)$$

та

$$\oint B_{\Pi} dS = 0, \quad (2.70)$$

а також з формулами

$$B = \mu\mu_0 H, \quad D = \varepsilon\varepsilon_0 E, \quad j = \lambda E \quad (2.71)$$

складають систему рівнянь Максвелла в інтегральній формі для магнітного і електричного полів у провідних нерухомих середовищах.

2.15. Рівняння Максвелла в інтегральній формі

Рівняння Максвелла відіграють велику роль у сучасній фізиці. Можна вважати, що вся електродинаміка побудована на рівняннях Максвелла.

Слушно навести висловлювання відомого американського вченого Феймана про те, що коли б з деякої іншої цивілізації спостерігали за подіями на Землі, то війна за визволення США від Англії порівняно з формулюванням рівнянь Максвелла здавалася б їм кухонною сваркою (ці події відбувалися водночас).

Перш ніж перейти безпосередньо до формулювання рівнянь Максвелла, наведемо деякі положення з математики.

Передусім дамо означення поняття функції й оператора. Під **функцією** розумітимемо засіб, за допомогою якого, знаючи одне число, можна знайти інше. Наприклад, знаючи функцію (засіб) $y = x^2$, по одному числу $x = 1$ визначаємо інше: $y = 1$; $x = 2$, $y = 4$; $x = 3$, $y = 9$ тощо. Під **оператором** розумітимемо засіб, коли за однією функцією можна знайти іншу. Наприклад, нехай оператор буде d/dx . Тоді, знаючи $f = x^2$, знайдемо $y = 2x$; $f = e^x$, $y = e^x$; $f = e^{x^2}$, $y = 2x e^{x^2}$ тощо.

Далі для нас найважливішими будуть оператор Лапласа

$$\Delta = (d^2/dx^2) + (d^2/dy^2) + (d^2/dz^2) \quad (2.72)$$

і оператор набла

$$\bar{\nabla} = \bar{i}(d/dx) + \bar{j}(d/dy) + \bar{k}(d/dz). \quad (2.73)$$

В (4.73) \bar{i} , \bar{j} , \bar{k} – орти вздовж осей x , y , z .

Якщо оператором набла впливатимемо на скалярну величину φ , то здобудемо вектор \bar{B} :

$$\bar{\nabla}\varphi = \bar{i}(d\varphi/dx) + \bar{j}(d\varphi/dy) + \bar{k}(d\varphi/dz) = \bar{B}. \quad (2.74)$$

Цю рівність можна прочитати ще й так: \bar{B} є градієнт φ .

Якщо оператором набла впливатимемо скалярно на вектор \bar{A} , здобудемо

$$\bar{\nabla}\bar{A} = \bar{i}(dA_x/dx) + \bar{j}(dA_y/dy) + \bar{k}(dA_z/dz), \quad (2.75)$$

де A_x, A_y, A_z – проекції вектора \vec{A} на відповідні осі. Рівність (2.75) можна прочитати так: $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ є дивергенція \vec{A} .

Аналогічно вводиться вектор \vec{C} , який є векторним добутком набла на \vec{A} :

$$[\vec{\nabla} \cdot \vec{A}] = \vec{C}. \quad (2.76)$$

Цю рівність можна прочитати так: \vec{C} є ротор \vec{A} .

З поняттям оператора набла пов'язані дві важливі теореми.

1. Теорема Остроградського-Гаусса: інтеграл по замкненій поверхні від потоку вектора \vec{A} дорівнює інтегралу по об'єму дивергенції \vec{A} :

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{A} dV. \quad (2.77)$$

2. Теорема Стокса: інтеграл по замкнутому контуру вектора \vec{A} дорівнює інтегралу від ротора \vec{A} по поверхні, що охоплює цей контур:

$$\oint_l A_i dl = \oint_S [\vec{\nabla} \cdot \vec{A}] d\vec{S}. \quad (2.78)$$

Користуючись цими математичними теоремами, виведемо рівняння Максвелла в диференціальній формі. Ще раз підкреслимо, що рівняння Максвелла є узагальненням багатьох експериментальних фактів.

1. Закон повного струму (2.67) в інтегральній формі перепишемо таким чином

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = i_{\text{пр}} + i_3, \quad (2.79)$$

де струм провідності $i_{\text{пр}} = \int d\vec{S}$, а струм зміщення $i_3 = \int (d\vec{D}/dt) d\vec{S}$. Скористуємось теоремою Стокса:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \oint_S [\vec{\nabla} \cdot \vec{H}] d\vec{S} = \oint_S [\vec{j} + d\vec{D}/dt] d\vec{S}. \quad (2.80)$$

Оскільки межі інтегралів є довільні, рівність інтегралів буде забезпечена лише тоді, коли підінтегральні функції дорівнюють

$$[\vec{\nabla} \cdot \vec{H}] = \vec{j} + (d\vec{D}/dt). \quad (2.81)$$

2. Закон електричної індукції в інтегральній формі записується таким чином (див. 2.68):

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \int (d\vec{B}/dt) d\vec{S}. \quad (2.82)$$

В (2.82) враховано, що магнітний потік $\Phi = \int \vec{B} d\vec{S}$. Знову користуючись теоремою Стокса, запишемо

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \int_S [\vec{\nabla} \cdot \vec{E}] d\vec{S} = - \int (d\vec{B}/dt) d\vec{S}, \quad (2.83)$$

і, оскільки межі інтегралів є довільні, то підінтегральні функції рівні.

І, нарешті, через відсутність вільних магнітних зарядів маємо

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0, \\ [\vec{\nabla} \cdot \vec{E}] &= -d\vec{B}/dt \end{aligned} \quad (2.84)$$

3. Теорема Остроградського-Гаусса. Ця теорема є узагальненням закону Кулона (2.69)

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q, \quad (2.85)$$

де q – густина лише вільних електронних зарядів $\int \rho dV = q$ (q – густина зарядів). Скориставшись теоремою Остроградського-Гаусса і знов-таки беручи до уваги довільність меж інтегрування, маємо

$$\nabla \vec{D} = \rho. \quad (2.86)$$

Рівняння Максвелла мають бути доповненими рівняннями середовища

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (2.87)$$

Якщо скористатися цими рівняннями і вилучити з рівнянь вектори \vec{D} і $\vec{\nabla}$, дістанемо рівняння з чотирма невідомими. Для двох змінних \vec{E} і \vec{H} й дається система рівнянь. Насправді це не так, тому що система рівнянь Максвелла є системою в частинних похідних, розв'язується з точністю до довільних функцій. У випадку систем Максвелла рівняння для \vec{E} і \vec{H} містять довільні функції, а для їх віднайдення використовуються рівняння (2.84)...(2.86).

КОНТРОЛЬНІ ТЕСТИ

1. Яка формула визначає напруженість магнітного поля біля провідника зі струмом:

- 1) $H = \frac{i}{2R}$;
- 2) $H = \frac{i}{2\pi R}$;
- 3) $H = \frac{P}{2\pi r^3}$.

2. Напрямок магнітного поля в центрі кругового струму визначається за:

- 1) правилом лівої руки;
- 2) правилом правої руки;
- 3) правилом свердлика.

3. Заряджена частинка рухається по спіралі, якщо її швидкість:

- 1) паралельна вектору;
- 2) перпендикулярна до нього;
- 3) спрямовано під гострим кутом до нього.

4. У перший момент після підключення джерела постійного струму до котушки індуктивності струм через неї:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) він завжди однаковий.

5. У середовищі з меншою магнітною проникністю густина ліній магнітної індукції:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) не змінюється.

6. Що відбувається у металах при розміщенні їх в електричне поле:

- 1) перерозподіл за об'ємом вільних електронів;
- 2) перерозподіл іонів та молекул;
- 3) орієнтація по полю електричних моментів атомів та молекул.

7. Де напруженість магнітного поля більша:

- 1) біля прямого дроту;
- 2) у центрі кругового струму;
- 3) у центрі котушки провода.

8. Від якого розміру провідника залежить е.р.с. Холла:

- 1) довжини провідника;
- 2) відстані між холівськими електродами;
- 3) ширини провідника вздовж напрямку B .

9. При збільшенні струму, напрямок магнітного поля індукційного струму:

- 1) збігається з B ;
- 2) протилежний йому.

10. Постійна часу якого ланцюга зменшується зі зростанням опору:

- 1) RC -ланцюга;
- 2) RL -ланцюга.

11. Яка формула визначає напруженість магнітного поля в центрі кругового струму:

- 1) $H = \frac{i}{2R}$;
- 2) $H = \frac{i}{2\pi R}$;
- 3) $H = \frac{P}{2\pi r^3}$.

12. Два провідники зі струмами, що протікають в одному напрямку:

- 1) притягуються;
- 2) відштовхуються;
- 3) не взаємодіють.

13. Магнітне поле не діє на рух зарядженої частинки, якщо її швидкість:

- 1) паралельна вектору;
- 2) перпендикулярна до нього;
- 3) спрямована під гострим кутом до нього.

14. У перший момент після відключення джерела постійного струму, струм через конденсатор:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) він завжди однаковий.

15. Які речовини мають негативну магнітну сприйнятливість:

- 1) діамагнетики;
- 2) парамагнетики;
- 3) феромагнетики.

16. Що відбувається в діелектриках при розміщенні їх в електричному полі:

- 1) перерозподіл за об'ємом вільних електронів;
- 2) перерозподіл іонів та молекул;
- 3) орієнтація по полю електричних моментів атомів та молекул.

17. Рамка зі струмом в магнітному полі прагне стати своєю площиною:

- 1) паралельно лініям індукції;
- 2) перпендикулярно їм;
- 3) під кутом 45° .

18. Від якої величини сильніше залежить кут відхилення електрона при прольоті його через конденсатор:

- 1) напруженості електричного поля;
- 2) маси електрона;
- 3) його швидкості.

19. При зменшенні величини магнітного поля, напрям індукційного струму:

- 1) збігається з напрямком;
- 2) протилежний йому.

20. Постійна часу якого ланцюга збільшується зі зростанням опору:

- 1) RC -ланцюга;
- 2) RL -ланцюга.

21. Яка формула визначає напруженість магнітного поля на осі кругового струму:

- 1) $H = \frac{i}{2R}$;
- 2) $H = \frac{i}{2\pi R}$;
- 3) $H = \frac{P}{2\pi r^3}$.

22. У яких одиницях вимірюється магнітне напруження:

- 1) у кулонах;
- 2) амперах;
- 3) вольтх.

23. Е.р.с. індукції в металевому кільці максимальна, якщо вектор направлений:

- 1) паралельно площині кільця;
- 2) перпендикулярно до площини;
- 3) під гострим кутом до неї.

24. Енергія, запасена в котушці, індуктивності пропорційна:

- 1) i^2 ;
- 2) U^2 ;
- 3) R^2 .

25. Які речовини мають найбільше значення μ :

- 1) діамагнетики;
- 2) парамагнетики;
- 3) феромагнетики.

26. Які правила використовуються для визначення напрямку вихрових струмів:

- 1) правило Ленца;
- 2) правило буравчика;
- 3) обидва правила.

27. Момент пари сил, що діють на рамку зі струмом у магнітному полі:

- 1) із зростанням площі рамки зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) не змінюється.

28. Якщо частинка влітає в магнітне поле під гострим кутом, то радіус її обертання визначається:

- 1) U ;

- 2) $U \perp$;

- 3) $U \parallel$.

29. При підключенні індуктивності до джерела струму екстраструм самоіндукції спрямований:

- 1) у той самий бік, як і струм від джерела;
- 2) чи навпаки.

30. При порівнянні електричного та магнітного ланцюгів, що є аналогом струму в магнітному ланцюгу:

- 1) напруженість магнітного поля;
- 2) його індукція;
- 3) чи магнітний потік.

31. Напрямок магнітного поля біля провідника зі струмом визначається:

- 1) за правилом лівої руки;
- 2) за правилом правої руки;
- 3) за правилом буравчика.

32. Заряджена частка рухається по колу:

- 1) якщо її швидкість паралельна вектору;
- 2) перпендикулярна до нього;
- 3) спрямована під гострим кутом.

33. Від якої величини найсильніше залежить індуктивність котушки дроту:

- 1) довжини котушки;
- 2) площі її перерізу;
- 3) від кількості витків у ній.

34. У середовищі з більшою магнітною проникністю густина ліній магнітної індукції:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) не змінюється.

35. Які речовини використовуються для створення постійних магнітів:

- 1) діамагнетики;
- 2) парамагнетики;
- 3) феромагнетики.

36. При протіканні змінного струму по провіднику зі зростанням частоти щільність струму біля поверхні:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) є однаковим по всьому перерізу провідника.

37. Електроди для вимірювання е.р.с. Холла розташовуються:

- 1) вздовж ліній струму;
- 2) вздовж напрямку ліній індукції;
- 3) перпендикулярно їм.

38. Період обертання, частинки у поперечному магнітному полі визначається:

- 1) її швидкістю;
- 2) радіусом обертання;
- 3) індукцією магнітного поля.

39. Е.р.с. самоіндукції визначається:

- 1) струмом через індуктивність;
- 2) зміною струму.

40. Через конденсатор може протікати:

- 1) лише постійний струм;
- 2) лише змінний струм;
- 3) обидва струми.

41. Напрямок магнітного поля у центрі кругового струму визначається:

- 1) за правилом лівої руки;
- 2) за правилом правої руки;
- 3) за правилом буравчика.

42. Заряджена частинка рухається по спіралі, якщо її швидкість:

- 1) паралельна вектору B ;
- 2) перпендикулярна до нього;
- 3) спрямовано під гострим кутом до нього.

43. У перший момент після підключення джерела постійного струму до котушки індуктивності струм через неї:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) він завжди однаковий.

44. У середовищі з меншою магнітною проникністю густина ліній магнітної індукції:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) не змінюється.

45. Що відбувається в діелектриках при розміщенні їх в електричному полі:

- 1) перерозподіл за обсягом вільних електронів;
- 2) перерозподіл іонів та молекул;
- 3) орієнтація по полю електричних моментів атомів та молекул.

46. Рамка зі струмом у магнітному полі прагне стати своєю площиною:

- 1) паралельно лініям індукції;
- 2) перпендикулярно їм;
- 3) під кутом 45° .

