Университет ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия
Дисциплина «Вычислительная математика»

Отчёт

Лабораторная работа №4

Вариант 10

Выполнил:
Коломиец Никита Сергеевич
P3208

Преподаватель:
Машина Екатерина Алексеевна

Санкт-Петербург, 2024 г

.

Цель работы

Найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

Аппроксимация заданной функции

$y = \frac{18x}{x^4+10}, x \in [0; 4], h = 0.4$

Таблица табулирования

X	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6	4.0
Y	0	0.72	1.38	1.79	1.74	1.38	1.00	0.71	0.50	0.36	0.27

Линейная аппроксимация

SX = 0 + 0.4 + 0.8 + 1.2 + 1.6 + 2.0 + 2.4 + 2.8 + 3.2 + 3.6 + 4.0 = 22.0

SXX = 0**2 + 0.4**2 + 0.8**2 + 1.2**2 + 1.6**2 + 2.0**2 + 2.4**2 + 2.8**2 + 3.2**2 + 3.6**2 + 4.0**2 = 61.6

SY = 0 + 0.72 + 1.38 + 1.79 + 1.74 + 1.38 + 1.00 + 0.71 + 0.50 + 0.36 + 0.27 = 9.85

SXY = 0*0 + 0.72*0.4 + 1.38*0.8 + 1.79*1.6 + 1.74*2.0 + 1.38*2.4 + 1.00*2.8 + 0.71*3.2 + 0.50*3.6 + 0.36*3.6 + 0.27*4.0 = 20.29

{ 61.6a + 22b = 20.29

{ 22a + 11b = 9.85

a = 0.0335, b = 0.8284

$P_1(x)$=0.0335x + 0.8284

X	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6	4.0
Y	0	0.72	1.38	1.79	1.74	1.38	1.00	0.71	0.50	0.36	0.27
$P_1(x)$	0.828	0.842	0.855	0.867	0.882	0.895	0.909	0.922	0.936	0.949	0.962
ε_i	0.828	0.124	-0.528	-0.92	-0.858	-0.489	-0.092	0.217	0.434	0.585	0.692

Вывод: исследуемая функциональная зависимость может быть приближенно описана линейной моделью

$P_1(x)$=0.0335x + 0.8284, т.к. P1 (xi) ≈ Yi , εi →min

Квадратичная аппроксимация

$\sum_{i=1}^{n} x_i$ =22.0

$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$ =61.6

$\sum_{i=1}^{n} x_i^3$ =193.6

$\sum_{i=1}^{n} x_i^4$ =648.525

$\sum_{i=1}^{n} y_i$ =9.85

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ =20.296

$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i$ =39.046

{ $11a_0 + 22a_1 + 61.6a_2 = 9.85$

{ $22a_0 + 61.6a_1 + 193.6a_2=20.296$

{ $61.6a_0+193.6a_1 + 648.526a_3 = 39.046$

$a_0=-1.193$, $a_1=3.402$, $a_2=-0.842$

$P_2(x) = -0.842x^2+3.402x-1.193$

X	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6	4.0
Y	0	0.72	1.38	1.79	1.74	1.38	1.00	0.71	0.50	0.36	0.27
$P_2(x)$	-1.193	0.033	0.99	1.677	2.095	2.243	2.122	1.731	1.071	0.141	-1.058
ε_i	-1.193	-0.685	-0.394	-0.112	0.355	0.858	1.121	1.026	0.569	-0.223	-1.329

Вывод: исследуемая функциональная зависимость может быть приближенно описана выбранной моделью, т.к.

