Adimensionales

MakerGarage

Mayo 2021

Índice

0. Magnitudes expresadas en magnitudes fundamentales

Las magnitudes fundamentales son masa [kg] longitud [m] y tiempo [s], cualquier otra unidad puede expresarse en base a las unidades fundamentales.

Magnitud	Simbolo	Unidades	Dimensión
Longitud	L	m	L
Área	A	m^2	L^2
Volúmen	V	m^3	L^3
Tiempo	t	s	T
Velocidad	U	$\frac{m}{s}$	LT^{-1}
Aceleración	a	$\frac{m}{s^2}$	LT^{-2}
Ángulo	α	$\circ$	1
Velocidad angular	Ω	$\frac{1}{s}$	T^{-1}
Masa	m	kg	M
Densidad	ρ	$\frac{kg}{m^3}$	ML^{-3}
Viscosidad	μ	$\frac{kg}{ms}$	$ML^{-1}T^{-1}$
Presión	p	$\frac{kg}{ms^2}$	$ML^{-1}T^{-2}$
Fuerza	F	$\frac{kgm}{s^2}$	MLT^{-2}
Momento / Par	M	$\frac{kgm^2}{s^2}$	ML^2T^{-2}
Potencia	$\dot{W}$	$\frac{kgm^2}{s^3}$	ML^2T^{-3}
Trabajo / Energía	E	$\frac{kgm^2}{s^2}$	ML^2T^{-2}

1. Paso a paso

1.1. Paso 1 - Identificar las variables del problema

Normalmente nos dice el enunciado que la potencia, o la velocidad o cualquier otra magnitud depende de otras magnitudes es decir por poner un ejemplo, podemos decir que la Presión depende de la Velocidad, de la masa, de la viscosidad etc...

Por ejemplo:

$$\dot{W} = \dot{W}\left(L, \rho, \mu, g, m, U\right)$$

1.2. Paso 2 - Escribir nuestras magnitudes en función de las fundamentales

La primera columna corresponde a la magnitud que queremos calcular.

	$\dot{W}$	L	U	ρ	μ	g	m
M	1	0	0	1	1	0	1
L	2	1	1	-3	-1	1	0
T	-3	0	-1	0	-1	-2	0

1.3. Paso 3 - Seleccionar nuestras variables características

Para seleccionar nuestras variables características tenemos que escoger:

- Característica del fluido (ρ, μ)
- Característica del flujo (U,Q,Ω)
- Característica geométrica (L,D)

Fluido $\rightarrow$ Lo que va a fluir (agua, aceite etc)
Flujo $\rightarrow$ Como fluye (velocidad, temperatura etc)
Característica geométrica $\rightarrow$ Por donde fluye (Longitud, diámetro etc)

	$\dot{W}$	L	U	ρ	μ	g	m
M	1	0	0	1	1	0	1
L	2	1	1	-3	-1	1	0
T	-3	0	-1	0	-1	-2	0

1.4. Paso 4 - Verificar que son linealmente independientes

Tenemos que hacer el determinante y verificar que es distinto de 0. En caso de no serlo tenemos que coger otra variable para que sean linealmente independientes.

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \tag{1}$$

1.5. Paso 5 - Calcular el Teorema de PI

El teorema de pi nos permite saber cuantos grupos pi tenemos que calcular n = $m - k$

m = numero de variables (6 en nuestro caso)
k = rango de la matriz (3 en nuestro caso)

1.6. Paso 6 - Crear los grupos PI

Siempre el primer grupo pi pi_0 corresponde a la magnitud a estudiar en nuestro caso $\dot{W}$ y se relaciona con las magnitudes que hemos seleccionado (azul)

Ejemplo general para $\dot{W}$ y para L.
$\pi_0 = \dot{W} \cdot [L]^a \cdot [U]^b \cdot [\rho]^c$

$\pi_1 = \mathrm{L} \cdot [L]^a \cdot [U]^b \cdot [\rho]^c$

1.7. Paso 7 - Resolver cada grupo PI

Vamos a resolver el grupo π_0

$$\pi_0 = \dot{W} \cdot [L]^a \cdot [U]^b \cdot [\rho]^c$$

$$M^0 L^0 T^0 = M L^2 T^{-3} \cdot \left[M^0 L^1 T^0\right]^a \cdot \left[M^0 L T^{-1}\right]^b \cdot \left[M^1 L^{-3} T^0\right]^c$$

Igualamos M con M L con L y T con T.

$$\left.\begin{array}{rcl} 0 & = & 1 + c \\ 0 & = & 2 + a + b - 3c \\ 0 & = & -3 - b \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{c} a = -3 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{array}$$ Sustituimos los valores de a b y c.

$$\pi_0 = \dot{W} \cdot [L]^{-3} \cdot [U]^{-2} \cdot [\rho]^{-1}$$

$$\pi_0 = \frac{\dot{W}}{L^3 U^2 \rho}$$

Importante:

Reynolds

$$\pi_x = \frac{V \rho D}{\mu} = \mathrm{Re}$$

$$\pi_x = \frac{\mu}{V \rho D} = \frac{1}{\mathrm{Re}} = Re$$

Froude

$$\pi_x = \frac{U^2}{gL} = \mathrm{Fr}$$

$$\pi_x = \frac{gL}{U^2} = \frac{1}{\mathrm{Fr}} = Fr$$

1.8. Paso 8 - Resolver el ejercicio

Una vez tenemos todos los grupos PI necesarios procedemos a resolver:

$$\pi_0 = f\left(\pi_1, \pi_2, \pi_3\right)$$

$$\frac{\dot{W}}{L^3 U^2 \rho} = f\left(Re, Fr, \frac{m}{\rho L^3}\right)$$