Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№2**
«Численное решение нелинейных уравнений и систем»

по дисциплине «Вычислительная математика»

Вариант: **5**

Преподаватель:
Машина Екатерина Алексеевна

Выполнил:
Конкин Вадим Вадимович
Группа: P3210

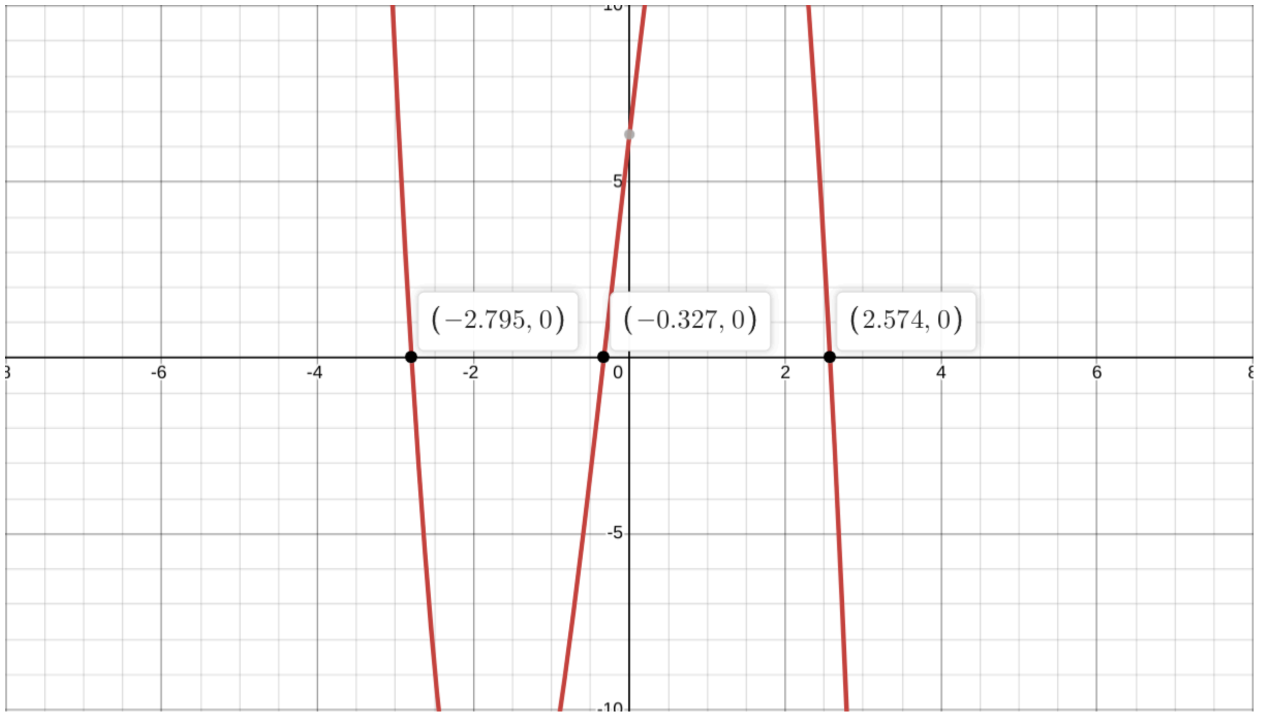
Санкт-Петербург, 2024 г.

Цель работы: изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов.

1. Вычислительная реализация задачи

1. Решение нелинейного уравнения

1. $-2.7x^3-1.48x^2+19.23x+6.35$



2.

Для определения интервалов изоляции корней данного уравнения, можно воспользоваться методом интервалов знакопеременности. Для этого нужно найти значения функции на различных интервалах и определить знак функции на каждом из них.

Получим приближенные значения корней:
x ≈ -2.8, x ≈ -0.3, x ≈ 2.6

Теперь нужно разбить ось x на 4 интервала: (-∞, -2.8), (-2.8, -0.3), (-0.3, 2.6) и (2.6, +∞). На каждом из этих интервалов нужно определить знак функции.