47. Від якої величини сильніше залежить кут відхилення електрона при прольоті через конденсатор:

- 1) напруженості електричного поля;
- 2) маси електрона;
- 3) його швидкість.

48. При зменшенні B напрямок магнітного поля індукційного струму:

- 1) збігається з напрямком;
- 2) протилежно йому.

49. Які правила використовуються для визначення напрямку вихрових струмів:

- 1) правило Ленца;
- 2) правило буравчика;
- 3) обидва правила.

50. Е.р.с. індукції в металевому кільці максимальна:

- 1) якщо вектор направлений паралельно площині кільця;
- 2) перпендикулярно до площини;
- 3) під гострим кутом до неї.

51. Коефіцієнт трансформації визначається:

- 1) магнітною проникністю осердя трансформатора;
- 2) його поперечним перерізом;
- 3) кількістю витків у його обмотках.

52. Робота з переміщення провідника зі струмом у магнітному полі визначається:

- 1) магнітним потоком;
- 2) його зміною.

53. При відключенні індуктивності від джерела струму екстраструм самоіндукції спрямований:

- 1) у той самий бік, як і струм від джерела;
- 2) чи навпаки.

54. При протіканні змінного струму по провіднику із зростанням частоти щільність струму біля поверхні:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) є однаковим по всьому перерізу провідника.

55. Електроди для вимірювання е.р.с. Холла розташовуються:

- 1) вздовж ліній струму;
- 2) вздовж напрямку ліній індукції;
- 3) перпендикулярно їм.

56. Період обертання частинки у поперечному магнітному полі визначається її:

- 1) швидкістю;
- 2) радіусом обертання;
- 3) індукцією магнітного поля.

57. Е.р.с. самоіндукції визначається струмом:

- 1) через індуктивність;
- 2) зміною струму.

58. Через конденсатор може протікати лише:

- 1) постійний струм;
- 2) змінний струм;
- 3) обидва струми.

3. КОЛИВАННЯ

3.1. Гармонічні механічні коливання та їх характеристики

Коливальні процеси – це процеси, при яких система періодично відхиляється від стану рівноваги в одну чи іншу сторону. Найпростішою коливальною системою є пружинний маятник, тобто вантаж, що підвішений на пружині (рис. 3.1).

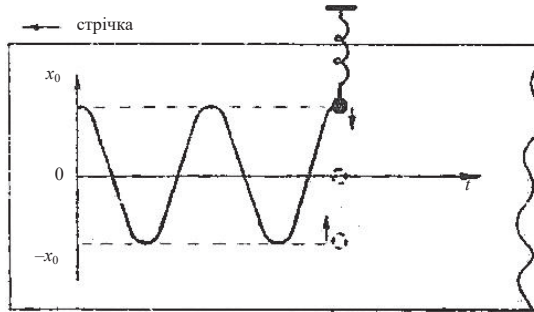


Рисунок 3.1

Якщо підняти вантаж нагору, а потім опустити, то він коливатиметься у вертикальному напрямку щодо положення рівноваги. Закріпивши на вантажі олівець і протягаючи у горизонтальному напрямі паперову стрічку, отримаємо на стрічці запис коливального процесу, тобто залежність координати вантажу x від часу:

$$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (3.1)$$

де x_0 – амплітуда коливання (модуль максимального зміщення) від положення рівноваги); $\varphi = \omega t + \varphi_0$ – фаза; φ_0 – початкова фаза; ω – циклічна частота.

Коливання, що описуються функцією синуса чи косинуса, називаються *гармонійними*. Коливання не затухають, якщо амплітуда не змінюється з часом. Початкова фаза визначає величини x , що не коливається, в початковий момент часу $t = 0$. У цьому випадку (див. рис. 3.1) при $t = 0$ $x = x_0$ і $\varphi = \varphi_0$, тому (3.1) спрощується: $x = x_0 \cos \omega t$. Однак цей процес можна описати і функцією синусу:

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (3.2)$$

якщо рахувати $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, так як $x = x_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = x_0 \cos \omega t$. Отже, будь-яке

гармонійне коливання можна записувати у вигляді (3.1), або у вигляді (3.2), оскільки різниця між ними тільки в початковій фазі.

Періодом коливання називається найменший час, після якого всі величини, що характеризують коливання, набувають початкового значення. При гармонійному коливанні (див. рис. 3.1) за період T фаза змінюється на 2π , отже

$$[\omega(t+T) + \varphi_0] - [\omega t + \varphi_0] = 2\pi, \quad (3.3)$$

звідки $\omega = \frac{2\pi}{T}$ або $\omega = 2\pi\nu$, де $\nu = \frac{1}{T}$ – частота коливань, а ω називається також круговою частотою.

Величина ν вимірюється в герцах (герц – одне коливання в 1 с), а ω дає кількість коливань за 2π с.

Коливання (3.1), (3.2) можна зображати за допомогою векторних діаграм як проекцію вектора, що рівномірно обертається, довжиною x_0 (рис. 3.2) на вісь x .

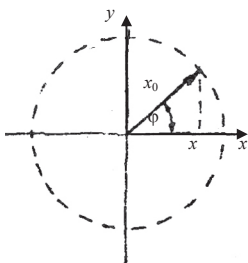


Рисунок 3.2

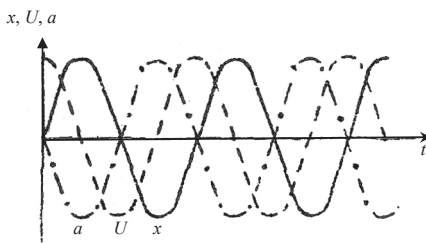


Рисунок 3.3

У кожний момент часу $\varphi = \omega t + \varphi_0$. Таке уявлення коливань особливо зручне при додаванні кількох коливань з однаковою частотою, але різними x_0 і φ_0 .

Вектор результуючого коливання (а отже, його амплітуда та фаза) знаходиться за правилами складання векторів.

Швидкість тіла, що здійснює гармонічні коливання, наприклад, згідно із законом $x = x_0 \sin \omega t$, визначається як

$$V = \frac{dx}{dt} = x_0 \omega \cos \omega t = V_0 \cos \omega t = V_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (3.4)$$

тобто коливання V з амплітудою $V_0 = x_0 \omega$ випереджають зміщення за фазою на $\pi/2$.

Прискорення тіла

$$a = \frac{dV}{dt} = -x_0 \omega^2 \sin \omega t = a_0 \sin(\omega t - \pi) \quad (3.5)$$

з амплітудою $a_0 = x_0 \omega^2$ знаходиться у протифазі зі зміщенням (рис. 3.3).

Зі сказаного випливає, що в крайніх положеннях (x_0 і $-x_0$) $V = 0$ і кінетична енергія тіла дорівнює нулю, а потенційна енергія пружини досягає максимуму (стиснута або розтягнута). При проходженні тілом положення

рівноваги ($x = 0$) швидкість максимальна і кінетична енергія досягає найбільшої величини, потенційна енергія пружини в цій точці дорівнює нулю, так як вона не деформована. Таким чином, у коливальному процесі енергія системи (тіло-пружина) періодично перетворюється з кінетичної W_k на потенційну W_{π} і навпаки. Очевидно, якщо в системі немає втрат (тертя, нагрів пружини тощо), то $W_{\pi \text{ макс}} = W_{k \text{ макс}}$. Потенційна енергія пружини дорівнює роботі A_{π} зовнішньої сили $F_{\text{в}}$ зі стиснення пружини.

Сила пружності пружини $F_y = -kx$, де k – коефіцієнт пружності. Сили $F_{\text{в}}$ та F_y спрямовані протилежно, тому $F_{\text{в}} = -F_y = kx$. При стисканні пружини на відстань dx витрачена енергія $dA_{\text{в}} = F_{\text{в}} dx = kx dx$, а на відстань x –

$$A_{\text{в}} = \int_0^x dA_{\text{в}} = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2}. \quad (3.6)$$

Відповідно,

$$W_{\pi \text{ макс}} = \frac{kx_0^2}{2}, \text{ а } W_{k \text{ макс}} = \frac{mV_0^2}{2}. \quad (3.7)$$

З рівності цих енергій неважко визначити (використовуючи (1.4)), що частота коливань

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (3.8)$$

3.2. Електричні коливання

Розглянемо коливальний контур з індуктивності та конденсатора (рис. 3.4).

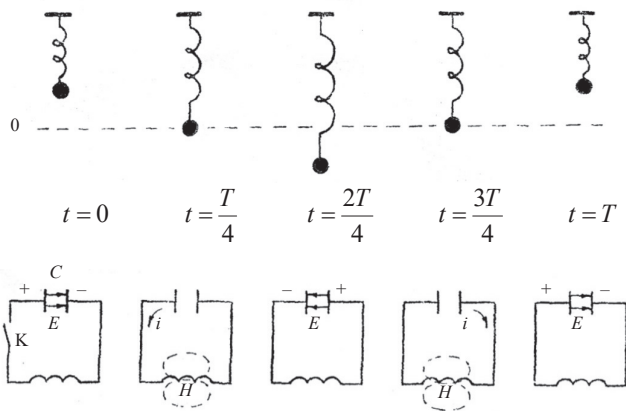


Рисунок 3.4

При розімкнутому ключі К конденсатор попередньо заряджений, струму в ланцюзі немає, вся енергія контуру зосереджена в електричному полі конденсатора $W_C = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$. Система аналогічна пружинному маятнику з вантажем у верхньому стані. Після замикання ключа К конденсатор розряджається, в ланцюзі протікає струм і у котушці з'являється магнітне поле, тобто енергія конденсатора перетворюється на енергію магнітного поля котушки $W_L = \frac{Li^2}{2}$.

Через час, що дорівнює чверті періоду коливань, конденсатор розрядиться повністю і вся енергія його електричного поля перетвориться на енергію магнітного поля котушки. Це аналогічно тому, що вся енергія пружинного маятника перейде з потенційної до кінетичної.

У наступну чверть періоду енергія магнітного поля зменшуватиметься із зменшенням струму. Це викликає появу струму самоіндукції, який, за правилом Ленца, підтримує струм у початковому напрямі до того часу, поки позитивні заряди з лівої пластини конденсатора не перетечуть у праву пластину і станеться зворотне перетворення енергії магнітного поля в енергію електричного поля. Далі конденсатор починає розряджатися і процес повторюється другу половину періоду, поки конденсатор не опиниться в початковому стані. Якщо опір провідників контуру дорівнює нулю, то коливання струму та напруги в ланцюзі є незатухаючими і продовжуються нескінченно.

Вирази для максимальної потенційної та кінетичної енергії контуру запишемо у вигляді

$$W_{\text{п макс}} = \frac{q^2}{2C} \text{ і } W_{\text{к макс}} = \frac{Li^2}{2}. \quad (3.9)$$

З порівняння процесів коливань у пружинному маятнику та коливальному контурі видно, що механізми перетворення енергії в них аналогічні. Різниця лише в тому, що в першому випадку величиною, що змінюється, є зміщення тіла x , а в другому – електричний заряд q . З порівняння формул (3.7) і (3.9) випливає, що перехід від перших до других здійснюється, якщо зробити заміни:

$$x \rightarrow q, k \rightarrow \frac{1}{C}, m \rightarrow L, V \rightarrow i. \quad (3.10)$$

Зробивши таку заміну (3.8), отримаємо, що частота електричних коливань

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (3.11)$$

3.3. Гармонійні коливання фізичного маятника

Власні гармонійні коливання – тип вільних коливань, які здійснює система під дією тільки однієї повертаючої сили, яка прикладена до центру тяжіння системи та завжди направлена до положення рівноваги. **Повертаючу**

силу $F_{\text{пов}}$ також називають **квазіпружною силою**. Квазіпружна сила – це сила, яка направлена до положення рівноваги і пропорційна відстані зміщення x від положення рівноваги до точки прикладання сили.

Назва «Квазіпружна сила» пов'язана з тим, що вона аналогічна силі, що виникає при малих деформаціях пружних тіл (закон Гука), так звані сили пружності

$$F_{\text{пов}} = -kx, \quad (3.12)$$

де x – зміщення від положення рівноваги; k – коефіцієнт пружності. Знак мінус в рівнянні (3.12) показує, що сила пружності завжди спрямована протилежно зміщенню.

Квазіпружною силою можна вважати повертаючу складову сили тяжіння, яка діє на математичний маятник при його малих відхиленнях від вертикалі.

Таким чином, квазіпружні сили – це сили, які не є упругими по своїй природі, але подібні пружним за характером залежності їх від координати.

Ідеальна система – ідеальна фізична модель системи без будь-яких енергетичних втрат. У реальних системах завжди є сили опору, які збільшують період коливань і зменшують їх амплітуду. Якщо коливання в системі відбуваються без дисипації (розсіювання) енергії в зовнішнє середовище, то вони називаються власними коливаннями, а їх частота – власною частотою. Параметри власних коливань записуються з індексами “0”.

Розглянемо власні механічні коливання фізичного маятника (рис. 3.5).

Фізичний маятник – це тверде тіло, що здійснює коливання під дією сили тяжіння навколо нерухомої горизонтальної осі, яка проходить вище центру ваги.

Метод опису таких коливань полягає в складанні і рішенні диференціальних рівнянь відповідних рухів. Якщо маятник виведений з положення рівноваги, тоді на нього діє обертаючий момент квазіпружної сили (рис. 3.5):

$$M = -m \cdot g \cdot a \cdot \sin \alpha = F_{\text{пов}} \cdot a, \quad (3.13)$$

де m – маса маятника; a – відстань від точки підвісу стрижня (осі обертання) до центру мас маятника (точка C); α – малий кут відхилення маятника від положення рівноваги.

