MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES
Notions préliminaires et fonctions

Jérémy Dehaye

Université de Namur

Année académique 2017-2018

UNIVERSITÉ DE NAMUR

Table des matières

Table des matières

Objectifs

- Fournir les outils mathématiques indispensables à la suite du cursus
- Développer la rigueur et la précision
- Développer la réflexion et l'esprit critique

Objectifs

- Fournir les outils mathématiques indispensables à la suite du cursus
- Développer la rigueur et la précision
- Développer la réflexion et l'esprit critique

Objectifs

- Fournir les outils mathématiques indispensables à la suite du cursus
- Développer la rigueur et la précision
- Développer la réflexion et l'esprit critique

Objectifs

- Fournir les outils mathématiques indispensables à la suite du cursus
- Développer la rigueur et la précision
- Développer la réflexion et l'esprit critique

Organisation du cours

- 45 heures de théorie
- 22,5 heures d'exercices
- 4 séances de préparation à l'examen
- Test blanc (fin octobre)
- Possibilité de rendez-vous avec le professeur (mercredi de 10h40 à 11h45 et de 13h30 à 16h)

Organisation du cours

- 45 heures de théorie
- 22,5 heures d'exercices
- 4 séances de préparation à l'examen
- Test blanc (fin octobre)
- Possibilité de rendez-vous avec le professeur (mercredi de 10h40 à 11h45 et de 13h30 à 16h)

Organisation du cours

- 45 heures de théorie
- 22,5 heures d'exercices
- 4 séances de préparation à l'examen
- Test blanc (fin octobre)
- Possibilité de rendez-vous avec le professeur (mercredi de 10h40 à 11h45 et de 13h30 à 16h)

Organisation du cours

- 45 heures de théorie
- 22,5 heures d'exercices
- 4 séances de préparation à l'examen
- Test blanc (fin octobre)
- Possibilité de rendez-vous avec le professeur (mercredi de 10h40 à 11h45 et de 13h30 à 16h)

Organisation du cours

- 45 heures de théorie
- 22,5 heures d'exercices
- 4 séances de préparation à l'examen
- Test blanc (fin octobre)
- Possibilité de rendez-vous avec le professeur (mercredi de 10h40 à 11h45 et de 13h30 à 16h)

Organisation du cours

- 45 heures de théorie
- 22,5 heures d'exercices
- 4 séances de préparation à l'examen
- Test blanc (fin octobre)
- Possibilité de rendez-vous avec le professeur (mercredi de 10h40 à 11h45 et de 13h30 à 16h)

Contact

- Faculté des sciences économiques, sociales et de gestion (bureau 130, premier étage)
- e-mail : jeremy.dehaye@unamur.be

Supports de cours

- Syllabi de théorie et d'exercices
- Webcampus (https ://webcampus.unamur.be)
  - Syllabi en version électronique
  - Slides
  - Tests d'octobre d'années précédentes
  - Examens d'années précédentes

Supports de cours

- Syllabi de théorie et d'exercices
- Webcampus (https ://webcampus.unamur.be)
  - Syllabi en version électronique
  - Slides
  - Tests d'octobre d'années précédentes
  - Examens d'années précédentes

Supports de cours

- Syllabi de théorie et d'exercices
- Webcampus (https ://webcampus.unamur.be)
  - Syllabi en version électronique
  - Slides
  - Tests d'octobre d'années précédentes
  - Examens d'années précédentes

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Plan du cours

- Notions préliminaires : ensembles, puissances et racines
- Fonctions : généralités, fonctions homographiques, fonctions du premier et du deuxième degré, coniques
- Fonctions trigonométriques
- Limites, continuité et asymptotes
- Dérivées et applications
- Exponentielles et logarithmes
- Primitives et intégrales
- Théorème de Taylor
- Résolution approchée d'équations

Table des matières

Ensemble : définition

- Ensemble = collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

UNIVERSITÉ DE NAMUR

Ensemble : définition

- Ensemble = collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

Ensemble : définition

- Ensemble = collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

Ensemble : définition

- Ensemble = collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

Ensemble : définition

- Ensemble $=$ collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

Ensemble : définition

- Ensemble $=$ collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

Ensemble : définition

- Ensemble $=$ collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

Ensemble : définition

- Ensemble = collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

Ensemble : définition

- Ensemble = collection d'objets appelés éléments
- Exemples :
  - $\{a, b, c\}$: ensemble contenant 3 éléments

    $b \in \{a, b, c\}$
  - $\{2, 0, -4, 11\}$: ensemble contenant 4 éléments

    $-4 \in \{2, 0, -4, 11\}$

Cas particuliers d'ensembles

- ensemble vide : $\emptyset$
  $\rightarrow$ ensemble ne contenant aucun élément
- singleton : $\{a\}$
  $\rightarrow$ ensemble contenant un seul élément
- ensembles usuels de nombres : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ...
- intervalles

Cas particuliers d'ensembles

- ensemble vide : $\emptyset$
  $\rightarrow$ ensemble ne contenant aucun élément
- singleton : $\{a\}$
  $\rightarrow$ ensemble contenant un seul élément
- ensembles usuels de nombres : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ...
- intervalles

Cas particuliers d'ensembles

- ensemble vide : $\emptyset$
  $\rightarrow$ ensemble ne contenant aucun élément
- singleton : $\{a\}$
  $\rightarrow$ ensemble contenant un seul élément
- ensembles usuels de nombres : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ...
- intervalles

Cas particuliers d'ensembles

- ensemble vide : $\emptyset$
  $\rightarrow$ ensemble ne contenant aucun élément
- singleton : $\{a\}$
  $\rightarrow$ ensemble contenant un seul élément
- ensembles usuels de nombres : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ...
- intervalles

Cas particuliers d'ensembles

- ensemble vide : $\emptyset$
  $\rightarrow$ ensemble ne contenant aucun élément
- singleton : $\{a\}$
  $\rightarrow$ ensemble contenant un seul élément
- ensembles usuels de nombres : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ...
- intervalles

Cas particuliers d'ensembles

- ensemble vide : $\emptyset$
  $\rightarrow$ ensemble ne contenant aucun élément
- singleton : $\{a\}$
  $\rightarrow$ ensemble contenant un seul élément
- ensembles usuels de nombres : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ...
- intervalles

Cas particuliers d'ensembles

- ensemble vide : $\emptyset$
  $\rightarrow$ ensemble ne contenant aucun élément
- singleton : $\{a\}$
  $\rightarrow$ ensemble contenant un seul élément
- ensembles usuels de nombres : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ...
- intervalles

Ensembles usuels

- Ensembles utilisés couramment :
  - $\mathbb{N}$ = ensemble des entiers naturels
  - $\mathbb{Z}$ = ensemble des entiers relatifs
  - $\mathbb{Q}$ = ensemble des rationnels
  - $\mathbb{R}$ = ensemble des nombres réels

$\Rightarrow \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

- Variantes : $\mathbb{R}_0$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}_0^+$, ...

Ensembles usuels

- Ensembles utilisés couramment :
  - $\mathbb{N}$ = ensemble des entiers naturels
  - $\mathbb{Z}$ = ensemble des entiers relatifs
  - $\mathbb{Q}$ = ensemble des rationnels
  - $\mathbb{R}$ = ensemble des nombres réels

$\Rightarrow \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

- Variantes : $\mathbb{R}_0$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}_0^+$, ...

Ensembles usuels

- Ensembles utilisés couramment :
  - $\mathbb{N}$ = ensemble des entiers naturels
  - $\mathbb{Z}$ = ensemble des entiers relatifs
  - $\mathbb{Q}$ = ensemble des rationnels
  - $\mathbb{R}$ = ensemble des nombres réels

$\Rightarrow \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

- Variantes : $\mathbb{R}_0$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}_0^+$, ...

Ensembles usuels

- Ensembles utilisés couramment :
  - $\mathbb{N}$ = ensemble des entiers naturels
  - $\mathbb{Z}$ = ensemble des entiers relatifs
  - $\mathbb{Q}$ = ensemble des rationnels
  - $\mathbb{R}$ = ensemble des nombres réels

$\Rightarrow \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

- Variantes : $\mathbb{R}_0$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}_0^+$, ...

Ensembles usuels

- Ensembles utilisés couramment :
  - $\mathbb{N}$ = ensemble des entiers naturels
  - $\mathbb{Z}$ = ensemble des entiers relatifs
  - $\mathbb{Q}$ = ensemble des rationnels
  - $\mathbb{R}$ = ensemble des nombres réels

$\Rightarrow \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

- Variantes : $\mathbb{R}_0$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}_0^+$, ...

Ensembles usuels

- Ensembles utilisés couramment :
  - $\mathbb{N}$ = ensemble des entiers naturels
  - $\mathbb{Z}$ = ensemble des entiers relatifs
  - $\mathbb{Q}$ = ensemble des rationnels
  - $\mathbb{R}$ = ensemble des nombres réels

$\Rightarrow \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

- Variantes : $\mathbb{R}_0$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}_0^+$, ...

Ensembles usuels

- Ensembles utilisés couramment :
  - $\mathbb{N}$ = ensemble des entiers naturels
  - $\mathbb{Z}$ = ensemble des entiers relatifs
  - $\mathbb{Q}$ = ensemble des rationnels
  - $\mathbb{R}$ = ensemble des nombres réels

$$\Rightarrow \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

- Variantes : $\mathbb{R}_0$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}_0^+$, ...

Puissances et racines : motivation

- Motivation : nombreuses applications en économie, finance, comptabilité, marketing, informatique, ...
- Exemple : modèles de croissance
  - Croissance économique, démographique, ...
  - Croissance d'une entreprise
  - Augmentation ou diminution de la valeur d'un bien
  - Evolution technologique
  - ...

Puissances et racines : motivation

- Motivation : nombreuses applications en économie, finance, comptabilité, marketing, informatique, ...
- Exemple : modèles de croissance
  - Croissance économique, démographique, ...
  - Croissance d'une entreprise
  - Augmentation ou diminution de la valeur d'un bien
  - Evolution technologique
  - ...

Puissances et racines : motivation

- Motivation : nombreuses applications en économie, finance, comptabilité, marketing, informatique, ...
- Exemple : modèles de croissance
  - Croissance économique, démographique, ...
  - Croissance d'une entreprise
  - Augmentation ou diminution de la valeur d'un bien
  - Evolution technologique
  - ...

Puissances et racines : motivation

- Motivation : nombreuses applications en économie, finance, comptabilité, marketing, informatique, ...
- Exemple : modèles de croissance
  - Croissance économique, démographique, ...
  - Croissance d'une entreprise
  - Augmentation ou diminution de la valeur d'un bien
  - Evolution technologique
  - ...

