

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

по дисциплине

‘Вычислительная математика’

“Аппроксимация функции методом наименьших квадратов”

Вариант №9

Выполнил:

Студент группы Р3208

Камянецкий Никита

Владимирович

Преподаватель:

Машина Е. А.



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург, 2024

Оглавление

Цель работы:	3
Задание лабораторной работы:.....	3
Примеры и результаты работы программы:	7
Вывод:	8

Цель работы:

Найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

Задание лабораторной работы:

1. № варианта определяется как номер в списке группы согласно ИСУ.
2. Лабораторная работа состоит из двух частей: вычислительной и программной.

1 Вычислительная реализация задачи:

9	$y = \frac{4x}{x^4 + 9}$	$x \in [0, 2] \quad h = 0,2$
---	--------------------------	------------------------------

ξ_i	$P_{\text{max}} b$
0.12	0.12
0.066	0.155
0.013	0.19
-0.058	0.225
-0.08	0.26
-0.105	0.295
-0.103	0.33
-0.071	0.365
-0.04	0.4
0.066	0.435
0.15	0.47

Лаб 4

$$y = \frac{4x}{x+9}$$

$$x \in [0, 2] \quad h = 0.2$$

x	y
0	0
0.2	0.089
0.4	0.177
0.6	0.263
0.8	0.340
1.0	0.4
1.2	0.453
1.4	0.436
1.6	0.411
1.8	0.369
2	0.32

$$P_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

$$0.02$$

$$0.117$$

$$0.194$$

$$0.262$$

$$0.318$$

$$0.36$$

$$0.39$$

$$0.406$$

$$0.410$$

$$0.401$$

$$0.38$$

ξ_i

$$0.02$$

$$0.028$$

$$0.017$$

$$-0.001$$

$$-0.022$$

$$-0.09$$

$$-0.043$$

$$-0.03$$

$$-0.001$$

$$0.032$$

$$0.06$$

Квадратная аппроксимация

$$\sum_{i=0}^n x_i = 11$$

$$\sum_{i=0}^n x_i^2 = 15.4$$

$$\sum_{i=0}^n x_i^3 = 24.2$$

$$\sum_{i=0}^n x_i^4 = 40.53$$

$$\sum_{i=0}^n y_i = 3.238$$

$$\sum_{i=0}^n y_i x_i = 4.01$$

$$\sum_{i=0}^n y_i x_i^2 = 5.75$$

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{cases}$$

$$a_0 = 0.02$$

$$a_1 = 0.5$$

$$a_2 = -0.16$$

Полученная аппроксимация

$$-0.16 \cdot x^2 + 0.5 \cdot x + 0.02$$

Отклонение

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = 0.01$$

линейное ~~аппроксимация~~ ~~отклонение~~

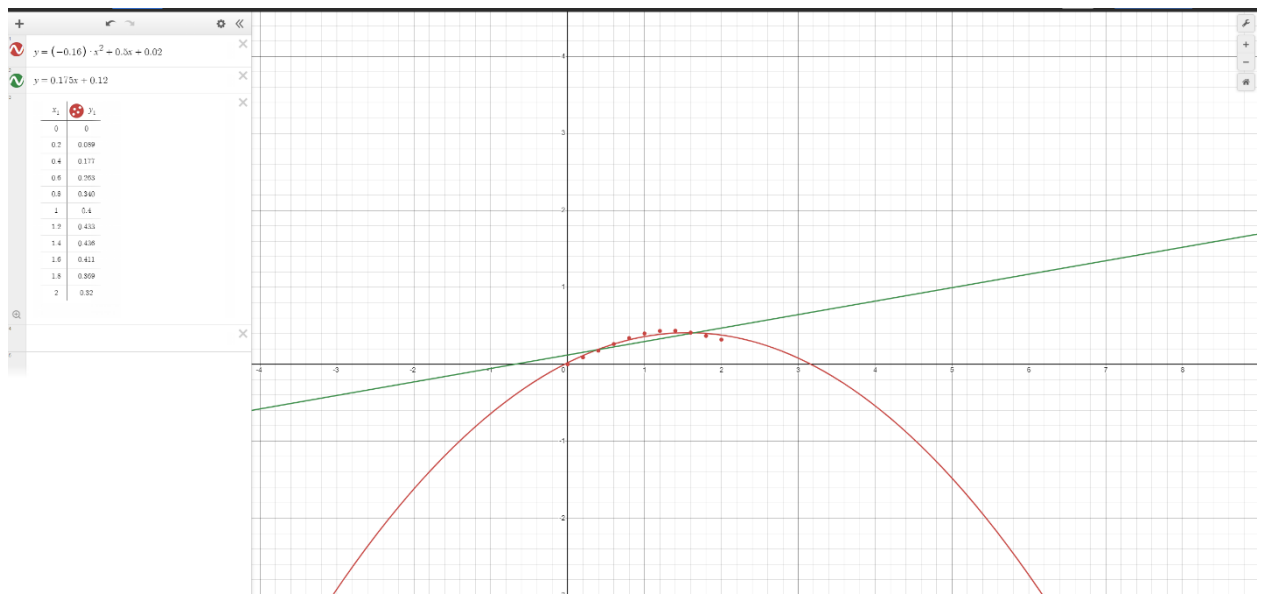
$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b n = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases}$$

$$a = 0.12$$

$$b = 0.175$$

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = 0.08$$

Приведём график с точками и линейной и квадратичной аппроксимациями:



Из графика видно, что квадратичная аппроксимация работает лучше на данном наборе точек, что и подтверждается мерой отклонения.