Застосуємо основне рівняння динаміки обертового руху

$$M = J \cdot \varepsilon, \quad (3.14)$$

для опису руху маятника. У цьому рівнянні $\varepsilon = \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$ – кутове прискорення; J – момент інерції фізичного маятника. З (3.13) і (3.14) одержимо

$$-m \cdot g \cdot a \cdot \sin \alpha = J \cdot \varepsilon.$$

Момент інерції J є фізичним еквівалентом маси твердого тіла, що обертається. Наприклад, момент інерції точки, що обертається, масою m , яка

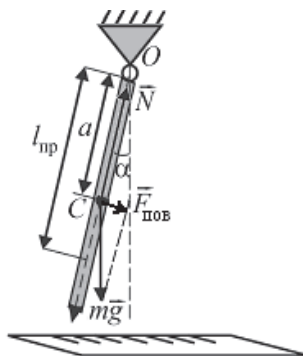


Рисунок 3.5 – Повертаюча сила фізичного маятника

знаходиться на відстані l від осі обертання

$$J = m \cdot l^2. \quad (3.15)$$

Одиниця вимірювання моменту інерції в одиницях СІ – $[\text{кг} \cdot \text{м}^2]$.

Математичний маятник – матеріальна точка, закріплена на невагомій, нерозтяжній нитці, що здійснює коливання біля положення рівноваги.

Оскільки кут відхилення α дуже малий, то $\sin \alpha \approx \alpha$ (радіан), одержимо диференціальне рівняння коливань фізичного маятника:

$$-mga \cdot \alpha = J \frac{d^2 \alpha}{dt^2},$$

або

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mga}{J} \alpha = 0, \text{ або } \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \alpha = 0, \quad (3.16)$$

де коефіцієнт при α в рівнянні (3.16) є квадрат циклічної частоти власних коливань $\frac{mga}{J} = \omega_0^2$. Власна частота і період таких коливань мають вигляд:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{J}}, \quad (3.17)$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}}. \quad (3.18)$$

Таким чином, коливальний рух фізичного маятника описується лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку (3.16). Загальне рішення такого рівняння буде рівнянням коливань фізичного маятника і має вигляд

$$\alpha = \alpha_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.19)$$

У окремому випадку (3.15), якщо маятник математичний, $J = m \cdot l_{\text{зв}}^2$, а період коливань такого маятника

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{зв}}}{g}}. \quad (3.20)$$

Порівнюючи періоди (3.18) і (3.20), бачимо, що можна підібрати математичний маятник такої довжини

$$l_{\text{зв}} = \frac{J}{ma}, \quad (3.21)$$

при якій він матиме такий же період, як і даний фізичний, де $l_{\text{зв}}$ називають **зведеною довжиною** фізичного маятника.

Використовуючи формулу (3.18) можна визначити момент інерції фізичного маятника

$$J = \frac{T_0^2 mga}{4\pi^2}, \quad (3.22)$$

а по формулі (3.21) – зведену довжину фізичного маятника $l_{\text{зв}}$.

3.4. Складання однаково направлених коливань рівних частот

При складанні двох гармонійних коливань

$$x_1 = A_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \text{ і } x_2 = A_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2) \quad (3.23)$$

результуюче гармонійне коливання має зсув $x = x_1 + x_2$ відбувається в тому ж напрямі і з тією ж частотою ω_0

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

де A – амплітуда зміщення результуючого коливання; φ – його початкова фаза.

З векторної діаграми (рис. 3.6) неважко побачити, що A і φ можна визначити як

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \quad (3.24)$$

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (3.25)$$

Проаналізуємо вираз (3.24) для амплітуди. $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ не може бути більше +1 або менше -1, тому можливі значення амплітуди A поміщені в межах

$$A_1 + A_2 \geq A \geq |A_2 - A_1|$$

(при цьому враховується, що, за визначенням амплітуди, вона не може бути негативною).

Окремі випадки складання коливань:

а) $\varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi$, де $n = 0, 1, 2$. Тоді $A = A_1 + A_2$.

б) $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n+1)\pi$, де $n = 0, 1, 2$.

Тоді $A = |A_2 - A_1|$.

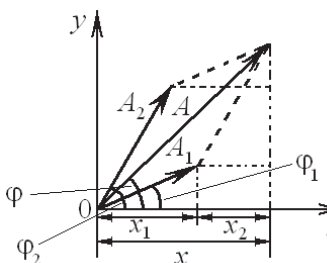


Рисунок 3.6 – Складання однаково направлених гармонійних коливань

3.5. Биття (складання коливань з близькими частотами)

При складанні двох однаково направлених коливань $x_1 = A \cdot \cos \omega_1 t$ і $x_2 = A \cdot \cos \omega_2 t$, де $\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega$, а $\omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega$, причому $\Delta\omega \ll \omega_0$, результуюче коливання має вигляд:

$$\begin{aligned} x = x_1 + x_2 &= 2A \cdot \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cdot \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t = \\ &= 2A \cos(\Delta\omega \cdot t) \cdot \cos \omega_0 t. \end{aligned}$$

Його графік зображений на рис. 3.7. Як видно з графіка, результуюче коливання не є гармонійним. Його можна розглядати як «майже косинусоїдальне» з «умовним періодом» $T = 2\pi/\omega_0$ і з поволі змінною амплітудою $|2A \cdot \cos(\Delta\omega t)|$.

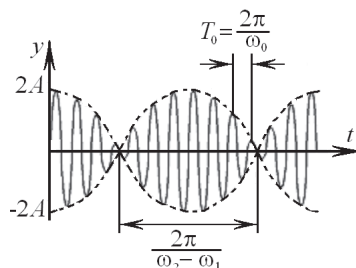


Рисунок 3.7 – Биття при складанні коливань з близькими частотами

Періодичні зміни «амплітуди» описаного вище коливання називають *биттям*. Період биття

$$T = \frac{\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1},$$

а частота

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1.$$

У лініях зв'язку биття використовуються для амплітудної модуляції (АМ) вхідного сигналу.

3.6. Складання двох взаємно перпендикулярних коливань рівних частот. Фігури Лісажу

Розглянемо складання двох взаємно перпендикулярних гармонійних коливань з однаковою частотою ω_0 , що здійснюються уздовж координатних осей ox і oy :

$$x = A_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \quad \text{і} \quad y = A_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2). \quad (3.26)$$

Зробимо перетворення:

$$\frac{x}{A_1} = \cos(\omega_0 t + \varphi_1) = \cos \omega_0 t \cos \varphi_1 - \sin \omega_0 t \sin \varphi_1; \quad (3.27)$$

$$\frac{y}{A_2} = \cos(\omega_0 t + \varphi_2) = \cos \omega_0 t \cos \varphi_2 - \sin \omega_0 t \sin \varphi_2. \quad (3.28)$$

Помноживши (3.27) на $\cos \varphi_2$ а (3.28) на $\cos \varphi_1$ і узявши їх різницю {оскільки $\sin \varphi_2 \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 = \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$ } одержимо

$$\frac{x}{A_1} \cos \varphi_2 - \frac{y}{A_2} \cos \varphi_1 = \sin \omega_0 t \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (3.29)$$

і помноживши (3.27) на $\sin \varphi_2$, а (3.28) на $\sin \varphi_1$ і узявши їх різницю одержимо

$$\frac{x}{A_1} \sin \varphi_2 - \frac{y}{A_2} \sin \varphi_1 = \cos \omega_0 t \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (3.30)$$

Звівши в квадрат і склавши (3.29) і (3.30), одержимо

$$\left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (3.31)$$

Це рівняння еліпса, орієнтація і величина піввісі якого залежать від різниці фаз $\varphi_1 - \varphi_2$ і амплітуд A_1 і A_2 .

Окремі випадки складання двох взаємно перпендикулярних коливань

а) $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$. Рівняння (3.31) приймає вигляд $\left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0$ або $y = x \frac{A_2}{A_1}$,

звідки видно, що траєкторією буде відрізок прямої, середина якого знаходиться

в центрі координат з напівдовжиною $r = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ (рис. 3.8, а). Коливальна точка здійснює гармонійні коливання уздовж цієї прямої згідно з законом $r = \sqrt{A_1^2 + A_1^2 \cos \omega_0 t}$, тобто з частотою ω_0 і амплітудою r .

б) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm \pi$. Рівняння (3.31) приймає вигляд $\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} = 0$, звідки видно, що результуючий рух є гармонійним коливанням уподовж прямиї $y = x \frac{A_2}{A_1}$ (рис. 3.8, б).

в) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm \pi/2$. В цьому випадку рівняння (3.31) прийме вигляд

$$\left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 = 1,$$

це – рівняння еліпса, приведеного до координатних осей з піввісями, рівні відповідним амплітудам. При рівності амплітуд A_1 і A_2 еліпс вироджується в коло.

Випадки $\varphi_2 - \varphi_1 = +\pi/2$ і $\varphi_2 - \varphi_1 = -\pi/2$ відрізняються напрямом руху по еліпсу або колу. Якщо $\varphi_2 - \varphi_1 = +\pi/2$, рівняння (3.26) можна записати у вигляді:

$$x = A_1 \cdot \cos \omega_0 t \text{ і } y = -A_2 \cdot \sin \omega_0 t.$$

У момент часу $t = 0$ коливна точка знаходиться в положенні С (рис. 3.8, в). У подальші моменти часу координата x зменшується, а y – стає негативною. Отже, рух здійснюється за годинниковою стрілкою, а при $\varphi_2 - \varphi_1 = -\pi/2$ – проти годинникової стрілки.

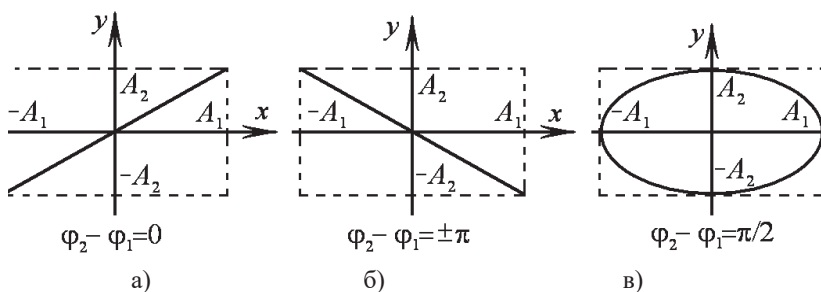


Рисунок 3.8 – Криві Лисажу для різних випадків

Фігури Лісажу

Якщо складати два взаємно перпендикулярних коливання з різними частотами, у разі раціонального відношення частот $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ траєкторії руху будуть замкнуті і називаються *фігурами Лісажу* (рис. 3.9). Вигляд фігур Лісажу залежить від відношень $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ та $\frac{A_2}{A_1}$:

$$\begin{cases} x = A_1 \cos(\omega_1 t + \Delta\varphi) \\ y = A_2 \cos \omega_2 t \end{cases} \quad (3.32)$$

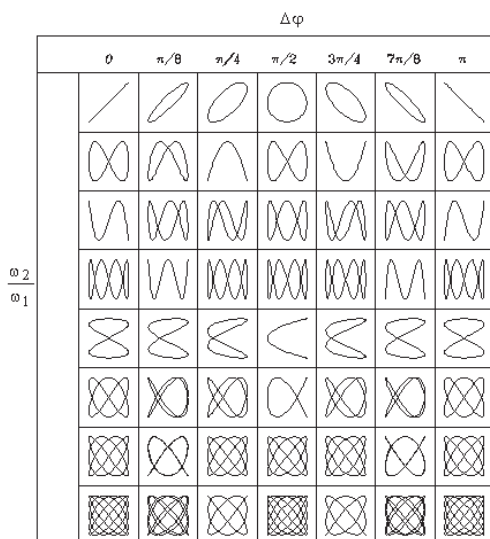


Рисунок 3.9 – Фігури Лісажу
для різних відношень ω_2/ω_1 з різницею фаз $\Delta\varphi$

3.7. Рівняння коливань

У загальному випадку на пружинний маятник, наприклад у механічному годиннику, діє три сили – сила пружності $F_y = -kx$, сила тертя $F_t = -rv$ (r – коефіцієнт тертя) та зовнішня періодична сила $F_b = F_0 \cos \omega t$. Зовнішня сила призначена для компенсації втрат енергії в системі, що відбуваються через наявність тертя, оскільки при терті частина енергії коливань безповоротно

перетворюється на теплову енергію. Тому результуючу силу запишемо як суму цих сил:

$$F_p = F_y + F_r + F_b. \quad (3.33)$$

Підставивши величини (3.4), (3.5) та $F_p = ma$, отримаємо

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega t. \quad (3.34)$$

У коливальному контурі також відбувається втрата енергії на опорі r складових елементів контуру (опір котушки індуктивності, опір діелектрика конденсатора і т.д.). Тому в контур включається генератор змінної е.р.с. $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t$, що компенсує втрати енергії на опорі (рис. 3.10).

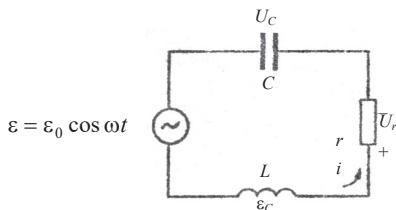


Рисунок 3.10

Вважаючи процеси в контурі квазістаціонарними, коли зміни струмів за час встановлення електричної рівноваги малі, за другим законом Кірхгофа можемо записати, що сума падінь напруги в контурі дорівнює сумі е.р.с.

$$U_r + U_C = \varepsilon_L + \varepsilon \text{ або } ri + \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt} + \varepsilon.$$

Підставивши $i = \frac{dq}{dt}$, отримаємо

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \cos \omega t. \quad (3.35)$$

Це рівняння може бути отримано з рівняння для механічних коливань (3.34) із заміною величин (3.10), що підтверджує його загальний характер.

Залежно від величин, що входять до (3.35), можливі три види коливань – *власні, загасаючі та вимушені*.

3.8. Власні коливання

В ідеальному випадку опір r може дорівнювати нулю. Тоді не потрібно введення в контур генератора і при $\varepsilon = 0$ рівняння (3.35) спрощується:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0. \quad (3.36)$$

Коливання за цих умов називаються *власними*. Рішенням рівняння (3.36) є гармонійне коливання

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.37)$$

Підставивши (3.37) у (3.36), отримаємо формули для частоти та періоду власних коливань

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \text{ и } T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (3.38)$$

що збігається з виразом (3.11), отриманим з якісних міркувань. Значення струму та напруги у будь-який момент часу (вважаючи початкову фазу $\varphi_0 = 0$)

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_0\omega_0 \sin \omega_0 t = q_0\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (3.39)$$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos \omega_0 t$$

зсунуті щодо одне одного по фазі на $\pi/2$, тобто, струм випереджає по фазі напругу.