Exposants entiers

- Puissance n-ième d'un nombre réel a (exposant entier positif) : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$a^n = \underbrace{a.a\ldots a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Exposant entier négatif : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$\rightarrow$ généralisation des exposants naturels aux exposants entiers

- Convention : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0$:

$$a^0 = 1$$

- Puissance n-ième d'un nombre réel a (exposant entier positif) : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$a^n = \underbrace{a.a\dots a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Exposant entier négatif : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$\rightarrow$ généralisation des exposants naturels aux exposants entiers

- Convention : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0$:

$$a^0 = 1$$

Exposants entiers

- Puissance n-ième d'un nombre réel a (exposant entier positif) : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$a^n = \underbrace{a.a\ldots a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Exposant entier négatif : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$\rightarrow$ généralisation des exposants naturels aux exposants entiers

- Convention : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0$:

$$a^0 = 1$$

Exposants entiers

- Puissance n-ième d'un nombre réel a (exposant entier positif) : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$a^n = \underbrace{a.a\ldots a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Exposant entier négatif : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$\rightarrow$ généralisation des exposants naturels aux exposants entiers

- Convention : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0$:

$$a^0 = 1$$

Exposants entiers

- Puissance n-ième d'un nombre réel a (exposant entier positif) : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$a^n = \underbrace{a.a \ldots a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Exposant entier négatif : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$\rightarrow$ généralisation des exposants naturels aux exposants entiers

- Convention : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0$:

$$a^0 = 1$$

Exposants entiers

- Puissance n-ième d'un nombre réel a (exposant entier positif) : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$a^n = \underbrace{a.a\ldots a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Exposant entier négatif : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$\rightarrow$ généralisation des exposants naturels aux exposants entiers

- Convention : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0$:

$$a^0 = 1$$

Exposants entiers

- Puissance n-ième d'un nombre réel a (exposant entier positif) : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$a^n = \underbrace{a.a\ldots a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Exposant entier négatif : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$\rightarrow$ généralisation des exposants naturels aux exposants entiers

- Convention : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0$:

$$a^0 = 1$$

Exposants entiers

- Puissance n-ième d'un nombre réel a (exposant entier positif) : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$a^n = \underbrace{a.a\ldots a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Exposant entier négatif : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$\rightarrow$ généralisation des exposants naturels aux exposants entiers

- Convention : $\forall\, a \in \mathbb{R}_0$:

$$a^0 = 1$$

Exposants entiers : exemples

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

Exposants entiers : exemples

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

Exposants entiers : exemples

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

Exposants entiers : exemples

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

Exposants entiers : exemples

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

Exposants entiers : exemples

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

Exposants entiers : exemples

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

Exposants entiers : exemples

- $3^4 = 3.3.3.3 = 81$
- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $15^0 = 1$
- 0^0 n'est pas défini

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}\ :$

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}\ :$

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}\ :$

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}$:

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}\ :$

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}$:

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}$:

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

Objectifs et organisation du cours

Notions préliminaires

Ensembles

Puissances et racines

Fonctions

Généralités

Applications à l'économie

Fonction homographique

Fonction du premier degré

Fonction du deuxième degré

Coniques

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}\ :$

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}$:

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}\ :$

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Propriétés

$\forall\, a, b \in \mathbb{R}_0,\ \forall\, m, n \in \mathbb{Z}$:

- $a^m a^n = a^{m+n}$

  Exemple : $4^3 4^{-5} = 4^{3+(-5)} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

- $(a^m)^n = a^{mn}$

  Exemple : $(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

- $a^m b^m = (ab)^m$

  Exemple : $2^4 5^4 = (2.5)^4 = 10^4$

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif ($a \geq 0$)
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Racines

Racine n-ième d'un nombre réel a ?

- Définition : $\forall\, a \in \mathbb{R},\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

- Conditions d'existence :
  - si n est impair : pas de condition
  - si n est pair : a doit être positif $(a \geq 0)$
- Exemples :
  - $\sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
  - $\sqrt[3]{-8} = -2 (= -\sqrt[3]{8})$ car $(-2)^3 = -8$
  - $\sqrt[4]{81} = 3$ car $3^4 = 81$
  - $\sqrt[4]{-81}$ n'existe pas car 4 est pair et $-81 < 0$

Exposants rationnels

- Motivation : racine n-ième peu pratique à manipuler

  Exemple : simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$

  $\rightarrow$ introduction des exposants fractionnaires / rationnels

- Définition 1 (lien entre racine et exposant) : $\forall\, a \geq 0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

- Définition 2 : $\forall\, a > 0,\ \forall\, m \in \mathbb{Z},\ \forall n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

  $\rightarrow$ généralisation des propriétés des exposants entiers aux exposants rationnels

Exposants rationnels

- Motivation : racine n-ième peu pratique à manipuler

  Exemple : simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$

  $\rightarrow$ introduction des exposants fractionnaires / rationnels

- Définition 1 (lien entre racine et exposant) : $\forall\, a \geq 0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

- Définition 2 : $\forall\, a > 0,\ \forall\, m \in \mathbb{Z},\ \forall n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$\rightarrow$ généralisation des propriétés des exposants entiers aux exposants rationnels

Exposants rationnels

- Motivation : racine n-ième peu pratique à manipuler

  Exemple : simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$

  $\rightarrow$ introduction des

  exposants fractionnaires / rationnels

- Définition 1 (lien entre racine et exposant) :

  $\forall\, a \geq 0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

- Définition 2 : $\forall\, a > 0,\ \forall\, m \in \mathbb{Z},\ \forall n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

  $\rightarrow$ généralisation des propriétés des exposants entiers aux exposants rationnels

Exposants rationnels

- Motivation : racine n-ième peu pratique à manipuler

  Exemple : simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$

  $\rightarrow$ introduction des

  exposants fractionnaires / rationnels

- Définition 1 (lien entre racine et exposant) :

  $\forall\, a \geq 0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

- Définition 2 : $\forall\, a > 0,\ \forall\, m \in \mathbb{Z},\ \forall n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

  $\rightarrow$ généralisation des propriétés des exposants entiers aux exposants rationnels

Exposants rationnels

- Motivation : racine n-ième peu pratique à manipuler

  Exemple : simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$

  $\rightarrow$ introduction des
  exposants fractionnaires / rationnels

- Définition 1 (lien entre racine et exposant) :
  $\forall\, a \geq 0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

- Définition 2 : $\forall\, a > 0,\ \forall\, m \in \mathbb{Z},\ \forall n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$\rightarrow$ généralisation des propriétés des exposants entiers aux exposants rationnels

Exposants rationnels

- Motivation : racine n-ième peu pratique à manipuler

  Exemple : simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$

  $\rightarrow$ introduction des exposants fractionnaires / rationnels

- Définition 1 (lien entre racine et exposant) :

  $\forall\, a \geq 0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0$:

  $$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

- Définition 2 : $\forall\, a > 0,\ \forall\, m \in \mathbb{Z},\ \forall n \in \mathbb{N}_0$:

  $$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

  $\rightarrow$ généralisation des propriétés des exposants entiers aux exposants rationnels

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3 \\
&= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3 \\
&= a^{\frac{5}{4}\cdot 3} \\
&= a^{\frac{15}{4}} \\
&= \sqrt[4]{a^{15}}
\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3 \\
&= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3 \\
&= a^{\frac{5}{4}\cdot 3} \\
&= a^{\frac{15}{4}} \\
&= \sqrt[4]{a^{15}}
\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3\\ &= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3\\ &= a^{\frac{5}{4}\cdot 3}\\ &= a^{\frac{15}{4}}\\ &= \sqrt[4]{a^{15}}\end{aligned}$$

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3 \\ &= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3 \\ &= a^{\frac{5}{4}\cdot 3} \\ &= a^{\frac{15}{4}} \\ &= \sqrt[4]{a^{15}}\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3\\ &= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3\\ &= a^{\frac{5}{4}\cdot 3}\\ &= a^{\frac{15}{4}}\\ &= \sqrt[4]{a^{15}}\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3\\ &= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3\\ &= a^{\frac{5}{4}\cdot 3}\\ &= a^{\frac{15}{4}}\\ &= \sqrt[4]{a^{15}}\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3 \\
&= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3 \\
&= a^{\frac{5}{4}\cdot 3} \\
&= a^{\frac{15}{4}} \\
&= \sqrt[4]{a^{15}}
\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3\\ &= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3\\ &= a^{\frac{5}{4}\cdot 3}\\ &= a^{\frac{15}{4}}\\ &= \sqrt[4]{a^{15}}\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3\\ &= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3\\ &= a^{\frac{5}{4}\cdot 3}\\ &= a^{\frac{15}{4}}\\ &= \sqrt[4]{a^{15}}\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3\\ &= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3\\ &= a^{\frac{5}{4}\cdot 3}\\ &= a^{\frac{15}{4}}\\ &= \sqrt[4]{a^{15}}\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3 \\
&= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3 \\
&= a^{\frac{5}{4}\cdot 3} \\
&= a^{\frac{15}{4}} \\
&= \sqrt[4]{a^{15}}
\end{aligned}$$

Exemple 1

Simplifier l'expression $\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3$ où $a > 0$.
Solution :

$$\begin{aligned}
\left(a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{7}{4}}\right)^3 &= \left(a^{-\frac{1}{2}+\frac{7}{4}}\right)^3 \\
&= \left(a^{\frac{5}{4}}\right)^3 \\
&= a^{\frac{5}{4}\cdot 3} \\
&= a^{\frac{15}{4}} \\
&= \sqrt[4]{a^{15}}
\end{aligned}$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}\,a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}
$$

Exemple 2

Simplifier l'expression $\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4$ où $a \geq 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{a\sqrt[5]{a^8}}\right)^4 &= \left(\left(a.a^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \\
&= \left(\left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \quad \text{car } 1+\frac{8}{5}=\frac{13}{5} \\
&= \left(a^{\frac{13}{10}}\right)^4 \quad \text{car } \frac{13}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{10} \\
&= a^{\frac{26}{5}} \quad \text{car } \frac{13}{10}\cdot 4=\frac{26}{5} \\
&= a^{\frac{25}{5}}a^{\frac{1}{5}} \quad \text{car } \frac{26}{5}=\frac{25}{5}+\frac{1}{5} \\
&= a^5\sqrt[5]{a}
\end{aligned}$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.

Solution :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(x x^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}$$

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.
Solution :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(xx^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}$$

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.
Solution :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(xx^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.

Solution :

$$\begin{aligned}\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(xx^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\\ &= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\\ &= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}}\\ &= x^{\frac{1}{3}}\\ (&= \sqrt[3]{x})\end{aligned}$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.
Solution :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(xx^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.
Solution :

$$
\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(x x^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}
$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.

Solution :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(x x^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.
Solution :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(xx^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.
Solution :

$$
\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(x x^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}
$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.

Solution :

$$\begin{aligned}\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(xx^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\\ &= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\\ &= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}}\\ &= x^{\frac{1}{3}}\\ (&= \sqrt[3]{x})\end{aligned}$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.

Solution :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(x x^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}$$

Exercice

Simplifier l'expression $\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}$ où $x \neq 0$ en ne laissant que des exposants positifs.
Solution :

$$\begin{aligned}
\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}} &= \left(xx^{\frac{-1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{2}{3}\frac{1}{2}} \\
&= x^{\frac{1}{3}} \\
(&= \sqrt[3]{x})
\end{aligned}$$

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned}\sqrt{(-5)^2} &= |-5| \\ &= 5\end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned}\sqrt{(-5)^2} &= |-5| \\ &= 5\end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned}\sqrt{(-5)^2} &= |-5|\\ &= 5\end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned}\sqrt{(-5)^2} &= |-5| \\ &= 5\end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned}\sqrt{(-5)^2} &= |-5| \\ &= 5\end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned} \sqrt{(-5)^2} &= |-5| \\ &= 5 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned} \sqrt{(-5)^2} &= |-5| \\ &= 5 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned} \sqrt{(-5)^2} &= |-5| \\ &= 5 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Lien avec la valeur absolue

- $\forall\, a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

- Exemple :

$$\begin{aligned} \sqrt{(-5)^2} &= |-5| \\ &= 5 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ "Une racine carrée est toujours positive."

Application

La deuxième loi de Moore (aussi appelée loi de Rock) prédit que le coût maximal d'une usine de fabrication de circuits intégrés double tous les 4 ans.

1. Etablir un modèle permettant de représenter la croissance annuelle du coût d'une usine.
2. Selon la loi de Rock, quel devrait être le coût maximal d'une usine en 2022, sachant que celui-ci atteignait environ 14 milliards de dollars en 2015 ?

Application

Solution :

1. Coût initial : C_0
   Coût après 4 ans : $2C_0$
   Coût après 8 ans : $4C_0 = 2^2C_0$
   Coût après 12 ans : $8C_0 = 2^3C_0$
   Coût après $4n$ ans : 2^nC_0
   $\Rightarrow$ Coût après n ans : $2^{\frac{n}{4}}C_0$
2. Coût en 2015 : 14000000000 \$
   Coût en 2022 : $14000000000.2^{\frac{7}{4}} = 47090199254,2$ \$
   Le coût maximal d'une usine devrait donc dépasser 47 milliards de dollars en 2022.

