Este livro foi concebido como material de apoio para o ensino da metrologia, para atender às necessidades dos cursos de graduação e pós-graduação em engenharia, ciências exatas e afins. Tornou-se também um material de apoio para cursos de educação continuada e para pessoas autodidatas. Resultou do amadurecimento e da evolução das notas de aula compiladas ao longo de quase 20 anos de atividades docentes dos autores. A apresentação dos tópicos segue uma seqüência progressiva e intuitiva, desenhada para favorecer a compreensão do assunto e conduzir o leitor à aplicação consciente da metrologia em favor do aumento da confiabilidade do trabalho experimental.

Complementa este livro o conteúdo digital depositado no sítio *www.labmetro.ufsc.br/livroFMCI*, contendo os *slides* para PowerPoint®, usados pelos autores para ministrar os conteúdos de cada capítulo, e alguns programas de computador que simulam ambientes virtuais para a realização de exercícios e trabalhos interativos.

ISBN 978-85-204-2116-1

9 788520 421161

Manole

Armando Albertazzi G. Jr.
André R. de Sousa

FUNDAMENTOS DE METROLOGIA CIENTÍFICA E INDUSTRIAL

fundamentos de

METROLOGIA

científica e industrial

Armando Albertazzi G. Jr.
André R. de Sousa

Fundamentos de Metrologia Científica e Industrial

2

389.1
A333f

Fundamentos de Metrologia Científica e Industrial

Armando Albertazzi e André Roberto de Sousa

Manole

3

Sumário

PREFÁCIO XIII

1 MEDIR 1 9
1.1 De onde veio e para onde vai a metrologia? 1
1.2 O que é medir? 3
1.3 Medir para quê? 6
1.3.1 Monitorar 6
1.3.2 Controlar 6
1.3.3 Investigar 8
1.4 Errar é inevitável 10
1.5 O processo de medição 11
1.6 O resultado da medição 11
1.7 A linguagem da metrologia 13
1.8 Principais tópicos do capítulo 14
1.9 Exercícios de fixação 15

2 UNIDADES DE MEDIDA E O SISTEMA INTERNACIONAL 17 17
2.1 Um pouco da história das unidades de medida 17
2.2 Por que um único sistema de unidades? 20
2.3 Unidades do Sistema Internacional de Unidades 20
2.3.1 As sete unidades de base 21
2.3.2 Unidades suplementares 24
2.3.3 Unidades derivadas 25
2.3.4 Múltiplos e submúltiplos 28
2.3.5 Unidades em uso e unidades aceitas em áreas específicas 28
2.4 Grafia correta 30
2.4.1 Grafia dos nomes de unidades 30

4

2.4.2 Plural dos nomes de unidades 30
2.4.3 Grafia dos símbolos de unidades 31
2.4.4 Grafia dos prefixos 32
2.4.5 Grafia dos números 32
2.4.6 Espaçamento entre número e símbolo 33
2.4.7 Pronúncia dos múltiplos e submúltiplos decimais das unidades 33
2.4.8 Enganos comuns 34
2.5 Principais tópicos do capítulo 37
2.6 Exercícios de fixação 37

3 ERRO DE MEDIÇÃO 39 28
3.1 Tipos de erros 39
3.2 Caracterização do erro de medição 42
3.3 Componentes do erro de medição 45
3.4 Erro sistemático, tendência e correção 46
3.5 Erro aleatório, incerteza-padrão e repetitividade 49
3.5.1 Distribuição normal ou Gaussiana 51
3.5.2 Estimativa da incerteza-padrão 56
3.5.3 Estimativa da repetitividade 59
3.5.4 Efeitos da média sobre os erros de medição 62
3.6 Curva de erros e erro máximo 64
3.7 Representação gráfica dos erros de medição 67
3.8 Erro ou incerteza? 70
3.9 Fontes de erros 71
3.9.1 Fatores internos ao sistema de medição 71
3.9.2 Fatores externos ao sistema de medição 73
3.9.3 Interações e retroações 74
3.9.4 A influência do operador 76
3.9.5 Efeitos da temperatura na metrologia dimensional 77
3.10 Superposição de erros 86
3.11 Principais tópicos do capítulo 87
3.12 Exercícios de fixação 88

