第五章 组合数学入门

1. 加法和乘法原则

1.1 排列和组合

排列:
排列是指从n个不同元素中取出m（1≤m≤n） 个元素，按照一定的顺序排成一列。对于排列来说 元素的顺序是很重要的。例如，ABC 和 CAB 就被看作是两个不同的排列
组合:
组合是指从n个不同元素中，任取m（msn） 个元素并成一组。 对于组合来说，我们只关心选取 了哪些元素，并不关心它们的顺序。所以ABC和CAB 是同一个组合

1.2 加法和乘法原则

加法原则和乘法法原则是我们处理排列和组合问题时需要用到的基本思想
加法原则:
假设做一件事情，完成它有N类方式，第一类方式有N_1种方法，第二类方式有N_2种方 法.第N类方式有N_n种方法，那么完成这件事情共有 N1+N2+·+Nn种方法
乘法原则:
如果一个事件可以分为N个步骤，第一个步骤有N1种方法，第二个步骤有N2种方法第 一个步骤有N3种方法，那么完成这件事情共有N1*N2*..*Nn种方法。
加法原则示例
例如:
从北京到上海有三种交通方式可选：火车、 大巴车、 飞机； 假设每天从北京到上海有 20 趟火车，有10趟大巴车，以及5趟飞机；那么每天从北京到上海一共有 20+10+5=35 种方式可以到达 乘法原则实例
例如:
小明要从北京到成都， 他的时间很充裕， 他想要游览旅途中的一些城市，月所以他选择了一条需要多次转 机的航线：北京-->太原-->西安-->成都； 假设从北京到太原有 7趟飞机，从太原到西安有 5趟飞机，从西安到成都有 6趟飞机；那么小明从北京到成都一共有7*5*6=210 种方式可以到达

2. 排列的公式和计算

根据排列的元素是否等于总元素的个数，可以分为全排列和部分排列
全排列就是将n个元素中的全部元素进行排列

全排列公式：$P(n,n) = n! = n*(n-1)*(n-2)...*1$ (全排列)
排列数公式：$P(n,m) = \frac{n!}{(n-m)!}$ （部分排列）
组合数公式：$C(n,m) = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

习题演练
A、B、C、D、E五个人并排站成一列，若要求A、B 必须相邻，那么有（ ） 种不同排法
A. 60
B.125
C.75
D.100
分析
要求A、B必须相邻，那么首先A和B两人的排队方法有2*1=2种（AB、A）
接下来可以将A、B捆绑在一起看做是一个人，再和C、D、E进行排队，相当于接下来是四个人 排队。
四个人排队的方法有4*3*2*1=24种；
最终的排队方法共有4*24=48种。

绑定法

4. 鸽笼原理

鸽笼原理 （抽原理） 主要是平均法
第一抽屉原理：

1. 将多于 n+1 个数量的物品放到 n 个抽里，则至少有一个抽里的物品不少于两个；
2. 将多于 mn+1 （n不等于0）个数量的物品放到 n个抽里，则至少有一个抽里的物品不少于 m+1 个；
3. 将无数多个物品放入n个抽，则至少有一个抽里有无数个物品
   第二抽屉原理：
4. 把 mn-1 个物品放入 n 个抽屉中，其中必有一个抽屉至多有 m-1 个物品。

习题演练
一副纸牌除去大小王还有 52 张牌，4种花色， 每种花色 13张，1假设从这 52 张牌中随机抽取13 张纸牌，则至少有（ ）张牌的花色一样
A.4 B.2 C.3 D.5 要求花色一样的最少数量，那么平均取 4种花色的牌，每种花色取3张，一共12张，还差一 张，继续取，那么第 13 张无论如何都会得到 4 种花色之一，月所以至少有4张牌的花色一样故答案是4，选A