Flujo en conductos

MakerGarage

Mayo 2021

Índice

Este tipo de problemas se resuelven partiendo de la ecuación de Bernoulli a la que le añadimos pérdidas.

La ecuación de Bernoulli (despreciando pérdidas) indica que la enérgia entre 2 puntos permanece constante. Esto se expresa en la siguiente ecuación:

$$\underbrace{P}_{\text{Término de presión}} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V^2}_{\text{Energía cinética}} + \underbrace{\rho g z}_{\text{Energía Potencial}} = \text{Constante}$$

Si igualamos Bernoulli en 2 puntos obtenemos la siguiente expresión:

$$P_1 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V_1^2 + \rho g z = P_2 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V_2^2 + \rho g z$$

Si a esta ecuación le añadimos las pérdidas (primarias y secundarias que se explican a continuación) obtenemos la siguiente ecuación:

$$P_1 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V_1^2 + \rho g z = P_2 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V_2^2 + \rho g z + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V_m^2\cdot\left(\underbrace{\lambda\cdot\frac{L}{D}}_{Primarias} + \underbrace{\sum k}_{\text{Secundarias}}\right)$$

Ecuación de flujo en conductos

$$P_1 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V_1^2 + \rho g z = P_2 + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V_2^2 + \rho g z + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot V_m^2\cdot\left(\lambda\cdot\frac{L}{D} + \sum k\right)$$

1. Lambda

Lambda se obtiene en el diagrama de Moody, como podemos ver, Lambda es una función que depende de la rugosidad relativa ($\frac{\epsilon}{D}$) y del número de Reynolds (Re)

$$\lambda = \lambda\left(\frac{\epsilon}{D}, Re\right)$$

En el caso de que no conozcamos V_m y que no podamos calcularlo como $\frac{Q}{A}$, tenemos que suponer un valor de Reynolds elevado e iterar.

Para iterar cogemos el valor de λ directamente con la rugosidad relativa, con ese valor de λ sustituimos en la ecuación que tengamos que resolver, con ese resultado de V_m recalculamos Reynolds y con el diagrama de Moody volvemos a sacar un nuevo valor de λ y procedemos así tantas veces como sea necesario hasta que el valor de λ sea constante.

2. Reynolds

Por otro lado Reynolds se calcula como:

$$Re = \frac{\rho \cdot V_m \cdot D}{\mu} = \frac{1}{10^{-6}} \cdot V_m \cdot D = \frac{V_m \cdot D}{10^{-6}}$$

Ecuación de Reynolds

$$Re = \frac{V_m \cdot D}{10^{-6}}$$

3. Caudal

El caudal se calcula como:

Caudal

$$Q = V \cdot A \quad \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

4. Potencia de una bomba

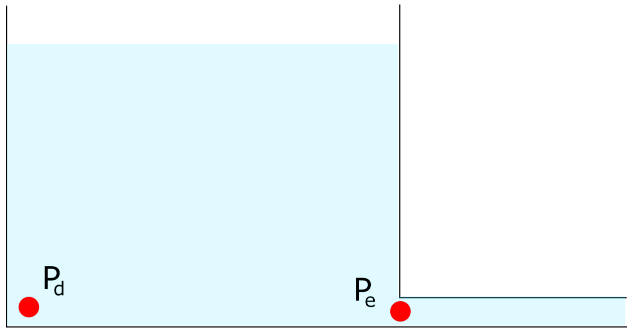
El trabajo de una bomba se calcula como:

Potencia de una bomba

$$\dot{W} = Q \cdot \triangle P \quad [W]$$

5. Presión a la entrada de un depósito

Cuando trabajamos con un depósito como el siguiente:



Tenemos que tener en cuenta que la presión reducida en la entrada es la presión del fondo del depósito (P_d) menos la energía que contiene.

$$P_e = P_d - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_m^2 \cdot (1 + K_e)$$

Donde P_d se puede calcular como:

$$P_d = P_a + \rho g z$$

En general obtenemos que:

Presión a la entrada de un depósito

$$P_e = P_a + \rho g z - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_m^2 \cdot (1 + K_e)$$

6. Sustituir V_m^2 en función de Q

$$Q = V_m \cdot A \xrightarrow{\text{Sustituyo A}} Q = V_m \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \xrightarrow{\text{Despejo } V_m}$$

$$V_m = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$$

Si tengo que sustituir V_m^2:

$$V_m^2 = \frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^4}$$

Se suele sustituir en la fórmula:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_m^2$$

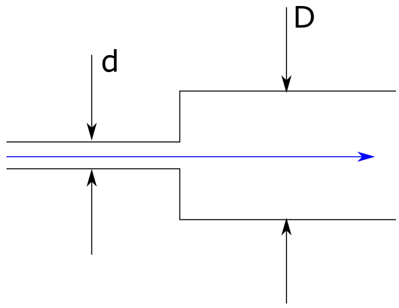
Obteniendo:

Sustituir V_m^2 por Q

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_m^2 = \frac{8 \cdot \rho \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^4}$$

7. Expansión y contracción brusca

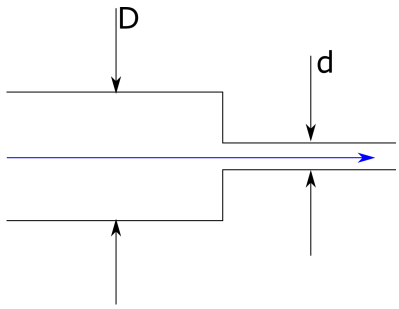
La perdida de carga en una expansión brusca podemos calcularla como:



Expansión Brusca

$$K_{eb} = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2$$

La perdida de carga en una contracción brusca podemos calcularla como:



Contracción Brusca

$$K_{cb} = 0{,}5 \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]$$

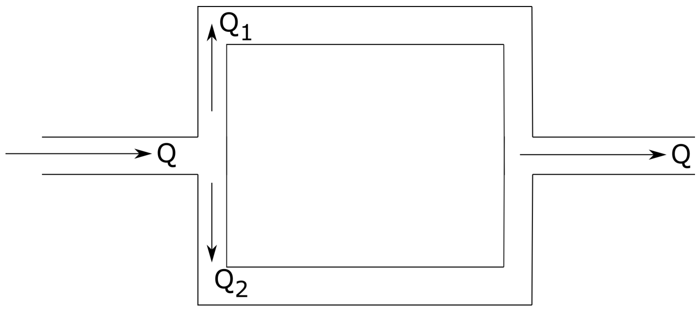
Estas pérdidas se referencian siempre al λ mas pequeño, es decir:

Si tengo tres tamaños de tubería D_1, D_2, D_3 que son mas grandes respectivamente, si tengo una expansión/contracción de D_1 a D_2 esta pérdida ira acompañando a D_1.
Si tengo una expansión/contracción de D_2 a D_3 esta pérdida ira acompañando a D_2.
Como podemos observar D_3 no tiene referenciada pérdidas secundarias por expansión/contracción ya que no desemboca en otra tubería mas grande.

Diciéndolo de otro modo, la K_e se pone si la tubería que estoy estudiando es mas pequeña que la tubería que tiene la expansión/contracción.

8. Símil hidráulico - eléctrico

Cuando tenemos el siguiente esquema:



Podemos verlo como un circuito eléctrico haciendo la siguiente comparación:

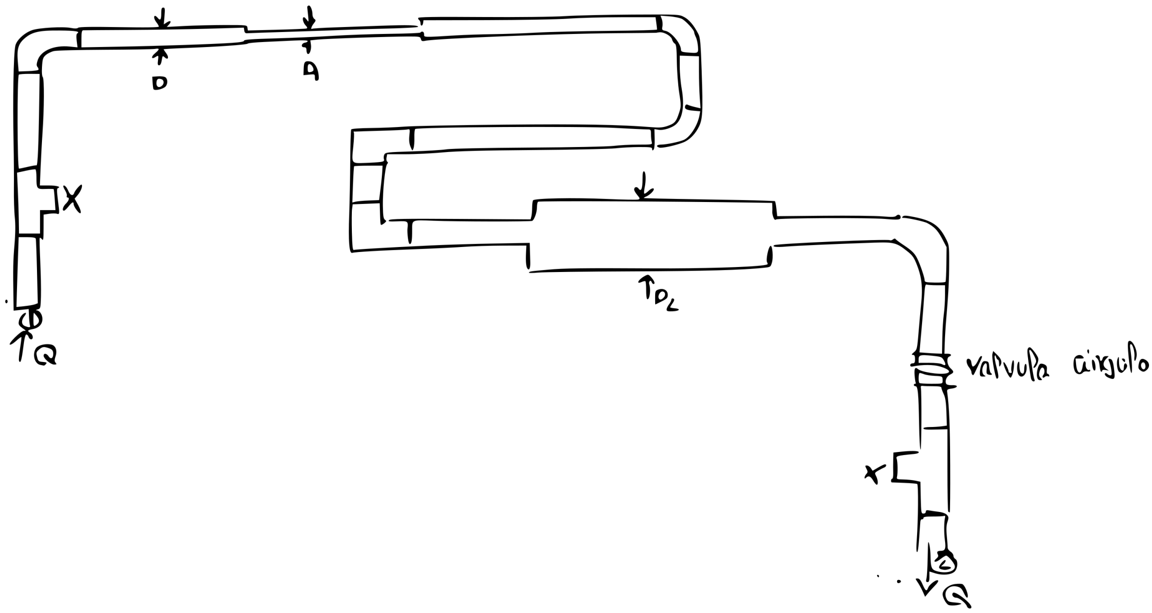
Q	A
△ P	△ V
K	R

Podemos deducir que:

$$\triangle P_1 = \triangle P_2$$

9. Ejemplo

Tenemos una tubería con 3 secciones $D, D_1, D2$ y con varios elementos como codos valvulas etc.
A la hora de plantear la ecuación general es importante recordar que vamos a disponer de 3 λ ya que tenemos 3 secciones diferentes y por tanto la velocidad del caudal va a variar y por ende el Reynolds.



Vamos a plantear la ecuación entre la entrada y la salida. Una vez vemos que las velocidades en esos dos puntos son iguales y que el potencial (z = 0) obtenemos la siguiente expresión:

$$P_1 - P_2 = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_m^2 \left(\overbrace{\lambda \frac{L}{D}}^{\text{Primarias}} + \overbrace{2 \cdot K_{\text{Te}} + 4 \cdot K_{\text{curva suave}} + 2 \cdot K_{\text{codo}} + K_{\text{valvula angulo}} + K_{\text{eb D} \rightarrow D_2} + K_{\text{cb } D_2 \rightarrow \text{D}}}^{\text{Secundarias}} \right)}_{\text{Sección D}} +$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{m1}^2 \left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} + K_{ebD_1 \rightarrow D} + K_{ecD \rightarrow D_1} \right)}_{\text{Sección } D_1} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{m2}^2 \left(\lambda_2 \frac{L_2}{D_2} \right)}_{\text{Sección } D_2}$$

10. Diagrama de Moody