3.9. Загасаючі коливання

Затухаючі коливання характерні для будь-якого реального коливального контуру за відсутності зовнішньої є.р.с. ($\varepsilon = 0$). Рівняння (3.35) для цього випадку

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \text{ или } \frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \quad (3.40)$$

де $\beta = \frac{r}{2L}$ – коефіцієнт загасання.

Рішення рівняння:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (3.41)$$

Аналогічно (3.39) можна визначити значення напруги на конденсаторі та струму в ланцюзі (при $\varphi_0 = 0$):

$$U_C = \frac{q_0}{C} e^{-\beta t} \cos \omega t, \quad i = q_0 \omega_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \psi), \quad (3.42)$$

де зсув фаз між струмом та напругою ψ визначається з виразу

$$\operatorname{tg} \psi = -\frac{\omega}{\beta}. \quad (3.43)$$

Головною особливістю загасаючих коливань порівняно з власними є зменшення амплітуди з часом (рис. 3.11), причому чим більше β тим швидше амплітуда спадає до нуля. Крім цього, частота загасаючих коливань менша за

власну $\omega < \omega_0$, а зсув фаз між напругою та струмом більше $\frac{\pi}{2}$ $\left(\frac{\pi}{2} < \psi < \pi\right)$. Якщо $\beta \rightarrow 0$, то $\psi \rightarrow \frac{\pi}{2}$ і загасаючі коливання переходять у власні.

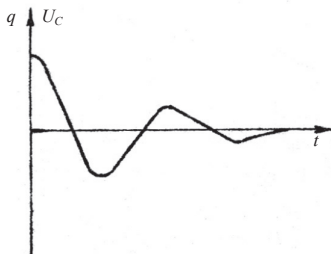


Рисунок 3.11

Основною характеристикою загасаючих коливань є логарифмічний декремент згасання

$$\delta = \ln \frac{q(t)}{q(t+T)} = \beta T, \quad (3.44)$$

логарифм, що представляє собою відносини двох послідовних амплітуд.

Вважаючи, що $\beta = \frac{r}{2L}$, а $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$, отримаємо

$$\delta = \pi r \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (3.45)$$

У радіотехніці добротність коливального контуру.

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3.46)$$

Очевидно, Q тим більше, чим менше загасання коливань у контурі.

3.10. Вимушені коливання

В даному випадку діють всі елементи контуру (див. рис. 3.10) та рівняння (3.35) перепишемо у вигляді

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t. \quad (3.47)$$

Вирішенням цього рівняння є також гармонійне коливання

$$q = q_0 \cos(\omega t - \psi). \quad (3.48)$$

Для знаходження струму та напруги на елементах контуру необхідно визначити значення q_0 і ψ . Обчисливши похідні

$$\frac{dq}{dt} = -q_0 \omega \sin(\omega t - \psi) = q_0 \omega \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (3.49)$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = q_0 \omega^2 \cos(\omega t - \psi + \pi) \quad (3.50)$$

і підставивши їх у (3.47), отримаємо

$$A \cos(\omega t - \psi + \pi) + B \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right) + D \cos(\omega t - \psi) = F \cos \omega t, \quad (3.51)$$

де $A = q_0 \omega^2$, $B = 2\beta q_0 \omega$, $D = q_0 \omega_0^2$, $F = \frac{\varepsilon_0}{L}$.

Рівняння (3.51) є сумою чотирьох косінусоїдальних коливань з амплітудами A , B , D , F з однаковою частотою, але зрушеними відносно один одного по фазі. Додавання цих коливань найбільш просто провести з використанням векторної діаграми (див. рис. 3.2). За початок відліку візьмемо коливання з амплітудою D та направимо вектор цього коливання горизонтально (рис. 3.12).

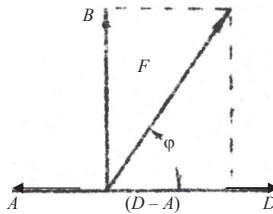


Рисунок 3.12

Коливання з амплітудою A випереджає D за фазою на кут π , тобто. спрямовано у протилежний бік, а коливання B – на $\pi/2$. З рис. 3.12 видно, що $(D - A)^2 + B^2 = F^2$. Підставивши сюди значення амплітуд (3.51), неважко визначити, що

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0 / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \text{ а } \operatorname{tg} \psi = \frac{B}{D - A} = \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

З підстановкою величин ω_0 та β (3.38), (3.40) отримаємо

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega R},$$

де

$$R = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}, \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{r}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}. \quad (3.52)$$

Значення струму в ланцюзі контуру

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega \sin(\omega t - \psi) = i_0 \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right) = i_0 \cos(\omega t - \varphi), \quad (3.53)$$

$$\text{де } i_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}, \quad \varphi = \psi - \frac{\pi}{2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg}\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{r}.$$

Очевидно, в залежності від значень ω , L , C зсув фаз φ між струмом і напругою генератора може бути як позитивним, так і негативним.

3.11. Фазові співвідношення між струмом та напругою на елементах контуру

Оскільки струм у всіх елементах послідовного ланцюга однаковий, для простоти вважатимемо, що струм змінюється згідно із законом $i = i_0 \sin \omega t$ та визначимо напругу на елементах контуру. Найпростіше визначити напругу на опорі r

$$U_r = ir = i_0 r \sin \omega t = U_{r0} \sin \omega t, \quad (3.54)$$

яка змінюється у часі як і струм.

Напруга на конденсаторі U_C знайдемо, визначивши величину заряду

$$q = \int i dt = i_0 \int \sin \omega t dt = -\frac{i_0}{\omega} \cos \omega t.$$

Постійну інтегрування опускаємо, оскільки нас цікавить лише змінна складова заряду. Тоді

$$U_C = \frac{q}{C} = -\frac{i_0}{\omega C} \cos \omega t = U_{C0} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (3.55)$$

де амплітуда напруги $U_{C0} = i_0 r_C$, а $r_C = \frac{1}{\omega C}$ – опір ємності змінного струму.

На постійному струмі $r \rightarrow \infty$. З (3.55) випливає, що напруга на конденсаторі відстає по фазі від струму на $\pi/2$. Це має простий фізичний зміст, що полягає в тому, що заряд на конденсаторі (і напруга) змінюється внаслідок первинної зміни струму.

Напруга на послідовно з'єднаних опорі та індуктивності за законом Ома для ділянки ланцюга з е.р.с. $U = ir - \varepsilon$, де $\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$ – е.р.с. самоіндукції. При $r \rightarrow 0$, $U_L \rightarrow -\varepsilon$, отже

$$U_L = L \frac{di}{dt} = \omega L \cdot i_0 \cos \omega t = U_{L_0} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (3.56)$$

де амплітуда напруги $U_{L_0} = i_0 r_L$, а $r_L = \omega L$ – опір індуктивності змінному струму.

На постійному струмі $r_L = 0$. Як очевидно з (3.56), напруга на індуктивності випереджає струм на $\pi/2$. Фізична причина полягає в тому, що прикладання до індуктивності зовнішньої напруги в ній виникають індуктивні зустрічні струми, тому результуючий струм запізнюється щодо напруги.

Знаючи фазові співвідношення між напругами на елементах контуру, неважко побудувати векторну діаграму коливань напруги і знайти напругу на кінцях ланцюга (рис. 3.13). За початок відліку кутів напрямків векторів приймемо напрямок вектору U_r , що збігається з вектором струму (горизонтальна вісь на рис. 3.14).

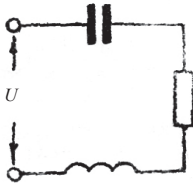


Рисунок 3.13

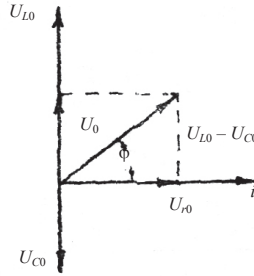


Рисунок 3.14

Вектор U_C запізнюється фазою на кут $\pi/2$, а вектор U_L , навпаки, випереджає на кут $\pi/2$. Амплітуду результуючої напруги U_0 знайдемо як суму векторів $U_L - U_C$ і U_r , тобто

$$U_0 = i_0 \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = i_0 R, \quad (3.57)$$

де

$$R = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

опір ланцюга змінному струму. Додавання трьох гармонійних коливань напруг дає також гармонійне коливання

$$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.58)$$

де φ визначається (див. рис. 3.14) з

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{r}. \quad (3.59)$$

Отримані з якісного розгляду процесів формули (3.57) ... (3.59) збігаються з формулами (3.52) ... (3.53), що є результатом рішення рівняння (3.47). На підставі їх можна зробити висновок, що коливання струму та напруги відбуваються з різницею фаз φ (3.59), причому φ може мати будь-який знак, а амплітуда струму та напруги пов'язані залежністю (3.57), аналогічною закону Ома. Тому формулу $U_0 = i_0 R$ називають *законом Ома для амплітуд змінного струму*. Вочевидь, отримані формули справедливі як для схеми рис. 3.5, так рис. 3.8, якщо як U вважати е.р.с. генератора.

Результуюче коливання на рис. 3.14 складається з двох коливань: напруги з амплітудою $U_a = U_{r0} = i_0 r$, що збігається по фазі зі струмом, і напруги з амплітудою $U_p = i_0 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$, що відрізняється за фазою на $\pi/2$. Напруга U_a називають *активною складовою напруги*, U_p – *реактивною*. Відповідно і опір ланцюга R (3.57) складається з активного r і реактивного $R_p = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ опору, а

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_p}{r}. \quad (3.60)$$

Проходження струму через активний опір призводить до виділення тепла, а через реактивний опір не призводить.

3.12. Резонанс напруг

Розглянемо процеси, що відбуваються у послідовному контурі (див. рис. 3.10) при зміні частоти генератора з е.р.с. $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$. Величина струму в контурі $i = i_0 \sin(\omega t - \varphi)$, $i_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}$. При низьких частотах $\omega \rightarrow 0$, $\frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$, відповідно $R \rightarrow \infty$ (3.57), а амплітуда струму $i_0 \rightarrow 0$ оскільки через конденсатор постійний струм не проходить. Зі зростанням частоти реактивний опір $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$ зменшується і досягає нуля: $R_p = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$ на частоті ω_0 ,

що очевидно є частотою власних коливань $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ (3.38). При цьому $R = r$

мінімально, а струм у ланцюзі максимальний: $i_{0\max} = \frac{\varepsilon_0}{r}$. Подальше збільшення частоти призводить до зростання реактивного опору та R_p , тому струм зменшується (рис. 3.15). Значення струму у максимумі тим більше, чим менше величина активного опору контуру r .

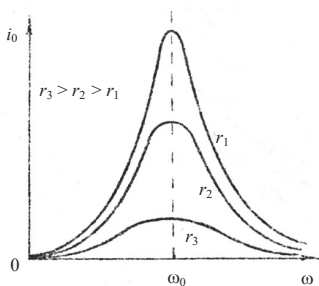


Рисунок 3.15

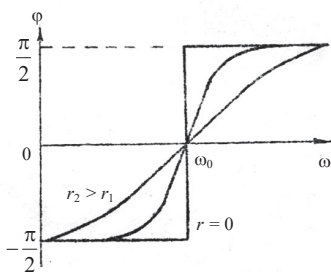


Рисунок 3.16

Зсув фаз φ між струмом і напругою на частоті ω_0 дорівнює нулю внаслідок рівності нулю R_p (3.60). Це означає, що на векторній діаграмі (рис. 3.14) протилежно направлені вектори $U_{C_0} = U_{L_0}$ і вектор U_0 спрямований по осі струму, тобто, контур діє як суто активний опір. При відхиленні ω від ω_0 , φ зростає, причому при $\omega \rightarrow 0$ $R_p = -\frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$, $\tan \varphi \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$, а при $\omega \rightarrow \infty$ $R_p = \omega L \rightarrow \infty$, $\tan \varphi \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$ (рис. 3.16).

Амплітуди коливань напруги на конденсаторі та індуктивності

$$U_{C_0} = U_{L_0} = i_0 \omega_0 L = \varepsilon_0 \cdot \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} = \varepsilon_0 Q, \quad (3.61)$$

де добротність контуру Q (3.25) для реальних контурів порядку 100.

Таким чином, на частоті ω_0 амплітуди напруги на конденсаторі та індуктивності в багато разів більше е.р.с. генератора ε_0 , але знаходяться у протифазі та в сумі дорівнюють нулю (рис. 3.17). Цей ефект називають *резонансом напруги*, а частоту ω_0 – *резонансною частотою*. Резонанс напруг широко використовується в радіотехніці, наприклад, у вхідній частині будь-якого радіоприймача (рис. 3.18).

У вхідній котушці L_0 збуджуються коливання множини частот від різних радіостанцій. Ці коливання за допомогою трансформаторного зв'язку передаються у контур $L_1 C_1$.

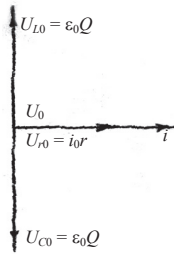


Рисунок 3.17

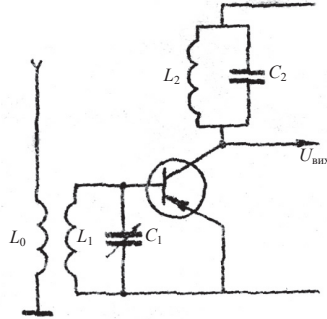


Рисунок 3.18

Оскільки амплітуда коливання з частотою ω_0 на конденсаторі в Q разів більше, ніж амплітуда коливань інших частот, це коливання виділяється контуром і подається на підсилювач. Змінюючи ємність конденсатора, можна налаштувати радіоприймач на потрібну станцію.

3.13. Резонанс струмів

Цей вид резонансу спостерігається в коливальному контурі, де L , C та генератор включені паралельно (рис. 3.19). Оскільки доти індуктивності мають опір r , він включений послідовно з L . На відміну від послідовного контуру, де струм через всі елементи однаковий і завдання зводилося до побудови векторної діаграми напруги, тут однаковим є напруга генератора $\epsilon = \epsilon_0 \sin \omega t$ і завдання полягає у побудові векторної діаграми струмів. За початок відліку приймемо напрямок вектора напруг (горизонтальна вісь на рис. 3.20). Амплітуда коливань струму через L (3.57) і кут, на який струм запізнюється щодо напруги (3.59), визначаються як

$$i_{L_0} = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}} \quad \text{і} \quad \text{tg } \varphi_L = \frac{\omega L}{r}. \quad (3.62)$$

Амплітуда коливань струму в конденсаторі

$$i_{C_0} = \epsilon_0 \omega C \quad \text{і} \quad \text{tg } \varphi_C = \infty, \quad \varphi_C = \frac{\pi}{2} \quad (3.63)$$

оскільки в ланцюзі конденсатора $r = 0$.

