

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования Национальный
исследовательский университет ИТМО

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №4

Вычислительная математика

Вариант: №17

Группа	<u>Р3208</u>
Студент	<u>Щетинин С.В.</u>
Преподаватель	<u>Машина Е.А.</u>

Цель работы:

Найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

Вычислительная реализация задачи:

Исследуемый интервал:

$$x \in [0, 2]; h = 0.2$$

Функция:

$$y = \frac{2x}{x^4 + 17}$$

1. Сформировать таблицу табулирования заданной функции на указанном

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
y_i	0	0.024	0.047	0.07	0.091	0.111	0.13	0.134	0.136	0.13	0.121

2. Построить линейное и квадратичное приближения по 11 точкам заданного интервала

Линейное приближение:

$$\phi_1(x) = ax + b$$

$$SX = \sum_{i=1}^n x_i = 11$$

$$SXX = \sum_{i=1}^n (x_i)^2 = 15.4$$

$$SY = \sum_{i=1}^n y_i = 0.992$$

$$SXY = \sum_{i=1}^n x_i * y_i = 1.2847$$

$$\begin{cases} a = \frac{SXY \cdot n - SX \cdot SY}{SXX \cdot n - SX \cdot SX} \\ b = \frac{SXX \cdot SY - SX \cdot SXY}{SXX \cdot n - SX \cdot SX} \end{cases}$$

$$a = 0.0203323$$

$$b = 0.0235792$$

$$\phi_1(x) = 0.02x + 0.024$$

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
y_i	0	0.024	0.047	0.07	0.091	0.111	0.13	0.134	0.136	0.13	0.121
ϕ_{1i}	0.023	0.028	0.032	0.036	0.04	0.044	0.048	0.052	0.056	0.060	0.064
ε_i	0.023	0.004	-0.015	-0.034	-0.052	-0.067	-0.077	-0.082	-0.079	-0.07	-0.056

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}} \simeq 0.0577$$

Квадратичное приближение:

$$\phi_2(x) = a + bx + cx^2$$

$$SX = \sum_{i=1}^n x_i = 11$$

$$SXX = \sum_{i=1}^n (x_i)^2 = 15.4$$

$$SXX = \sum_{i=1}^n (x_i)^2 = 15.4$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i)^3 = 24.2$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i)^4 = 40.533$$

$$SY = \sum_{i=1}^n y_i = 0.992$$

$$SXY = \sum_{i=1}^n x_i * y_i = 1.2847$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i)^2 * y_i = 1.90495$$

$$\begin{cases} n \cdot a + SX \cdot b + SXX \cdot c = SY \\ SX \cdot a + SXX \cdot b + S3X \cdot c = SXY \\ SXX \cdot a + S3X \cdot b + S4X \cdot c = SXXY \end{cases}$$

$$a = 0.017$$

$$b = 0.19$$

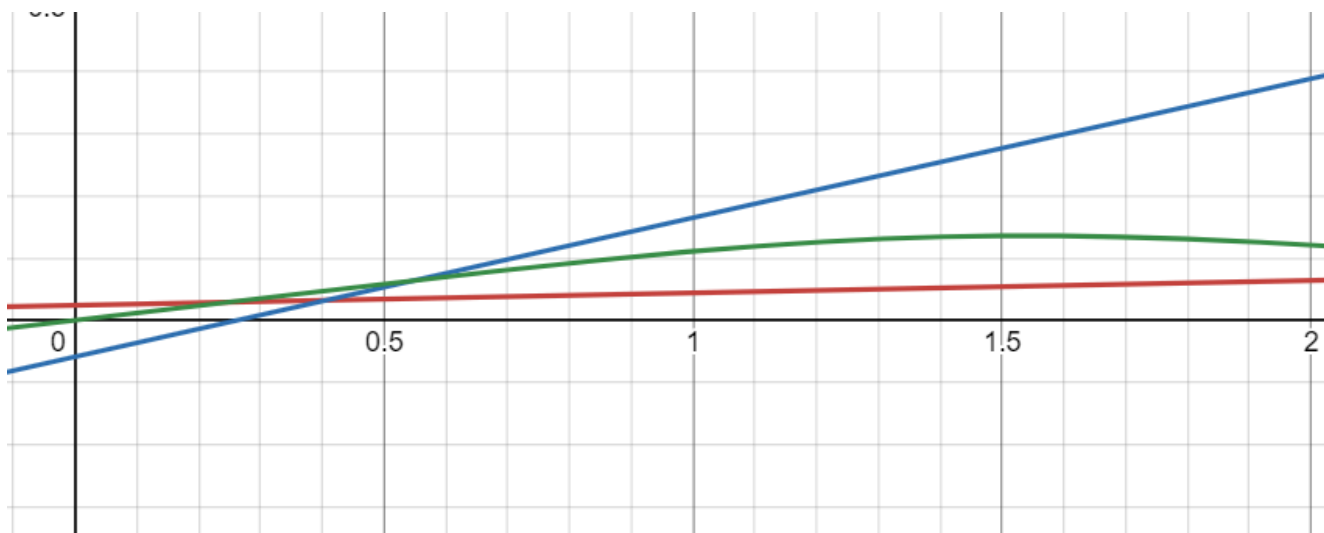
$$c = -0.059$$

$$\phi_2(x) = -0.059 + 0.19x + 0.017x^2$$

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
y_i	0	0.024	0.047	0.07	0.091	0.111	0.13	0.134	0.136	0.13	0.121
ϕ_{2i}	-0.059	-0.020	0.020	0.061	0.104	0.148	0.193	0.240	0.289	0.338	0.389
ε_i	-0.059	-0.044	-0.027	-0.009	0.012	0.037	0.068	0.106	0.153	0.207	0.268

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}} \simeq 0.121$$

$$\sigma_2 < \sigma_1 \Rightarrow \text{линейное приближение} - \text{наилучшее}$$



Красная - линейное приближение

Зеленая - исходная функция

Синий - квадратичное приближение