Solution :

1. Coût initial : C_0
   Coût après 4 ans : $2C_0$
   Coût après 8 ans : $4C_0 = 2^2C_0$
   Coût après 12 ans : $8C_0 = 2^3C_0$
   Coût après $4n$ ans : 2^nC_0
   $\Rightarrow$ Coût après n ans : $2^{\frac{n}{4}}C_0$
2. Coût en 2015 : 14000000000 \$
   Coût en 2022 : $14000000000.2^{\frac{7}{4}} = 47090199254,2$ \$
   Le coût maximal d'une usine devrait donc dépasser 47 milliards de dollars en 2022.

Application

Solution :

1. Coût initial : C_0
   Coût après 4 ans : $2C_0$
   Coût après 8 ans : $4C_0 = 2^2C_0$
   Coût après 12 ans : $8C_0 = 2^3C_0$
   Coût après $4n$ ans : 2^nC_0
   $\Rightarrow$ Coût après n ans : $2^{\frac{n}{4}}C_0$
2. Coût en 2015 : 14000000000 \$
   Coût en 2022 : $14000000000.2^{\frac{7}{4}} = 47090199254,2$ \$
   Le coût maximal d'une usine devrait donc dépasser 47 milliards de dollars en 2022.

Application

Solution :

1. Coût initial : C_0
   Coût après 4 ans : $2C_0$
   Coût après 8 ans : $4C_0 = 2^2C_0$
   Coût après 12 ans : $8C_0 = 2^3C_0$
   Coût après $4n$ ans : 2^nC_0
   $\Rightarrow$ Coût après n ans : $2^{\frac{n}{4}}C_0$
2. Coût en 2015 : 14000000000 \$
   Coût en 2022 : $14000000000.2^{\frac{7}{4}} = 47090199254,2$ \$
   Le coût maximal d'une usine devrait donc dépasser 47 milliards de dollars en 2022.

Application

Solution :

1. Coût initial : C_0
   Coût après 4 ans : $2C_0$
   Coût après 8 ans : $4C_0 = 2^2C_0$
   Coût après 12 ans : $8C_0 = 2^3C_0$
   Coût après $4n$ ans : 2^nC_0
   $\Rightarrow$ Coût après n ans : $2^{\frac{n}{4}}C_0$
2. Coût en 2015 : 14000000000 \$
   Coût en 2022 : $14000000000.2^{\frac{7}{4}} = 47090199254,2$ \$
   Le coût maximal d'une usine devrait donc dépasser 47 milliards de dollars en 2022.

Application

Solution :

1. Coût initial : C_0
   Coût après 4 ans : $2C_0$
   Coût après 8 ans : $4C_0 = 2^2C_0$
   Coût après 12 ans : $8C_0 = 2^3C_0$
   Coût après $4n$ ans : 2^nC_0
   $\Rightarrow$ Coût après n ans : $2^{\frac{n}{4}}C_0$
2. Coût en 2015 : 14000000000 \$
   Coût en 2022 : $14000000000.2^{\frac{7}{4}} = 47090199254,2$ \$
   Le coût maximal d'une usine devrait donc dépasser 47 milliards de dollars en 2022.

Solution :

1. Coût initial : C_0
   Coût après 4 ans : $2C_0$
   Coût après 8 ans : $4C_0 = 2^2C_0$
   Coût après 12 ans : $8C_0 = 2^3C_0$
   Coût après $4n$ ans : 2^nC_0
   $\Rightarrow$ Coût après n ans : $2^{\frac{n}{4}}C_0$
2. Coût en 2015 : 14000000000 \$
   Coût en 2022 : $14000000000.2^{\frac{7}{4}} = 47090199254,2$ \$
   Le coût maximal d'une usine devrait donc dépasser 47 milliards de dollars en 2022.

Application

Solution :

1. Coût initial : C_0
   Coût après 4 ans : $2C_0$
   Coût après 8 ans : $4C_0 = 2^2C_0$
   Coût après 12 ans : $8C_0 = 2^3C_0$
   Coût après $4n$ ans : 2^nC_0
   $\Rightarrow$ Coût après n ans : $2^{\frac{n}{4}}C_0$
2. Coût en 2015 : 14000000000 \$
   Coût en 2022 : $14000000000.2^{\frac{7}{4}} = 47090199254,2$ \$
   Le coût maximal d'une usine devrait donc dépasser 47 milliards de dollars en 2022.

Exercice

Une entreprise affiche actuellement un chiffre d'affaire annuel de 750000 euros. Elle prévoit une augmentation annuelle de ses ventes de 7%.

1. Etablir un modèle permettant de représenter la croissance annuelle du chiffre d'affaire de l'entreprise.
2. Selon ces prévisions, quel devrait être son chiffre d'affaire dans 6 ans ?

Exercice

Objectifs et organisation du cours
Notions préliminaires
Ensembles
Puissances et racines
Fonctions
Généralités
Applications à l'économie
Fonction homographique
Fonction du premier degré
Fonction du deuxième degré
Coniques

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Exercice

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Exercice

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Exercice

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Exercice

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Exercice

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Exercice

Solution :

1. Chiffre d'affaire après 1 an :

$$\begin{aligned} 750000 + \frac{7}{100}750000 &= 750000(1+0,07) \\ &= 750000.1,07 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 2 ans :
$750000.1,07 + \frac{7}{100}750000.1,07$

$$\begin{aligned} &= 750000.1,07(1+0,07) \\ &= 750000.1,07.1,07 \\ &= 750000.1,07^2 \end{aligned}$$

Chiffre d'affaire après 3 ans : $750000.1,07^3$
Chiffre d'affaire après n ans : $750000.1,07^n$

Exercice

2. Chiffre d'affaire dans 6 ans :
   $750000(1,07)^6 = 1125547,76$ euros

2. Chiffre d'affaire dans 6 ans : $750000(1,07)^6 = 1125547,76$ euros

Table des matières

Définition

- **Définition** : une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est une relation qui à tout réel associe au plus un réel
- **Notation** pour une fonction f qui, à x, associe $f(x)$:

$$f \;:\; x \mapsto f(x)$$

où

  - x est la variable indépendante / exogène
  - $f(x)$ est l'image de x par f
    ($y = f(x)$: variable dépendante / endogène)

$\rightarrow$ abus de langage : "la fonction $f(x)$"

Définition

- **Définition** : une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est une relation qui à tout réel associe au plus un réel
- **Notation** pour une fonction f qui, à x, associe $f(x)$:

$$f \; : \; x \mapsto f(x)$$

où

  - x est la variable indépendante / exogène
  - $f(x)$ est l'image de x par f
    ($y = f(x)$: variable dépendante / endogène)

$\rightarrow$ abus de langage : "la fonction $f(x)$"

Définition

- **Définition** : une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est une relation qui à tout réel associe au plus un réel
- **Notation** pour une fonction f qui, à x, associe $f(x)$:

$$f \; : \; x \mapsto f(x)$$

où

- x est la variable indépendante / exogène
- $f(x)$ est l'image de x par f ($y = f(x)$: variable dépendante / endogène)

$\rightarrow$ abus de langage : "la fonction $f(x)$"

Définition

- **Définition** : une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est une relation qui à tout réel associe au plus un réel
- **Notation** pour une fonction f qui, à x, associe $f(x)$:

$$f \;:\; x \mapsto f(x)$$

où

- x est la variable indépendante / exogène
- $f(x)$ est l'image de x par f
  ($y = f(x)$: variable dépendante / endogène)

$\rightarrow$ abus de langage : "la fonction $f(x)$"

Définition

- **Définition** : une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est une relation qui à tout réel associe au plus un réel
- **Notation** pour une fonction f qui, à x, associe $f(x)$:

$$f \;:\; x \mapsto f(x)$$

où

- x est la variable indépendante / exogène
- $f(x)$ est l'image de x par f
  ($y = f(x)$: variable dépendante / endogène)

$\rightarrow$ abus de langage : "la fonction $f(x)$"

Définition

- **Définition** : une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est une relation qui à tout réel associe au plus un réel
- **Notation** pour une fonction f qui, à x, associe $f(x)$:

$$f\ :\ x \mapsto f(x)$$

où

  - x est la variable indépendante / exogène
  - $f(x)$ est l'image de x par f
    ($y = f(x)$: variable dépendante / endogène)

$\rightarrow$ abus de langage : "la fonction $f(x)$"

Définition

- **Définition** : une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est une relation qui à tout réel associe au plus un réel
- **Notation** pour une fonction f qui, à x, associe $f(x)$:

$$f \; : x \mapsto f(x)$$

où

  - x est la variable indépendante / exogène
  - $f(x)$ est l'image de x par f
    ($y = f(x)$: variable dépendante / endogène)

$\rightarrow$ abus de langage : "la fonction $f(x)$"

Exemples de fonctions

- Fonction racine carrée :

$$f\ :\ x \mapsto f(x) = \sqrt{x}$$

- Périmètre d'un cercle en fonction de son rayon :

$$f\ :\ R \mapsto f(R) = 2\pi R$$

Exemples de fonctions

- Fonction racine carrée :

$$f \; : \; x \mapsto f(x) = \sqrt{x}$$

- Périmètre d'un cercle en fonction de son rayon :

$$f \; : \; R \mapsto f(R) = 2\pi R$$

Exemples de fonctions

- Fonction racine carrée :

$$f \; : \; x \mapsto f(x) = \sqrt{x}$$

- Périmètre d'un cercle en fonction de son rayon :

$$f \; : \; R \mapsto f(R) = 2\pi R$$

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)
- Domaine (de définition) de f

$$\begin{aligned} &\overset{\text{not}}{=} \quad \text{dom } f \\ &\overset{\text{déf}}{=} \quad \text{ensemble des réels qui ont une image par } f \\ &= \quad \text{ensemble des réels en lesquels } f \text{ est définie} \\ &= \quad \{x \in \mathbb{R} \,:\, f(x) \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\Updownarrow \atop f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)

- Domaine (de définition) de f

$$\begin{aligned} &\overset{\text{not}}{=} \quad \text{dom } f \\ &\overset{\text{déf}}{=} \quad \text{ensemble des réels qui ont une image par } f \\ &= \quad \text{ensemble des réels en lesquels } f \text{ est définie} \\ &= \quad \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\Updownarrow \atop f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)

- Domaine (de définition) de f

$$\begin{aligned} &\overset{\text{not}}{=} \quad \text{dom } f \\ &\overset{\text{déf}}{=} \quad \text{ensemble des réels qui ont une image par } f \\ &= \quad \text{ensemble des réels en lesquels } f \text{ est définie} \\ &= \quad \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)
- Domaine (de définition) de f

  $\overset{\text{not}}{=}$ dom f

  $\overset{\text{déf}}{=}$ ensemble des réels qui ont une image par f

  $=$ ensemble des réels en lesquels f est définie

  $= \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$
- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\to$ conditions d'existence (C.E.)