Повний струм дорівнює сумі струмів: $\vec{i} = \vec{i}_L + \vec{i}_C$, тому за правилами складання векторів результуючий вектор спрямований з початку першого до кінця другого вектора (див. рис. 3.20).

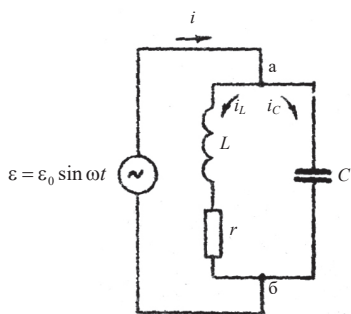


Рисунок 3.19

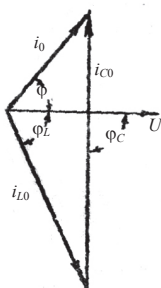


Рисунок 3.20

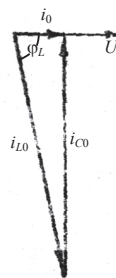


Рисунок 3.21

Коливання повного струму визначаються за тим самим законом, як і е.р.с.: $i = i_0 \sin(\omega t + \phi)$, де величини i_0 та ϕ неважко визначити з рис. 3.20 при відомих ϕ_L, i_{L_0}, i_{C_0} . Так само, як при резонансі напруг, в паралельному контурі на певній частоті зсув фаз між повним струмом і напругою дорівнює нулю (рис. 3.21), тобто контур поводить себе як активний опір. Цей ефект називають *резонансом струмів*. Амплітуду повного струму визначимо із співвідношення

(див. рис. 3.21) $\tan \phi_L = \frac{\omega L}{r} = \frac{i_{C_0}}{i_0}$, з використанням (3.63) та (3.46), як

$$i_0 = i_{C_0} \frac{r}{\omega L} = \varepsilon_0 \omega C \frac{r}{\omega L} = \frac{\varepsilon_0}{rQ^2}, \quad (3.64)$$

а еквівалентний опір контуру

$$R = \frac{\varepsilon_0}{i_0} = rQ^2. \quad (3.65)$$

Як видно із рис. 3.21 на резонансній частоті при малих r

$$\tan \phi_L \rightarrow \infty, \quad \phi_L \rightarrow \frac{\pi}{2} \text{ і } i_{C_0} = i_{L_0}.$$

Прирівнявши ці струми (3.62) та (3.63), отримаємо $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$, тобто

резонансна частота визначається так само, як і в послідовному контурі. Струми в ланцюгах контуру

$$i_{C_0} = i_{L_0} = \frac{\varepsilon_0}{rQ}. \quad (3.66)$$

Як видно з порівняння (3.64) і (3.66), загальний струм контуру при резонансі в Q разів менше ($Q \approx 100$), ніж струми у гілках контуру, тобто. споживаний контуром від джерела струм у багато разів менше струмів у самому контурі. Ця

особливість і стала основою назви «резонанс струмів». Паралельний контур широко використовується в радіотехніці в резонансних підсилювачах для підсилення сигналів вузького діапазону частоти поблизу ω_0 . Контур у разі є навантаженням підсилювального елемента, наприклад транзистора (див. рис. 3.18).

Коефіцієнт посилення пропорційний опорі навантаження. Залежність опорі контуру від частоти подібна до рис. 3.15, тобто. на частоті ω_0 опір зростає у Q^2 разів, що і зумовлює посилення сигналу цієї частоти набагато більше, ніж сигнали інших частот.

На погляд вхідний і вихідний контури в підсилювачі (рис. 3.18) нічим не відрізняються. Однак відмінність полягає у способі введення зовнішньої е.р.с. у контур. У вхідному контурі е.р.с. виникає в індуктивності і виявляється послідовно включеною з L і C . У вихідному контурі в ролі генератора виступає транзистор, який через ланцюг живлення підключений паралельно контуру.

3.14. Робота та потужність змінного струму

Вважатимемо струм у ланцюгу таким, що змінюється за гармонічним законом $i = i_0 \sin \omega t$. Якщо опір ланцюга чисто активний $R = r$, то напруга змінюється за аналогічним законом $U = U_0 \sin \omega t$, тобто зсув фаз між струмом та напругою $\varphi = 0$. Миттєва потужність у будь-який момент часу

$$P_t = iU = i_0 U_0 \sin^2 \omega t = \frac{i_0 U_0}{2} (1 - \cos 2\omega t). \quad (3.67)$$

Робота, що здійснюється струмом за один період коливань,

$$A_T = \int_0^T P_t dt = \frac{1}{2} i_0 U_0 T, \quad (3.68)$$

так як $\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$, а середня потужність за період

$$P_T = \frac{A_T}{T} = \frac{i_0 U_0}{2} = i_e U_e, \quad (3.69)$$

де $i_e = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$ і $U_e = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ – ефективні сила змінного струму та напруга.

Значення i_e і U_e є сила та напруга постійного струму, який виділяє в опорі таку ж кількість тепла, як і змінний струм з амплітудними значеннями i_0 і U_0 .

У реальних умовах потужність визначається за багато періодів коливань, тому P_T можна вважати середньою потужністю.

Якщо ланцюг містить активний та реактивний опір, то між струмом і напругою є зсув фаз φ . Тоді із рис. 3.14 можна записати

$$U_a = U \cos \varphi \quad \text{і} \quad U_p = U \sin \varphi$$

або

$$U_a = U_0 \sin \omega t \cdot \cos \varphi \quad \text{і} \quad U_p = U_0 \sin \left(\omega t \pm \frac{\pi}{2} \right) \sin \varphi = U_0 \cos \omega t \sin \varphi.$$

Енергія, що виділяється струмом на реактивному опорі за період T , відповідно (3.68)

$$A_p = \int_0^T P_p dt \sim \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t \cdot dt = 0,$$

а на активному –

$$A_a = \frac{1}{2} i_0 U_0 T \cos \varphi, \quad (3.70)$$

відповідно (3.69) середня потужність

$$P = \frac{1}{2} i_0 U_0 \cos \varphi = i_e U_e \cos \varphi. \quad (3.71)$$

Таким чином, повна робота змінного струму і середня потужність визначаються виділенням енергії тільки на активній складовій опорі ланцюга. Коефіцієнт $\cos \varphi$ називається в електротехніці коефіцієнтом потужності. Кут φ визначається (3.59) величинами L і C , при $\varphi = 90^\circ$ $\cos \varphi = 0$ і $P = 0$. У цьому випадку енергія, що передається генератором у навантаження в одну частину періоду, передається назад у генератор у наступну частину періоду, тому вся енергія коливається між генератором та навантаженням. При резонансі $\varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$ і енергія, що передається з генератора в контур, максимальна.

4. ХВИЛІ

4.1. Рівняння пружних хвиль

При збудженні у якомусь місці пружного середовища коливань її частинок, внаслідок взаємодії з-поміж них, ці коливання поширюються від частинки до частинки, тобто. виникають деформації, що передаються від однієї ділянки середовища до іншої. Процес поширення коливань у просторі і називається *хвильовим процесом*, чи простою хвилею. У процесі поширення хвилі в пружному середовищі частинки здійснюють коливання біля своїх положень рівноваги, тобто внаслідок цього не відбувається перенесення речовини. Виходячи з напрямку коливання частинок по відношенню до напрямку поширення хвилі, розрізняють поздовжні та поперечні хвилі. У поздовжній хвилі частинки середовища коливаються вздовж напрямку поширення хвилі, а в поперечній – перпендикулярно до її поширення. Пружні поперечні хвилі виникають тільки в середовищі, що має опір зсуву. Тому в рідинах і газах виникають лише поздовжні хвилі, тоді як у твердих тілах можливе виникнення поздовжніх і поперечних хвиль.

Хвильовий процес, поширюючись від джерела коливань, постійно охоплює дедалі нові частини простору. Геометричне місце точок, яких доходять коливання на час t , називається *фронтом хвилі*. Він відокремлює частину простору, залученого у хвильовий процес, від області, в якій коливання ще немає. Поверхня, у якій усі частинки коливаються у однаковій фазі, називається *хвильовою поверхнею*. У кожний момент часу t хвильовий фронт існує лише один, а хвильових поверхонь – безліч, бо їх можна провести через будь-яку точку простору, охопленого хвильовим процесом.

Форма хвильових поверхонь може бути різноманітною. У найпростіших випадках вони можуть мати форму площини чи сфери. Напрямок, вздовж якого розповсюджується хвиля, називається *променем*.

При описі пружної хвилі потрібно знайти амплітуду та фазу коливань у різних точках середовища, а також характер зміни цих величин з часом. Нехай, наприклад, у точці $x = 0$ (рис. 4.1) частки коливаються у напрямку Y за гармонійним законом $Y = Y \sin \omega t$ хвиля поширюється вздовж осі x .

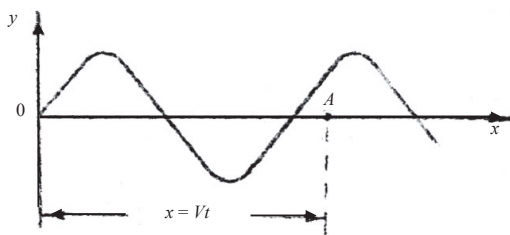


Рисунок 4.1

У точці $x = 0$ при $t = 0$, тобто початкову фазу вважаємо рівною 0. Усі хвильові поверхні перпендикулярні до осі x , і хвиля є плоскою. У довільній точці x коливання частинок у перпендикулярній площині (точка A) відстають за часом на величину t_A від коливань частинок у площині $X = 0$, бо, щоб пройти шлях від площини $X = 0$ до площини X (точка A), хвилі потрібен час $t_A = \frac{x}{V}$ (V – швидкість поширення хвилі). Отже, у площині X коливання частинок визначаються формулою

$$Y = Y_0 \sin \omega(t \mp t_A) = Y_0 \sin \omega \left(t \mp \frac{x}{V} \right), \quad (4.1)$$

яка називається рівнянням плоскої незатухаючої хвилі в інтегральній формі. Очевидно, знак «мінус» використовується при поширенні хвилі в позитивному напрямку x , а знак «плюс» – в негативному.

Відстань OA , на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює періоду коливань частинок середовища, називається *довжиною хвилі*:

$$OA = VT = \frac{V}{\nu}, \quad (4.2)$$

де V – швидкість хвилі, T – період коливань, ν – частота коливань.

Довжину хвилі можна визначити також як відстань між точками середовища, що коливаються з різницею фаз, що дорівнює 2π .

Значення V (4.1) визначає швидкість переміщення поверхонь рівних фаз хвилі $V = \frac{dx}{dt}$ тому вона і називається *фазовою швидкістю*.

Для надання рівняння (4.1) симетричного щодо x і t виду вводять величину

$$k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{T \cdot V} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (4.3)$$

звану хвильовим числом. Тоді (4.1) набуває вигляду

$$Y = Y_0 \sin(\omega t \mp kx). \quad (4.4)$$

Якщо початкова фаза коливань не дорівнює нулю, то вона, як завжди, підсумовується з іншими складовими в круглій дужці.

Хвильова поверхня хвилі, що поширюється з точкового джерела коливань в однорідному середовищі, є сферою. Рівняння сферичної хвилі

$$Y = \left(\frac{Y_0}{r} \right) \sin(\omega t \mp kx), \quad (4.5)$$

де r – відстань від джерела.

Якщо при поширенні в однорідному середовищі відбувається поглинання енергії хвилі, то в рівняннях (4.1), (4.4), (4.5) необхідно помножити Y_0 на $\exp(-\alpha x)$, де α – коефіцієнт поглинання.

Диференціюючи рівняння (4.1) по x і t , визначимо

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{V^2} Y \quad \text{і} \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = -\omega^2 Y,$$

звідки отримаємо диференціальне рівняння

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}, \quad (4.6)$$

зване *хвильовим рівнянням*. В даному випадку в якості величини Y розглядалося зміщення частинки від положення рівноваги (див. рис. 4.1). Однак як Y також може розглядатися тиск або обсяг газу, напруженість електричного або магнітного поля та будь-яка інша величина, що характеризує хвильовий процес. Тому можна зробити висновок, що якщо будь-яка величина Y залежить від координат і часу таким чином, що її часні похідні задовольняють рівнянню (4.6), то вона поширюється у вигляді плоскості хвилі зі швидкістю

$$V = \sqrt{\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} / \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}}. \quad (4.7)$$

4.2. Швидкість поширення пружних хвиль у різних речовинах. Звукові хвилі

Як зазначалося вище, під час поширення пружної хвилі відбувається деформація речовини. Деформація стиснення чи розтягування твердого тіла характеризується відносним зміною його довжини $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$, а пружні властивості твердого тіла – модулем Юнга

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon},$$

де $\sigma = \frac{F}{S}$ – називається напругою (відношення сили до величини поверхні, на яку вона діє).

Очевидно, E вимірюється у тих самих одиницях, що й тиск (1 Па = = 1 Н/м²). Розрахунки показують, що швидкість поздовжніх пружних хвиль у твердому тілі, згідно (4.7), визначається як

$$V = \sqrt{E/\rho}, \quad (4.8)$$

а поперечних – як

$$V = \sqrt{G/\rho}, \quad (4.9)$$

де $G = \frac{\tau}{\gamma}$ – модуль зсуву (τ – напруга; γ – величина відносного зсуву).

Пружна хвиля в газах являє собою послідовність областей стиснення і розрядження, що поширюється. За аналогією з (4.8), швидкість хвилі

$$V = \sqrt{\gamma P/\rho}, \quad (4.10)$$

де P і ρ – тиск та густина газу, а γ – відношення теплоємності газу при постійному тиску до теплоємності при постійному об'ємі.

