

**Міністерство транспорту та зв'язку України**

**Державний департамент з питань зв'язку та інформатизації**  
**ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ЗВ'ЯЗКУ ім. О. С. ПОПОВА**

---

**Кафедра фізики оптичного зв'язку**



**ФІЗИКА**

**МОДУЛЬ 1**

**ЧАСТИНА 2**

**ЕЛЕКТРИКА**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА КОМПЛЕКСНЕ ЗАВДАННЯ**

**для студентів всіх спеціальностей**

**за напрямом “Телекомунікації”**

**Одеса 2006**

УДК 530.10

План НМВ 2006 р.

Методичні вказівки розробили укладачі:

доц. **В. Е. Горбачов**, проф. **В. І. Ірха**, викл. **О. А. Назаренко**

Методичні вказівки розглянуто на засіданні кафедри фізики оптичного зв'язку й рекомендовано до друку.

Протокол № 5 від 01.12.2005 р.

Зав кафедрою



І. М. Вікулін

Методичні вказівки розглянуто й ухвалено вченою радою науково навчального інституту поштового зв'язку

Протокол № 1 від 15 вересня 2006 р.

Директор ННІ

С. С. Криль

### Структура модуля 1 “ЕЛЕКТРИКА”

Змістовий модуль	Лекції (год.)	Заняття		Самостій- на робота	Інди- ві- дуальна робота
		прак- тичні	лабо- ратор- ні		
Модуль 1 : ЕЛЕКТРИКА (52 години)					
Механіка	4	0	2	8	0
Електрика	12	8	6	20	6
Разом : Модуль 1, год.	16	8	8	28	6

#### ЗМІСТ МОДУЛІВ (ЛЕКЦІЙНИХ ГОДИН):

##### Механіка

- 1.1 Вектори швидкості та прискорення. Кінематика поступального руху. Кінематика обертального руху. Рух точки колом (2 год.).
- 1.2 Закони динаміки. Рівняння руху. Робота сили. Закони змінювання та збереження енергії (2 год.).

##### Електрика

- 1.3 Електричні заряди та їхня взаємодія. Електричне поле точкового заряду. Електричне поле системи зарядів (2 год.).
- 1.4 Теорема Остроградського-Гаусса та її використання для обчислення характеристик електричного поля (2 год.).
- 1.5 Різниця потенціалів та її визначення. Зв'язок між потенціалом та напруженістю поля. Провідники в електричному полі (2 год.).
- 1.6 Електроємність. З'єднання конденсаторів. Діелектрики в електричному полі (2 год.).
- 1.7 Постійний електричний струм. Закони Ома та Джоуля – Ленца. З'єднання опорів (2 год.).
- 1.8 Електрорушійна сила. Правила Кірхгофа (2 год.).

#### Теми практичних занять модуля 1 “ЕЛЕКТРИКА”

№ п/п	Тема	Години
1	Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції полів. Електростатична сила	2
2	Потенціал. Різниця потенціалів. Робота по переміщенню зарядів в електричному полі	0
3	Електроємність віддалених тіл та системи тіл. Енергія електричного поля	2
4	Закони постійного струму	2
5	Розгалужені кола. Правила Кірхгофа	2

## КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ ЗНАНЬ

*При оцінці практичної частини по 4 задачам комплексного завдання студент одержує:*

- за правильне рішення й оформлення задачі і вірне пояснення ходу рішення – **25** балів;
- за правильне рішення й оформлення задачі і неточностями в поясненнях – **20** балів;
- за правильне рішення й оформлення задачі і помилками в поясненнях ходу рішення – **15** балів;
- за правильне рішення з недоліками оформлення (немає пояснень величин, схеми, одиниць виміру, і т.д.) задачі і вірне пояснення ходу рішення – **13** балів;
- за правильне рішення з недоліками оформлення (немає пояснень величин, схеми, одиниць виміру, і т.д.) задачі і неточностями в поясненнях ходу рішення – **10** балів;
- за правильний хід рішення й оформлення задачі, але з невірним чисельним рішенням і вірне пояснення ходу рішення – **8** балів;

Оцінка виставляється виходячи з наступних критеріїв:

- «Відмінно» – понад **95** балів,  
«Добре» – від **80** до **95** балів,  
«Задовільно» – від **60** до **80** балів,  
«Незадовільно» – менше **60** балів.

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ЩОДО ВИКОНАННЯ КОМПЛЕКСНОГО ЗАВДАННЯ

1 Для виконання комплексного завдання № 1 студенти повинні вивчити розділи “Механіка” та “Електрика” курсу фізики.

2 Студент повинен розв’язати п’ять задач: 1.1; 1.2; 1.3; 1.4; 1.5. Номер варіанта визначається порядковим номером студента в журналі групи. Нумери умов, які студент повинен включити до комплексного завдання, слід брати в таблицях вхідних даних.

3 Звіт з індивідуального завдання виконується в окремому зошиті. Записи проводяться на правому боці розвороту зошита. На лівому боці записують зауваги викладача та зроблені студентом виправлення.

4 На обкладинці зошита слід зазначити назву роботи, номер варіанта, прізвище та ініціали студента, шифр групи.

5 Задачі слід розташовувати у порядку, зазначеному викладачем. Умову треба переписувати повністю. Зробити *короткий запис умови*. Привести значення заданих величин до *системи одиниць СІ*. Навести пояснювальну *схему* чи *рисунок*.

6 При розв’язуванні задач треба передусім встановити основні фізичні явища й подати формули, котрі відбивають ці явища. Всі позначення у формулах слід *пояснити*.

7 З наведених формул слід скласти систему рівнянь та віднайти розв’язок задачі чи її частини в *літерному вигляді*, де шукана величина має бути подана через задані величини в літерних (символьних) позначеннях.

8 Слід *перевірити одиниці виміру* здобутих величин на відповідність їх до сподіваних. Для цього підставити до формули літерного розв’язку замість символу кожної величини її одиницю виміру і здійснити необхідні перетворення. Лише після збігу одиниць виміру зі сподіваними слід підставити до формули літерного розв’язку *числові значення* величин і зробити обчислення. Обчислення провадити з трьома значущими цифрами.

9 Наприкінці роботи слід зазначити використану літературу.

## ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ФОРМУЛИ

### Механіка

Якщо заряд  $q$  пройшов прискорювальну різницю потенціалів  $U$ , то для знаходження його кінцевої швидкості  $v$  використовують закон употужнення енергії

$$T_2 - T_1 = A,$$

де робота сил електричного поля

$$A = qU,$$

а  $T_2$ ,  $T_1$  – значення кінетичної енергії заряду в початковій і кінцевій точках шляху. Якщо заряд рухався зі стану спокою, то

$$T_1 = 0, \quad \text{а} \quad T_2 = \frac{m v^2}{2},$$

де  $m$  – маса заряду;  $v$  – його кінцева швидкість.

На заряд, що рухається зі швидкістю  $v$  перпендикулярно напрямку електричного поля в конденсаторі з напругою  $U$ , діє сила, що відхиляє заряд

$$F = q = q / d,$$

де  $d$  – відстань поміж пластинами конденсатора.

Ця сила спричинює прискорення, спрямоване уздовж електричного поля

$$a = F / m.$$

Кут відхилення заряду від початкового напрямку  $\alpha$  визначається з трикутника швидкостей за його вильоту з конденсатора:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{tY}}{v_{tX}}.$$

Для визначення цих швидкостей слід підставити значення прискорення руху заряду в проекції кінематичних рівнянь поступального руху на осі координат:

$$\begin{aligned} S_{tX} &= v_{0X} t + \frac{a_X \cdot t^2}{2}; & v_{tX} &= v_{0X} + a_X t; \\ S_{tY} &= v_{0Y} t + \frac{a_Y \cdot t^2}{2}; & v_{tY} &= v_{0Y} + a_Y t. \end{aligned}$$

Ці рівняння значно спрощуються за вибору осі  $X$  уздовж початкового напрямку швидкості  $v$ , а осі  $Y$  – уздовж прискорення  $a$ :

$$St = \ell; \quad St = h; \quad v_{0X} = v; \quad v_{0Y} = 0; \quad a = 0; \quad a = a,$$

де  $\ell$  – довжина пластин конденсатора,  $h$  – відхилення заряду від початкового напрямку.

За рівноваги зарядженої частинки масою  $m$  в електричному полі сила ваги  $mg$  компенсується електростатичною силою  $F = q E$ .

## Електрика

Напруженість та потенціал електростатичного поля  $\epsilon$

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0; \quad \varphi = W_n / q_0,$$

де  $\vec{F}$  – сила, котра діє на додатний точковий заряд  $q_0$ , який поміщено в дану точку поля;  $W_n$  – потенційна енергія заряду  $q_0$ .

Напруженість та потенціал поля точкового заряду  $q$  на відстані  $r$  від заряду

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r^2}; \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r},$$

де  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – електрична стала;  $\epsilon$  – діелектрична проникність середовища.

Напруженість поля рівномірно зарядженої зарядом  $Q$  сфери радіусом  $R$  на відстані  $r$  від центра сфери:

$$\text{а) } E = 0 \text{ за } r < R; \quad \text{б) } E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r^2} \quad \text{за } r \geq R.$$

Лінійна та поверхнева густина заряду

$$\tau = \frac{dQ}{dl}; \quad \sigma = \frac{dQ}{dS}.$$

Напруженість поля нескінченного рівномірно зарядженого циліндра радіусом  $R$  на відстані  $r$  від осі циліндра:

а)  $E = 0$  за  $r < R$ ;

б)  $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}$  за  $r \geq R$ .

Напруженість поля нескінченної рівномірно зарядженої площини:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Зв'язок поміж напруженістю та потенціалом електростатичного поля:

$$\vec{E} = -\frac{\rho}{dr}.$$

Для однорідного поля:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_{1,2}},$$

де  $r_{1,2}$  – відстань між еквіпотенційними поверхнями з потенціалами  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$ .

Робота сил поля щодо переміщення заряду  $q_0$  з точки поля з потенціалом  $\varphi_1$  до точки з потенціалом  $\varphi_2$

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Електроємність конденсатора

$$C = \frac{Q}{U},$$

де  $Q$  – заряд конденсатора,  $U$  – різниця потенціалів пластин конденсатора.

Електроємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

де  $S$  – площа кожної пластини конденсатора;  $d$  – відстань поміж пластинами.

Електроємність циліндричного конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot L}{\ln(R_2 / R_1)},$$

де  $L$  – довжина обкладинок конденсатора;  $R_1$  та  $R_2$  – радіуси коаксіальних циліндрів.

Електроємність сферичного конденсатора:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

де  $R_1$  та  $R_2$  – радіуси концентричних сфер.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

де  $Q$  – заряд конденсатора;  $C$  – його електроємність;  $U$  – різниця потенціалів обкладинок конденсатора.

Закон Ома:

а) для однорідної ділянки кола

$$I = \frac{U}{R},$$

де  $I$  – сила струму, який протікає ділянкою кола;  $U$  – напруга на ділянці;  $R$  – опір ділянки;

б) для неоднорідної ділянки кола

$$I = \frac{\varepsilon - \Delta\varphi_{2,1}}{R + r},$$

де  $\Delta\varphi_{2,1} = U = \varphi_2 - \varphi_1$  – різниця потенціалів на кінцях ділянки;  $\varepsilon$  – ЕРС джерела, яке входить до ділянки;  $r$  – внутрішній опір джерела;

в) для замкненого кола

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

де  $R$  – зовнішній опір кола,  $r$  – внутрішній опір джерела.