4 SISTEMA DE MEDIÇÃO 91 54
4.1 Métodos básicos de medição 91
4.1.1 Método da comparação 92
4.1.2 Método da indicação 93
4.1.3 Método diferencial 94
4.1.4 Análise comparativa 95
4.2 Módulos básicos de um sistema de medição 99
4.2.1 Transdutor 99
4.2.2 Unidade de tratamento de sinais 100
4.2.3 Dispositivo mostrador e/ou registrador 100

4.2.4 Exemplos 102
4.3 Características metrológicas dos sistemas de medição 104
4.3.1 Características ligadas à faixa de utilização 104
4.3.2 Características ligadas à indicação 106
4.3.3 Características que relacionam o estímulo com a resposta 108
4.3.4 Características ligadas aos erros de medição 116
4.4 Representação absoluta e relativa 122
4.4.1 Representação em termos absolutos 122
4.4.2 Representação em termos relativos ou fiduciais 122
4.5 Principais tópicos do capítulo 124
4.6 Exercícios de fixação 125

5 CALIBRAÇÃO DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO 127 72
5.1 O que é calibração? Para que serve? 127
5.2 Verificação, ajuste e regulagem 130
5.2.1 Verificação 130
5.2.2 Ajuste 131
5.2.3 Regulagem 132
5.3 Métodos de calibração 133
5.3.1 Calibração direta 133
5.3.2 Calibração indireta 136
5.3.3 Calibração *in loco* 138
5.3.4 Calibração parcial 138
5.4 Rastreabilidade 139
5.5 Quem pode fazer calibrações? 142
5.6 O sistema metrológico brasileiro 143
5.6.1 Conmetro 144
5.6.2 Inmetro 144
5.6.3 Laboratório Nacional de Metrologia 145
5.6.4 Rede Brasileira de Calibração 146
5.6.5 Rede Brasileira de Laboratórios de Ensaios 147
5.6.6 Rede Nacional de Metrologia Legal e Qualidade 149
5.7 Intercomparações 151
5.8 Intervalo de calibração 152
5.9 Roteiro típico de calibração 154
5.9.1 Etapa 1 - Definição dos objetivos da calibração 155
5.9.2 Etapa 2 - Caracterização do sistema de medição a calibrar 155
5.9.3 Etapa 3 - Seleção do padrão 156
5.9.4 Etapa 4 - Planejamento e preparação do experimento 156
5.9.5 Etapa 5 - Execução da calibração 157
5.9.6 Etapa 6 - Processamento e documentação 157
5.9.7 Etapa 7 - Análise dos resultados 157
5.9.8 Etapa 8 - Certificado de calibração 158

5

5.10 Certificado de calibração 159
5.11 Principais tópicos do capítulo 163
5.12 Exercícios de fixação 165

6 RESULTADOS DE MEDIÇÕES DIRETAS 167 99
6.1 Medições diretas e indiretas 167
6.2 Caracterização do processo de medição 168
6.2.1 Definição do mensurando 168
6.2.2 Procedimento de medição 169
6.2.3 Condições ambientais 169
6.2.4 Operador 170
6.2.5 Sistema de medição 170
6.2.6 Fontes de incerteza 170
6.3 Variabilidade do mensurando 170
6.4 Resultado da medição de um mensurando invariável na presença de uma fonte de incerteza dominante 172
6.4.1 Corrigindo os erros sistemáticos 174
6.4.2 Não corrigindo os erros sistemáticos 179
6.5 Grafia correta do resultado da medição 184
6.5.1 Algarismos significativos 184
6.5.2 Regras de arredondamento numérico 185
6.5.3 Grafia do resultado da medição 186
6.5.4 Arredondamento nos cálculos 187
6.6 Resultado da medição de um mensurando variável na presença de uma fonte de incerteza dominante 188
6.6.1 Corrigindo os erros sistemáticos 190
6.6.2 Não corrigindo os erros sistemáticos 193
6.7 Resultado da medição na presença de várias fontes de incerteza 197
6.7.1 Identificação das fontes de incerteza 197
6.7.2 Caracterização da correção de cada fonte de incerteza 198
6.7.3 Correção combinada 198
6.7.4 Caracterização da incerteza-padrão de cada fonte de incerteza (u) 198
6.7.5 Incerteza combinada (u_c) 203
6.7.6 Número de graus de liberdade efetivos (v_{ef}) 204
6.7.7 Incerteza expandida (U) 204
6.7.8 Procedimento passo a passo 205
6.7.9 Memorial de cálculo 209
6.8 Problemas resolvidos 209
6.8.1 Determinação da incerteza de uma calibração 209
6.8.2 Determinação do resultado da medição da massa de uma pedra preciosa 215
6.8.3 Determinação do resultado da medição de um mensurando variável 224