Найбільший інтерес для зв'язку мають звукові хвилі в газах. За звичайних умов $\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M}$, де R – газова постійна; T – абсолютна температура; M – маса моля газу.

Відповідно, швидкість звукової хвилі

$$V = \sqrt{\gamma RT/M} \quad (4.11)$$

зростає зі збільшенням температури. У повітрі для 273 К $V = 330$ м/с, а при 293 К $V = 343$ м/с.

Людське вухо здатне сприймати звукові хвилі із частотою від 16 Гц до 20 кГц. Пружні хвилі із частотою нижче 16 Гц називаються інфразвуком, а вище 20 кГц – ультразвуком. Основними характеристиками звуку є: I – інтенсивність звуку – середнє значення густини потоку енергії в одиницю часу, яку несе звукова хвиля (Вт/м²); I_0 – поріг чутливості – мінімальна інтенсивність звуку, яку можна відчути (близько 10^{-12} Вт/м²); $L = \lg\left(\frac{I}{I_0}\right)$ – гучність звуку

(одиниця виміру бел – 1 Б). Зазвичай використовують одиницю виміру децибел (дБ), в 10 разів меншу за бела, і

$$L = 10 \lg\left(\frac{I}{I_0}\right). \quad (4.12)$$

Вухо людини сприймає звуки від 0 до 130 дБ, що відповідає інтенсивності від 10^{-12} до 10 Вт/м^2 .

За формулою (4.12) визначається і згасання хвилі на деякому шляху від першої точки до другої

$$L_{12} = 10 \lg \left(\frac{I_1}{I_2} \right). \quad (4.13)$$

Згасання в 20 дБ відповідає зменшенню інтенсивності у 100 разів.

4.3. Ефект Доплера

Розглянемо джерело звуку Д з частотою ν та приймач П (рис. 4.2), розташовані один від одного на відстані довжини хвилі $\lambda_0 = \frac{V}{\nu}$, де V – швидкість звуку у повітрі.

Коли початок хвилі через час $T_0 = \frac{1}{\nu}$ досягає П, із Д випромінюється кінець хвилі, тобто. відстань між початком і кінцем хвилі, що приймається П, становить λ_0 і П сприймає коливання тієї самої частоти ν_0 , що й випромінює Д.

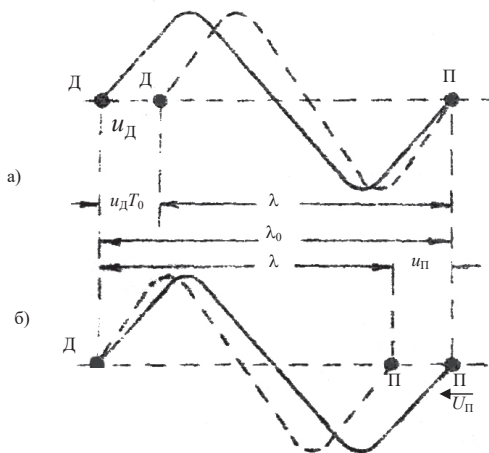


Рисунок 4.2

Якщо Д рухається у бік П зі швидкістю u_d (рис. 4.2, а), то початок хвилі проходить до П ту ж відстань λ_0 . Однак Д, що випромінює в цей момент кінець хвилі, змістився у бік П на відстань $u_d T_0$ отже відстань між початком і кінцем хвилі λ , прийнятої П, зменшиться:

$$\lambda = \lambda_0 - u_d T_0 = (V - u_d) T_0$$

а частота коливань, що приймаються, збільшиться:

$$v = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{V - u_d} \frac{1}{T_0} = \frac{v_0}{1 - \left(\frac{u_d}{V}\right)}. \quad (4.14)$$

Спільність цього висновку не зміниться за будь-якої кількості N довжин хвиль між Д і П, оскільки тоді $\lambda N = \lambda_0 N - u_d T_0 N$ і приходимо до того ж виразу (4.14).

Якщо ж П рухається до Д зі швидкістю u_n (рис. 4.2, б), то початок хвилі потрапляє в П на відстані λ від Д. Відповідно,

$$\lambda_0 = \lambda + u_n T = VT + u_n T = (V + u_n) T$$

звідки

$$v = \frac{1}{T} = \frac{V + u_n}{\lambda_0} = \frac{(V + u_n)}{V} \frac{V}{\lambda_0} = v_0 \left(1 + \frac{u_n}{V}\right), \quad (4.15)$$

тобто частота коливань, що приймаються, також збільшується.

При одночасному русі Д та П на підставі (4.14) та (4.15) можна записати

$$v = v_0 \left(1 \pm \frac{u_n}{V}\right) \left/ \left(1 \mp \frac{u_d}{V}\right) \right., \quad (4.16)$$

де верхній знак відповідає зустрічному напрямку Д та П, а нижній – протилежному.

Ефект Доплера легко спостерігати у житті. Так, якщо над нами пролітає реактивний літак, то при наближенні частота звуку, що сприймається вище, ніж при віддаленні.

4.4. Електромагнітні хвилі вздовж проводів

Розглянемо нескінченну двопровідну лінію, на вхід якої підключено генератор змінної є.р.с. $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ (рис. 4.3, а).

При низьких частотах у такій лінії вздовж проводів протікає звичайний струм провідності i_n , заряди переміщуються вздовж лінії, а разом з ними і електричне поле. На високих частотах до струму провідності додається струм

зміщення між проводами (як у конденсаторі) $i_C = S\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$, який збуджує електромагнітні хвилі, що також переміщують електричне поле E .

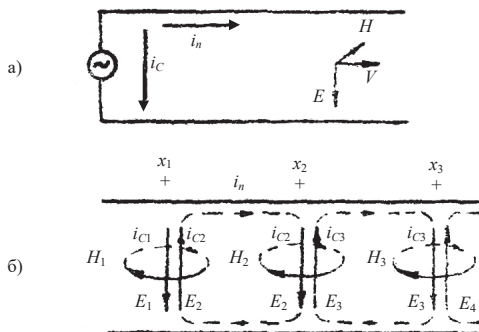


Рисунок 4.3

Фізичний механізм цього явища ілюструється на рис. 4.3, б. На початку позитивного напівперіоду коливань, напруга генератора та E_1 на початку лінії збільшується, що призводить до зростання i_{c1} та магнітного поля H_1 , спрямованого за правилом свердловина. Магнітне поле, що збільшується, викликає появу вихрового електричного поля E_2 , спрямованого так, що його магнітне поле перешкоджає збільшенню H_1 . Вихрове поле E_2 викликає в точці X_2 струм зміщення i_{c2} і магнітне поле H_2 , а це – виникнення поля E_3 , у точці X_3 тощо. В результаті такого процесу поля E_1 та H_1 у точці X_1 знищуються зустрічними полями E_2 та H_2 та електричне та магнітне поля переміщуються в точку X_2 . Вихрові поля E_3 і H_3 , що виникають тут, знищують поля E_2 і H_2 і поля переміщуються в точку x_3 і т.д.

Таким чином, електричні та магнітні поля, взаємно перетворюючись і підтримуючи одне одного, поширюються вздовж лінії. Цей процес подібний до поширення механічного імпульсу вздовж гумового шнура і називається поширенням, електромагнітного імпульсу. Аналогічним чином поширюється імпульс і у негативний напівперіод зміни ϵ . Отже, якщо на початку лінії напруженість електричного поля змінюється за гармонічним законом і частота коливань досить висока для виникнення струмів зміщення, то вздовж лінії поширюються електромагнітні хвилі, що біжать (EMX).

Напрямок векторів \vec{E} , \vec{H} і \vec{V} в ЕМХ визначається правилом свердла: якщо ручку свердла з правою нарізкою обертати від вектору \vec{E} до \vec{H} , то напрямок поступального руху гвинта буравчика вкаже напрямок \vec{V} (див. рис. 4.3, а). Оскільки змінне електричне поле народжує струм зміщення, а він – магнітне поле, то максимуми E і H в ЕМХ, що біжить, збігаються (рис. 4.4). Таким чином, існує два процеси передачі електричного поля: за допомогою струмів провідності та за допомогою струмів зміщення (ЕМХ). На низьких частотах переважають струми провідності, які залежить від опору, отже, і від матеріалу проводів. На високих частотах $i_c \gg i_n$ та електричні явища визначаються ЕМХ, що розповсюджуються між проводами, а отже, ці явища слабо залежать від матеріалу проводів.

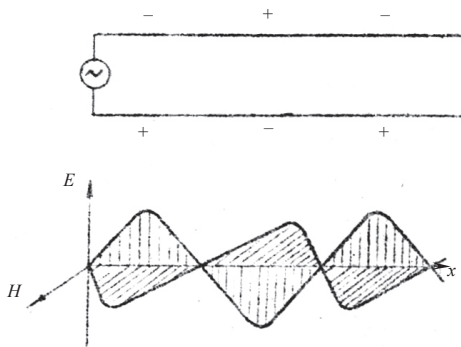


Рисунок 4.4

ЕМХ вздовж проводів є плоскими хвилями, що описуються рівняннями, аналогічними (4.4), (4.6). Відповідно, рівняння для E та H запишемо у вигляді

$$\begin{cases} E = E_0 \sin(\omega t \mp kx), \\ H = H_0 \sin(\omega t \mp kx). \end{cases} \quad (4.17)$$

У довгих лініях при розповсюдженні ЕМХ одночасно зі струмами зміщення виникають і струми провідності (штрихова лінія на рис. 4.3, б). Оскільки реальна лінія має опір, у якому губиться частина енергії ЕМХ, хвиля є загасаючою, тобто E_0 і H_0 зменшуються при просуванні ЕМХ.

4.5. Стоячі електромагнітні хвилі

Виникнення електромагнітних хвиль ми розглядаємо у нескінченно довгих лініях. Однак на практиці мають справу з лініями кінцевої довжини, де укладається порівняно невелика кількість довжин хвиль. У цьому важливу роль відіграє відбивання ЕМХ від кінців лінії. Початкова хвиля і відбиті хвилі, складаючись, можуть створювати стоячі ЕМХ.

Коливання електричного поля первинної хвилі у точці X лінії визначаються як

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - kx).$$

Коливання поля відбитої від кінця лінії хвилі в тій же точці X мають вигляд

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + kx - \varphi),$$

де φ – кут запізнення по фазі коливань поля відбитої хвилі в точці $X = 0$ в порівнянні з коливаннями первинної хвилі в тій точці.

Таке запізнення можливе з двох причин. Перша пов'язана з тим, що до повернення в точку 0 хвиля має двічі пройти всю довжину лінії ℓ , отже виникає відставання по фазі $\frac{2\pi 2\ell}{\lambda}$. Друга пов'язана з тим, що при відбиванні від кінця лінії можлива зміна фази.

Результуюче поле первинної та відбитої хвиль

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\left(kx - \frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\varphi}{2}\right),$$

тобто в лінії відбуваються коливання з частотою первинної хвилі та з початковою фазою $\varphi/2$. Амплітуда коливань різна у різних точках лінії та залежить від координати x :

$$E_0 = 2E_0 \cos\left(kx - \frac{\varphi}{2}\right).$$

Точки, де амплітуда максимальна (косинус дорівнює 1), називаються пучностями. Їхні координати визначаються умовою

$$kx_{\text{п}} - \frac{\varphi}{2} = m\pi, m = 0, 1, 2, \dots,$$

і відстань між двома сусідніми пучностями дорівнює $x_{\text{п}} = \lambda/2$.

Точки, де амплітуда дорівнює нулю (косинус дорівнює 0), називаються вузлами. Координати вузлів поля стоячих ЕМХ визначаються за умови

$$kx_{\text{в}} - \frac{\varphi}{2} = (2m + 1)\frac{\pi}{2}, m = 0, 1, 2, \dots,$$

та відстань між сусідніми вузлами $\Delta x_y = \lambda/2$. При переході через кожен вузол косинус змінює знак, що відповідає зміні фази π .

Вище зазначалося (див. рис. 4.4), що в ЕМХ, що поширюється, коливання електричного і магнітного полів знаходяться у фазі. У стоячій ЕМХ це вже не має місця, між коливаннями E та H існує різниця фаз. Причина такої різниці полягає у зміні фази коливань при відбиванні ЕМХ від кінця лінії. Швидкість поширення V пов'язана з напрямками векторів E та H правилом свердлика із правою нарізкою. Якщо прийняти, що первинна хвиля рухається ліворуч і розташування векторів E і H таке, як показано на рис. 4.5, то для зміни швидкості хвилі на протилежну потрібно, щоб один з векторів E або H змінював знак. Зміна знака відповідає зміні фази коливань на π . Отже при відображенні, фаза коливань одного з полів повинна обов'язково змінюватися стрибкоподібно на π .

Якщо лінія на кінці розімкнена (рис. 4.5, а), то змінні струми, що виникають у проводах, викликають на кінці лінії максимальні коливання зарядів.

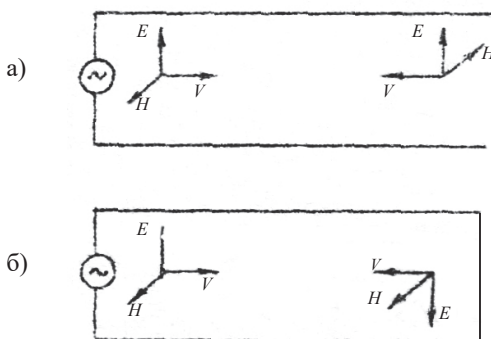


Рисунок 4.5

Так як напруженість електричного поля визначається зарядами, то на кінці лінії буде розташована пучність E . Оскільки розподіл зарядів при відбиванні ЕМХ не змінюється, то у відбитій хвилі електричне поле спрямоване як і у падаючої, тобто воно не може змінити фазу. Амплітуда струму на кінці лінії дорівнює нулю, отже тут знаходиться вузол струму, отже, і вузол магнітного поля. Так як $H = 0$, то у відбитій хвилі магнітне поле може змінити знак і буде спрямоване протилежно до поля падаючої хвилі, тобто H змінює фазу на π .

При замиканні лінії на кінці провідником напруга завжди дорівнює нулю (рис. 4.5, б). Значить на кінці лінії розташується вузол напруги і напруженості E . Амплітуда струму в містку, що проводить, буде максимальною, і на кінці лінії утвориться пучність струму, а отже, і пучність магнітного поля, тому H у відбитій ЕМХ не може змінити свій знак, а E змінює фазу на π .