Для этого можем вычислить значения функции в произвольной точке каждого интервала. Например, для интервала (-∞, -2.8) можно выбрать x = -3, для интервала (-2.8, -0.3) x = -2, для интервала (-0.3, 2.6) x = 0, и для интервала (2.6, +∞) x = 3.

Таким образом, получим следующие значения функции:

для x = -3: f(-3) = 8.24

для x = -2: f(-2) = -16.43

для x = 0: f(0) = 6.35

для x = 3: f(3) = -22.18

Знаки функции на каждом интервале будут соответственно:

(-∞, -2.8)	(-2.8, -0.3)	(-0.3, 2.6)	(2.6,+∞)
+	-	+	-

Таким образом, мы получаем два интервала изоляции корней уравнения:

(-4, -2), (-1, 1) и (1, 3).

3.

$x_1 \approx -\ 2.80$
$x_2 \approx -\ 0.33$
$x_3 \approx 2.57$

4.

Крайний левый корень – **Метод простой итерации**

№	x_k	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$\mid x_{k+1} - x_k \mid$
1	-4	-3.2027862	18.2837188443	0.7972138
2	-3.2027862	-3.0172250819	9.01829598995	0.1855611181
3	-3.0172250819	-2.9257002325	5.03698275268	0.0915248493824
4	-2.9257002325	-2.8745823582	2.97616647852	0.0511178742729
5	-2.8745823582	-2.8443800284	1.81225095259	0.0302023298164
6	-2.8443800284	-2.8259904565	1.12286065174	0.0183895719141
7	-2.8259904565	-2.8145976123	0.70303558891	0.0113928441851
8	-2.8145976123	-2.8074656367	0.44304112326	0.0071319755896

Крайний правый корень – **Метод хорд**

№	a	b	x	f(a)	f(b)	f(x)	$\mid x_{k+1} - x_k \mid$
1	1	3	1.982	21.4	-22.18	16.74295	0.982
2	1.982	3	2.433	17.626	-22.18	5.496313	0.4507
3	2.433	3	2.545	5.496	-22.18	1.178641	0.1126
4	2.545	3	2.568	1.179	-22.18	0.231510	0.0229
5	2.568	3	2.573	0.232	-22.18	0.044679	0.0045

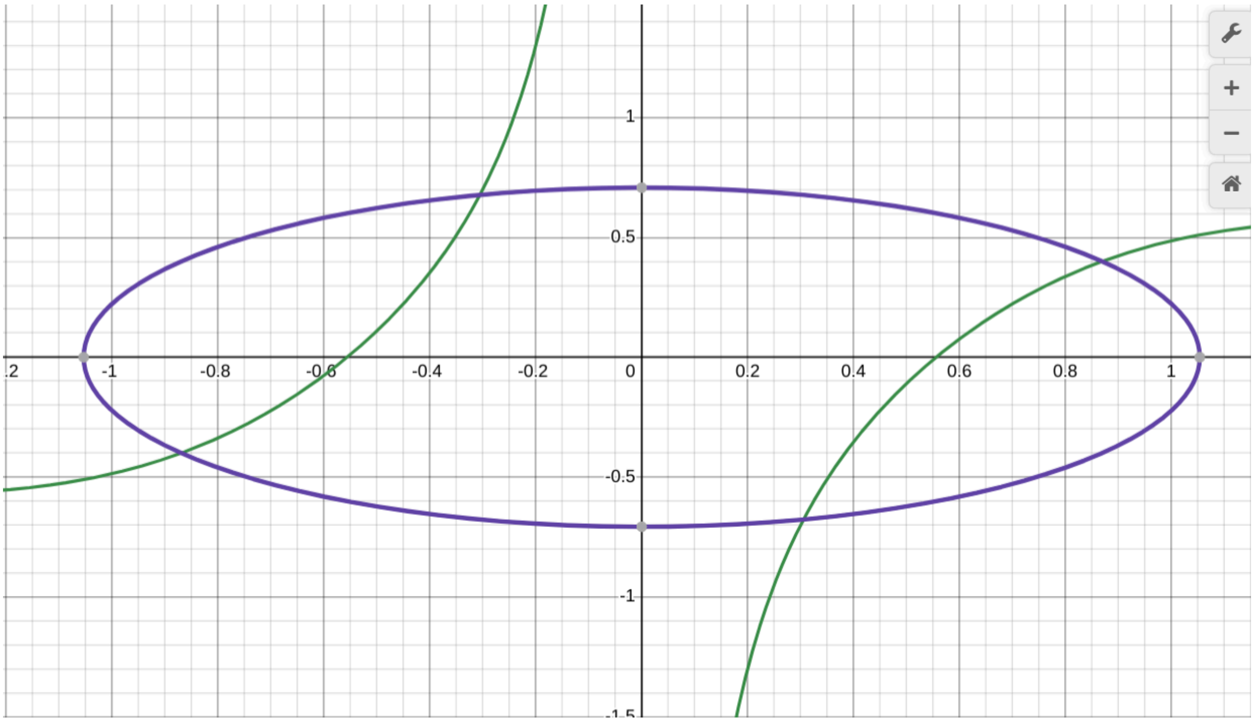
6	2.573	3	**2.574**	0.045	-22.18	0.008593	0.0008