6.9 Principais tópicos do capítulo 227
6.10 Exercícios de fixação 228

7 RESULTADOS DE MEDIÇÕES INDIRETAS 231 124
7.1 Considerações preliminares 231
7.1.1 Medições indiretas 231
7.1.2 Modelo matemático 232
7.1.3 Dependência estatística e correlação 233
7.2 Estimativa da incerteza combinada de medições não-correlacionadas 237
7.2.1 Soma e subtração 237
7.2.2 Multiplicação e divisão 239
7.2.3 Caso geral 241
7.3 Estimativa da incerteza combinada de medições correlacionadas 244
7.3.1 Soma de medições correlacionadas 244
7.3.2 Subtração de medições correlacionadas 247
7.3.3 Multiplicação de medições correlacionadas 248
7.3.4 Divisão de medições correlacionadas 250
7.3.5 Caso geral para a incerteza máxima possível 252
7.4 Estimativa da incerteza combinada de medições quando o coeficiente de correlação é conhecido 254
7.4.1 Combinação de grandezas correlacionadas e não-correlacionadas 255
7.4.2 Correlação parcial 257
7.5 Principais tópicos do capítulo 257
7.6 Exercícios de fixação 259

8 PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS ATRAVÉS DE MÓDULOS 263 138
8.1 Composição de sistemas de medição 264
8.2 Modelo matemático 264
8.3 Determinação da sensibilidade equivalente 266
8.4 Determinação da correção relativa equivalente 266
8.5 Estimativa da incerteza-padrão relativa equivalente 267
8.6 Cálculo dos parâmetros em termos absolutos 268
8.7 Problema resolvido 270
8.8 Principais tópicos do capítulo 273
8.9 Exercícios de fixação 274

9 CONTROLE DE QUALIDADE 279 146
9.1 Tolerâncias 279
9.2 Aspectos econômicos do controle de qualidade 281
9.2.1 Custos da não-qualidade 282
9.2.2 Custos da qualidade 283
9.2.3 Custos totais da qualidade 284
9.3 Aspectos técnicos do controle de qualidade 286

6

9.3.1 Limites de especificação e intervalo de tolerância 286
9.3.2 Limites de aceitação 287
9.3.3 Limites de rejeição 291
9.3.4 Zonas de dúvida 292
9.4 Controle de qualidade em 100% e controle de qualidade por amostragem 293
9.5 Posicionamento do controle de qualidade 297
9.6 Problemas resolvidos 301
9.7 Principais tópicos do capítulo 303
9.8 Exercícios de fixação 304

10 SELEÇÃO DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO 307 160
10.1 Considerações iniciais 307
10.2 Caracterização da tarefa de medição 309
10.2.1 O que medir? 311
10.2.2 Por que medir? 311
10.2.3 Onde medir? 311
10.2.4 Como medir? 312
10.2.5 Faixa de medição 312
10.2.6 Incerteza de medição 313
10.2.7 Resolução 314
10.2.8 Velocidade de medição 314
10.2.9 Taxa de medição 314
10.2.10 Condições de medição 315
10.2.11 Nível de automação 316
10.2.12 Recursos de processamento 317
10.2.13 Outros requisitos 317
10.3 Seleção do sistema de medição 317
10.3.1 Aspectos técnicos 320
10.3.2 Aspectos logísticos 326
10.3.3 Aspectos econômicos 329
10.3.4 Juntando tudo 332
10.4 Principais tópicos do capítulo 334

11 CONFIABILIDADE DE PROCESSOS DE MEDIÇÃO NA INDÚSTRIA 337 175
11.1 Recomendações de normas de garantia da qualidade 338
11.2 Variabilidades de processos de produção e de medição 339
11.3 Parâmetros utilizados na análise estatística dos processos de medição 344
11.3.1 Tendência 344
11.3.2 Repetitividade 344
11.3.3 Reprodutibilidade 345