Таким чином, у стоячій ЕМХ пучності та вузли електричного та магнітного полів зсунуті. Вузли електричного поля збігаються з пучностями магнітного поля та навпаки.

Стоячі ЕМХ виникають у двопровідній лінії тільки при певних співвідношеннях між довжиною лінії та довжиною ЕМХ.

Залежно від способу збудження ЕМХ у двопровідній лінії її початок можна вважати або розімкненим (рис. 4.6, а), або замкнутим (рис. 4.6, б) по постійному струму.

Нехай лінія довжини ℓ розімкнена на обох кінцях. Як зазначалося вище, на кінцях такої лінії розташовані пучності електричного поля (напруги), відстань між якими кратна $\lambda/2$. Тож у лінії можливі лише такі стоячі хвилі, які задовольняють цим умовам на границях, тобто довжина лінії має задовольняти співвідношенню (рис. 4.7)

$$\ell = \frac{\lambda}{2}. \quad (4.18)$$

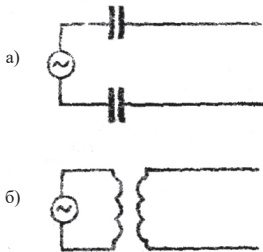


Рисунок 4.6

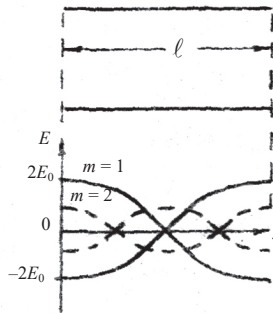


Рисунок 4.7

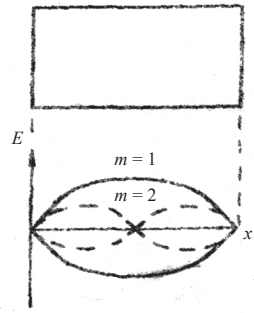


Рисунок 4.8

Оскільки λ , v і V пов'язані між собою співвідношенням $\lambda = \frac{V}{v}$, то з (4.18) можна знайти частоти різних стоячих хвиль:

$$v_m = \frac{V}{2\ell} m, m = 1, 2, 3, \dots \quad (4.19)$$

Зрозуміло, що залежності (4.18), (4.19) можна отримати і тоді, коли обидва кінці лінії замкнуті містком, що проводить. При цьому на кінцях лінії (рис. 4.8) будуть знаходитись вузли електричного поля (напруги) та пучності магнітного поля (струму).

Якщо ж лінія замкнута провідним містком тільки на одному з кінців (рис. 4.9), то тоді на розімкненому кінці лінії завжди знаходиться пучність електричного поля (напруги), а на замкнутому – вузол електричного поля (напруги). Відповідно до цих граничних умов довжина хвилі λ має задовільняти співвідношенню

$$\ell = (2m - 1) \frac{\lambda}{4}, m = 1, 2, 3, \dots \quad (4.20)$$

Частота таких стоячих хвиль

$$\nu_m = \left(\frac{V}{4\ell} \right) (2m - 1), m = 1, 2, 3, \dots \quad (4.21)$$

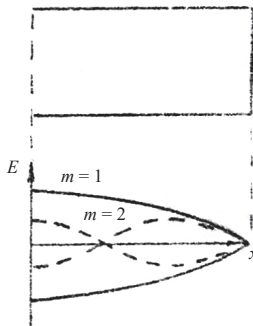


Рисунок 4.9

Видно, що при замиканні одного із кінців лінії частота основного колювання ($m = 1$) зменшується вдвічі. Описані колювання є власними колюваннями лінії. Вони мають дискретний діапазон частот. Для збудження в лінії одного зі власних колювань генератор, що живить лінію, повинен мати частоту, що збігається з однією зі власних частот лінії ν_m .

4.6. Вільні електромагнітні хвилі

При розсуненні вільних кінців замкнутої двопровідної лінії отримаємо в межі відрізок прямого дроту, який називається відкритим вібратором (рис. 4.10) і використовується для збудження вільних ЕМХ. Як показано раніше, довжина

можливих на цьому відрізку стоячих ЕМХ визначається безпосередньо довжиною ℓ самого вібратора та умовами на кінцях. Якщо обидва кінці вібратора межують з діелектриком, то на них мають бути розташовані вузли струму (магнітного поля) та пучності заряду (електричного поля). Можливі довжини хвиль визначаються умовою (4.18), частоти – (4.19).

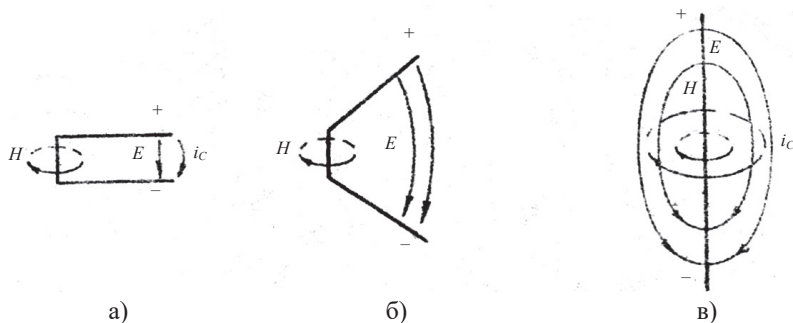


Рисунок 4.10

Основному коливанню вібратора відповідає стояча хвиля з $m = 1$, розподіл амплітуди напруги у ній показано на рис. 4.7.

Якщо один із кінців вібратора заземлити, то на ньому буде розташований вузол напруги. Основне коливання заземленого вібратора відповідає рис. 4.9. Заземлення одного кінця вібратора приводить до збільшення довжини хвилі його основного коливання вдвічі (зменшення вдвічі частоти).

Пристрій для збудження ЕМХ показано на рис. 4.11.

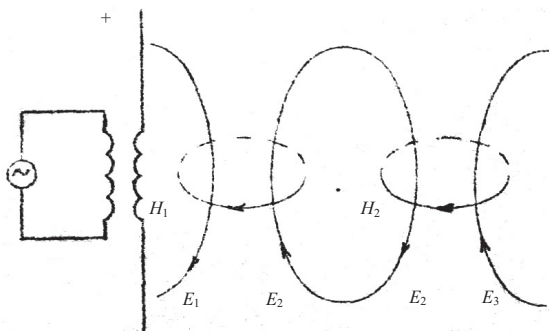


Рисунок 4.11

Змінна напруга із частотою основного коливання вібратора з генератора подається у відкритий вібратор через високочастотний трансформатор. На кінцях вібратора утворюється пучність напруги. (див. рис. 4.7) та між кінцями виникають струми зміщення, що створюють змінне електричне поле E (рис. 4.10, в). Так само, як і в двопровідній лінії (див. рис. 4.3, б), навколо струмів зміщення утворюється змінне магнітне поле H , що збуджує вихрове поле E_2 , спрямоване назустріч E_1 . Тому поле з точки x_1 переміщується до точки x_2 і т.д. Відмінність від двопровідної лінії полягає лише в тому, що вільні ЕМХ поширюються від вібратора в усіх напрямках. Якщо навпроти вібратора встановити металевий відбивач ЕМХ, то між ними можуть виникати стоячі хвилі.

Основні властивості ЕМХ описуються теорією Максвелла, що ґрунтується на рівняннях Максвелла. Для простого випадку плоских ЕМХ, що поширюються у напрямку x , рівняння Максвелла можна подати у вигляді

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial x}, \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{E}}{\partial x}. \quad (4.22)$$

Якщо продиференціювати перше рівняння по t і помножити на $\mu_0\mu$, а друге продиференціювати по x , то права частина першого рівняння і ліва частина другого будуть однакові. Прирівнявши інші частини рівнянь, отримаємо

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon\mu_0\mu} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}. \quad (4.23)$$

Аналогічне рівняння не важко отримати і для H . З порівняння з (4.6) видно, що рівняння (4.23) є хвильове рівняння, отже, E та H поширюються у просторі у вигляді ЕМХ зі швидкістю

$$V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (4.24)$$

де $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ – швидкість поширення ЕМХ у вакуумі ($\epsilon = \mu = 1$).

Щільність енергії електричного та магнітного полів визначаються як

$$U_E = 0,5\epsilon\epsilon_0 E^2 \quad \text{и} \quad U_H = 0,5\mu\mu_0 H^2. \quad (4.25)$$

Оскільки в ЕМВ енергії електричного та магнітного полів взаємно перетворюються одна на одну, з рівності щільностей (4.25) отримаємо

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H. \quad (4.26)$$

Сумарна густина енергії ЕМВ з урахуванням (4.26) може бути записана у вигляді

$$U = U_E + U_H = 0,5(\epsilon\epsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2) = \frac{EH}{V}.$$

Звідки $UV = EH$. Вираз $U\vec{V} = \vec{P}$ називається *потокот електромагнітної енергії* – це енергія, що проходить за одиницю часу через одиничну поверхню, розташовану перпендикулярно до напрямку швидкості руху. У векторній формі

$$\vec{P} = [\vec{E}\vec{H}], \quad (4.27)$$

цей вираз було отримано вченими Умовим та Пойнтінгом, тому вектор P називається *вектором Умова-Пойнтінга*.

Однією з цікавих властивостей ЕМХ є знайдений Максвеллом тиск ЕМХ на тіла, що зустрічаються на їхньому шляху. Фізична природа такого тиску полягає в збудженні в тілі електричних струмів (паралельних E), на які в магнітному полі H хвилі діє сила перпендикулярна I і H , тобто спрямована у бік швидкості хвилі. Максвел встановив, що якщо тіло повністю поглинає енергію ЕМХ, то тиск $P = \vec{U}$, а якщо хвиля частково відбивається, то

$$P = (1 + K)\vec{U}, \quad (4.28)$$

де K – коефіцієнт відбивання, \vec{U} – середня щільність енергії ЕМХ.

Цей тиск дуже малий, проте у дослідях П.М. Лебедева від був експериментально вимірюваний.

4.7. Основи радіозв'язку

Електричні коливання звукової частоти (до 20 кГц) що неспроможні безпосередньо збуджувати ЕМХ внаслідок мінімальної величини струмів зміщення цих частот. Тому для передачі сигналів за допомогою ЕМХ в радіотехніці використовуються коливання вищих частот ($10^5 \dots 10^{10}$ Гц), що здатні створювати сильні струми зміщення, отже, і збуджувати потужні ЕМХ. А передача коливань звукової частоти здійснюється за допомогою модуляції коливань високої частоти (ВЧ) коливаннями низької звукової частоти (НЧ). Найбільш широко в радіомовленні використовується амплітудна модуляція, що полягає в тому, що амплітуда коливань ВЧ генератора змінюється відповідно до коливань звуку.

Блок-схема радіопередавача показано на рис. 4.12.

ВЧ коливання струму типу $i = i_0 \sin \omega t$ надходять з генератора до модулятора, куди надходять і НЧ звукові коливання з частотою Ω з мікрофона, посилені підсилювачем НЧ.

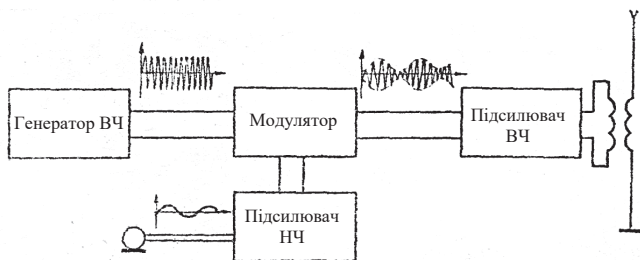


Рисунок 4.12

У модуляторі здійснюється модуляція ВЧ коливань, які після посилення підсилювачем ВЧ подаються на вихідний відкритий вібратор, звідки випромінюються в навколишній простір у вигляді ЕМХ. Один із провідників вібратора заземлюється, а другий (званий антеною) підвішується високо над землею. Струм на виході модулятора запишемо у вигляді

$$i = i_0[1 + K \sin \Omega t] \sin \omega t = i_0 \sin \omega t + i_0 K \sin \Omega t \sin \omega t = \\ = i_0 \sin \omega t + \frac{i_0}{2} K [\cos(\omega - \Omega)t - \cos(\omega + \Omega)t],$$

де $K = \frac{(I_{\text{макс}} - I_{\text{мін}})}{(I_{\text{макс}} + I_{\text{мін}})}$ – глибина модуляції, що визначається через мінімальну та максимальну амплітуду струму ВЧ коливання.

Таким чином, модульоване ВЧ коливання складається із трьох гармонійних коливань: із частотою ω (несуча частота) та частотами $\omega - \Omega$ і $\omega + \Omega$ (бокові частоти). Однак, оскільки $\omega \gg \Omega$, частоти коливань мало відрізняються один від одного і знаходяться в межах ширини резонансної кривої вхідного контуру приймача.

На рис. 4.13 показано блок-схему радіоприймача. Під впливом ЕМХ на антені приймача з'являються ВЧ струми, які збуджують у вхідному контурі, налаштованому на резонансну частоту, струми провідності із частотою модульованого коливання.

Так як вектор E паралельний провіднику відкритого вібратора передавача (див. рис. 4.11), то струм в антені приймача максимальний, якщо вона паралельна антені передавача. Після посилення ВЧ модульованого сигналу він надходить на детектор, де відбувається виділення з нього звукового НЧ коливання. Посилене звукове коливання подається на пристрій, що відтворює звук – гучномовець, телефон тощо.

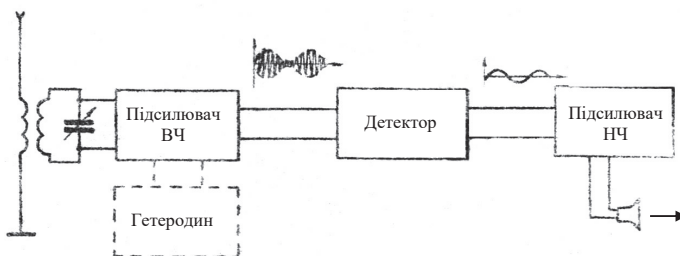


Рисунок 4.13

Схема детектора показано на рис. 4.14. Він є типовим випрямлячем змінного струму з високочастотним діодом. Діод пропускає струм тільки в одному напрямку, і, якби у схемі не було конденсатора на опорі виділялися б лише позитивні напівперіоди ВЧ сигналу (рис. 4.14, б). При підключенні конденсатора напруга на ньому не встигає змінитися між двома напівперіодами ВЧ сигналу і тому повторює зміну ВЧ сигналу (рис. 4.14, в), тобто звукове електричне коливання.