Правила Кірхгофа

$$\sum I_i = 0; \quad \sum I_i R_i + \sum I_i r_i = \sum \varepsilon_i,$$

де  $\sum I_i$  – алгебрична сума струмів, які сходяться у вузлі, котрі позитивні, коли струм входить до вузла;

$\sum I_i R_i$  – алгебрична сума спаду напруги на зовнішніх опорах замкнутого контура, а  $\sum I_i r_i$  – алгебрична сума спаду напруги на внутрішніх опорах джерел замкнутого контура, які є позитивні, коли напрямок сили струму збігається з обраним заздалегідь напрямком обходу контура;

$\sum \varepsilon_i$  – алгебрична сума ЕРС джерел, які входять до цього контура, які є позитивні, коли напрямок роботи сторонніх сил (від “–“ до “+” всередині джерела) збігається з обраним заздалегідь напрямком обходу контура.



## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**Приклад 1.1** Сфера радіусом  $R = 5$  см та нескінченна площина рівномірно заряджені з поверхневою густиною заряду  $\sigma_1 = 10$  нКл/м<sup>2</sup> та  $\sigma_2 = -15$  нКл/м<sup>2</sup> відповідно. Центр сфери знаходиться на відстані  $l = 10$  см від площини.

Знайти: напруженість електростатичного поля в точці  $A$ , яка перебуває на відстані  $a = 5$  см від поверхні сфери та 10 см – від площини; силу, яка діятиме на точковий заряд  $q_0 = 0,1$  нКл, якщо його помістити в точку  $A$ .

Дано:  $a = 5$  см  $= 5 \cdot 10^{-2}$  м

$\sigma_1 = 10$  нКл/м<sup>2</sup>  $= 10 \cdot 10^{-9}$  Кл/м<sup>2</sup>

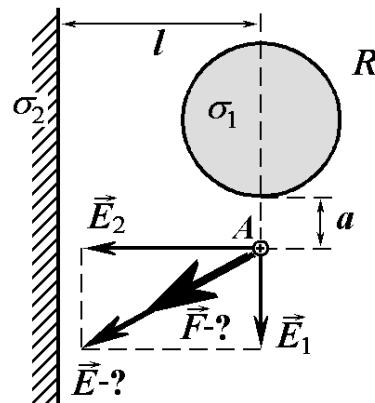
$\sigma_2 = -15$  нКл/м<sup>2</sup>  $= -15 \cdot 10^{-9}$  Кл/м<sup>2</sup>

$R = 5$  см  $= 5 \cdot 10^{-2}$  м

$l = 10$  см  $= 10 \cdot 10^{-2}$  м

$b = 10$  см  $= 10 \cdot 10^{-2}$  м

$q_0 = 0,1$  нКл  $= 0,1 \cdot 10^{-9}$  Кл



$E, F - ?$

Розв'язання:

1. Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів, кожен заряд створює поле незалежно від перебування в просторі інших зарядів. Тому повна напруженість дорівнює сумі окремих:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Напруженість поля сфери у вакуумі (чи в повітрі) на відстані  $r$  від її центра

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (1)$$

де  $\epsilon_0$  – електрична стала;  $Q_1$  – заряд сфери. Подамо заряд сфери через поверхневу густина заряду  $\sigma_1$  та площу поверхні ( $S = 4\pi R^2$ ), а відстань  $r$  від точки до центра сфери – через відстань  $a$  до поверхні сфери та радіус сфери  $R$ :

$$Q_1 = 4\pi\sigma_1 R^2; \quad r = a + R.$$

Підставивши ці вирази до формули (1), дістанемо

$$E_1 = \frac{4\pi R^2 |\sigma_1|}{4\pi\epsilon_0 (a + R)^2} = \frac{R^2 |\sigma_1|}{\epsilon_0 (a + R)^2}. \quad (2)$$

Напруженість поля рівномірно зарядженої площини з поверхневою густиною  $\sigma_2$

$$E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\epsilon_0}. \quad (3)$$

Вектор  $\vec{E}_1$  спрямований силовою лінією від сфери, так як сфера заряджена позитивним зарядом; вектор  $\vec{E}_2$  спрямований до площини, так як вона заряджена негативно.

Модуль вектора  $\vec{E}$  віднайдемо за теоремою косинусів:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha},$$

але, внаслідок того що вектори  $\vec{E}_1$  та  $\vec{E}_2$  взаємно перпендикулярні і  $\cos 90^\circ = 0$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}. \quad (4)$$

Підставивши (2) та (3) до (4) та виносячи спільний множник  $1/\epsilon_0$  за знак кореня, дістанемо

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{R^2 \sigma_1^2}{(a+R)^2} + \frac{\sigma_2^2}{4}}. \quad (5)$$

2. Величину сили, котра діє на точковий заряд  $q_0$ , який перебуває в електростатичному полі, віднайдемо за формулою

$$F = q_0 E. \quad (6)$$

Перевіряємо, чи дає формула (5) одиницю напруженості В/м, а формула (6) – одиницю сили Н.

$$[E] = \frac{1}{[\epsilon_0]} \{[\sigma^2]\}^{1/2} = \frac{1}{1 \text{ Ф/м}} \left\{1 \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^4}\right\}^{1/2} = \frac{1 \text{ Кл} \cdot \text{м}}{1 \text{ Ф} \cdot \text{м}^2} = \frac{1 \text{ Кл} \cdot \text{В}}{1 \text{ Кл} \cdot \text{м}} = 1 \text{ В/м};$$

$$[F] = [Q][E] = 1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В/м} = \frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Дж/Кл}}{\text{м}} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = 1 \text{ Н}.$$

Підставимо до формул (5) та (6) значення величин в одиницях СІ і зробимо обчислення:

$$E = \frac{1}{8,85 \cdot 10^{-12}} \sqrt{\frac{0,05^2 \cdot 10^{-16}}{(0,05 + 0,05)^2} + \frac{(1,5 \cdot 10^{-8})^2}{4}} = 1,02 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

$$F = 10^{-10} \cdot 1,02 \cdot 10^3 = 1,02 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Напрямок сили збігається з напрямком вектора  $\vec{E}$  (оскільки  $q_0 > 0$ ), що і показано на рисунку.

*Відповідь:*  $E = 1,02 \cdot 10^3 \text{ В/м.}, F = 1,02 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$

**Приклад 1.2** Повітряний циліндричний конденсатор складається з двох коаксіальних циліндрів радіусами  $R_1 = 1 \text{ см}$  та  $R_2 = 3 \text{ см}$ . Довжина обкладок конденсатора  $L = 50 \text{ см}$ . Конденсатор зарядили до різниці потенціалів  $U = 100 \text{ В}$  і відключили від джерела. Визначити: 1) ємність конденсатора; 2) напруженість поля в конденсаторі на відстані  $r = 2 \text{ см}$  від осі циліндра; 3) швидкість, яку матиме протон, переміщуючись під дією сил поля від однієї обкладинки конденсатора до другої; 4) наскільки зміниться енергія конденсатора, якщо простір поміж циліндрами заповнити парафіном ( $\epsilon = 2$ ).

Дано:  $\varepsilon = 2$

$$R_1 = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

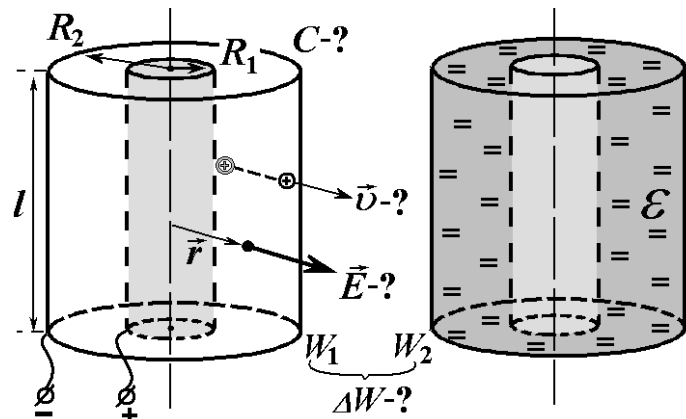
$$R_2 = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м}$$

$$L = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$r = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$



$C$ ;  $E$ ;  $v$ ;  $\Delta W$  – ?

Розв'язання

1. Електроємність повітряного  $\varepsilon = 1$  циліндричного конденсатора обчислюється за формулою

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(R_2 / R_1)}, \quad (1)$$

де  $\varepsilon_0$  – електрична постійна;  $L$  – довжина обкладинок конденсатора;  $R_1$  та  $R_2$  – радіуси циліндрів.

2. Для знаходження напруженості поля на відстані  $r$  від осі циліндрів використаємо принцип суперпозиції електричних полів

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

де  $\vec{E}_1$  – напруженість поля в точці, створена внутрішнім циліндром;  $\vec{E}_2$  – напруженість поля зовнішнього циліндра в тій самій точці. Оскільки напруженість необхідно знайти на відстані  $r < R_2$ , то  $E_2 = 0$  й  $E = E_1$ . Припускаючи, що циліндр досить довгий ( $r \ll L$ ), необхідну напруженість дістанемо за формулою розрахунку напруженості поля нескінченно довгого циліндра :

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, \quad (2)$$

де  $\tau = Q/L$  – лінійна густина заряду циліндра. Заряд конденсатора  $Q$ , зв'язаний з напругою  $U$  між його обкладками співвідношенням

$$Q = CU. \quad (3)$$

Підставивши до формули (2) вирази для  $\tau$  та  $Q$ , дістанемо

$$E = \frac{CU}{2\pi\varepsilon_0 r l}. \quad (4)$$

3. Протон, переміщуючись під дією сил поля конденсатора, змінює свою кінцеву енергію на величину, рівну роботі сил поля. Зміна кінетичної енергії

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

де  $T_1$  й  $T_2$  – кінетична енергія протона в початковій і кінцевій точках шляху.

Якщо у протона не було початкової швидкості, то  $T_1 = 0$  і

$$\Delta T = T_2 = \frac{mv^2}{2}, \quad (5)$$

де  $m$  – маса протона;  $v$  – його кінцева швидкість.

Робота сил поля дістається як добуток заряду протона, який дорівнює елементарному заряду  $e$  на різницю потенціалів  $u$ :

$$A = eU. \quad (6)$$

Прирівнявши праві частини рівнянь (5) та (6), одержимо

$$\frac{mv^2}{2} = eU.$$

звідки

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (7)$$

4. При заповненні конденсатора парафіном його енергія зміниться на величину

$$\Delta W = W' - W, \quad (8)$$

де  $W$  – енергія повітряного конденсатора;  $W'$  – енергія конденсатора з парафіном.