- Domaine (de définition) de f

  $\overset{\text{not}}{=}$ dom f

  $\overset{\text{déf}}{=}$ ensemble des réels qui ont une image par f

  $=$ ensemble des réels en lesquels f est définie

  $= \{x \in \mathbb{R} \, : \, f(x) \in \mathbb{R}\}$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Objectifs et organisation du cours
Notions préliminaires
Ensembles
Puissances et racines
Fonctions
Généralités
Applications à l'économie
Fonction homographique
Fonction du premier degré
Fonction du deuxième degré
Coniques

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)

- Domaine (de définition) de f

  $\overset{\text{not}}{=}$ dom f

  $\overset{\text{déf}}{=}$ ensemble des réels qui ont une image par f

  $=$ ensemble des réels en lesquels f est définie

  $= \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)
- Domaine (de définition) de f

  $$\begin{aligned} &\overset{\text{not}}{=} \quad \text{dom } f \\ &\overset{\text{déf}}{=} \quad \text{ensemble des réels qui ont une image par } f \\ &= \quad \text{ensemble des réels en lesquels } f \text{ est définie} \\ &= \quad \{x \in \mathbb{R} \;:\; f(x) \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$
- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)
- Domaine (de définition) de f

  $\overset{\text{not}}{=}$ dom f

  $\overset{\text{déf}}{=}$ ensemble des réels qui ont une image par f

  $=$ ensemble des réels en lesquels f est définie

  $= \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$
- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)
- Domaine (de définition) de f

  $\stackrel{\text{not}}{=}$ dom f

  $\stackrel{\text{déf}}{=}$ ensemble des réels qui ont une image par f

  $=$ ensemble des réels en lesquels f est définie

  $= \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$
- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\Updownarrow \atop f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)

- Domaine (de définition) de f

  $\overset{\text{not}}{=}$ dom f

  $\overset{\text{déf}}{=}$ ensemble des réels qui ont une image par f

  $=$ ensemble des réels en lesquels f est définie

  $= \{x \in \mathbb{R} \,:\, f(x) \in \mathbb{R}\}$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)

- Domaine (de définition) de f

  $\overset{\text{not}}{=}$ dom f

  $\overset{\text{déf}}{=}$ ensemble des réels qui ont une image par f

  $=$ ensemble des réels en lesquels f est définie

  $= \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)

- Domaine (de définition) de f

  $\overset{\text{not}}{=}$ dom f

  $\overset{\text{déf}}{=}$ ensemble des réels qui ont une image par f

  $=$ ensemble des réels en lesquels f est définie

  $=$ $\{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)
- Domaine (de définition) de f

$$\begin{aligned} &\overset{\text{not}}{=} \quad \text{dom } f \\ &\overset{\text{déf}}{=} \quad \text{ensemble des réels qui ont une image par } f \\ &= \quad \text{ensemble des réels en lesquels } f \text{ est définie} \\ &= \quad \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Conditions d'existence et domaine de définition

- Condition(s) pour que $\underbrace{f \text{ soit définie en } x \in \mathbb{R}}_{\substack{\Updownarrow \\ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}}}$?

  $\rightarrow$ conditions d'existence (C.E.)
- Domaine (de définition) de f

$$\begin{aligned} &\overset{\text{not}}{=} \text{dom } f \\ &\overset{\text{déf}}{=} \text{ensemble des réels qui ont une image par } f \\ &= \text{ensemble des réels en lesquels } f \text{ est définie} \\ &= \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

- Attention aux conditions supplémentaires dans des situations concrètes

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$-4x - 7 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4x \neq -7$$
$$\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 &\Leftrightarrow 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{7}{4}\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exemples

- $f(x) = 2x - 3$
  C.E. : /
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
  C.E. : $x \geq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$
- $f(x) = \frac{5x^3}{-4x-7}$
  C.E. :

$$\begin{aligned} -4x - 7 \neq 0 &\Leftrightarrow 4x \neq -7 \\ &\Leftrightarrow x \neq -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{7}{4}\right\} =]-\infty, -\frac{7}{4}[\cup]-\frac{7}{4}, +\infty[$

Domaine de définition : exercice

Calculer le domaine de définition des fonctions

1. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$
2. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{2x-1}}$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$

C.E. :

1. $x - 3 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 3$
2. $x + 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -1$

$\Rightarrow$ dom $f = [-1, +\infty[\setminus\{3\} = [-1, 3[\cup]3, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$$

C.E. :

1. $x - 3 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 3$

2. $x + 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -1$

$\Rightarrow$ dom $f = [-1, +\infty[\setminus \{3\} = [-1, 3[\cup]3, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$$

C.E. :

1. $x - 3 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 3$

2. $x + 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -1$

$\Rightarrow$ dom $f = [-1, +\infty[\setminus\{3\} = [-1, 3[\cup]3, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$$

C.E. :

1. $x - 3 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 3$

2. $x + 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -1$

$\Rightarrow$ dom $f = [-1, +\infty[\setminus \{3\} = [-1, 3[\cup]3, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$

C.E. :

1. $x-3 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 3$
2. $x+1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -1$

$\Rightarrow$ dom $f = [-1,+\infty[\setminus\{3\} = [-1,3[\cup]3,+\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$

C.E. :

1. $x - 3 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 3$

2. $x + 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -1$

$\Rightarrow$ dom $f = [-1, +\infty[\setminus \{3\} = [-1, 3[\cup]3, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}$$

C.E. :

1. $2x - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq \frac{1}{2}$

2. $\frac{x+1}{2x-1} \geq 0$

Tableau de signes :

x		-1		$\frac{1}{2}$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{x+1}{2x-1}$	$+$	0	$-$	$\vert$	$+$

$\Rightarrow$ dom $f =]-\infty, -1] \cup]\frac{1}{2}, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}$$

C.E. :

1. $2x - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq \frac{1}{2}$
2. $\frac{x+1}{2x-1} \geq 0$

Tableau de signes :

x		-1		$\frac{1}{2}$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{x+1}{2x-1}$	$+$	0	$-$	$\vert$	$+$

$\Rightarrow$ dom $f =]-\infty, -1] \cup]\frac{1}{2}, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}$$

C.E. :

1. $2x - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq \frac{1}{2}$

2. $\frac{x+1}{2x-1} \geq 0$

Tableau de signes :

x		-1		$\frac{1}{2}$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{x+1}{2x-1}$	$+$	0	$-$	$\mid$	$+$

$\Rightarrow$ dom $f =]-\infty, -1] \cup]\frac{1}{2}, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}$$

C.E. :

1. $2x - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq \frac{1}{2}$

2. $\frac{x+1}{2x-1} \geq 0$

Tableau de signes :

x		-1		$\frac{1}{2}$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{x+1}{2x-1}$	$+$	0	$-$	$\mid$	$+$

$\Rightarrow$ dom $f =]-\infty, -1] \cup]\frac{1}{2}, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}$$

C.E. :

1. $2x - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq \frac{1}{2}$
2. $\frac{x+1}{2x-1} \geq 0$

Tableau de signes :

x		-1		$\frac{1}{2}$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{x+1}{2x-1}$	$+$	0	$-$	$\vert$	$+$

$\Rightarrow$ dom $f =]-\infty, -1] \cup]\frac{1}{2}, +\infty[$

Solution de l'exercice

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}$$

C.E. :

1. $2x - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq \frac{1}{2}$
2. $\frac{x+1}{2x-1} \geq 0$

Tableau de signes :

x		-1		$\frac{1}{2}$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{x+1}{2x-1}$	$+$	0	$-$	$\vert$	$+$

$\Rightarrow$ dom $f =]-\infty, -1] \cup]\frac{1}{2}, +\infty[$

Graphique d'une fonction

- Graphique de f : ensemble des points du plan dont les coordonnées sont $(x, f(x))$ avec $x \in$ dom f
- Remarques :
  - Deux points distincts du graphique d'une fonction ne peuvent pas avoir la même abscisse / être sur la même verticale
    $\rightarrow$ pas de "retour en arrière"
  - Dans des situations concrètes, attention à la signification des axes (grandeurs représentées) et aux unités

Graphique d'une fonction

- **Graphique** de f : ensemble des points du plan dont les coordonnées sont $(x, f(x))$ avec $x \in$ dom f
- Remarques :
  - Deux points distincts du graphique d'une fonction ne peuvent pas avoir la même abscisse / être sur la même verticale
    $\to$ pas de "retour en arrière"
  - Dans des situations concrètes, attention à la signification des axes (grandeurs représentées) et aux unités

- Graphique de f : ensemble des points du plan dont les coordonnées sont $(x, f(x))$ avec $x \in \text{dom } f$
- Remarques :
  - Deux points distincts du graphique d'une fonction ne peuvent pas avoir la même abscisse / être sur la même verticale
    $\rightarrow$ pas de "retour en arrière"
  - Dans des situations concrètes, attention à la signification des axes (grandeurs représentées) et aux unités

Graphique d'une fonction

- Graphique de f : ensemble des points du plan dont les coordonnées sont $(x, f(x))$ avec $x \in \text{dom } f$
- Remarques :
  - Deux points distincts du graphique d'une fonction ne peuvent pas avoir la même abscisse / être sur la même verticale
    $\rightarrow$ pas de "retour en arrière"
  - Dans des situations concrètes, attention à la signification des axes (grandeurs représentées) et aux unités

Graphique d'une fonction

- Graphique de f : ensemble des points du plan dont les coordonnées sont $(x, f(x))$ avec $x \in$ dom f
- Remarques :
  - Deux points distincts du graphique d'une fonction ne peuvent pas avoir la même abscisse / être sur la même verticale
    $\rightarrow$ pas de "retour en arrière"
  - Dans des situations concrètes, attention à la signification des axes (grandeurs représentées) et aux unités

Graphique d'une fonction

- Graphique de f : ensemble des points du plan dont les coordonnées sont $(x, f(x))$ avec $x \in \text{dom } f$
- Remarques :
  - Deux points distincts du graphique d'une fonction ne peuvent pas avoir la même abscisse / être sur la même verticale
    $\rightarrow$ pas de "retour en arrière"
  - Dans des situations concrètes, attention à la signification des axes (grandeurs représentées) et aux unités

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \frac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c \quad$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c \quad$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c \quad$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \frac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Exemples de fonctions usuelles

Quelques fonctions usuelles importantes :

- Fonction constante : $f(x) = c \qquad$ (où $c \in \mathbb{R}$)
- Fonction identité : $f(x) = x$
  - graphique = droite (première bissectrice)
  - généralisation à la fonction du premier degré
- Fonction carré : $f(x) = x^2$
  - graphique = parabole
  - généralisation à la fonction du deuxième degré
- Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$
  - dom $f = \mathbb{R}_0$
  - graphique = hyperbole
  - généralisation à la fonction homographique

Racines

- Racine (ou zéro) de f :

$$x \in \text{dom } f \text{ tel que } f(x) = 0$$

- **Graphiquement** : racines = abscisses des points d'intersection entre le graphique de f et l'axe des abscisses
- Attention au domaine de définition

Racines

- Racine (ou zéro) de f :

$$x \in \text{dom } f \text{ tel que } f(x) = 0$$

- **Graphiquement** : racines = abscisses des points d'intersection entre le graphique de f et l'axe des abscisses
- Attention au domaine de définition

Racines

- Racine (ou zéro) de f :

$$x \in \text{dom } f \text{ tel que } f(x) = 0$$

- **Graphiquement** : racines $=$ abscisses des points d'intersection entre le graphique de f et l'axe des abscisses
- Attention au domaine de définition

Racines

- Racine (ou zéro) de f :

$$x \in \text{dom } f \text{ tel que } f(x) = 0$$

- **Graphiquement** : racines $=$ abscisses des points d'intersection entre le graphique de f et l'axe des abscisses
- Attention au domaine de définition

Racines : exemple

Rechercher les racines de la fonction $f(x) = 3x + 1$.

- dom $f = \mathbb{R}$
- x est racine de f

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad x \in \text{dom } f \text{ et } f(x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R} \text{ et } 3x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $= \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

Racines : exemple

Rechercher les racines de la fonction $f(x) = 3x + 1$.

- dom $f = \mathbb{R}$
- x est racine de f
  $\Leftrightarrow \quad x \in$ dom f et $f(x) = 0$
  $\Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$ et $3x + 1 = 0$
  $\Leftrightarrow \quad x = -\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $= \left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$

Racines : exemple

Rechercher les racines de la fonction $f(x) = 3x + 1$.

- dom $f = \mathbb{R}$
- x est racine de f

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad x \in \text{dom } f \ \text{ et } \ f(x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R} \ \text{ et } \ 3x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $= \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$

Racines : exemple

Rechercher les racines de la fonction $f(x) = 3x + 1$.

- dom $f = \mathbb{R}$
- x est racine de f
  $\Leftrightarrow \quad x \in$ dom f et $f(x) = 0$
  $\Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$ et $3x + 1 = 0$
  $\Leftrightarrow \quad x = -\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $= \left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$

Racines : exemple

Rechercher les racines de la fonction $f(x) = 3x + 1$.