Центральный корень – **Метод секущих**

№	x_{k-1}	x_k	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$\lvert x_{k-1} - x_k \rvert$
1	-1	-0.7	-0.263563	1.228299	0.4364
2	-0.7	-0.263563	-0.32943	-0.04908	0.06586
3	-0.263563	-0.32943	-0.32690	-0.00016	0.0025

2. Решение системы нелинейных уравнений

1. $tg(xy + 0.3) = x^2$; $0.9x^2 + 2y^2 = 1$, Метод Ньютона



2. (-0.306, 0.677) (0.306, -0.677) (0.870, 0.400) (-0.870, -0.400)

$\{tg(xy + 0.3) = x^2\ 0.9x^2 + 2y^2 = 1 \rightarrow \{f(x, y) = 0\ g(x, y) = 0 \rightarrow \{tg(xy + 0.3) - x^2 = 0\ 0$
Отметим, что решение системы уравнений являются точки пересечения эллипса и $tg(xy + 0.3) - x^2 = 0$, следовательно, система имеет не более четырех различных решений.
Построим матрицу Якоби:

$\frac{\partial f}{\partial x} = y\,sec(xy + 0.3) - 2,\ \frac{\partial f}{\partial y} = x\,sec^2(xy + 0.3),\ \frac{\partial g}{\partial x} = 1.8x,\ \frac{\partial g}{\partial y} = 4y$

$\left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\ \frac{\partial g(x,y)}{\partial x}\ \frac{\partial g(x,y)}{\partial y} \right| (\Delta x\ \Delta y) = -(f(x, y)\ g(x, y))$

$\left| y\,sec(xy + 0.3) - 2\ x\,sec^2(xy + 0.3)\ 1.8x\ 4y \right| (\Delta x\ \Delta y) = (x^2 - tg(xy + 0.3)\ 1 - 0.9x^2 - 2y^2$

$\{ysec(xy + 0.3)\Delta x - 2\Delta x + x\,sec^2(xy + 0.3)\Delta y = x^2 - tg(xy + 0.3)\ 1.8x\Delta x + 4y\Delta y = 1 -$

Корень 1: Шаг 1: Выбираем $x_0 = -0.3;\ y_0 = 0.7$

Шаг 2. Решаем полученную систему.

$\Delta x = 0.000184818;\ \Delta y = -0.0217501$
Шаг 3. Вычисляем очередные приближения:
$x_1 = x_0 + \Delta x = -0.299815182$

$y_1 = y_0 + \Delta y = 0.400184818$

$\left|x_1 - x_0\right| \le \varepsilon, \left|y_1 - y_0\right| \le \varepsilon$

2. Программная реализация задачи

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены численные методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений с использованием Python. В результате работы были найдены корни заданных уравнений и систем с использованием различных численных методов, а также были построены графики функций для полного представления исследуемых интервалов.