Енергія конденсатора із зарядом  $Q$  та ємністю  $C$  визначається:

$$W = \frac{Q^2}{2C}. \quad (9)$$

Так як конденсатор відімкнено від джерела, то заряд  $Q$  на його обкладках при заповненні парафіном залишиться без змін. Ємність конденсатора після заповнення парафіном зміниться й дорівнюватиме

$$C' = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 L}{\ln(R_2 / R_1)} = \epsilon C.$$

Тоді

$$W' = \frac{Q^2}{2C'} = \frac{Q^2}{2\epsilon C}. \quad (10)$$

Підставляємо (9) та (10) у (8) й виносячи спільний множник за дужки

$$\Delta W = \frac{Q^2}{2C} \left( \frac{1}{\epsilon} - 1 \right) = \frac{Q^2(1 - \epsilon)}{2\epsilon C},$$

або з урахуванням формули (3) зміна енергії конденсатора визначається як

$$\Delta W = \frac{CU^2(1 - \epsilon)}{2\epsilon}.$$

Підставимо числові значення до розрахункових формул (1), (4), (7) і (11) та виконаємо обчислення:

$$C = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5}{\ln(0,03/0,01)} = 2,53 \cdot 10^{-11} \text{ Ф};$$

$$E = \frac{2,53 \cdot 10^{-11} \cdot 100}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 0,5} = 4,55 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 1,38 \cdot 10^5 \text{ м/с};$$

$$\Delta W = \frac{2,53 \cdot 10^{-11} \cdot 100^2(1 - 2)}{2 \cdot 2} = -6,33 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}.$$

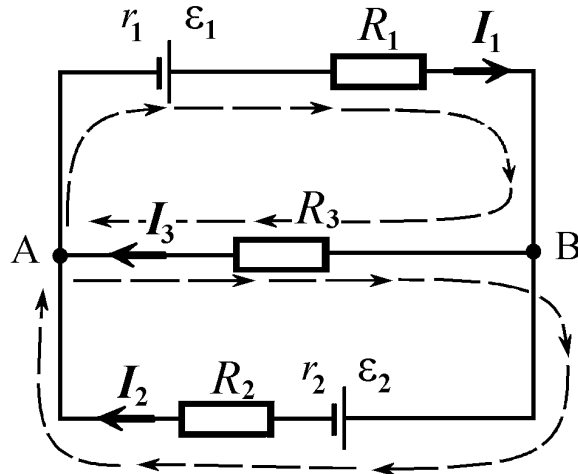
Таким чином, енергія, відключеного від джерела, конденсатора при внесенні діелектрика зменшується ( $\Delta W < 0$ ). Це пов'язано з тим, що сили поля конденсатора поляризують діелектрик і втягують його до області більшої напруженості.

Відповідь:  $E = 4,55 \cdot 10^3 \text{ В/м}$ ,  $v = 1,38 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ ,  $\Delta W = -6,33 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$ .

**Приклад 1.3** Електричне коло складається із двох джерел ЕРС  $\varepsilon_1 = 20 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 5 \text{ В}$  і трьох опорів:  $R_1 = R_2 = 19 \text{ Ом}$  та  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ . Внутрішні опори джерел  $r_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 1 \text{ Ом}$ , через опір  $R_1$  проходить струм  $I_1 = 0,2 \text{ А}$  в напрямку, зазначеному на рисунку. Віднайти: опір  $R_1$  та сили струмів, які проходять через опори  $R_2$  та  $R_3$ , різницю потенціалів поміж точками  $A$  та  $B$ .

Дано:

$\varepsilon_1 = 20 \text{ В}$   
 $\varepsilon_2 = 5 \text{ В}$   
 $r_1 = 2 \text{ Ом}$   
 $r_2 = 1 \text{ Ом}$   
 $R_2 = 19 \text{ Ом}$   
 $R_3 = 10 \text{ Ом}$   
 $I_1 = 0,2 \text{ А}$



Віднайти:  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $R_1$ ,  $\varphi_B - \varphi_A$ ?

Розв'язання:

Для розрахунку розгалужених кіл використовують правила Кірхгофа.

Для знаходження опору і двох значень сили струму, необхідно скласти три рівняння. Перед складанням рівнянь слід довільно обрати: а) напрямки струмів (якщо їх не визначено умовою); б) напрямки обходу контурів. Напрямок струму  $I_1$  задано, напрямки струмів  $I_2$  та  $I_3$  оберемо так само, як на схемі, й домовимось обходити контури за годинниковою стрілкою (штрихова лінія на схемі). Дана схема має два вузли:  $A$  та  $B$ . При складанні рівнянь за першим правилом Кірхгофа слід враховувати, що струм, який підходить до вузла, входить до рівняння зі знаком “+”, а струм, що виходить від вузла, – зі знаком “–”.

За першим правилом Кірхгофа, для вузла  $A$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

Для вузла  $B$  складати рівняння не має змісту – воно зводиться до рівняння (1). Необхідні ще два рівняння дістанемо, виходячи із другого правила Кірхгофа. При цьому слід дотримуватись наступних правил щодо знаків:

а) падіння напруги (добуток  $IR$  чи  $Ir$ ) входить рівняння зі знаком “+”, якщо напрям струму збігається з напрямом обходу контуру, в іншому випадку – зі знаком “–”;

б) ЕРС входить до рівняння зі знаком “+”, якщо вона збільшує потенціал в напрямку обходу контуру (перехід відбувається від мінуса до плюса всередині джерела), в іншому випадку – зі знаком “–”.

За другим правилом Кірхгофа, для контурів  $B\varepsilon_1 R_1 A R_3 B$  та  $B R_3 A R_2 \varepsilon_2 B$

$$I_1 r_1 + I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_1, \quad (2)$$

$$-I_3 R_3 + I_2 R_2 + I_2 R_2 = -\varepsilon_2. \quad (3)$$

Підставивши до рівнянь (1)...(3) значення заданих величин, дістанемо систему рівнянь

$$\begin{cases} 0.2 - I_3 - I_2 = 0 \\ 0.2 \cdot 2 + 0.2 R_1 + 10 I_3 = 20 \\ -10 I_3 + 19 I_2 + I_2 = -5 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} 0.2 - I_3 - I_2 = 0 \\ 0.2 R_1 + 10 I_3 = 19.6 \\ 20 I_2 - 10 I_3 = -5 \end{cases} \quad (4)$$

$$(5)$$

$$(6)$$

Виразимо  $I_3$  із рівняння (4) й підставимо в рівняння (6):

$$I_3 - 0.2 - I_2; \quad 20 I_2 - 2 + 10 I_2 = -5, \text{ звідки } I_2 = -0.1 \text{ А.}$$

Знак “-”, у значенні струму  $I_3$  означає, що напрямок струму  $I_3$  було обрано протилежним до дійсного. В реальності струм  $I_3$  протікає від вузла  $B$  до вузла  $A$ .

З рівняння (4) відшукаємо  $I_3$ :

$$I_3 = 0.2 - (-0.1); \quad I_3 = 0.3 \text{ А.}$$

Із рівняння (5) знаходимо  $R_1$ :

$$R_1 = \frac{19.6 \cdot 10 \cdot 0.3}{0.2} = 83 \text{ Ом.}$$

Різницю потенціалів  $U = \Delta \varphi_{A,B} = \varphi_B - \varphi_A$  можна віднайти, якщо записати закон Ома для ділянки кола, наприклад  $B \varepsilon_1 R_1 A$ :

$$I = \frac{\varepsilon - \Delta \varphi_{A,B}}{R + r}. \quad (7)$$

У законі Ома вже враховано, що позитивний напрямок сили струму збігається з напрямком роботи сторонніх сил джерела, що відповідає збільшенню потенціалу. Тоді шукана різниця потенціалів буде:

$$\Delta \varphi_{A,B} = \varepsilon_1 - I_1 (R_1 + r_1).$$

Виконуємо обчислення

$$\Delta \varphi_{A,B} = 20 \text{ В} - 0.2(83 + 2) = 3 \text{ В.}$$

*Відповідь:*  $I_2 = -0.1 \text{ А}; I_3 = 0.3 \text{ А}; R_1 = 83 \text{ Ом}, \Delta \varphi_{A,B} = 3 \text{ В.}$

## ЗАДАЧІ

### Задача 1.1 Принцип суперпозиції електричних полів

*Розв'язати у відповідності зі своїм варіантом одну з наведених нижче задач. Номер задачі і всі необхідні дані подано в табл. 1.1. Якщо в номері задачі є літерний індекс, то слід відповідати лише на запитання, котре відповідає цьому індексові.*

**1** Електростатичне поле створюється двома нескінченними паралельними площинами, які заряджені рівномірно з поверхневими густинами  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$ . Знайти силу, що діє в цьому полі на точковий заряд  $Q_1$ , якщо заряд перебуває: **а)** поміж площинами; **б)** поза межами площин.

**2** Точковий заряд  $Q_1$  перебуває в центрі рівномірно зарядженої сфери радіусом  $R$ . Віднайти напруженість електростатичного поля у двох точках, які лежать від центра на відстанях  $r_1$  та  $r_2$ , якщо: **а)** заряд сфери дорівнює  $Q_2$ ; **б)** поверхнева густина заряду сфери дорівнює  $\sigma_2$ .

**3** Довга нитка, рівномірно заряджена з лінійною густиною  $\tau_1$ , розташована на осі довгого циліндра, радіус якого  $R$ . Циліндр рівномірно заряджено з лінійною густиною  $\tau_2$ . Віднайти напруженість електростатичного поля у двох точках: 1) на відстані  $r_1$  від нитки; 2) на відстані  $l$  від поверхні циліндра.

**4** Дві довгі паралельні нитки рівномірно заряджено з лінійними густинами  $\tau_1$  та  $\tau_2$ . Відстань поміж нитками дорівнює  $l$ . Віднайти напруженість електростатичного поля в точці, яка перебуває на відстані  $r_1$  від першої нитки та  $r_2$  від другої нитки.

**5** Електростатичне поле утворюється рівномірно зарядженими нескінченною площиною та сферою. Поверхнева густина заряду площини  $\sigma_1$ . Радіус сфери  $R$ , поверхнева густина заряду  $\sigma_2$ . Центр сфери міститься на відстані  $l$  від площини. Віднайти напруженість поля в точці, котра розміщена поміж сферою й площиною на відстані  $r_1$  від площини.

### Задача 1.2 Електроємність

*Розв'язати одну з нижчеподаних задач. Номер задачі та всі необхідні дані наведено в табл. 1.2.*

**1** Сферичний повітряний конденсатор складається з двох концентричних сфер з радіусами  $R_1$  та  $R_2$ . Конденсатор заряджено до певної різниці потенціалів. В табл. 1.2 задано по варіантах  $R_1$ ,  $R_2$  й одну з таких величин:  $Q$  – заряд на обкладках конденсатора;  $U$  – різниця потенціалів поміж обкладками;  $v$  – швидкість, яку сприймає електрон, проходячи під дією сил поля від однієї обкладки до іншої. Віднайти: 1) величину, зазначену в останній колонці таблиці; 2) напруженість поля в конденсаторі на відстані  $r$  від центра сфери; 3) енергію конденсатора.

**2** Циліндричний повітряний конденсатор складається з двох коаксіальних циліндрів радіусами  $R_1$  та  $R_2$ . Довжина конденсатора  $L$ . Конденсатор заряджено до певної різниці потенціалів. В табл. 1.2 задано по варіантах розміри конденсатора й одну з таких величин:  $Q$  – заряд на обкладках конденсатора;  $U$  – різниця потенціалів поміж обкладками;  $v$  – швидкість, яку має протон, проходячи під

дією сил поля від однієї обкладки до іншої. Знайти: 1) величину, зазначену в останній колонці таблиці; 2) напруженість поля в конденсаторі на відстані  $r$  від осі циліндра; 3) енергію конденсатора.

**3** Плоский повітряний конденсатор з площею пластин  $S$  та відстанню між пластинами  $d$  заряджено і вимкнено із джерела. В табл. 1.2 задано за варіантами розміри конденсатора й одну з таких величин:  $Q$  – заряд на обкладках конденсатора;  $U$  – різниця потенціалів між обкладками;  $E$  – напруженість поля в конденсаторі;  $v$  – швидкість, якої набуде електрон, переміщуючись під дією сил поля від однієї обкладки до іншої. Віднайти: 1) величину, зазначену в останній колонці таблиці; 2) наскільки зміниться енергія конденсатора, якщо відстань між його пластинами збільшити в удвічі.