11.3.4 Estabilidade 345
11.3.5 Desvio linear da tendência 345
11.4 Avaliação experimental de processos de medição 346
11.4.1 Preparação dos ensaios 346
11.4.2 Avaliação da capacidade de processos de medição 347
11.4.3 Ensaio de estabilidade de longo prazo 355
11.4.4 Ensaio de estabilidade de curto prazo 358
11.4.5 Ensaio de desvio linear da tendência 360
11.4.6 Ensaio de repetitividade 362
11.4.7 Ensaio de reprodutibilidade 364
11.4.8 Análise da variação peça a peça 367
11.4.9 Análise da variação total do processo 369
11.4.10 Análise do parâmetro R&R 370
11.4.11 Análise de variância 372
11.4.12 Análises com recursos gráficos 374
11.5 Problemas resolvidos 379
11.5.1 Capacidade de processo de medição 379
11.5.2 Estabilidade de longo prazo 380
11.5.3 Estabilidade de curto prazo (amplitude) 383
11.5.4 Desvio linear da tendência 385
11.5.5 Cálculo do R&R 386
11.6 Principais tópicos do capítulo 389
11.7 Exercícios de fixação 390

RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS SELECIONADOS 395 204

ANEXO 399 206

ÍNDICE REMISSIVO 403 208

7

Prefácio

A concretização desta obra foi motivada pela necessidade de um material de apoio para o ensino da metrologia. Foi concebida de forma que atendesse as necessidades dos cursos de graduação e pós-graduação nas áreas de engenharia, ciências exatas e afins, configurando-se também como um material de apoio para os cursos de educação continuada. Resultou do amadurecimento e da evolução das notas de aula compiladas ao longo de quase 20 anos de atividade docente dos autores. A apresentação dos tópicos segue uma seqüência progressiva e intuitiva, desenhada para favorecer a compreensão do assunto e conduzir o leitor à aplicação consciente da metrologia em favor do aumento da confiabilidade do trabalho experimental.

Embora esta obra esteja em conformidade com o *Guia ISO para Expressão da Incerteza de Medição*, não o substitui. São obras com objetivos distintos e complementares. O *Guia ISO* é específico e aprofundado no tratamento de incertezas. Este livro foi desenhado para ser um caminho menos árido para compreender e aplicar os principais conceitos de metrologia, incluindo a estimativa de incertezas, porém é apresentado de maneira mais informal.

Cada capítulo apresenta destaques ao longo do texto que definem os principais conceitos e termos do vocabulário técnico da metrologia. Ao final de cada capítulo, há um resumo dos principais tópicos abordados e exercícios resolvidos e propostos, facilitando a revisão de pontos importantes do conteúdo.

O Capítulo 1 faz uma introdução sobre a essência e aplicação das medições e sobre o resultado das mesmas. O Capítulo 2 trata das unidades de medida do Sistema Internacional e seu uso correto. No Capítulo 3, o erro de medição é estudado em detalhes, bem como as formas de expressá-lo. O sistema de medição e os parâmetros que caracterizam seu desempenho são aprofundados no Capítulo 4. Já o Capítulo 5 trata da calibração de sistemas de medição e descreve o sistema metrológico brasileiro. Para facilitar a compreensão e manter uma abordagem progressiva, o estudo das incertezas foi subdividido nos Capítulos 6 a 8. O Capítulo 6 inicia o estudo aprofundado de incertezas tratando dos resultados de medições diretas. Os itens 6.1 a 6.6 apresentam um tratamento simplificado, facilmente assimilável por alunos de graduação. Os itens 6.7 e 6.8 aprofundam a análise de incertezas. O Capítulo 7 estende a determinação do resultado da medição para as medições indiretas em que há ou não presença de correlação. Já o Capítulo 8 expande a determinação do resultado da medição para os casos em que diversos módulos dos sistemas de medição são interligados. O Capítulo 9 trata das tolerâncias e do controle de qualidade, tanto do ponto de vista técnico quanto econômico. No Capítulo 10, um ensaio aponta caminhos que auxiliam a correta seleção de sistemas de medição com base em aspectos técnicos, logísticos e econômicos. Finalmente, o Capítulo 11 apresenta caminhos para avaliar a confiabilidade de sistemas e processos de medição dentro do processo produtivo.

