

с длиной волны λ определяется групповой скоростью $u = d\omega/dk$. Групповая скорость u может быть найдена по формуле Эйлера: $u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$.

Учитывая, что $v = \omega/k$, из закона дисперсии находим зависимость фазовой скорости от частоты:

$$v = \frac{g}{\omega}.$$

Из формулы Эйлера для групповой скорости получаем

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} = \frac{1}{2}v = \frac{g}{2\omega}.$$

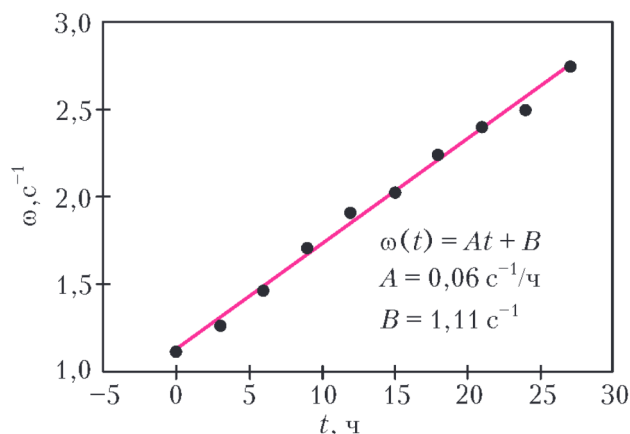
Если расстояние до места падения метеорита L , а регистрация волн началась через время τ после падения метеорита, то время прихода групп волн с частотой $\omega = 2\pi/T$ равно $t' = t + \tau$, т.е.

$$\frac{L}{u} = \frac{g}{g/(2\omega)} = t + \tau, \text{ или } \omega = \frac{g(t + \tau)}{2L}.$$

Получается, что частота ω линейно растет со временем, причем угловой коэффициент прямой $\omega(t)$ равен $A = g/(2L)$. Построим график зависимости $\omega = \omega(t)$, соответствующий таблице 2.

Таблица 2

$t, \text{ ч}$	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
$\omega, \text{ с}^{-1}$	1,10	1,26	1,46	1,70	1,90	2,02	2,24	2,4	2,5	2,73



График, приведенный на рисунке, хорошо описывается прямой $\omega(t) = At + B$ угловым коэффициентом

$$A = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 0,06 \text{ с}^{-1}/\text{ч}.$$

Отсюда находим расстояние до места падения спутника на землю:

$$L = \frac{g}{2A} \approx 300 \text{ км}.$$

Метеорит упал за $\tau = B/A = 18,5$ ч до начала наблюдений. Учитывая, что наблюдения за волнением начались в 12:00, момент падения метеорита соответствует времени 17:30 предшествующих дню наблюдения суток.

А.Гуденко

НАМ ПИШУТ

Глиняные гири

Не секрет, что математика – вовсе не сухая и скучная наука. В ней много интересных задач, и бывает, что впечатление от решения красивой задачи запоминается на всю жизнь.

О таком ярком моменте из своих школьных лет написал нам наш читатель из города Пересвет Московской области Данил Владимирович Поташников, ветеран Великой Отечественной войны. Вот несколько его строк о себе:

«В 1961 году закончил МАИ очно. В 1999 году заочно освоил пятигодичный курс Открытого университета Израиля. Не пропустил ни одну лекцию из цикла «Академия телеканала «Культура».

А вот выдержка из его письма о запомнившейся задаче:

«Когда я учился в пятом классе (а это было в городе Каменка Черкасской области на Украине в 1936 году), учитель математики записал на доске домашнее задание и попросил дополнительно решить головоломку.

На Украине в XIX веке гири для рычажных весов изготавливались и самодельные – из глины. Самая большая была пудовая (40 фунтов). По дороге на ярмарку пудовая гиря упала с воза и разбилась на четыре части. Оказалось, что этими частями можно взвесить на рычажных весах любые покупки весом от одного до сорока фунтов. Суть задания: найти вес каждой части.

Никогда не забуду ту бессонную ночь!

Когда я назвал вес каждой части: 1, 3, 9, 27, учитель попросил выйти к доске и пояснить ответ.

Один фунт – нелогично использовать две части для определения одного фунта.

Три фунта – «1» и «3» позволят взвесить 1, 2, 3 и 4 фунта.

Девять фунтов – сможем взвесить от 5 до 13 фунтов.

Двадцать семь фунтов – сможем взвесить от 14 до 40 фунтов.

На одной из последних встреч с учениками 6-го класса я попросил решить эту головоломку. Я сообщил детям свой телефон и обещал подарок тому, кто первый найдет решение.

Увы!»

Предлагаем нашим читателям справиться с таким обобщением этой головоломки, ставшим классической олимпиадной задачей:

Докажите, что с помощью n гирь массами $1, 3, 9, \dots, 3^{n-1}$ кг можно взвесить на чашечных весах любой предмет массой $M \leq \frac{3^n - 1}{2}$ кг, (M – целое число, гири можно класть на обе чаши весов).

В завершение приведем еще одну цитату из письма Д.В.Поташникова:

«В этом году по просьбе детей и внуков я написал свои воспоминания, которые закончил словами «Я живу, пока познаю».