**4** Плоский повітряний конденсатор з площею пластин  $S$  та відстанню між пластинами  $d$  підімкнено до джерела електричної енергії. В табл. 1.2 задано по варіантах розміри конденсатора та одну з таких величин:  $Q$  – заряд на обкладках конденсатора;  $U$  – різниця потенціалів між обкладками;  $E$  – напруженість поля в конденсаторі;  $v$  – швидкість, яку матиме протон, переміщуючись під дією сил поля від однієї обкладки до іншої.

Віднайти: 1) величину, зазначену в останній колонці таблиці; 2) наскільки зміниться енергія конденсатора, якщо, не вимикаючи конденсатор із джерела, простір поміж його пластинами заповнити діелектриком з діелектричною проникністю  $\epsilon$ .

### Задача 1.3. Рух заряджених частинок в електричному полі

*Розв'язати одну з нижчеподаних задач. Номер задачі вказано в табл. 1.3.*

**1** Заряджена частинка, що пройшла прискорюючу різницю потенціалів  $U$ , влітає у простір між пластинами конденсатора зі швидкістю  $v$ , спрямованою до паралельно пластин. Довжина конденсатора  $\ell$ ; відстань між пластинами  $d$ ;  $h$  – відстань, на яку відхилилася частинка;  $T$  – енергія частинки при вильоті;  $t$  – час, впродовж якого рухалася частинка;  $E$  – напруженість електричного поля;  $\alpha$  – кут відхилення частинки. Знайти величини, зазначені в останній графі таблиці для: **а)** електрона; **б)** протона; **в)**  $\alpha$ -частинки.

**2** Порошина масою  $m$  й зарядом  $Q$  урівноважена між пластинами плоского повітряного конденсатора, до якого прикладено напругу  $U$ . Відстань поміж пластинами дорівнює  $d$ . Віднайти величини, зазначені в останній графі таблиці: **а)** порошина позитивно заряджена; **б)** порошина негативно заряджена.

### Задача 1.4. Закони постійного струму

*Розв'язати одну з нижчеподаних задач. Номер задачі вказано в табл. 1.4.*

**1** Чотири джерела з ЕРС  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ , – внутрішніми опорами  $r_1, r_2, r_3, r_4$  й чотири резистори  $R_1, R_2, R_3, R_4$  – з'єднані так, як показано на рис. 1 чи рис. 2. (згідно з варіантом). Віднайти величини, зазначені в останній графі таблиці: силу струмів на окремих ділянках кола; струм короткого замикання  $I_{кз}$ ; корисну потужність  $P_{пол}$ ; повну потужність  $P_0$ ; максимальну потужність  $P_{max}$ ; ККД ( $\eta$ ) і потужність, що виділяється на резисторах  $R_1, R_2, R_3, R_4$  ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) згідно з варіантом.



**2** Чотири джерела з ЕРС  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ , внутрішніми опорами  $r_1, r_2, r_3, r_4$  з'єднані як показано на рис. 3.  $R_1, R_2, R_3, R_4$  – опори плечей містка Уїтстона. Віднайти величини, зазначені в останньому стовпчику таблиці за умови, що місток збалансований: сили струмів в окремих плечах містка; струм короткого замикання  $I_{\text{КЗ}}$ ; повну потужність  $P_0$ ; корисну потужність  $P_{\text{ПОЛ}}$ ; максимальну потужність  $P_{\text{max}}$ ; ККД ( $\eta$ ) та потужність, що виділяється в окремих плечах Уїтстона ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) згідно варіанта.

### **Задача 1.5. Розгалужені кола**

Складіть схему з трьох сполучених ділянок, відображених на рис. 4. Номери ділянок, ЕРС джерел  $\varepsilon_i$ , внутрішній опір джерел  $r_i$ , опір ділянок  $R_i$  (або сила струму  $I_i$ , що протікає по одній із ділянок в напрямку від т.  $A$  до  $B$ ) задано по варіантах в табл. 1.5.

Відшукати: 1) величини, зазначені в останній графі таблиці; 2) різницю потенціалів між точками  $A$  та  $B$ .

Приклад схеми, яка відповідає 25-му варіанту, показаний на рис. 4,а.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОМПЛЕКСНОГО ЗАДАНИЯ

1 Для выполнения комплексного задания № 1 студенты должны изучить разделы “Механика” и “Электричество” курса физики.

2 Студент должен решить пять задач: 1.1; 1.2; 1.3; 1.4; 1.5. Номер варианта определяется порядковым номером фамилии студента в журнале группы. Номера условий, которые студент должен включить в комплексное задание, указаны в таблицах исходных данных.

3 Отчет по индивидуальному заданию выполняется в отдельной тетради. Записи ведутся на правой стороне разворота тетради. На левой стороне пишутся замечания преподавателя и сделанные студентом исправления.

4 На обложке тетради следует записать название работы, номер варианта, фамилию и инициалы студента, шифр группы.

5 Задачи следует располагать в порядке, указанном преподавателем. Условие переписывать полностью. Далее сделать **краткую запись условия**. Привести значение заданных величин к **системе единиц СИ**. Представить пояснительную **схему** или **рисунок**.

6 При решении задач прежде всего установить основные физические явления и записать формулы, которые отражают эти явления. Все обозначения в формулах следует **пояснить**.

7 Из приведенных формул следует составить систему уравнений и найти решение задачи или ее части в **буквенном виде**, где искомая величина должна быть представлена через заданные величины в буквенных (символьных) обозначениях.

8 Следует **проверить единицы измерения** полученных величин на соответствие их с ожидаемыми. Для этого следует подставить в формулу буквенного решения вместо символа каждой величины ее единицу измерения и осуществить необходимые преобразования. Лишь после совпадения единиц измерения с ожидаемыми следует подставить в формулу буквенного решения **числовые значения** величин и сделать вычисления.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

### Механика

Если заряд  $q$  прошел ускоряющую разность потенциалов  $U$ , то для нахождения его конечной скорости  $v$  используют закон изменения энергии

$$T_2 - T_1 = A,$$

где работа сил электрического поля

$$A = qU,$$

а  $T_2$ ,  $T_1$  – значения кинетической энергии заряда в начальной и конечной точках пути. Если заряд двигался из состояния покоя, то

$$T_1 = 0, \quad \text{а} \quad T_2 = \frac{mv^2}{2},$$

где  $m$  – масса заряда;  $v$  – его конечная скорость.

На заряд, движущийся со скоростью  $v$  перпендикулярно направлению однородного электрического поля в конденсаторе с напряжением  $U$ , действует отклоняющая сила

$$F = qE = qU / d,$$

где  $d$  – расстояние между пластинами конденсатора.

Эта сила вызывает ускорение, направленное вдоль электрического поля

$$a = F / m.$$

Угол отклонения заряда от первоначального направления  $\alpha$  определяется из треугольника скоростей при его вылете из конденсатора:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{iy}}{v_{ix}}$$

Для определения этих скоростей необходимо подставить ускорение движения заряда в проекции кинематических уравнений поступательного движения на оси координат:

$$\begin{aligned} S_{ix} &= v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}; & v_{ix} &= v_{0x} + a_x t; \\ S_{iy} &= v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}; & v_{iy} &= v_{0y} + a_y t. \end{aligned}$$

Эти уравнения значительно упрощаются при выборе оси  $X$  вдоль первоначального направления скорости  $v$ , а оси  $Y$  вдоль ускорения  $a$ :

$$S_{ix} = \ell; \quad S_{iy} = h; \quad v_{0x} = v; \quad v_{0y} = 0; \quad a_x = 0; \quad a_y = a,$$

где  $\ell$  – длина пластин конденсатора,  $h$  – отклонение заряда от первоначального направления.

При равновесии заряженной частицы массой  $m$  в электрическом поле сила тяжести  $mg$  компенсируется электростатической силой  $F = qE$ .

### Электричество

Электрическое поле описывается двумя основными характеристиками – *напряженностью электростатического поля* и *потенциалом*

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0; \quad \varphi = W_n / q_0,$$

где  $\vec{F}$  – сила, которая действует на пробный точечный заряд  $q_0$ , находящийся данной точке поля;  $W_n$  – потенциальная энергия заряда  $q_0$ .

Напряженность и потенциал поля точечного заряда  $q$  на расстоянии  $r$  от заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r^2}; \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r},$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

Напряженность поля равномерно заряженной сферы радиусом  $R$  на расстоянии  $r$  от центра сферы:

$$\text{а) } E = 0 \text{ при } r < R; \quad \text{б) } E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r^2} \quad \text{при } r \geq R, \text{ где } Q - \text{заряд сферы.}$$

Линейная и поверхностная плотности заряда:

$$\tau = \frac{dQ}{dl}; \quad \sigma = \frac{dQ}{dS}.$$

Напряженность поля бесконечного равномерно заряженного цилиндра радиусом  $R$  на расстоянии  $r$  от оси цилиндра:

а)  $E = 0$  при  $r < R$ ;

б)  $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r}$  при  $r \geq R$ .

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля:

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Для однородного поля

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_{1,2}},$$

где  $r_{1,2}$  – расстояние между эквипотенциальными поверхностями с потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Работа сил поля по перемещению заряда  $q_0$  из точки поля с потенциалом  $\varphi_1$  в точку с потенциалом  $\varphi_2$

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Емкость конденсатора по определению

$$C = \frac{Q}{U},$$

где  $Q$  – заряд конденсатора,  $U$  – разность потенциалов между пластинами конденсатора.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

где  $S$  – площадь каждой пластины конденсатора;  $d$  – расстояние между пластинами.

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot L}{\ln(R_2 / R_1)},$$

где  $L$  – длина обкладок конденсатора;  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы коаксиальных цилиндров.

Емкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы концентрических сфер.

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где  $Q$  – заряд конденсатора,  $C$  – его электроёмкость;  $U$  – разность потенциалов на обкладках конденсатора.

Закон Ома:

а) для однородного участка цепи:

$$I = \frac{U}{R},$$

где  $I$  – сила тока, который протекает по участку цепи;  $U$  – напряжение на участке;  $R$  – сопротивление участка;

б) для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{\varepsilon - \Delta\varphi_{2,1}}{R + r},$$

где  $\Delta\varphi_{2,1} = U = \varphi_2 - \varphi_1$  – разность потенциалов (напряжение) на концах участка,  $\varepsilon$  – ЭДС источника, который находится на участке;  $r$  – внутреннее сопротивление источника;

в) для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где  $R$  – внешнее сопротивление цепи;  $r$  – внутреннее сопротивление источника.