Complementa este livro o conteúdo digital depositado no sítio www.labmetro.ufsc.br/livroFMCI, onde estão disponíveis arquivos contendo os *slides* para PowerPoint® usados pelos autores para ministrar aulas com o conteúdo de cada capítulo. Além de serem úteis para docentes da área, os *slides* são um valioso material de estudo para o leitor que pode melhor visualizar alguns conceitos através de animações. Estão também disponíveis programas de computador que simulam ambientes virtuais para a realização de exercícios e trabalhos com elevada interatividade. É mantida uma coleção de fotos contendo registros de utilização incorreta das unidades do Sistema Internacional. Endereços eletrônicos dos autores e de outros sítios de interesse da metrologia são também lá disponibilizados.

Armando Albertazzi Gonçalves Júnior e
André Roberto de Sousa

1
Medir

O horário em que o despertador toca, a temperatura no interior do refrigerador, o volume de leite na embalagem, o tempo e a temperatura de cozimento do pão no forno da padaria, a velocidade com que o automóvel se desloca, a pressão nos pneus, o volume de combustível adquirido no posto, o valor justo pago no mercado pelo peixe, pelo arroz e pela batata e, no restaurante "por quilo", pela quantidade de comida consumida, as contas de água e de energia elétrica, a pureza e a quantidade da matéria-prima, a regulagem e a operação das máquinas, as características das peças de reposição e a qualidade do produto final são apenas alguns exemplos de medições do dia-a-dia.

Medições são efetuadas com muita naturalidade em, praticamente, todos os ramos da atividade humana. A agricultura, a pecuária, o comércio, a indústria e o setor de serviços não poderiam existir na forma como hoje são conhecidos sem que medições confiáveis fossem efetuadas.

Até atingir a abrangência e o grau de confiabilidade que os tempos atuais exigem, a medição passou por uma longa trajetória de evolução e aperfeiçoamentos. Este capítulo inicia-se com algumas reflexões sobre a origem da metrologia; discute as principais motivações para que medições sejam efetuadas; trata do inevitável erro de medição e é finalizado com uma discussão sobre o processo de medição e o significado do resultado da medição.

1.1 DE ONDE VEIO E PARA ONDE VAI A METROLOGIA?

Há milhares de anos, quando o homem intensificou a vida em grupo, a necessidade de estabelecer a comunicação interpessoal levou ao desenvolvimento das primeiras formas de linguagem. Com a evolução das primeiras sociedades, a capacidade de contar, isto é, de descrever alguns fatos por meio de números, foi sendo aos poucos desenvolvida. A conta-

gem de animais, membros das famílias, armas e alimentos são alguns exemplos. Com o passar do tempo, o contínuo aprimoramento tornou a vida em sociedade mais sofisticada. A descrição de certas quantidades apenas por números tornou-se insuficiente para algumas necessidades cotidianas. Era necessário acrescentar um elemento adicional aos números para descrever de forma mais clara e precisa certas quantidades. O número dos passos que caracterizam uma distância, o número de cestos que correspondem a uma certa produção de cereais ou o número de barris de vinho são alguns exemplos de unidades que passaram a ser usadas com os números para deixar a comunicação e as transações comerciais mais claras. Foram essas as primeiras medições rudimentares.

Certamente, o desenvolvimento do comércio interno e entre grupos e tribos vizinhas fortaleceu a necessidade de estabelecer um processo de medição mais elaborado e aceito pelas partes envolvidas. À medida que as civilizações floresceram, as técnicas e unidades de medição foram sendo aperfeiçoadas para satisfazer as demandas de cada época. Inicialmente, medições baseadas em partes da anatomia humana se mostraram suficientes para medir comprimentos e volumes. Com o desenvolvimento tecnológico, unidades de medição mais estáveis e bem definidas mostraram-se necessárias.

Para que transações comerciais possam ser efetuadas de forma justa e pacífica, é necessário descrever as quantidades envolvidas em termos de uma base comum, isto é, de unidades de medição conhecidas e aceitas pelas partes envolvidas. O volume de petróleo, a massa de grãos ou minérios, o volume de produto contido em uma embalagem são exemplos. O porcentual de enxofre no petróleo, os teores de umidade dos grãos, o teor de pureza do minério ou a composição química do produto embalado são exemplos de outras quantidades que influenciam transações comerciais. É muito importante que quem vende e quem compra saibam, claramente, com que e com quanto estão lidando.