- dom $f = \mathbb{R}$
- x est racine de f

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad x \in \text{dom } f \text{ et } f(x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R} \text{ et } 3x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $= \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

Racines : exemple

Rechercher les racines de la fonction $f(x) = 3x + 1$.

- dom $f = \mathbb{R}$
- x est racine de f

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad x \in \text{dom } f \text{ et } f(x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R} \text{ et } 3x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $= \left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$

Racines : exemple

Une entreprise enregistre un coût fixe de 20000 euros quel que soit son niveau de production, ainsi qu'un coût additionnel variable de 10 euros par unité produite. Rechercher les éventuelles racines de la fonction $C(q)$ qui exprime le coût total en fonction de la quantité produite et les interpréter.

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

- $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
- une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$C(q) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10}$$
$$\Leftrightarrow \quad q = -2000$$

$\rightarrow$ à rejeter car

- $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
- une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

- $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
- une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$C(q) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10}$$
$$\Leftrightarrow \quad q = -2000$$

$\rightarrow$ à rejeter car

- $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
- une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

- $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
- une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul

$\rightarrow$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Solution :

- $C(q) = 20000 + 10q$
- dom $C = \mathbb{R}^+$ (quantité produite toujours positive)
- Racine(s) :

$$\begin{aligned} C(q) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 20000 + 10q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad q = -\frac{20000}{10} \\ &\Leftrightarrow \quad q = -2000 \end{aligned}$$

  $\to$ à rejeter car

  - $-2000 \notin$ dom C (mathématiquement)
  - une production de -2000 unités est impossible (logiquement)

- Interprétation des racines de $C(q)$: niveau de production nécessaire pour atteindre un coût nul $\to$ impossible à cause du coût fixe

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.

Solution :

- Annulation du profit : recette totale = coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort = racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$
\begin{aligned}
R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\
&\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\
&\Leftrightarrow \quad q = 800
\end{aligned}
$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$
\begin{aligned}
R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\
&\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\
&\Leftrightarrow \quad q = 800
\end{aligned}
$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.

Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$
\begin{aligned}
R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\
&\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\
&\Leftrightarrow \quad q = 800
\end{aligned}
$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

UNIVERSITÉ DE NAMUR

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.

- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Racines : exemple

Le prix unitaire des biens produits par l'entreprise est de 35 euros. Rechercher le point mort, c'est-à-dire le volume de production qui annule le profit.
Solution :

- Annulation du profit : recette totale $=$ coût total
  où recette totale $R(q) = 35q$
- Point mort :

$$\begin{aligned} R(q) = C(q) \quad &\Leftrightarrow \quad 35q = 20000 + 10q \\ &\Leftrightarrow \quad 25q = 20000 \\ &\Leftrightarrow \quad q = 800 \end{aligned}$$

  Le point mort se trouve à 800 unités produites et vendues.
- Remarque : point mort $=$ racine du profit total $\Pi(q) = R(q) - C(q)$

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est **paire** $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$

  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$

- f est **impaire** $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$

  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$

- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont **ni paires ni impaires**

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$

  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$

  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$

  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$

  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Parité

- f est paire $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy

  Exemple : $f(x) = x^2$ est paire car
  $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
- f est impaire $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$
  $\rightarrow$ symétrie centrale par rapport à l'origine

  Exemple : $f(x) = x^3$ est impaire car
  $f(-x) = (-x)^3 = -(x^3) = -f(x)$
- Remarque : de nombreuses fonctions ne sont ni paires ni impaires

  Exemple : $f(x) = x + 1$ n'est ni paire ni impaire

Exercice

Déterminer le domaine de définition, les racines et la parité de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{2x^2 - 1}$.

Solution :

- C.E. :

$$2x^2 - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \neq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Déterminer le domaine de définition, les racines et la parité de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{2x^2 - 1}$.

Solution :

- C.E. :

$$2x^2 - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \neq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Exercice

Déterminer le domaine de définition, les racines et la parité de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{2x^2 - 1}$.

Solution :

- C.E. :

$$2x^2 - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \neq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Exercice

Déterminer le domaine de définition, les racines et la parité de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{2x^2 - 1}$.

Solution :

- C.E. :

$$2x^2 - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \neq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Exercice

Déterminer le domaine de définition, les racines et la parité de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{2x^2 - 1}$.

Solution :

- C.E. :

$$2x^2 - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \neq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Exercice

Déterminer le domaine de définition, les racines et la parité de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2-2}{2x^2-1}$.

Solution :

- C.E. :

$$\begin{aligned} 2x^2 - 1 \neq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad x^2 \neq \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Exercice

Déterminer le domaine de définition, les racines et la parité de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2-2}{2x^2-1}$.

Solution :

- C.E. :

$$2x^2 - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \neq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$$

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \iff x^2-2=0$$
$$\iff x^2=2$$
$$\iff x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} \\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow\quad x^2=2$$
$$\Leftrightarrow\quad x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} \\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow\quad x^2=2$$
$$\Leftrightarrow\quad x=\sqrt{2}\quad \text{ou}\quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} \\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow\quad x^2=2$$
$$\Leftrightarrow\quad x=\sqrt{2}\quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} \\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \Leftrightarrow x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2=2$$
$$\Leftrightarrow x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$f(-x) = \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} = \frac{x^2-2}{2x^2-1} = f(x)$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow\quad x^2=2$$
$$\Leftrightarrow\quad x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} \\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow\quad x^2=2$$
$$\Leftrightarrow\quad x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$f(-x) = \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} = \frac{x^2-2}{2x^2-1} = f(x)$$

$\Rightarrow$ f est paire

Objectifs et organisation du cours
Notions préliminaires
Ensembles
Puissances et racines
Fonctions
Généralités
Applications à l'économie
Fonction homographique
Fonction du premier degré
Fonction du deuxième degré
Coniques

Exercice

- Racines :

$$\begin{aligned}\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \quad &\Leftrightarrow \quad x^2-2=0\\ &\Leftrightarrow \quad x^2=2\\ &\Leftrightarrow \quad x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned}f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1}\\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1}\\ &= f(x)\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\begin{aligned} \frac{x^2-2}{2x^2-1} = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad x^2 - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x^2 = 2 \\ &\Leftrightarrow \quad x = \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $= \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} \\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow\quad x^2=2$$
$$\Leftrightarrow\quad x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$f(-x) = \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} = \frac{x^2-2}{2x^2-1} = f(x)$$

$\Rightarrow$ f est paire

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \Leftrightarrow x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2=2$$
$$\Leftrightarrow x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$f(-x) = \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} = \frac{x^2-2}{2x^2-1} = f(x)$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow\quad x^2=2$$
$$\Leftrightarrow\quad x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} \\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \iff x^2-2=0$$
$$\iff x^2=2$$
$$\iff x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} \\ &= \frac{x^2-2}{2x^2-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ f est paire

Exercice

- Racines :

$$\frac{x^2-2}{2x^2-1}=0 \Leftrightarrow x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2=2$$
$$\Leftrightarrow x=\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ ensemble des racines $=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

- Parité :

$$f(-x) = \frac{(-x)^2-2}{2(-x)^2-1} = \frac{x^2-2}{2x^2-1} = f(x)$$

$\Rightarrow$ f est paire

UNIVERSITÉ DE NAMUR

Opérations sur les fonctions

- $f(x)+k \quad \rightarrow \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k>0$
  - vers le bas si $k<0$
- $f(x+k) \quad \rightarrow \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k>0$
  - vers la droite si $k<0$
- $cf(x) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c>0$)
  - dilatation si $c>1$
  - contraction si $c<1$
- $f(cx) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c>0$)
  - contraction si $c>1$
  - dilatation si $c<1$

Opérations sur les fonctions

- $f(x) + k \quad \rightarrow \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k > 0$
  - vers le bas si $k < 0$
- $f(x + k) \quad \rightarrow \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k > 0$
  - vers la droite si $k < 0$
- $cf(x) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c > 0$)
  - dilatation si $c > 1$
  - contraction si $c < 1$
- $f(cx) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c > 0$)
  - contraction si $c > 1$
  - dilatation si $c < 1$

Opérations sur les fonctions

- $f(x) + k \quad \rightarrow \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k > 0$
  - vers le bas si $k < 0$
- $f(x + k) \quad \rightarrow \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k > 0$
  - vers la droite si $k < 0$
- $cf(x) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c > 0$)
  - dilatation si $c > 1$
  - contraction si $c < 1$
- $f(cx) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c > 0$)
  - contraction si $c > 1$
  - dilatation si $c < 1$

Opérations sur les fonctions

- $f(x) + k \quad \rightarrow \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k > 0$
  - vers le bas si $k < 0$
- $f(x + k) \quad \rightarrow \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k > 0$
  - vers la droite si $k < 0$
- $cf(x) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c > 0$)
  - dilatation si $c > 1$
  - contraction si $c < 1$
- $f(cx) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c > 0$)
  - contraction si $c > 1$
  - dilatation si $c < 1$

Opérations sur les fonctions

- $f(x) + k \quad \to \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k > 0$
  - vers le bas si $k < 0$
- $f(x + k) \quad \to \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k > 0$
  - vers la droite si $k < 0$
- $cf(x) \quad \to \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c > 0$)
  - dilatation si $c > 1$
  - contraction si $c < 1$
- $f(cx) \quad \to \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c > 0$)
  - contraction si $c > 1$
  - dilatation si $c < 1$

Opérations sur les fonctions

- $f(x) + k \quad \rightarrow \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k > 0$
  - vers le bas si $k < 0$
- $f(x + k) \quad \rightarrow \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k > 0$
  - vers la droite si $k < 0$
- $cf(x) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c > 0$)
  - dilatation si $c > 1$
  - contraction si $c < 1$
- $f(cx) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c > 0$)
  - contraction si $c > 1$
  - dilatation si $c < 1$

- $f(x) + k \quad \to \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k > 0$
  - vers le bas si $k < 0$
- $f(x + k) \quad \to \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k > 0$
  - vers la droite si $k < 0$
- $cf(x) \quad \to \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c > 0$)
  - dilatation si $c > 1$
  - contraction si $c < 1$
- $f(cx) \quad \to \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c > 0$)
  - contraction si $c > 1$
  - dilatation si $c < 1$

Opérations sur les fonctions

- $f(x) + k \quad \rightarrow \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k > 0$
  - vers le bas si $k < 0$
- $f(x + k) \quad \rightarrow \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k > 0$
  - vers la droite si $k < 0$
- $cf(x) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c > 0$)
  - dilatation si $c > 1$
  - contraction si $c < 1$
- $f(cx) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c > 0$)
  - contraction si $c > 1$
  - dilatation si $c < 1$

Opérations sur les fonctions

- $f(x) + k \quad \rightarrow \quad$ translation verticale
  - vers le haut si $k > 0$
  - vers le bas si $k < 0$
- $f(x + k) \quad \rightarrow \quad$ translation horizontale
  - vers la gauche si $k > 0$
  - vers la droite si $k < 0$
- $cf(x) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction verticale (avec $c > 0$)
  - dilatation si $c > 1$
  - contraction si $c < 1$
- $f(cx) \quad \rightarrow \quad$ dilatation/contraction horizontale (avec $c > 0$)
  - contraction si $c > 1$
  - dilatation si $c < 1$

Opérations sur les fonctions

- $-f(x) \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Ox
- $f(-x) \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Oy
- $|f(x)| \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Ox de la partie du graphique située sous l'axe

Opérations sur les fonctions

- $-f(x) \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Ox
- $f(-x) \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Oy
- $|f(x)| \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Ox de la partie du graphique située sous l'axe

Opérations sur les fonctions

- $-f(x) \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Ox
- $f(-x) \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Oy
- $|f(x)| \quad \rightarrow \quad$ symétrie orthogonale d'axe Ox de la partie du graphique située sous l'axe

Opérations sur les fonctions

- $-f(x) \quad \rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Ox
- $f(-x) \quad \rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Oy
- $|f(x)| \quad \rightarrow$ symétrie orthogonale d'axe Ox de la partie du graphique située sous l'axe

Opérations sur les fonctions : exercice

En effectuant des opérations sur des graphiques de fonctions élémentaires, tracer le graphique de la fonction

$$f(x) = \left| \frac{(x-1)^2}{2} - 3 \right|$$

Opérations sur les fonctions : exercice

$$f(x) = \left| \frac{(x-1)^2}{2} - 3 \right|$$

- translation horizontale vers la droite
- contraction verticale
- translation verticale vers le bas
- symétrie orthogonale de la partie du graphique sous l'axe Ox

Exemples de fonctions en économie

Exemples courants :

- Quantité d'un bien achetée par un consommateur en fonction du prix : $q_d(p)$
- Consommation en fonction du revenu : $C(Y)$
- Epargne en fonction du revenu : $Y - C(Y)$
- Coût de production ou de gestion d'une quantité d'un certain bien : $C(q)$
- Evolution d'un stock au cours du temps : $q(t)$
- Bénéfice/gain/profit total : recette totale − coût total

$$\Pi = R - C(q) = pq - C(q)$$

- ...