Правила Кирхгофа:

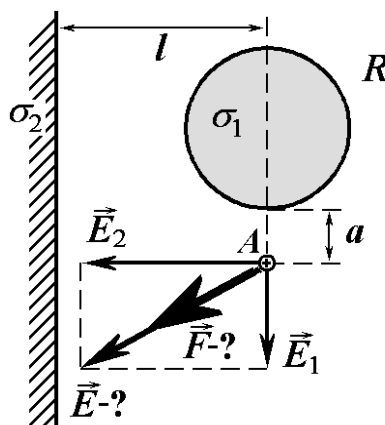
$$\sum I_i = 0; \quad \sum I_i R_i + \sum I_i r_i = \sum \varepsilon_i,$$

где  $\sum I_i$  – алгебраическая сумма токов сходящихся в узле, которые положительны, когда ток входит в узел;  $\sum I_i R_i$  – алгебраическая сумма падения напряжения на внешних сопротивлениях замкнутого контура, а  $\sum I_i r_i$  – алгебраическая сумма падения напряжения на внутренних сопротивлениях замкнутого контура, которые положительны, когда направление силы тока совпадает с выбранным заранее направлением обхода контура;  $\sum \varepsilon_i$  – алгебраическая сумма ЭДС источников контура, которые положительны, когда направление работы сторонних сил (от “–” к “+” внутри источника) совпадает с выбранным заранее направлением обхода контура.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Пример 1.1** Сфера радиусом  $R = 5$  см и бесконечная плоскость равномерно заряженные с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 10$  нКл/м<sup>2</sup> и  $\sigma_1 = -15$  нКл/м<sup>2</sup> соответственно. Центр сферы находится на расстоянии  $\ell = 10$  см от плоскости. Найти напряженность электростатического поля в точке  $A$ , которая находится на расстоянии  $a = 5$  см от поверхности сферы и  $b = 10$  см от плоскости; силу, действующую на точечный заряд  $q_0 = 0,1$  нКл, помещенный в точку  $A$ .

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 10 \text{ нКл/м}^2 = 10 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2 \\ \sigma_2 &= -15 \text{ нКл/м}^2 = -15 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2 \\ R &= 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ \ell &= 10 \text{ см} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ a &= 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ b &= 10 \text{ см} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ q_0 &= 0,1 \text{ нКл} = 0,1 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}\end{aligned}$$



$E, F - ?$

Решение.

1. В соответствии с принципом суперпозиции, каждый заряд создает поле независимо от расположения других зарядов. Поэтому общая напряженность в точке равна векторной сумме напряженностей отдельных зарядов:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Напряженность поля сферы в воздухе на расстоянии  $r$  от его центра

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (1)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная;  $Q_1$  – заряд сферы.

Выразим заряд сферы через поверхностную плотность заряда  $\sigma_1$  и площадь поверхности сферы ( $S = 4\pi R^2$ ), а расстояние  $r$  от точки  $A$  к центру сферы через расстояние  $a$  к поверхности сферы и радиус сферы  $R$ :

$$Q_1 = 4\pi\sigma_1 R^2; \quad r = a + R.$$

Подставив эти выражения в формулу (1), получим

$$E_1 = \frac{4\pi R^2 |\sigma_1|}{4\pi\epsilon_0 (a + R)^2} = \frac{R^2 |\sigma_1|}{\epsilon_0 (a + R)^2}. \quad (2)$$

Напряженность поля плоскости равномерно заряженной с поверхностной плотностью  $\sigma_2$

$$E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\epsilon_0} \quad (3)$$

Вектор  $\vec{E}_1$  направлен по силовой линии от сферы, так как сфера заряжена положительным зарядом, вектор  $\vec{E}_2$  направлен к плоскости, так как она заряжена отрицательно.

Модуль вектора  $\vec{E}$  найдем по теореме косинусов

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \alpha},$$

но так как векторы  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  взаимно перпендикулярны и  $\cos 90^\circ = 0$ , то

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}. \quad (4)$$

Подставим (2) и (3) в (4) и вынося общий множитель  $1/\epsilon_0$  за знак корня

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{R^2 \sigma_1^2}{(a+R)^2} + \frac{\sigma_2^2}{4}}. \quad (5)$$

2. Величину силы, которая действует на точечный заряд  $q_0$ , который находится в электростатическом поле, находим по формуле

$$F = q_0 E. \quad (6)$$

Проверяем, дает ли формула (5) единицу напряженности В/м, а формула (6) единицу силы Н.

$$[E] = \frac{1}{[\varepsilon_0]} \{[\sigma^2]\}^{1/2} = \frac{1}{1 \text{ Ф/м}} \left\{1 \frac{\text{Кл}^2}{\text{М}^4}\right\}^{1/2} = \frac{1 \text{ Кл} \cdot \text{м}}{1 \text{ Ф} \cdot \text{м}^2} = \frac{1 \text{ Кл} \cdot \text{В}}{1 \text{ Кл} \cdot \text{м}} = 1 \text{ В/м}$$

$$[F] = [Q][E] = 1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В/м} = \frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Дж/Кл}}{\text{м}} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = 1 \text{ Н}.$$

Подставим в формулы (5) и (6) значение величин в единицах СИ и сделаем вычисления:

$$E = \frac{1}{8,85 \cdot 10^{-12}} \sqrt{\frac{0,05^2 \cdot 10^{-16}}{(0,05 + 0,05)^2} + \frac{(1,5 \cdot 10^{-8})^2}{4}} = 1,02 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

$$F = 10^{-10} \cdot 1,02 \cdot 10^3 = 1,02 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Направление силы совпадает с направлением вектора  $\vec{E}$ . (так как  $q_0 > 0$ ), что и показано на рисунке.

$$\text{Ответ: } E = 1,02 \cdot 10^3 \text{ В/м}, F = 1,02 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

**Пример 1.2** Воздушный цилиндрический конденсатор состоит из двух коаксиальных цилиндров радиусами  $R_1 = 1$  см и  $R_2 = 3$  см. Длина обкладок конденсатора  $L = 50$  см. Конденсатор зарядили с разностью потенциалов  $U = 100$  В и отключили от источника.

Найти: 1) емкость конденсатора; 2) напряженность поля в конденсаторе на расстоянии  $r = 2$  см от оси цилиндра; 3) скорость, которую будет иметь протон перемещаясь под действием сил поля от одной обкладки конденсатора к второй; 4) на сколько изменится энергия конденсатора, если пространство между цилиндрами заполнить парафином ( $\varepsilon = 2$ ).

Дано:  $\varepsilon = 2$ ;

$R_1 = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м};$

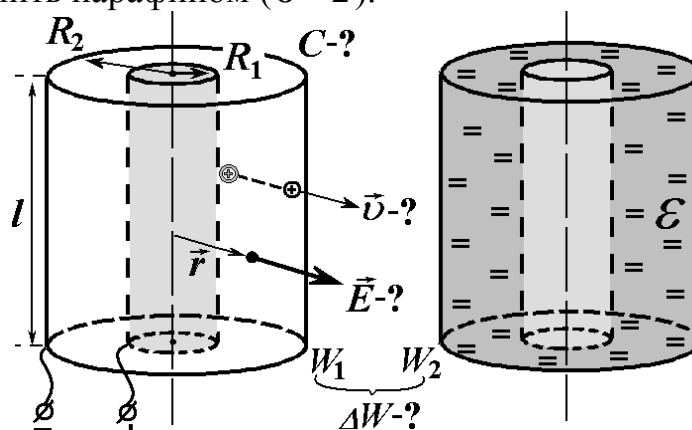
$R_2 = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м};$

$L = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м};$

$r = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м};$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл},$

$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$



Решение:

$C; E; v; \Delta W - ?$

Емкость воздушного  $\varepsilon = 1$  цилиндрического конденсатора находится по формуле

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2 / R_1)}, \quad (1)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная;  $L$  – длина обкладок конденсатора;  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы цилиндров.

Для нахождения напряженности поля на расстоянии  $r$  от оси цилиндров, используем принцип суперпозиции электрических полей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

где  $\vec{E}_1$  – напряженность поля в точке, созданная внутренним цилиндром;  $\vec{E}_2$  – напряженность поля внешнего цилиндра в той же точке. Так как напряженность необходимо найти на расстоянии  $r < R_2$ , то  $E_2 = 0$  и  $E = E_1$ . Допуская, что цилиндр длинный ( $r \ll L$ ), его напряженность находим по формуле расчета напряженности поля бесконечно длинного цилиндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (2)$$

где  $\tau = Q/L$  – линейная плотность заряда цилиндра. Заряд конденсатора  $Q$ , связан с напряжением  $U$  между его обкладками соотношением

$$Q = CU. \quad (3)$$

Подставив в формулу (2) выражения для  $\tau$  и  $Q$ , получим

$$E = \frac{CU}{2\pi\epsilon_0 r l}. \quad (4)$$

Протон из состояния покоя, перемещаясь под действием сил поля конденсатора, изменяет свою конечную энергию на величину, равную работе сил поля:

$$T_2 - T_1 = A,$$

где  $T_2$ ,  $T_1$  – значения кинетической энергии протона в начальной и конечной точках пути. Т. к. у протона не было начальной скорости, то  $T_1 = 0$  и

$$T_2 = \frac{mv^2}{2} = A, \quad (5)$$

где  $m$  – масса протона;  $v$  – его конечная скорость.

Работа сил поля находится как произведение заряда протона, равного элементарному заряду  $q_p = e$  на разность потенциалов  $U$ :

$$A = eU. \quad (6)$$

Приравняв правые части уравнений (5) и (6), получим

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \text{ откуда } v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (7)$$

При заполнении конденсатора парафином его энергия изменится на величину

$$\Delta W = W' - W, \quad (8)$$

где  $W$  – энергия воздушного конденсатора;  $W'$  – энергия конденсатора с парафином.

Энергия конденсатора с зарядом  $Q$  и емкостью  $C$  находится по формуле



$$W = \frac{Q^2}{2C}. \quad (9)$$

Так как конденсатор отключен от источника, то заряд  $Q$  на его обкладках при заполнении парафином останется без перемен. Емкость конденсатора после заполнения парафином изменится, и будет равняться

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 L}{\ln(R_2 / R_1)} = \epsilon C$$

тогда

$$W' = \frac{Q^2}{2C'} = \frac{Q^2}{2\epsilon C}. \quad (10)$$

Подставив (9) и (10) в (8) и вынося общий множитель за скобки, получим

$$\Delta W = \frac{Q^2}{2C} \left( \frac{1}{\epsilon} - 1 \right) = \frac{Q^2(1-\epsilon)}{2\epsilon C},$$

или с учетом формулы (3), изменение энергии конденсатора

$$\Delta W = \frac{CU^2(1-\epsilon)}{2\epsilon}.$$

Подставим числовые значения в расчетные формулы (1), (4), (7) и (11) и выполним вычисления:

$$C = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5}{\ln(0,03/0,01)} = 2,53 \cdot 10^{-11} \text{ Ф};$$

$$E = \frac{2,53 \cdot 10^{-11} \cdot 100}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 0,5)} = 4,55 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 1,38 \cdot 10^5 \text{ м/с};$$

$$\Delta W = \frac{2,53 \cdot 10^{-11} \cdot 100^2 (1-2)}{2 \cdot 2} = -6,33 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}.$$

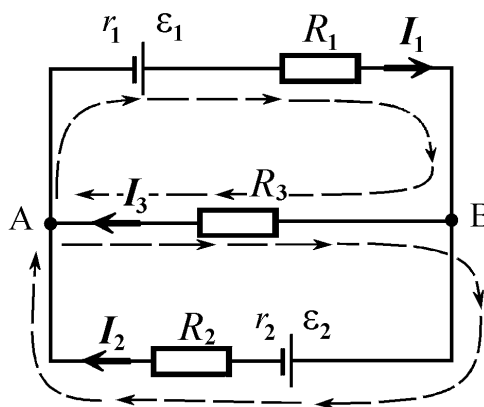
Таким образом, энергия отключенного конденсатора при внесении диэлектрика уменьшается ( $\Delta W < 0$ ). Это связано с тем, что силы поля конденсатора поляризуют диэлектрик и втягивают его в область большей напряженности.