$P2(xi) \approx Yi$, $\varepsilon i \rightarrow min$

Среднеквадратичные отклонения

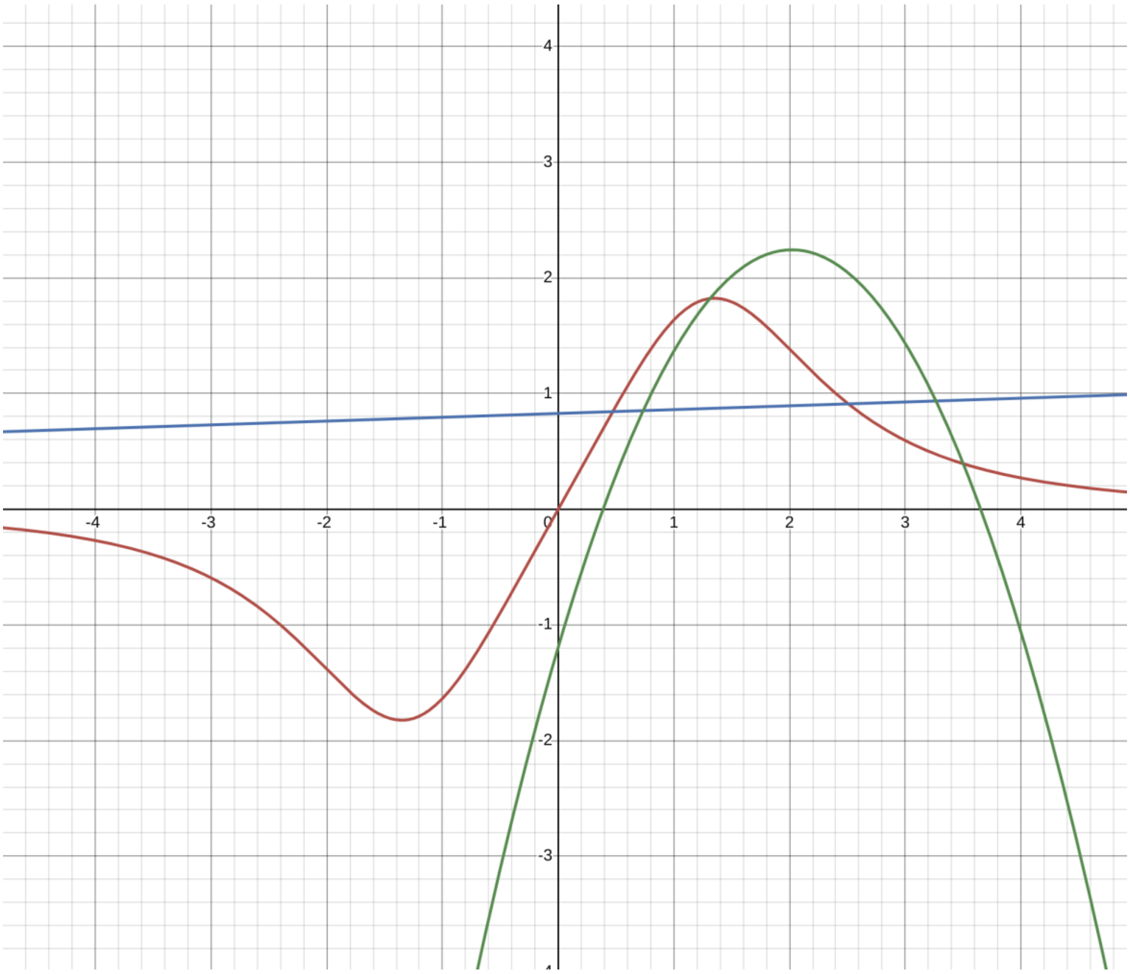
$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\varphi(x_i) - y_i)^2}{n}}$$

Для линейной аппроксимации: $\delta = 0.593$

Для квадратичной аппроксимации: $\delta = 0.819$

У лин. аппроксимации значение меньше, значит, этот метод приблизил лучше.

Графики функций



4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4

Код программы

https://github.com/nkolomiika/Computational-Math-2024/tree/main/P3208/Kolomiec_367301/lab4

Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работы были изучены методы для нахождения аппроксимирующих функций, приближающим функцию, заданную множеством её точек.