Exemples de fonctions en économie

Exemples courants :

- Quantité d'un bien achetée par un consommateur en fonction du prix : $q_d(p)$
- Consommation en fonction du revenu : $C(Y)$
- Epargne en fonction du revenu : $Y - C(Y)$
- Coût de production ou de gestion d'une quantité d'un certain bien : $C(q)$
- Evolution d'un stock au cours du temps : $q(t)$
- Bénéfice/gain/profit total : recette totale − coût total

$$\Pi = R - C(q) = pq - C(q)$$

- ...

Opérations sur les fonctions en économie

- Fonction d'offre $q_s(p)$ (offre en fonction du prix)
- Impôt T levé par l'Etat sur chaque unité produite
  - prix perçu par le producteur $= p - T$
  - fonction d'offre devient $q_s(p - T)$

$\longrightarrow$ translation horizontale vers la droite

Opérations sur les fonctions en économie

- Fonction d'offre $q_s(p)$ (offre en fonction du prix)
- Impôt T levé par l'Etat sur chaque unité produite
  - prix perçu par le producteur $= p - T$
  - fonction d'offre devient $q_s(p - T)$

$\longrightarrow$ translation horizontale vers la droite

- Fonction d'offre $q_s(p)$ (offre en fonction du prix)
- Impôt T levé par l'Etat sur chaque unité produite
  - prix perçu par le producteur $= p - T$
  - fonction d'offre devient $q_s(p - T)$

$\longrightarrow$ translation horizontale vers la droite

- Fonction d'offre $q_s(p)$ (offre en fonction du prix)
- Impôt T levé par l'Etat sur chaque unité produite
  - prix perçu par le producteur $= p - T$
  - fonction d'offre devient $q_s(p - T)$

$\longrightarrow$ translation horizontale vers la droite

Opérations sur les fonctions en économie

- Fonction d'offre $q_s(p)$ (offre en fonction du prix)
- Impôt T levé par l'Etat sur chaque unité produite
  - prix perçu par le producteur $= p - T$
  - fonction d'offre devient $q_s(p - T)$

$\longrightarrow$ translation horizontale vers la droite

Opérations sur les fonctions en économie

- Fonction d'offre $q_s(p)$ (offre en fonction du prix)
- Impôt T levé par l'Etat sur chaque unité produite
  - prix perçu par le producteur $= p - T$
  - fonction d'offre devient $q_s(p-T)$

$\rightarrow$ translation horizontale vers la droite

Offre et demande

- Relation entre prix de vente p et quantité vendue q
- Fonction de demande : $Q_d(p)$
- Fonction d'offre : $Q_s(p)$
- Equilibre du marché :
  quantité offerte = quantité demandée ($Q_s = Q_d$)
  $\rightarrow$ recherche de l'intersection (p^*, q^*) des graphiques d'offre et de demande
  $\rightarrow$ recherche de racine : $Q_s(p^*) - Q_d(p^*) = 0$

Offre et demande

- Relation entre prix de vente p et quantité vendue q
- Fonction de demande : $Q_d(p)$
- Fonction d'offre : $Q_s(p)$
- Equilibre du marché :
  quantité offerte = quantité demandée $(Q_s = Q_d)$
  $\rightarrow$ recherche de l'intersection (p^*, q^*) des graphiques d'offre et de demande
  $\rightarrow$ recherche de racine : $Q_s(p^*) - Q_d(p^*) = 0$

Offre et demande

- Relation entre prix de vente p et quantité vendue q
- Fonction de demande : $Q_d(p)$
- Fonction d'offre : $Q_s(p)$
- Equilibre du marché :
  quantité offerte = quantité demandée ($Q_s = Q_d$)
  $\rightarrow$ recherche de l'intersection (p^*, q^*) des graphiques d'offre et de demande
  $\rightarrow$ recherche de racine : $Q_s(p^*) - Q_d(p^*) = 0$

Offre et demande

- Relation entre prix de vente p et quantité vendue q
- Fonction de demande : $Q_d(p)$
- Fonction d'offre : $Q_s(p)$
- Equilibre du marché :
  quantité offerte = quantité demandée ($Q_s = Q_d$)
  $\rightarrow$ recherche de l'intersection (p^*, q^*) des graphiques d'offre et de demande
  $\rightarrow$ recherche de racine : $Q_s(p^*) - Q_d(p^*) = 0$

Offre et demande

- Relation entre prix de vente p et quantité vendue q
- Fonction de demande : $Q_d(p)$
- Fonction d'offre : $Q_s(p)$
- Equilibre du marché :
  quantité offerte = quantité demandée ($Q_s = Q_d$)
  $\rightarrow$ recherche de l'intersection (p^*, q^*) des graphiques d'offre et de demande
  $\rightarrow$ recherche de racine : $Q_s(p^*) - Q_d(p^*) = 0$

Offre et demande

- Relation entre prix de vente p et quantité vendue q
- Fonction de demande : $Q_d(p)$
- Fonction d'offre : $Q_s(p)$
- Equilibre du marché :
  quantité offerte = quantité demandée ($Q_s = Q_d$)
  $\rightarrow$ recherche de l'intersection (p^*, q^*) des graphiques d'offre et de demande
  $\rightarrow$ recherche de racine : $Q_s(p^*) - Q_d(p^*) = 0$

Fonction homographique : définition

Fonction homographique : $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

où

- $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
- $c \neq 0$
- (a, b) et (c, d) ne sont pas proportionnels

Fonction homographique : définition

Fonction homographique : $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

où

- $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
- $c \neq 0$
- (a, b) et (c, d) ne sont pas proportionnels

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Propriétés

- C.E. : $cx + d \neq 0$
  $\Rightarrow$ dom $f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$
- Graphique : hyperbole
- Asymptotes :
  - verticale : $AV \equiv x = -\dfrac{d}{c}$
  - horizontale : $AH \equiv y = \dfrac{a}{c}$
- Symétrie centrale par rapport à l'intersection des asymptotes
- Racine :
  - si $a \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$
  - si $a = 0$: pas de racine
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = \frac{b}{d}$

Exercice

Dessiner le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{4x-1}{2x+1}$.

Solution partielle :

- Asymptotes :
  $AV \equiv x = -\dfrac{1}{2}$
  $AH \equiv y = 2$
- Racine : $x = \dfrac{1}{4}$
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = -1$

Exercice

Dessiner le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{4x-1}{2x+1}$.

Solution partielle :

- Asymptotes :
  $AV \equiv x = -\dfrac{1}{2}$
  $AH \equiv y = 2$
- Racine : $x = \dfrac{1}{4}$
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = -1$

Exercice

Dessiner le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{4x-1}{2x+1}$.

Solution partielle :

- Asymptotes :
  $AV \equiv x = -\dfrac{1}{2}$
  $AH \equiv y = 2$
- Racine : $x = \dfrac{1}{4}$
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = -1$

Exercice

Dessiner le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{4x-1}{2x+1}$.

Solution partielle :

- Asymptotes :
  $AV \equiv x = -\dfrac{1}{2}$
  $AH \equiv y = 2$
- Racine : $x = \dfrac{1}{4}$
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = -1$

Exercice

Dessiner le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{4x-1}{2x+1}$.

Solution partielle :

- Asymptotes :
  $AV \equiv x = -\dfrac{1}{2}$
  $AH \equiv y = 2$
- Racine : $x = \dfrac{1}{4}$
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = -1$

Exercice

Dessiner le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{4x-1}{2x+1}$.

Solution partielle :

- Asymptotes :
  $AV \equiv x = -\dfrac{1}{2}$
  $AH \equiv y = 2$
- Racine : $x = \dfrac{1}{4}$
- Ordonnée à l'origine : $f(0) = -1$

Fonctions affine et du premier degré : définition

- Fonction affine :

$$f : x \mapsto ax + b$$

où $a, b \in \mathbb{R}$

- Si $a \neq 0$: fonction du premier degré

- Fonction affine :

$$f : x \mapsto ax + b$$

où $a, b \in \mathbb{R}$

- Si $a \neq 0$: fonction du premier degré

Fonctions affine et du premier degré : définition

- Fonction affine :

$$f : x \mapsto ax + b$$

où $a, b \in \mathbb{R}$

- Si $a \neq 0$: fonction du premier degré

Fonctions affine et du premier degré : définition

- Fonction affine :

$$f \,:\, x \mapsto ax + b$$

  où $a, b \in \mathbb{R}$
- Si $a \neq 0$: fonction du premier degré

Interprétation géométrique

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$a = \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right.$$

$$= \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \tan \theta$$

  où $\theta =$ angle entre Ox et la droite
- $b = f(0) =$ ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

Interprétation géométrique

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$\begin{aligned} a &= \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right. \\ &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \tan \theta \end{aligned}$$

  où θ = angle entre Ox et la droite
- $b = f(0)$ = ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

Interprétation géométrique

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$a = \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right. \\ = \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ = \tan \theta$$

  où θ = angle entre Ox et la droite
- $b = f(0)$ = ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

Interprétation géométrique

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$a = \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right.$$

$$= \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \tan \theta$$

où θ = angle entre Ox et la droite

- $b = f(0) =$ ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

Interprétation géométrique

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$a = \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right.$$

$$= \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \tan \theta$$

où θ = angle entre Ox et la droite

- $b = f(0)$ = ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$\begin{aligned} a &= \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right. \\ &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \tan\theta \end{aligned}$$

où θ = angle entre Ox et la droite

- $b = f(0)$ = ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

Interprétation géométrique

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
- $$a = \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right.$$
  $$= \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
  $$= \tan \theta$$

  où θ = angle entre Ox et la droite
- $b = f(0) =$ ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$a = \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right.$$
$$= \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$= \tan \theta$$

où θ = angle entre Ox et la droite

- $b = f(0)$ = ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$a = \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right.$$
$$= \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$= \tan \theta$$

où θ = angle entre Ox et la droite

- $b = f(0)$ = ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

Interprétation géométrique

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$a = \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right.$$
$$= \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$= \tan \theta$$

où θ = angle entre Ox et la droite

- $b = f(0) =$ ordonnée à l'origine

$\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

- Graphique : droite $d \equiv y = ax + b$
  - oblique si $a \neq 0$
  - horizontale si $a = 0$
-

$$\begin{aligned} a &= \left| \begin{array}{l} \text{taux de variation} \\ \text{pente} \\ \text{coefficient angulaire / directeur} \end{array} \right. \\ &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \tan\theta \end{aligned}$$

où θ = angle entre Ox et la droite

- $b = f(0)$ = ordonnée à l'origine
  $\Rightarrow$ la droite passe toujours par le point $(0, b)$

Racines de la fonction affine

Recherche de racine(s) : trois situations

- Si $a \neq 0$ (pente non nulle) : 1 racine

$$ax + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b \neq 0$: pas de racine
- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b = 0$: infinité de racines

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$

Racines de la fonction affine

Recherche de racine(s) : trois situations

- Si $a \neq 0$ (pente non nulle) : 1 racine

$$ax + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b \neq 0$: pas de racine
- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b = 0$: infinité de racines

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$

Recherche de racine(s) : trois situations

- Si $a \neq 0$ (pente non nulle) : 1 racine

$$ax + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b \neq 0$: pas de racine
- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b = 0$: infinité de racines

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$

Racines de la fonction affine

Recherche de racine(s) : trois situations

- Si $a \neq 0$ (pente non nulle) : 1 racine

$$ax + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b \neq 0$: pas de racine
- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b = 0$: infinité de racines

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$

Recherche de racine(s) : trois situations

- Si $a \neq 0$ (pente non nulle) : 1 racine

$$ax + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b \neq 0$: pas de racine
- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b = 0$: infinité de racines

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$

Racines de la fonction affine

Recherche de racine(s) : trois situations

- Si $a \neq 0$ (pente non nulle) : 1 racine

$$ax + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b \neq 0$: pas de racine
- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b = 0$: infinité de racines

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$

Racines de la fonction affine

Recherche de racine(s) : trois situations

- Si $a \neq 0$ (pente non nulle) : 1 racine

$$ax + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b \neq 0$: pas de racine
- Si $a = 0$ (pente nulle) et $b = 0$: infinité de racines

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$

Signe de la fonction affine

Signe de $f(x) = ax + b$?