*Ответ:*  $E = 4,55 \cdot 10^3 \text{ В/м}$ ,  $v = 1,38 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ ,  $\Delta W = -6,33 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$ .

**Пример 1.3** Электрическая цепь состоит из двух источников ЭДС  $\epsilon_1 = 20 \text{ В}$ ,  $\epsilon_2 = 5 \text{ В}$  и трех сопротивлений  $R_1, R_2 = 19 \text{ Ом}$  и  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ . Внутренние сопротивления источников  $r_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 1 \text{ Ом}$ , а через сопротивление  $R_1$  проходит ток  $I_1 = 0,2 \text{ А}$  в направлении, указанном на рисунке.

Найти: 1) сопротивление  $R_1$  и силы токов, которые проходят через сопротивления  $R_2$  и  $R_3$ ; 2) разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$ .

Дано:  $\varepsilon_1 = 20 \text{ В}$   
 $\varepsilon_2 = 5 \text{ В}$   
 $r_1 = 2 \text{ Ом}$   
 $r_2 = 1 \text{ Ом}$   
 $R_2 = 19 \text{ Ом}$   
 $R_3 = 10 \text{ Ом}$   
 $I_1 = 0,2 \text{ А}$



$I_2, I_3, R_1, \varphi_B - \varphi_A$ ?

Решение:

1. Для расчета разветвленных цепей используют правила Кирхгофа.

Чтобы найти сопротивление и два значения силы тока, необходимо составить три уравнения. Перед составлением уравнений необходимо произвольно выбрать: а) направление токов (если они не заданы в условии); б) направление обхода контуров. Направление тока  $I_1$  задано, направление токов  $I_2$  и  $I_3$  выберем так, как на схеме, и договоримся обходить контуры по часовой стрелке (штриховая линия на схеме). Данная схема имеет два узла:  $A$  и  $B$ . При составлении уравнений по первому правилу Кирхгофа необходимо учесть, что ток, который подходит к узлу, входит в уравнения со знаком “+”, а ток, который выходит от узла – со знаком “-”.

По первому правилу Кирхгофа для узла  $A$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

Уравнение для узла  $B$  сводится к уравнению (1).

Необходимые еще два уравнения получим по второму правилу Кирхгофа. При этом необходимо придерживаться следующих правил знаков: а) падение напряжения (произведение  $IR$  или  $Ir$ ) входит в уравнение со знаком плюс, если направление тока совпадает с направлением обхода контура, в другом случае – со знаком минус; б) ЭДС входит в уравнения со знаком “+”, если она увеличивает потенциал в направлении обхода контура (переход происходит от минуса к плюсу в середине источника), в другом случае – со знаком “-”.

По второму правилу Кирхгофа для контуров  $B\varepsilon_1 R_1 A R_3 B$  и  $B R_3 A R_2 \varepsilon_2 B$

$$I_1 r_1 + I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_1; \quad (2)$$

$$-I_3 R_3 + I_2 R_2 + I_2 R_2 = -\varepsilon_2. \quad (3)$$

Подставив в уравнения (1), (2), (3) значение заданных величин, получим систему уравнений

$$\begin{cases} 0,2 - I_3 - I_2 = 0 \\ 0,2 \cdot 2 + 0,2 R_1 + 10 I_3 = 20 \\ -10 I_3 + 19 I_2 + I_2 = -5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 0,2 - I_3 - I_2 = 0 \\ 0,2 R_1 + 10 I_3 = 19,6 \\ 20 I_2 - 10 I_3 = -5 \end{cases} \quad (4) \quad (5) \quad (6)$$

Выразим  $I_3$  из уравнения (4) и подставим в уравнения (6)

$$I_3 - 0,2 - I_2; \quad 20 I_2 - 2 + 10 I_2 = -5.$$

$$I = -0,1 \text{ А.}$$

Знак “-” в значении тока  $I_2$  означает, что направление тока  $I_2$  было выбра-

но противоположным действующему. В реальности ток  $I_2$  протекает от узла  $B$  к узлу  $A$ .

Из уравнения (4) находим

$$I_3 = 0,2 - (-0,1); \quad I_3 = 0,3 \text{ A}$$

Из уравнения (5) находим  $R_1$

$$R_1 = \frac{19,6 \cdot 10 \cdot 0,3}{0,2} = 83 \text{ Ом.}$$

2. Разность потенциалов  $U = \Delta\varphi_{A,B} = \varphi_B - \varphi_A$  можно найти, если записать закон Ома для неоднородного участка цепи, например  $B\varepsilon_1 R_1 A$ .

$$I = \frac{\varepsilon - \Delta\varphi_{A,B}}{R + r} \quad (7)$$

В законе Ома уже учтено, что положительное направление силы тока совпадает с направлением работы сторонних сил источника, которое соответствует увеличению потенциала. Тогда искомая разность потенциалов

$$\Delta\varphi_{A,B} = \varepsilon_1 - I_1(R_1 + r_1).$$

Выполняем вычисления:

$$\Delta\varphi_{A,B} = 20 \text{ В} - 0,2(83 + 2) = 3 \text{ В}.$$

Ответ:  $I_2 = -0,1 \text{ A}$ ;  $I_3 = 0,3 \text{ A}$ ;  $R_1 = 83 \text{ Ом}$ ,  $\Delta\varphi_{A,B} = 3 \text{ В}$ .

## ЗАДАЧИ

### Задача 1.1 Принцип суперпозиции электрических полей

Решить в соответствии со своим вариантом одну из приведенных ниже задач. Номер задачи и все необходимые данные приведены в табл. 1.1. Если в номере задачи есть буквенный индекс, то следует отвечать только на вопрос, который соответствует этому индексу.

**1** Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, которые заряжены равномерно с поверхностными плотностями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . Найти силу, которая действует в этом поле на точечный заряд  $Q_1$ , если заряд находится: *а)* между плоскостями; *б)* за пределами плоскостей.

**2** Точечный заряд  $Q_1$  находится в центре равномерно заряженной сферы радиусом  $R$ . Найти напряжённость электростатического поля в двух точках, которые лежат от центра на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$ , если: *а)* заряд сферы равняется  $Q_2$ ; *б)* поверхностная плотность заряда сферы равна  $\sigma_2$ .

**3** Длинная нить, равномерно заряженная с линейной плотностью  $\tau_1$ , расположена на оси длинного цилиндра, радиус которого  $R$ . Цилиндр равномерно заряжен с линейной плотностью  $\tau_2$ . Найти напряжённость электростатического поля в двух точках: 1) на расстоянии  $r_1$  от нити; 2) на расстоянии  $l$  от поверхности цилиндра.

**4** Две длинных параллельных нити равномерно заряжены с линейными плотностями  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Расстояние между нитями равняется  $l$ . Найти напряжённость электростатического поля в точке, которая находится на расстоянии  $r_1$  от первой нити и  $r_2$  от второй нити.

**5** Электростатическое поле создается равномерно заряженными бесконечной плоскостью и сферой. Поверхностная плотность заряда плоскости  $\sigma_1$ . Радиус сферы  $R$ , поверхностная плотность заряда  $\sigma_2$ . Центр сферы находится на расстоянии  $l$  от плоскости. Найти напряжённость поля в точке, которая находится между сферой и плоскостью на расстоянии  $r_1$  от плоскости.

### **Задача 1.2 Электроемкость**

*Решить одну из следующих задач. Номер задачи и все необходимые данные приведены в табл. 1.2. Примечание: Переписывая условие задачи, перечисляйте только те величины, которые относятся к данному варианту, и укажите их численные значения.*

**1** Сферический воздушный конденсатор состоит из двух концентрических сфер с радиусами  $R_1$  и  $R_2$ . Конденсатор заряжен с некоторой разностью потенциалов. В табл. 1.2 заданы по вариантам  $R_1$ ,  $R_2$  и одна из следующих величин:  $Q$  – заряд на обкладках конденсатора;  $U$  – разность потенциалов между обкладками;  $v$  – скорость, которую приобретёт электрон, проходя под действием сил поля от одной обкладки к другой. Найти: 1) величину, указанную в последней колонке таблицы; 2) напряжённость поля в конденсаторе на расстоянии  $r$  от центра сферы; 3) энергию конденсатора.

**2** Цилиндрический воздушный конденсатор состоит из двух коаксиальных цилиндров радиусами  $R_1$  и  $R_2$ . Длина конденсатора  $L$ . Конденсатор заряжен с некоторой разностью потенциалов. В табл. 1.2 заданы по вариантам размеры конденсатора и одна из следующих величин:  $Q$  – заряд на обкладках конденсатора;  $U$  – разность потенциалов между обкладками;  $v$  – скорость, которую приобретёт протон, пройдя под действием сил поля от одной обкладки к другой. Найти: 1) величину, указанную в последней графе таблицы; 2) напряжённость поля в конденсаторе на расстоянии  $r$  от оси цилиндра; 3) энергию конденсатора.

**3** Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин  $S$  и расстоянием между пластинами  $d$  зарядили и отключили от источника. В табл. 1.2 заданы по вариантам размеры конденсатора и одна из следующих величин:  $Q$  – заряд на обкладках конденсатора;  $U$  – разность потенциалов между обкладками;  $E$  – напряженность поля в конденсаторе;  $v$  – скорость, которую приобретёт электрон, перемещаясь под действием сил поля от одной обкладки к другой.

Найти: 1) величину, указанную в последней графе таблицы; 2) насколько изменится энергия конденсатора, если расстояние между его пластинами увеличить в два раза.

**4** Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин  $S$  и расстоянием между пластинами  $d$  подключен к источнику электрической энергии. В табл. 1.2 заданы по вариантам размеры конденсатора и одна из следующих величин:  $Q$  – заряд на обкладках конденсатора;  $U$  – разность потенциалов между обкладками;  $E$  – напряженность поля в конденсаторе;  $v$  – скорость, которую приобретёт протон, перемещаясь под действием сил поля от одной обкладки к другой. Найти: 1) величину, указанную в последней графе таблицы; 2) насколько изменится энергия конденсатора, если, не отключая конденсатор от источ-

ника, пространство между его пластинами заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .

### **Задача 1.3 Движение заряженных частиц в электрическом поле**

*Решить одну из следующих задач. Номера задач указаны в табл. 1.3*

**1** Частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов  $U$ , влетает в пространство между пластинами конденсатора со скоростью  $v$ , направленной параллельно пластинам. Длина пластин конденсатора  $\ell$ ;  $d$  – расстояние между пластинами;  $h$  – расстояние, на которое отклонилась частица;  $T$  – энергия частицы при вылете;  $t$  – время, в течение которого двигалась частица;  $E$  – напряженность электрического поля;  $\alpha$  – угол отклонения частицы. Найти величины, указанные в последней графе таблицы для: **а)** электрона; **б)** протона; **в)**  $\alpha$ -частицы.

**2** Пылинка массой  $m$  и зарядом  $Q$  уравновешена между пластинами плоского воздушного конденсатора, к которому приложено напряжение  $U$ . Расстояние между пластинами равно  $d$ . Найти величины, указанные в последней графе таблицы: **а)** пылинка положительно заряжена; **б)** пылинка отрицательно заряжена.

### **Задача 1.4. Законы постоянного тока**

Четыре источника с ЭДС  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ , внутренними сопротивлениями  $r_1, r_2, r_3, r_4$  и четыре резистора  $R_1, R_2, R_3, R_4$  соединены так, как показано на рис. 1, 2, 3. (номер рисунка указан в табл. 1.4). Для рис. 3 считать, что мостик сбалансирован.