2 Программная реализация задачи:

Для нелинейных уравнений:

1. Для исследования использовать:

- линейную функцию,
- полиномиальную функцию 2-й степени,
- полиномиальную функцию 3-й степени,
- экспоненциальную функцию,
- логарифмическую функцию,
- степенную функцию.

Задание:

1. Предусмотреть ввод исходных данных из файла/консоли (таблица $y = f(x)$ должна содержать от 8 до 12 точек);
2. Реализовать метод наименьших квадратов, исследуя все указанные функции;
3. Предусмотреть вывод результатов в файл/консоль: коэффициенты аппроксимирующих функций, среднеквадратичное отклонение, массивы значений x_i , y_i , $\phi(x_i)$, E_i ;
4. Для линейной зависимости вычислить коэффициент корреляции Пирсона;

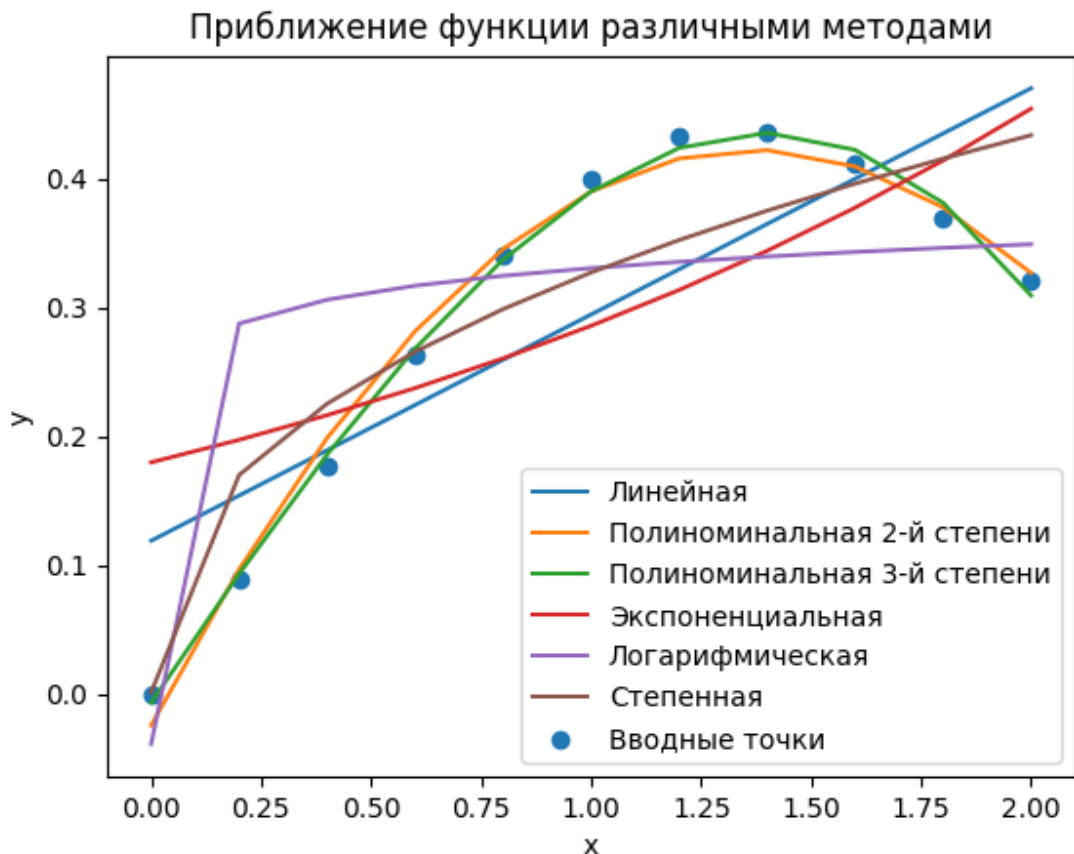
5. Программа должна отображать наилучшую аппроксимирующую функцию;
6. Организовать вывод графиков функций, графики должны полностью отображать весь исследуемый интервал (с запасом);
7. Программа должна быть протестирована при различных наборах данных, в том числе и некорректных;

Примеры и результаты работы программы:

Input:

```
0.000001 0.000001
0.2 0.089
0.4 0.177
0.6 0.263
0.8 0.340
1 0.4
1.2 0.433
1.4 0.436
1.6 0.411
1.8 0.369
2 0.32
```

Output:



Линейная функция:

Коэффициенты: [0.17549978 0.11886393]

Среднеквадратические отклонения: 0.007310477222620443

Коэффициент корреляции Пирсона: 0.7922100492755046

Полиномиальная 2-й степени функция:

Коэффициенты: [-0.23866538 0.6528307 -0.02433549]

Среднеквадратические отклонения: 0.00020173614090327128

Полиномиальная 3-й степени функция:

Коэффициенты: [-0.06092202 -0.05589925 0.51344091 -0.00678985]

Среднеквадратические отклонения: 6.833658290219088e-05

Экспоненциальная функция:

Коэффициенты: [0.17967426 0.46347672]

Среднеквадратические отклонения: 0.009958145448308335

Логарифмическая функция:

Коэффициенты: [0.02672391 0.33033283]

Среднеквадратические отклонения: 0.008211996415293348

Степенная функция:

Коэффициенты: [0.32693307 0.40686278]

Среднеквадратические отклонения: 0.0037674119559583104

Лучшая функция приближения: Полиномиальная 3-й степени

Вывод:

в ходе данной лабораторной работы я научился выводить различные аппроксимации по методу наименьших квадратов. Аппроксимации были запрограммированы, осуществлён вывод точек – как исходных, так и тех, что соответствуют точкам функции(аппроксимирующих) при тех же входных аргументах.