- Si $a \neq 0$:

x		$-\frac{b}{a}$	
$ax+b$	signe de $-a$	0	signe de a

- Si $a = 0$: signe de $ax + b$ = signe de b

Signe de la fonction affine

Signe de $f(x) = ax + b$?

- Si $a \neq 0$:

x		$-\frac{b}{a}$	
$ax+b$	signe de $-a$	0	signe de a

- Si $a = 0$: signe de $ax + b$ = signe de b

Signe de la fonction affine

Signe de $f(x) = ax + b$?

- Si $a \neq 0$:

x		$-\frac{b}{a}$	
$ax+b$	signe de $-a$	0	signe de a

- Si $a = 0$: signe de $ax + b$ = signe de b

Signe de la fonction affine

Signe de $f(x) = ax + b$?

- Si $a \neq 0$:

x		$-\frac{b}{a}$	
$ax+b$	signe de $-a$	0	signe de a

- Si $a = 0$: signe de $ax + b$ = signe de b

Signe de la fonction affine

Signe de $f(x) = ax + b$?

- Si $a \neq 0$:

x		$-\frac{b}{a}$	
$ax+b$	signe de $-a$	0	signe de a

- Si $a = 0$: signe de $ax + b$ = signe de b

Signe de la fonction affine

Signe de $f(x) = ax + b$?

- Si $a \neq 0$:

x		$-\frac{b}{a}$	
$ax+b$	signe de $-a$	0	signe de a

- Si $a = 0$: signe de $ax + b$ = signe de b

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Equations de droites : résumé

Lien avec les droites : 3 cas de figure

- $d \equiv y = ax + b \qquad (a \neq 0)$
  $\rightarrow$ droite oblique
  $\rightarrow$ fonction du premier degré $f(x) = ax + b$
- $d \equiv y = c$
  $\rightarrow$ droite horizontale
  $\rightarrow$ fonction affine constante $f(x) = c$
- $d \equiv x = c$
  $\rightarrow$ droite verticale
  $\rightarrow$ pas de fonction correspondante

Droite passant par deux points

- Motivation : connaissance de 2 données $\rightarrow$ détermination d'un modèle linéaire
- Equation de la droite d passant par $P_0(x_0, y_0)$ et $P_1(x_1, y_1)$:
  - si $x_0 \neq x_1$:

$$d \equiv y - y_0 = \underbrace{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}_{\text{pente}}(x - x_0)$$

  $\rightarrow$ peut être ramenée à la forme $d \equiv y = ax + b$

  - si $x_0 = x_1$:

$$d \equiv x = x_0$$

Droite passant par deux points

- Motivation : connaissance de 2 données $\rightarrow$ détermination d'un modèle linéaire
- Equation de la droite d passant par $P_0(x_0, y_0)$ et $P_1(x_1, y_1)$:
  - si $x_0 \neq x_1$:

$$d \equiv y - y_0 = \underbrace{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}_{\text{pente}}(x - x_0)$$

$\rightarrow$ peut être ramenée à la forme $d \equiv y = ax + b$

  - si $x_0 = x_1$:

$$d \equiv x = x_0$$

Droite passant par deux points

- Motivation : connaissance de 2 données
  $\rightarrow$ détermination d'un modèle linéaire
- Equation de la droite d passant par $P_0(x_0, y_0)$ et $P_1(x_1, y_1)$:
  - si $x_0 \neq x_1$:

$$d \equiv y - y_0 = \underbrace{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}_{\text{pente}}(x - x_0)$$

    $\rightarrow$ peut être ramenée à la forme $d \equiv y = ax + b$
  - si $x_0 = x_1$:

$$d \equiv x = x_0$$

Droite passant par deux points

- Motivation : connaissance de 2 données
  $\rightarrow$ détermination d'un modèle linéaire
- Equation de la droite d passant par $P_0(x_0, y_0)$ et $P_1(x_1, y_1)$:
  - si $x_0 \neq x_1$:

$$d \equiv y - y_0 = \underbrace{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}_{\text{pente}}(x - x_0)$$

  $\rightarrow$ peut être ramenée à la forme $d \equiv y = ax + b$
  - si $x_0 = x_1$:

$$d \equiv x = x_0$$

Droite passant par deux points

- Motivation : connaissance de 2 données
  $\rightarrow$ détermination d'un modèle linéaire
- Equation de la droite d passant par $P_0(x_0, y_0)$ et $P_1(x_1, y_1)$:
  - si $x_0 \neq x_1$:

$$d \equiv y - y_0 = \underbrace{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}_{\text{pente}}(x - x_0)$$

$\rightarrow$ peut être ramenée à la forme $d \equiv y = ax + b$

  - si $x_0 = x_1$:

$$d \equiv x = x_0$$

Droite passant par deux points

- Motivation : connaissance de 2 données
  $\rightarrow$ détermination d'un modèle linéaire
- Equation de la droite d passant par $P_0(x_0, y_0)$ et $P_1(x_1, y_1)$:
  - si $x_0 \neq x_1$:

$$d \equiv y - y_0 = \underbrace{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}_{\text{pente}}(x - x_0)$$

$\rightarrow$ peut être ramenée à la forme $d \equiv y = ax + b$

  - si $x_0 = x_1$:

$$d \equiv x = x_0$$

Droite passant par deux points

- Motivation : connaissance de 2 données
  $\rightarrow$ détermination d'un modèle linéaire
- Equation de la droite d passant par $P_0(x_0, y_0)$ et $P_1(x_1, y_1)$:
  - si $x_0 \neq x_1$:

$$d \equiv y - y_0 = \underbrace{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}_{\text{pente}}(x - x_0)$$

  $\rightarrow$ peut être ramenée à la forme $d \equiv y = ax + b$
  - si $x_0 = x_1$:

$$d \equiv x = x_0$$

Droite passant par deux points

- Motivation : connaissance de 2 données
  $\rightarrow$ détermination d'un modèle linéaire
- Equation de la droite d passant par $P_0(x_0, y_0)$ et $P_1(x_1, y_1)$:
  - si $x_0 \neq x_1$:

$$d \equiv y - y_0 = \underbrace{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}_{\text{pente}}(x - x_0)$$

  $\rightarrow$ peut être ramenée à la forme $d \equiv y = ax + b$
  - si $x_0 = x_1$:

$$d \equiv x = x_0$$

Droite passant par deux points : exemples

- Equation de la droite d_1 passant par $(1,-2)$ et $(3,5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y-(-2)=\frac{5-(-2)}{3-1}(x-1) \\ &\equiv y+2=\frac{7}{2}(x-1) \\ &\equiv y=\frac{7}{2}x-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3,4)$ et $(-3,-8)$:

$$d_2 \equiv x=-3$$

Droite passant par deux points : exemples

- Equation de la droite d_1 passant par $(1,-2)$ et $(3,5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y-(-2)=\frac{5-(-2)}{3-1}(x-1) \\ &\equiv y+2=\frac{7}{2}(x-1) \\ &\equiv y=\frac{7}{2}x-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3,4)$ et $(-3,-8)$:

$$d_2 \equiv x=-3$$

Droite passant par deux points : exemples

- Equation de la droite d_1 passant par $(1, -2)$ et $(3, 5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y-(-2)=\frac{5-(-2)}{3-1}(x-1) \\ &\equiv y+2=\frac{7}{2}(x-1) \\ &\equiv y=\frac{7}{2}x-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3, 4)$ et $(-3, -8)$:

$$d_2 \equiv x=-3$$

Droite passant par deux points : exemples

- Equation de la droite d_1 passant par $(1,-2)$ et $(3,5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y-(-2)=\frac{5-(-2)}{3-1}(x-1) \\ &\equiv y+2=\frac{7}{2}(x-1) \\ &\equiv y=\frac{7}{2}x-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3,4)$ et $(-3,-8)$:

$$d_2 \equiv x=-3$$

Droite passant par deux points : exemples

- Equation de la droite d_1 passant par $(1, -2)$ et $(3, 5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y-(-2)=\frac{5-(-2)}{3-1}(x-1) \\ &\equiv y+2=\frac{7}{2}(x-1) \\ &\equiv y=\frac{7}{2}x-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3, 4)$ et $(-3, -8)$:

$$d_2 \equiv x=-3$$

Droite passant par deux points : exemples

- Equation de la droite d_1 passant par $(1, -2)$ et $(3, 5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y - (-2) = \frac{5 - (-2)}{3 - 1}(x - 1) \\ &\equiv y + 2 = \frac{7}{2}(x - 1) \\ &\equiv y = \frac{7}{2}x - \frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3, 4)$ et $(-3, -8)$:

$$d_2 \equiv x = -3$$

Droite passant par deux points : exemples

- Equation de la droite d_1 passant par $(1,-2)$ et $(3,5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y-(-2)=\frac{5-(-2)}{3-1}(x-1) \\ &\equiv y+2=\frac{7}{2}(x-1) \\ &\equiv y=\frac{7}{2}x-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3,4)$ et $(-3,-8)$:

$$d_2 \equiv x=-3$$

Droite passant par deux points : exemples

- Equation de la droite d_1 passant par $(1,-2)$ et $(3,5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y-(-2)=\frac{5-(-2)}{3-1}(x-1) \\ &\equiv y+2=\frac{7}{2}(x-1) \\ &\equiv y=\frac{7}{2}x-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3,4)$ et $(-3,-8)$:

$$d_2 \equiv x=-3$$

- Equation de la droite d_1 passant par $(1, -2)$ et $(3, 5)$:

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv y - (-2) = \frac{5 - (-2)}{3 - 1}(x - 1) \\ &\equiv y + 2 = \frac{7}{2}(x - 1) \\ &\equiv y = \frac{7}{2}x - \frac{11}{2} \end{aligned}$$

- Equation de la droite d_2 passant par $(-3, 4)$ et $(-3, -8)$:

$$d_2 \equiv x = -3$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :

Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d \quad &\equiv \quad y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv \quad y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv \quad y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :

Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d &\equiv y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :
Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d \quad &\equiv \quad y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv \quad y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv \quad y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :
Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d &\equiv y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :
Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d \quad &\equiv \quad y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv \quad y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv \quad y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :
Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$
\begin{aligned}
d &\equiv y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\
&\equiv y + 4 = -2(x-3) \\
&\equiv y = -2x + 2
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :
Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d \quad &\equiv \quad y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv \quad y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv \quad y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :
Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d \quad &\equiv \quad y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv \quad y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv \quad y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :
Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d \quad &\equiv \quad y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv \quad y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv \quad y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Exercice

Déterminer l'expression de la fonction du premier degré vérifiant $f(0) = 2$ et $f(3) = -4$.