Найти величины, указанные в последней графе таблицы: силу токов на отдельных участках цепи; ток короткого замыкания –  $I_{кз}$ ; полезную мощность –  $P_{пол}$ ; полную мощность –  $P_0$ ; максимальную мощность –  $P_{макс}$ ; КПД ( $\eta$ ) и мощность, которая выделяется на резисторах  $R_1, R_2, R_3, R_4$  ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) согласно варианта.

### **Задача 1.5. Разветвленные цепи**

Составьте схему из трех соединенных участков, которые изображены на рис. 4. Номера участков, ЭДС источников  $\epsilon_i$ , внутреннее сопротивление источников  $r_i$ , сопротивление участков  $R_i$  (или сила тока  $I_i$ , который протекает по одному из участков в направлении от точки А к В) заданы по вариантам в табл. 1.5.

Найти: 1) величины, указанные в последней колонке таблицы; 2) разность потенциалов между точками А и В.

Пример схемы, которая отвечает 25-му варианту, показан на рис. 4, а.

**ТАБЛИЦІ ВАРІАНТІВ ЗАВДАНЬ****Таблиця 1.1**

**Таблица 1.2**





Таблиця 1.4

Варіант	Рис.	$\varepsilon_i, B$	$r_i, Ом$	$R_i, Ом$	Зайти
1	1	$\varepsilon_1 = 5; \varepsilon_2 = 3, \varepsilon_3 = 2, \varepsilon_4 = 6$	$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 1$	$R_1 = 20, R_2 = 80, R_3 = 10, R_4 = 40$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_0, I_{K3}, P_0$
2	2	$\varepsilon_1 = 4; \varepsilon_2 = 4, \varepsilon_3 = 6$	$r_1 = 0,5, r_2 = 0,5, r_3 = 1$	$R_1 = 40, R_2 = 60, R_3 = 20$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_1, P_2, P_3$
3	2	$\varepsilon_1 = 10; \varepsilon_4 = 4$	$r_1 = 2, r_4 = 0,5$	$R_1 = 100, R_4 = 150$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_1, P_2, P_4$
4	1	$\varepsilon_1 = 6$	$r_1 = 2$	$R_2 = 300, R_4 = 120$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_2$
5	2	$\varepsilon_1 = 5; \varepsilon_2 = 5, \varepsilon_3 = 6, \varepsilon_4 = 2$	$r_1 = 0,5, r_2 = 1, r_3 = 0,5, r_4 = 1$	$R_1 = 100, R_2 = 250, R_3 = 140$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_0, I_{K3}, P_3$
6	2	$\varepsilon_1 = 4; \varepsilon_2 = 2, \varepsilon_3 = 6$	$r_1 = 1, r_2 = 1, r_3 = 1$	$R_1 = 80, R_2 = 45, R_4 = 50$	$I_1, I_2, I_4, I_5, I_6, P_{кор}$
7	1	$\varepsilon_1 = 4; \varepsilon_3 = 3, \varepsilon_4 = 1$	$r_1 = 1, r_3 = r_4 = 0,5$	$R_1 = 10, R_2 = 30$	$I_1, I_2, I_3, I_0, I_{K3}, P_{кор}$
8	3	$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 4$	$r_1 = r_3 = 1$	$R_1 = 0, R_2 = 50, R_4 = 200$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_0, I_{K3}, P_{кор}$
9	1	$\varepsilon_2 = 8, \varepsilon_3 = 6, \varepsilon_4 = 2$	$r_2 = 2, r_3 = 1,5, r_4 = 0,5$	$R_3 = 200, R_4 = 50$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_3, P_4$
10	2	$\varepsilon_3 = 10, \varepsilon_4 = 8$	$r_3 = 2, r_4 = 1$	$R_1 = 50, R_2 = 80, R_3 = 100, R_4 = 150$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_1, P_2, P_3, P_4$
11	1	$\varepsilon_1 = 2, \varepsilon_3 = 4$	$r_1 = 0,5, r_3 = 2$	$R_2 = 80, R_4 = 20$	$I_1, I_2, I_3, I_0, I_{K3}, P_{макс}$
12	3	$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$	$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 1$	$R_1 = 20, R_2 = 40, R_4 = 160$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_0, I_{K3}, P_{кор}$
13	3	$\varepsilon_1 = 4, \varepsilon_2 = 2$	$r_1 = 2, r_2 = 1$	$R_1 = 45, R_2 = 75, R_3 = 300$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_0, I_{K3}, P_0$
14	2	$\varepsilon_2 = 6, \varepsilon_3 = 6$	$r_2 = 1, r_3 = 1$	$R_1 = 80, R_2 = 20, R_3 = 10$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_1, P_2, P_3$
15	1	$\varepsilon_1 = 3, \varepsilon_2 = 3, \varepsilon_3 = 3$	$r_1 = r_2 = r_3 = 0,5$	$R_1 = 200, R_3 = 15, R_4 = 45$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_4$
16	1	$\varepsilon_1 = 5, \varepsilon_3 = 4, \varepsilon_4 = 2$	$r_3 = 1, r_4 = 3$	$R_2 = 100, R_3 = 20, R_4 = 30$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_0, I_{K3}, P_2$
17	2	$\varepsilon_2 = 5, \varepsilon_3 = 5$	$r_2 = 1, r_3 = 1$	$R_1 = 150, R_2 = 50, R_3 = 100$	$I_1, I_2, I_3, I_5, I_6, I_0, I_{K3}, P_0$
18	3	$\varepsilon_1 = 6$	$r_1 = 2$	$R_1 = 30, R_3 = 70, R_4 = 280$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_1$
19	2	$\varepsilon_3 = 6, \varepsilon_4 = 2$	$r_3 = 2, r_4 = 0,5$	$R_1 = 50, R_2 = 20, R_3 = 10, R_4 = 40$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_6, I_0, I_{K3}, P_2$
20	1	$\varepsilon_2 = 6, \varepsilon_4 = 2$	$r_1 = 1,5, r_4 = 2$	$R_1 = 110, R_3 = 40$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_3$
21	3	$\varepsilon_1 = 3, \varepsilon_3 = 3, \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = 2$	$r_1 = r_3 = 1,5, r_2 = r_4 = 0,5$	$R_2 = 20, R_3 = 120, R_4 = 40$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_2$
22	2	$\varepsilon_1 = 6, \varepsilon_4 = 8$	$r_1 = 2, r_4 = 2$	$R_1 = 100, R_3 = 200, R_4 = 20$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_0, I_{K3}, P_{макс}$
23	1	$\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 2, \varepsilon_3 = 4$	$r_1 = 2, r_4 = 0,5, r_3 = 1,5$	$R_1 = 50, R_3 = 30$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_0, I_{K3}, P_3$
24	3	$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 3$	$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 1$	$R_1 = 40, R_2 = 80, R_4 = 240$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_2, P_3$
25	1	$\varepsilon_1 = 7, \varepsilon_3 = 1$	$r_1 = 2, r_3 = 1$	$R_2 = 220, R_3 = 40$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_3$
26	2	$\varepsilon_1 = 7, \varepsilon_2 = 3, \varepsilon_3 = 6, \varepsilon_4 = 4$	$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 1$	$R_1 = 10, R_2 = 40, R_3 = 8, R_4 = 60$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_0, I_{K3}, P_0$
27	2	$\varepsilon_1 = 7, \varepsilon_2 = 3, \varepsilon_3 = 6, \varepsilon_4 = 4$	$r_1 = 2, r_4 = 1$	$R_1 = 150, R_3 = 200, R_4 = 20$	$P_0, P_{кор}, P_{макс}, \eta, P_2, P_3$
28	1	$\varepsilon_1 = 6, \varepsilon_2 = 4, \varepsilon_3 = 5, \varepsilon_4 = 3$	$r_1 = 0,5, r_2 = 1,5, r_3 = r_4 = 2$	$R_1 = 40, R_4 = 10$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_0, I_{K3}, P_0$
29	1	$\varepsilon_1 = 3, \varepsilon_2 = 2, \varepsilon_3 = 4, \varepsilon_4 = 1$	$r_1 = r_2 = 1, r_3 = r_4 = 0,5$	$R_1 = 10, R_3 = 30, R_4 = 20$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_0, I_{K3}, P_{кор}$
30	1	$\varepsilon_1 = 8, \varepsilon_2 = 2$	$r_1 = 2,5, r_2 = 0,5$	$R_1 = 200, R_4 = 40$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_0, I_{K3}, P_4$