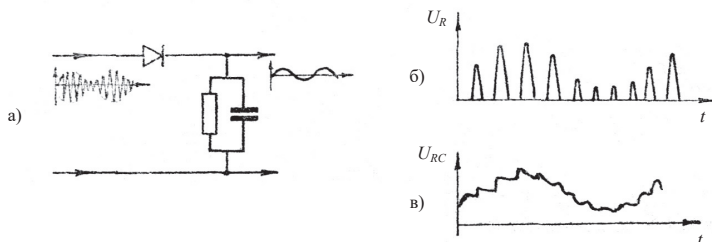


Рисунок 4.14

Очевидно, постійна часу RC -ланцюга $\tau = RC$ повинна бути такою, щоб напруга на C не встигала помітно змінитися за час ВЧ сигналу ($\tau > T_{ВЧ}$), але встигало змінитися під час періоду НЧ коливання ($\tau \ll T_{НЧ}$).

Коефіцієнт посилення будь-якого електронного приладу (транзистора, електронної лампи) зменшується зі збільшенням частоти сигналу, тому вже в діапазоні коротких хвиль коефіцієнт посилення підсилювача ВЧ різко зменшується, що зменшує чутливість радіоприймача. Цей недолік усунений у супергетеродинному приймачі, де в перший елемент підсилювача – змішувач –

вводяться два ВЧ сигнали: сигнал станції, що приймається ω і сигнал із спеціально вбудованого в приймач генератора-гетеродина ω_r (на рис. 4.13 вказаний штрихами). В результаті на виході змішувача з'являється сигнал із проміжною частотою $\omega - \omega_r$, набагато меншою ω , який потім посилюється резонансним підсилювачем ВЧ і детектується звичайним чином. При перебудові вхідного конденсатором контуру приймача на станцію іншої частоти одночасно іншим конденсатором змінюється частота гетеродина так, що проміжна частота не змінюється. Для цього обидва змінні конденсатори насаджуються на загальну вісь.

Якщо джерело ЕМХ та приймач пересуваються відносно один одного зі швидкістю u , то в цьому випадку також проявляється ефект Доплера (див. п. 4.3), а залежність частоти від швидкості при $u \ll c$ визначається подібно (4.15) як

$$\nu = \nu_0 \left(1 \pm \frac{u}{c} \right). \quad (4.30)$$

За відомої величини ν_0 стаціонарної радіостанції, вимірюючи на об'єкті, що рухається ν (наприклад, приймач на літаку), можна, за формулою (4.30) обчислити швидкість цього об'єкта.

КОНТРОЛЬНІ ТЕСТИ

1. Аналогом маси механічних коливань в електричних коливаннях є:

- 1) заряд;
- 2) струм;
- 3) ємність;
- 4) індуктивність.

2. Частота яких коливань менше:

- 1) власних;
- 2) загасаючих.

3. Від якого елемента контуру найсильніше залежить його добротність:

- 1) резистора;
- 2) конденсатора;
- 3) індуктивності.

4. Зі зростанням частоти опір паралельного коливального контуру:

- 1) безперервно збільшується;
- 2) безперервно зменшується;
- 3) має максимум;
- 4) має мінімум.

5. При резонансі в послідовному контурі зсув фаз між струмом і напругою дорівнює:

- 1) $-\pi/2$;
- 2) 0;
- 3) $+\pi/2$.

6. Де більша швидкість поширення звуку:

- 1) в Антарктиді;
- 2) в Україні;
- 3) в Африці (залежність швидкості від температури).

7. При русі джерела звуку у бік нерухомого приймача частота, що ним приймається:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) не змінюється.

8. У стоячій ЕМХ у двопровідній лінії амплітуда напруженості електричного поля дорівнює:

- 1) E_0 ;
- 2) $2E_0$;

3) $3E_0$.

9. На кінці замкнутої двопровідної лінії утворюється максимум:

1) E ;

2) H .

10. Швидкість ЕМХ у вакуумі визначається як:

1) $c = \sqrt{\epsilon\epsilon_0}$;

2) $c = \sqrt{\mu\mu_0}$;

3) $c = \sqrt{\mu_0\epsilon_0}$.

11. Аналогом коефіцієнта пружності механічних коливань в електричних коливаннях є:

1) заряд;

2) струм;

3) ємність;

4) індуктивність.

12. Від якого елемента контуру не залежить коефіцієнт загасання:

1) резистора;

2) конденсатора;

3) індуктивності.

13. При резонансі у послідовному контурі його опір R дорівнює:

1) r ;

2) rQ ;

3) rQ^2 .

14. При резонансі в паралельному контурі зсув фаз між його повним струмом і напругою дорівнює:

1) $-\pi/2$;

2) 0;

3) $+\pi/2$.

15. Зі збільшенням щільності речовини (за інших рівних величин) швидкість звуку в ньому:

1) збільшується;

2) зменшується;

3) не змінюється.

7. При видаленні джерела звуку від нерухомого приймача частота, що ним приймається:

1) зменшується;

2) збільшується;

3) не змінюється.

8. У вільно розповсюджуючій ЕМХ між коливаннями E і H :

- 1) є різниця фаз;
- 2) ні.

9. На кінці розімкнутої двопровідної лінії утворюється максимум:

- 1) E ;
- 2) H .

10. Потік електромагнітної енергії визначається:

- 1) простим добутком E та H ;
- 2) скалярним добутком;
- 3) векторним добутком.

11. Аналогом швидкості механічних коливань в електричних коливаннях є:

- 1) заряд;
- 2) струм;
- 3) ємність;
- 4) індуктивність.

12. Опір якого елемента зростає зі збільшенням частоти струму:

- 1) резистора;
- 2) конденсатор;
- 3) індуктивності.

13. Струм якого елемента випереджає напругу:

- 1) струм резистора;
- 2) конденсатор;
- 3) індуктивності.

14. При резонансі в паралельному контурі його опір R дорівнює:

- 1) r ;
- 2) rQ ;
- 3) rQ^2 .

15. Послідовний коливальний контур використовується:

- 1) у вхідному ланцюзі підсилювача;
- 2) у вихідному;
- 3) в обох випадках.

16. Згасання хвилі в 30 дБ відповідає зменшенню інтенсивності:

- 1) у 200 разів;
- 2) у 300 разів;
- 3) у 1000 разів.

17. Хвильове число " k " визначається як:

- 1) π/λ ;
- 2) $2\pi/\lambda$;
- 3) $\pi/2\lambda$.

18. У стоячий ЕМХ між коливаннями E та H :

- 1) є різниця фаз;
- 2) ні.

19. На кінці замкнутої двопровідної лінії утворюється мінімум:

- 1) E ;
- 2) H .

20. Низькочастотні звукові коливання вводяться в радіопередавач у блоці:

- 1) генератора ВЧ;
- 2) модулятора;
- 3) підсилювача ВЧ.

21. Аналогом зміщення механічних коливань в електричних коливаннях є:

- 1) заряд;
- 2) струм;
- 3) ємність;
- 4) індуктивність.

22. Опір якого елемента зменшується із збільшенням частоти струму:

- 1) резистора;
- 2) конденсатор;
- 3) індуктивності.

23. Струм якого елемента запізнюється по фазі від напружено:

- 1) резистора;
- 2) конденсатор;
- 3) індуктивності.

24. При резонансі у послідовному контурі амплітуда напруги на конденсаторі дорівнює:

- 1) ϵ_0 ;
- 2) $\epsilon_0 Q$;
- 3) $\epsilon_0 Q^2$.

25. Паралельний коливальний контур використовується:

- 1) у вхідному ланцюзі підсилювача;
- 2) у вихідному;
- 3) в обох ланцюгах.

26. При русі джерела звуку та приймача з однаковою швидкістю в одному напрямку частота звуку в приймачі:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

27. Для ЕМХ, що розповсюджується у напрямку $x > 0$, у виразі береться знак:

- 1) мінус;
- 2) плюс.

28. При відбиванні ЕМХ від кінця розімкнутої двопровідної лінії змінюється фаза:

- 1) E ;
- 2) H ;
- 3) нічого не змінюється.

29. На кінці розімкнутої двопровідної лінії утворюється мінімум:

- 1) E ;
- 2) H .

30. Низькочастотні звукові коливання виділяються з ЕМХ у радіоприймачі:

- 1) у блоці підсилювача ВЧ;
- 2) детектора;
- 3) підсилювача НЧ.

31. При яких коливаннях зсув фаз між струмом та напругою найбільший:

- 1) власних;
- 2) загасаючих;
- 3) вимушених.

32. Опір якого елемента залежить від частоти струму:

- 1) резистора;
- 2) конденсатора;
- 3) індуктивності.

33. Зі зростанням частоти опір послідовного коливального контуру:

- 1) безперервно збільшується;
- 2) безперервно зменшується;
- 3) має максимум;
- 4) має мінімум.

34. При резонансі в паралельному контурі амплітуда напруги на конденсаторі дорівнює:

- 1) ε_0 ;
- 2) $\varepsilon_0 Q$;
- 3) $\varepsilon_0 Q^2$.

35. Ефективне значення сили та напруги змінного струму:

- 1) менше амплітудного;
- 2) більше;
- 3) вони однакові.

36. При русі джерела звуку та приймача в протилежних напрямках один від одного частота звуку в приймачі:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

37. На високих частотах у двопровідній лінії переважають:

- 1) струми провідності;
- 2) струми змішування.

38. При відбиванні ЕМХ від кінця замкнутої двопровідної лінії змінюється фаза:

- 1) E ;
- 2) H ;
- 3) нічого не змінюється.

39. Найменша частота основного коливання у двопровідній лінії спостерігається коли вона:

- 1) замкнута з двох кінців;
- 2) розімкнена з двох кінців;
- 3) замкнута з одного кінця та розімкнена з іншого.

40. Потік електромагнітної енергії визначається:

- 1) простим твором E та H ;
- 2) скалярним твором;
- 3) векторним твором.

41. Аналогом маси механічних коливань в електричних коливаннях є:

- 1) заряд;
- 2) струм;
- 3) ємність;
- 4) індуктивність.

42. При яких коливаннях зсув фаз між струмом та напругою найбільший:

- 1) власних;
- 2) загасаючих;
- 3) вимушених.

43. Опір якого елемента зменшується із збільшенням частоти струму:

- 1) резистора;
- 2) конденсатора;
- 3) індуктивності.

44. Струм якого елемента випереджає по фазі напруга:

- 1) резистора;
- 2) конденсатора;
- 3) індуктивності.

45. При резонансі у послідовному контурі його опір R дорівнює:

- 1) r ;
- 2) rQ ;
- 3) rQ^2 .

46. При резонансі в послідовному контурі зсув фаз між струмом і напругою дорівнює:

- 1) $-\pi/2$;
- 2) 0 ;
- 3) $+\pi/2$.

47. Зі збільшенням щільності речовини (за інших рівних величин) швидкість звуку в ньому:

- 1) збільшується;
- 2) зменшується;
- 3) не змінюється.

48. Хвильове число " k " визначається як:

- 1) π/λ ;
- 2) $2\pi/\lambda$;
- 3) $\pi/2\lambda$.

49. Частота яких коливань менше:

- 1) власних;
- 2) загасаючих.

50. На кінці розімкнутої двопровідної лінії утворюється максимум:

- 1) E ;
- 2) H .

51. Від якого елемента найсильніше залежить добротність коливального контуру:

- 1) резистора;
- 2) конденсатора;
- 3) індуктивності.

52. При русі джерела звуку у бік нерухомого приймача частота, що ним приймається:

- 1) зменшується;
- 2) збільшується;
- 3) не змінюється.

53. У вільно розповсюджується ЕМХ між коливаннями E і H :

- 1) є різниця фаз;
- 2) ні.

54. На кінці замкнутої двопровідної лінії утворюється:

- 1) мінімум E ;
- 2) максимум E ;
- 3) мінімум H .

55. Низькочастотні звукові коливання виділяються з ЕМХ у радіоприймачі в блоці:

- 1) підсилювача ВЧ;
- 2) детектора;
- 3) підсилювача НЧ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дмітрієва В.Ф. Фізика: підручник для вищих навчальних закладів. Київ: Техніка, 2008. 644 с.
2. Чолпан П.П. Фізика: підручник для вищих навчальних закладів. Київ: ВШ, 2004. 564 с.
3. Барановський В.М., Бережний П.В., Горбачук І.Т. та ін. Загальна фізика: Лабораторний практикум: навч. посіб.; за заг. ред. І.Т. Горбачука. Київ: Вища шк., 2002. 509 с.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1, 2, 3. Київ: Техніка, 2006. 532 с.
5. Сусь Б.А., Заболотний В.Ф., Мисліцька Н.А. Коливання і хвилі: навчальний посібник для самостійної роботи студентів з електронним представленням. 2010. 192 с.
6. Ірха В.І. Коливання та хвилі: методичні вказівки з самостійної роботи для студентів усіх спеціальностей. Одеса: ДУІТЗ, 2023. 16 с.
7. Горбачов В.Е., Ірха В.І., Криськів С.К., Коробіцин Б.В. Фізика. Модуль 2. Ч. 2. Коливання та хвилі. Методичні вказівки та комплексне завдання. Одеса: ОНАЗ, 2006. 66 с.

Навчальне видання

Ірха Василь Іванович

ФІЗИКА

Навчальний посібник

Друкується в авторській редакції

Підписано до друку 21.03.2024.
Формат 60х84/16. Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Друк офсетний. Обсяг 7,44 друк. арк. Наклад 50 прим.
Зам. № 2103/1.

Надруковано з готового оригінал-макета у друкарні «Апрель»
ФОП Бондаренко М. О.
65045, м. Одеса, вул. В. Арнаутська, 60
Тел.: +38 (048) 703 11 86
info@aprel.od.ua

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців ДК № 4684 від 13.02.2014