Solution :
Droite d passant par les points $(0, 2)$ et $(3, -4)$:

$$\begin{aligned} d \quad &\equiv \quad y - (-4) = \frac{-4-2}{3-0}(x-3) \\ &\equiv \quad y + 4 = -2(x-3) \\ &\equiv \quad y = -2x + 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = -2x + 2$$

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ parallèles ?

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = a'$$

$\rightarrow$ pentes identiques

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ parallèles ?

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = a'$$

$\rightarrow$ pentes identiques

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ parallèles ?

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = a'$$

$\rightarrow$ pentes identiques

Parallélisme

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ parallèles ?

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = a'$$

$\rightarrow$ pentes identiques

Parallélisme

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ parallèles ?

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = a'$$

$\rightarrow$ pentes identiques

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Perpendicularité

Droites $d_1 \equiv y = ax + b$ et $d_2 \equiv y = a'x + b'$ perpendiculaires ?
(avec $a \neq 0$ et $a' \neq 0$)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad aa' = -1 \\ &\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{a'} \\ &\Leftrightarrow \quad a' = -\frac{1}{a} \end{aligned}$$

Remarque : si $a = 0$ ($\Leftrightarrow$ d_1 horizontale)

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 \quad &\Leftrightarrow \quad d_2 \equiv x = c \\ &\Leftrightarrow \quad d_2 \text{ verticale} \end{aligned}$$

(idem si $a' = 0$)

Parallélisme et perpendicularité : exercice

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4,2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$
$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4,2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$
$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

Parallélisme et perpendicularité : exercice

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \,/\!/\, d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4, 2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$

$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

Objectifs et organisation du cours
Notions préliminaires
Ensembles
Puissances et racines
Fonctions
Généralités
Applications à l'économie
Fonction homographique
Fonction du premier degré
Fonction du deuxième degré
Coniques

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \parallel d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4,2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$

$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \parallel d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4,2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$

$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

Parallélisme et perpendicularité : exercice

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4, 2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$

$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

Parallélisme et perpendicularité : exercice

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4, 2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$

$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

Parallélisme et perpendicularité : exercice

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4, 2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$

$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$\begin{aligned} d_1 \text{ passe par } (4,2) \quad &\Rightarrow \quad 2 = -12 + b \\ &\Leftrightarrow \quad b = 14 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv y = -3x - 8$ et passant par le point $(4, 2)$.
2. Déterminer l'équation de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv y = -2x + 7$ et passant par le point $(0, -5)$.

Solution :

1.

$$d_1 \mathbin{/\!/} d_2 \quad \Leftrightarrow \quad a = -3$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + b$$

$$d_1 \text{ passe par } (4,2) \quad \Rightarrow \quad 2 = -12 + b$$
$$\Leftrightarrow \quad b = 14$$

$$\Rightarrow \quad d_1 \equiv y = -3x + 14$$

2.

$$d_3 \perp d_4 \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \tfrac{1}{2}x + b$$

$$d_3 \text{ passe par } (0, -5) \quad \Rightarrow \quad b = -5$$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \frac{1}{2}x - 5$$

Parallélisme et perpendicularité : exercice

2.

$$d_3 \perp d_4 \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \tfrac{1}{2}x + b$$

d_3 passe par $(0, -5) \quad \Rightarrow \quad b = -5$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \frac{1}{2}x - 5$$

Parallélisme et perpendicularité : exercice

2

$$d_3 \perp d_4 \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \tfrac{1}{2}x + b$$

d_3 passe par $(0, -5)$ $\quad \Rightarrow \quad b = -5$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \frac{1}{2}x - 5$$

Objectifs et organisation du cours
Notions préliminaires
Ensembles
Puissances et racines
Fonctions
Généralités
Applications à l'économie
Fonction homographique
Fonction du premier degré
Fonction du deuxième degré
Coniques

2

$$d_3 \perp d_4 \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \tfrac{1}{2}x + b$$

d_3 passe par $(0, -5)$ $\quad \Rightarrow \quad b = -5$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \frac{1}{2}x - 5$$

Parallélisme et perpendicularité : exercice

2

$$d_3 \perp d_4 \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \tfrac{1}{2}x + b$$

$$d_3 \text{ passe par } (0, -5) \quad \Rightarrow \quad b = -5$$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \frac{1}{2}x - 5$$

Parallélisme et perpendicularité : exercice

2

$$d_3 \perp d_4 \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \tfrac{1}{2}x + b$$

d_3 passe par $(0, -5)$ $\quad \Rightarrow \quad b = -5$

$$\Rightarrow \quad d_3 \equiv y = \frac{1}{2}x - 5$$

Application : évolution d'un capital

Evolution d'un capital C_0 placé à un taux d'intérêt simple i en fonction du temps t :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0(1+it) \\ &= \underbrace{C_0 i}_{a}\, t + \underbrace{C_0}_{b} \end{aligned}$$

où $t \geq 0$
$\rightarrow$ attention au domaine de définition

Application : évolution d'un capital

Evolution d'un capital C_0 placé à un taux d'intérêt simple i en fonction du temps t :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0(1+it) \\ &= \underbrace{C_0 i}_{a}\, t + \underbrace{C_0}_{b} \end{aligned}$$

où $t \geq 0$
$\rightarrow$ attention au domaine de définition

Evolution d'un capital C_0 placé à un taux d'intérêt simple i en fonction du temps t :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0(1+it) \\ &= \underbrace{C_0 i}_{a}\, t + \underbrace{C_0}_{b} \end{aligned}$$

où $t \geq 0$
$\rightarrow$ attention au domaine de définition

Application : évolution d'un capital

Evolution d'un capital C_0 placé à un taux d'intérêt simple i en fonction du temps t :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0(1+it) \\ &= \underbrace{C_0 i}_{a}\, t + \underbrace{C_0}_{b} \end{aligned}$$

où $t \geq 0$
$\rightarrow$ attention au domaine de définition

Application : évolution d'un capital

Evolution d'un capital C_0 placé à un taux d'intérêt simple i en fonction du temps t :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0(1+it) \\ &= \underbrace{C_0 i}_{a}\, t + \underbrace{C_0}_{b} \end{aligned}$$

où $t \geq 0$
$\rightarrow$ attention au domaine de définition

Application : évolution d'un capital

Evolution d'un capital C_0 placé à un taux d'intérêt simple i en fonction du temps t :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0(1+it) \\ &= \underbrace{C_0 i}_{a}\, t + \underbrace{C_0}_{b} \end{aligned}$$

où $t \geq 0$

$\rightarrow$ attention au domaine de définition

Application : évolution d'un capital

Evolution d'un capital C_0 placé à un taux d'intérêt simple i en fonction du temps t :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0(1+it) \\ &= \underbrace{C_0 i}_{a}\, t + \underbrace{C_0}_{b} \end{aligned}$$

où $t \geq 0$
$\rightarrow$ attention au domaine de définition

Application : nombre d'abonnés

Un jeu en ligne a actuellement 6 millions d'abonnés qui paient 15 euros par mois. Une enquête suggère qu'il peut y avoir 90000 nouveaux abonnés pour chaque baisse de $0,5$ euros du prix de l'abonnement mensuel.

1. Déterminer le nombre d'abonnés n en fonction du prix de l'abonnement p (euros).
2. Combien d'utilisateurs compterait le jeu si l'éditeur décidait de supprimer l'abonnement mensuel ?
3. Au-delà de quel tarif mensuel le jeu serait-il complètement déserté ?

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1.
$$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15-p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
$\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3.
$$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait 48, 33 euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1. $$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15-p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
   $\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
   Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3. $$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

   Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait 48, 33 euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1.

$$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15-p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$

$\rightarrow \quad n(0) = 8700000$

Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3.

$$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait 48, 33 euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1.

$$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15-p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
$\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3.

$$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait 48, 33 euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1.

$$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15 - p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
$\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3.

$$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait $48,33$ euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1. $$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15-p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
$\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3. $$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait 48, 33 euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1. $$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15-p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
   $\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
   Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3. $$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

   Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait 48, 33 euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1. $$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15 - p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
   $\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
   Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3. $$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

   Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait $48,33$ euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1. $$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15-p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
   $\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
   Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3. $$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait 48, 33 euros.

Solution :

1.

$$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15 - p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
$\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3.

$$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait 48, 33 euros.

Application : nombre d'abonnés

Solution :

1. $$\begin{aligned} n(p) &= 6000000 + \frac{90000}{0,5}(15-p) \\ &= -180000p + 8700000 \end{aligned}$$

2. Suppression de l'abonnement : $p = 0$
   $\rightarrow \quad n(0) = 8700000$
   Le jeu compterait alors 8700000 utilisateurs.

3. $$\begin{aligned} n(p) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -180000p + 8700000 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad p = \frac{8700000}{180000} \\ &\Leftrightarrow \quad p = 48,33 \end{aligned}$$

   Le jeu serait déserté si l'abonnement mensuel dépassait $48,33$ euros.

Fonction du deuxième degré : définition

Fonction du deuxième degré (ou fonction quadratique) :

$$f : x \mapsto ax^2 + bx + c$$

où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$

Fonction du deuxième degré : définition

Fonction du deuxième degré (ou fonction quadratique) :

$$f : x \mapsto ax^2 + bx + c$$

où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$

Fonction du deuxième degré : définition

Fonction du deuxième degré (ou fonction quadratique) :

$$f \;:\; x \mapsto ax^2 + bx + c$$

où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \\ &= \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right) \end{aligned}$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$S = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \\ &= \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) \end{aligned}$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$S = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \\ &= \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) \end{aligned}$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$S = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$S = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \\ &= \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) \end{aligned}$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$S = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \\ &= \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right) \end{aligned}$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$S = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Interprétation géométrique

- Graphique : parabole
- Propriétés :
  - convexe si $a > 0$, concave si $a < 0$
  - sommet :

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) \\ &= \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right) \end{aligned}$$

  - axe de symétrie :

$$d \equiv x = \frac{-b}{2a}$$

  - intersection avec Oy : $(0, c)$

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\rho}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\rho}}{2a}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\rho}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\rho}}{2a} \end{aligned}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b+\sqrt{\rho}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-b-\sqrt{\rho}}{2a} \end{aligned}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\rho}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\rho}}{2a}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\rho}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\rho}}{2a}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\rho}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\rho}}{2a}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\rho}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\rho}}{2a}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\rho}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\rho}}{2a}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines d'une fonction du deuxième degré

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\rho}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\rho}}{2a}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines d'une fonction du deuxième degré

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\rho}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\rho}}{2a} \end{aligned}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Racines : calcul du réalisant

$$\rho = \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\rho > 0$: 2 racines distinctes

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b+\sqrt{\rho}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-b-\sqrt{\rho}}{2a} \end{aligned}$$

- Si $\rho = 0$: 1 racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\rho < 0$: pas de racine

Factorisation d'un polynôme du deuxième degré

- Si $\rho > 0$:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Si $\rho = 0$:

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

- Si $\rho < 0$: pas de factorisation possible

Factorisation d'un polynôme du deuxième degré

- Si $\rho > 0$:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Si $\rho = 0$:

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

- Si $\rho < 0$: pas de factorisation possible

Factorisation d'un polynôme du deuxième degré

- Si $\rho > 0$:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Si $\rho = 0$:

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

- Si $\rho < 0$: pas de factorisation possible

Factorisation d'un polynôme du deuxième degré

- Si $\rho > 0$:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Si $\rho = 0$:

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

- Si $\rho < 0$: pas de factorisation possible

Factorisation d'un polynôme du deuxième degré

- Si $\rho > 0$:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Si $\rho = 0$:

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

- Si $\rho < 0$: pas de factorisation possible

Factorisation d'un polynôme du deuxième degré

- Si $\rho > 0$:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Si $\rho = 0$:

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

- Si $\rho < 0$: pas de factorisation possible

Factorisation d'un polynôme du deuxième degré

- Si $\rho > 0$:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Si $\rho = 0$:

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

- Si $\rho < 0$: pas de factorisation possible

Table des matières