Таблиця 1.5

Варіант	Номери ділянок	$\varepsilon_i$ , В	$r_i$ , Ом	$R_i$ , Ом	$I_i$ , А	Знайти
1	1, 2, 3	$\varepsilon_1 = 11, \varepsilon_2 = 4, \varepsilon_3 = 6$	$r_1 = r_2 = r_3 = 0$	$R_1 = 25, R_2 = 50, R_3 = 10$	-	$I_1, I_2, I_3$
2	4, 5, 6	$\varepsilon_4 = 9, \varepsilon_5 = 10$	$r_4 = 1, r_5 = 2$	$R_4 = 19, R_5 = 38$	$I_6 = 0,1$	$I_4, I_5, R_6$
3	1, 2, 4	$\varepsilon_1 = 16, \varepsilon_2 = 5, \varepsilon_4 = 7$	$r_1 = r_2 = r_4 = 0$	$R_2 = 30, R_4 = 50$	$I_1 = 0,4$	$I_2, I_4, R_1$
4	5, 4, 1	$\varepsilon_1 = 9, \varepsilon_4 = 6, \varepsilon_5 = 2$	$r_1 = r_4 = r_5 = 0$	$R_4 = 50, R_5 = 10$	$I_1 = 0,2$	$I_4, I_5, R_1$
5	1, 2, 6	$\varepsilon_1 = 10, \varepsilon_2 = 8$	$r_1 = 2, r_2 = 1$	$R_1 = 8, R_2 = 19, R_6 = 60$	-	$I_1, I_2, I_6$
6	3, 2, 1	$\varepsilon_2 = 4, \varepsilon_3 = 5$	$r_1 = r_2 = r_5 = 0$	$R_1 = 30, R_2 = 40, R_3 = 20$	$I_1 = 0,1$	$I_2, I_3, \varepsilon_1$
7	1, 4, 6	$\varepsilon_1 = 8, \varepsilon_4 = 2$	$r_1 = 2, r_4 = 1$	$R_1 = 18, R_4 = 39, R_6 = 80$	-	$I_1, I_4, I_6$
8	1, 4, 2	$\varepsilon_2 = 11, \varepsilon_4 = 7$	$r_1 = r_2 = r_4 = 0$	$R_1 = 50, R_2 = 20, R_4 = 30$	$I_1 = 0,1$	$I_2, I_4, \varepsilon_1$
9	2, 1, 3	$\varepsilon_1 = 9, \varepsilon_2 = 8, \varepsilon_3 = 1$	$r_1 = r_2 = r_5 = 0$	$R_1 = 50, R_2 = 20, R_3 = 10$	-	$I_1, I_2, I_3$
10	4, 1, 5	$\varepsilon_4 = 4, \varepsilon_5 = 2$	$r_1 = r_4 = r_5 = 0$	$R_1 = 25, R_4 = 50, R_5 = 10$	$I_1 = 0,4$	$I_4, I_5, \varepsilon_1$
11	1, 3, 2	$\varepsilon_2 = 16, \varepsilon_3 = 3$	$r_1 = r_2 = r_5 = 0$	$R_1 = 70, R_2 = 20, R_3 = 10$	$I_1 = 0,1$	$I_2, I_3, \varepsilon_1$
12	6, 4, 1	$\varepsilon_1 = 3, \varepsilon_4 = 7$	$r_1 = 2, r_4 = 1$	$R_1 = 78, R_4 = 39$	$I_6 = 0,1$	$I_1, I_4, R_6$
13	5, 4, 1	$\varepsilon_4 = 4, \varepsilon_5 = 14$	$r_1 = r_4 = r_5 = 0$	$R_1 = 90, R_4 = 20, R_5 = 40$	$I_1 = 0,1$	$I_4, I_5, \varepsilon_1$
14	4, 6, 5	$\varepsilon_4 = 10, \varepsilon_5 = 5$	$r_4 = 2, r_5 = 1$	$R_4 = 33, R_5 = 19$	$I_6 = 0,3$	$I_4, I_5, R_6$
15	1, 6, 4	$\varepsilon_1 = 4, \varepsilon_4 = 3$	$r_1 = 2, r_4 = 1$	$R_1 = 18, R_4 = 9, R_6 = 60$	-	$I_1, I_4, I_6$
16	4, 1, 6	$\varepsilon_1 = 2, \varepsilon_4 = 12$	$r_1 = 3, r_4 = 2$	$R_1 = 97, R_4 = 18$	$I_6 = 0,1$	$I_2, I_4, R_6$
17	4, 1, 5	$\varepsilon_1 = 22, \varepsilon_4 = 8, \varepsilon_5 = 4$	$r_1 = r_4 = r_5 = 0$	$R_1 = 25, R_4 = 50, R_5 = 10$	-	$I_1, I_4, I_5$
18	2, 1, 6	$\varepsilon_1 = 20, \varepsilon_2 = 6$	$r_2 = 1$	$R_1 = 82, R_2 = 29, R_6 = 10$	$I_1 = 0,2$	$I_2, I_6, r_1$
19	2, 3, 1	$\varepsilon_1 = 19, \varepsilon_2 = 4, \varepsilon_3 = 5$	$r_1 = r_2 = r_3 = 0$	$R_2 = 20, R_3 = 10$	$I_1 = 0,2$	$I_2, I_3, R_1$
20	4, 1, 6	$\varepsilon_1 = 13, \varepsilon_4 = 1$	$r_4 = 1$	$R_1 = 27, R_4 = 24, R_6 = 40$	$I_1 = 0,3$	$I_4, I_6, r_1$
21	2, 1, 4	$\varepsilon_1 = 12, \varepsilon_2 = 9, \varepsilon_4 = 5$	$r_1 = r_2 = r_4 = 0$	$R_1 = 30, R_2 = 60, R_4 = 20$	-	$I_1, I_2, I_4$
22	2, 1, 6	$\varepsilon_1 = 8, \varepsilon_2 = 6$	$r_1 = 3$	$R_1 = 27, R_2 = 9, R_6 = 25$	$I_2 = 0,1$	$I_1, I_6, r_2$
23	5, 1, 4	$\varepsilon_1 = 19, \varepsilon_4 = 6, \varepsilon_5 = 2$	$r_1 = r_4 = r_5 = 0$	$R_4 = 50, R_5 = 10$	$I_1 = 0,2$	$I_4, I_5, R_1$
24	1, 6, 2	$\varepsilon_1 = 18, \varepsilon_2 = 15$	$r_1 = 2, r_2 = 1$	$R_1 = 58, R_2 = 9, R_6 = 30$	-	$I_1, I_2, I_6$
25	4, 1, 2	$\varepsilon_2 = 4, \varepsilon_4 = 2$	$r_1 = r_2 = r_4 = 0$	$R_1 = 50, R_2 = 20, R_4 = 80$	$I_1 = 0,2$	$I_2, I_4, \varepsilon_1$
26	1, 6, 5	$\varepsilon_1 = 8, \varepsilon_5 = 6$	$r_1 = 2, r_5 = 3$	$R_1 = 8, R_5 = 12, R_6 = 10$	-	$I_1, I_5, I_6$
27	2, 4, 5	$\varepsilon_2 = 8$	$r_2 = 2, r_4 = 1, r_5 = 5$	$R_2 = 18, R_4 = 14, R_5 = 25$	$I_4 = 0,2, I_5 = 0,3$	$I_2, \varepsilon_4, \varepsilon_5$
28	3, 6, 4	$\varepsilon_3 = 36, \varepsilon_4 = 9$	$r_3 = 2, r_4 = 1$	$R_3 = 16, R_4 = 8$	$I_6 = 0,5$	$I_4, I_3, R_6$
29	3, 1, 5	$\varepsilon_3 = 40, \varepsilon_5 = 30$	$r_1 = r_5 = 2, r_3 = 5$	$R_3 = 35, R_1 = 28, R_5 = 28$	$I_1 = 0,7$	$I_5, I_3, \varepsilon_1$
30	2, 3, 4	$\varepsilon_2 = 20, \varepsilon_4 = 40, \varepsilon_3 = 10$	$r_2 = 10, r_4 = 15, r_3 = 5$	$R_2 = 110, R_4 = 105$	$I_3 = 0,2$	$I_4, I_2, R_3$

## РИСУНКИ ДО ЗАДАЧ

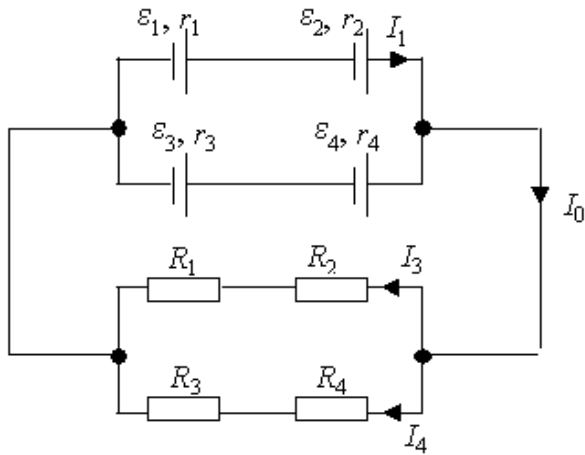


Рисунок 1

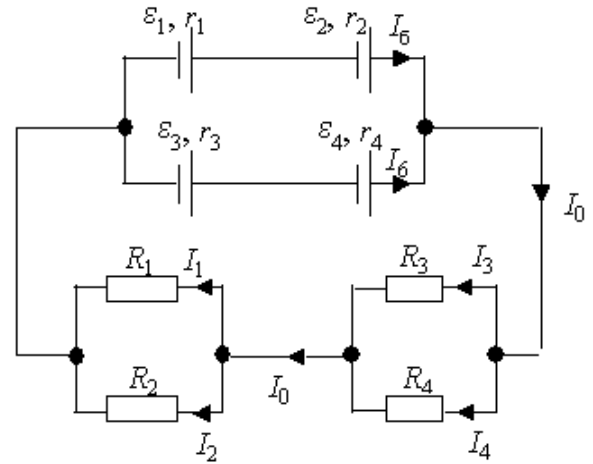


Рисунок 2

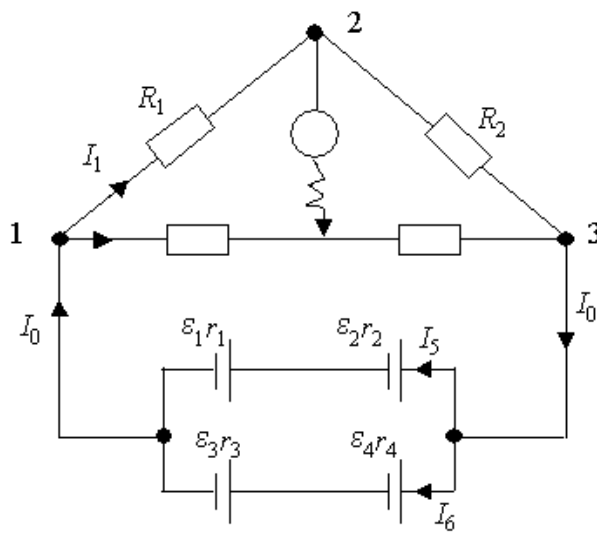


Рисунок 3

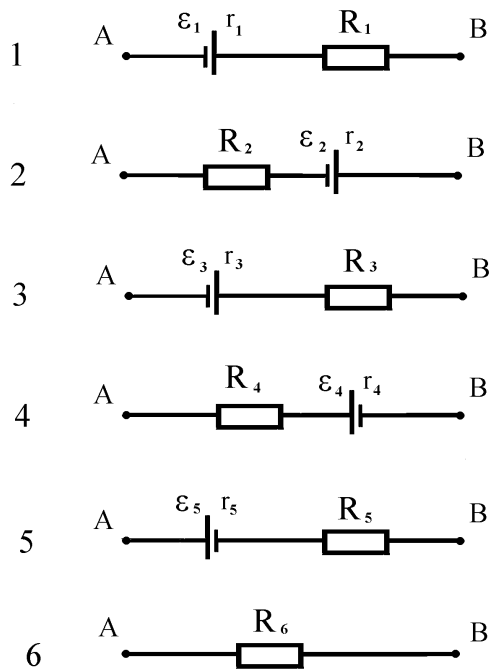


Рисунок 4

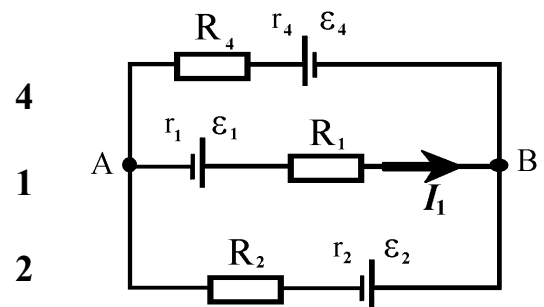


Рисунок. 4,а

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Викулин И.М. Электрофизика: Метод. указания для самост. работы студ. по курсу физики. – Одесса: УГАС, 1996.
- 2 Викулин И.М. Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу физики. Разд. “Электричество”. – Одесса: Изд. ОЭИС, 1988.
- 3 Викулин И.М. Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу физики. Разд. “Электромагнетизм”. – Одесса: Изд. ОЭИС, 1989.
- 4 Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990.
- 5 Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989.
- 6 Савельев Н.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1997 ... 1979. – 3 т.
- 7 Калашников С.Г. Электричество. – М.: Наука, 1985.
- 8 Чертов А.Г. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1981.
- 9 Волькенштейн В.С. Сборник задач по курсу физики. – М.: Наука, 1979.

## ЗМІСТ

Структура модуля 1 Електрика .....	3
Методичні вказівки щодо виконання комплексного завдання.....	5, 18
Основні поняття і формули .....	5, 18
Приклади розв'язання задач.....	9, 21
Задачі .....	15, 27
Таблиці варіантів завдань.....	30
Рисунки до задач.....	35
Список рекомендованої літератури.....	36

## Навчально-методичне видання

### ЕЛЕКТРИКА

#### Методичні вказівки та комплексне завдання до модуля 1 з фізики

Укладачі: доц. **В. Е. Горбачов**, проф. **В. І. Ірха**, викл. **О. А. Назаренко**  
Комп'ютерний набір: **Д. І. Сініна**

Редактор **І. В. Ращупкіна**  
Комп'ютерне макетування **Ж.А. Гардиман**