Na era da globalização, produtos devem ser projetados para funcionar além das fronteiras dos países. Mecanismos de precisão produzidos na Suíça devem ser integrados a um periférico de computador montado na China que comporá um sistema alemão para medição de peças produzidas por uma companhia de aviação americana. As partes devem se encaixar precisamente para que as funções do componente, do mecanismo e do produto sejam cumpridas com a qualidade necessária. Não há mais espaço para o artesão que, com paciência e habilidade manual, consegue ajustar individualmente peças de forma magistral. Peças são hoje produzidas para encaixarem-se umas com as outras da forma prevista pelo projetista, sem exceções. Essa garantia é possível graças à adoção internacional de um sistema de metrologia maduro e estável.

Hoje, em plena era da nanotecnologia, é possível reproduzir o metro com incertezas de apenas 10^{-11} m, isto é, 0,000 000 000 01 m. Embora esse seja um número fantástico, esse limite não é absoluto. O desenvolvimento da metrologia foi, é, e sempre será impulsionado pela evolução tecnológica. Projetando para o futuro a linha da história do desenvolvimento tecnológico, é possível esperar grandes avanços para os próximos anos, que, fatalmente, trarão os limites da metrologia para níveis ainda mais formidáveis.

1.2 O QUE É MEDIR?

Lord Kelvin afirmou, em 1883, que: *"O conhecimento amplo e satisfatório sobre um processo ou um fenômeno somente existirá quando for possível medi-lo e expressá-lo por meio de números"*. A partir dessa afirmação, fica claro que palavras e impressões não são suficientes para descrever de forma clara um fenômeno ou um processo. É necessário expressá-lo de modo quantitativo; é necessário medi-lo. Medir é uma forma clara e objetiva de descrever o mundo.

Mas, o que é *"medir"*?

Medir é o procedimento experimental pelo qual o valor momentâneo de uma grandeza física (mensurando) é determinado como um múltiplo e/ou uma fração de uma unidade, estabelecida por um padrão e reconhecida internacionalmente.

Para exprimir quantitativamente uma grandeza física, é necessário compará-la com uma unidade e determinar o número de vezes que essa unidade está contida na grandeza avaliada. É fundamental que a unidade utilizada seja muito bem definida e amplamente reconhecida internacionalmente. Só assim as medições assumem caráter universal.

A grandeza que está sendo medida recebe o nome de *mensurando*. O tempo que um piloto de Fórmula 1 leva para dar a volta em uma pista de corrida, o comprimento de um certo muro, a pressão de uma caldeira, a área de um terreno e a altura de uma pessoa são alguns exemplos de mensurandos.

Mensurando é o objeto da medição. É a grandeza específica submetida à medição.

A operação de medição é realizada por um dispositivo denominado *instrumento de medição* ou *sistema de medição*.[1]

Exemplo 1.1:
Na Figura 1.1, o mensurando é o comprimento da peça retangular. A escala graduada é o instrumento de medição que, quando aplicado sobre o mensurando, permite determinar que cerca de 28,5 unidades da escala estão contidas dentro do mensurando. Sendo cada unidade equivalente a um milímetro, obtém-se dessa medição a **indicação** de 28,5 mm.

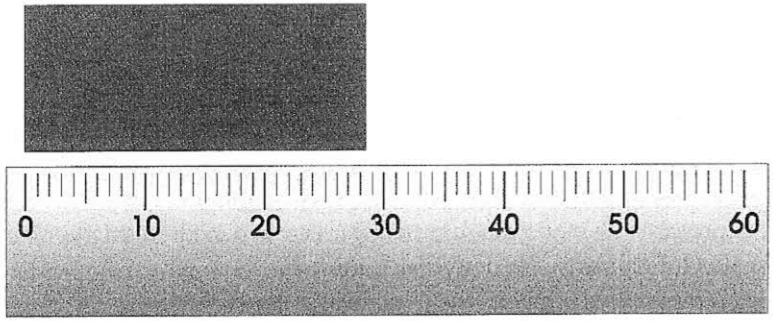


FIGURA 1.1 – Medição de um comprimento.

Indicação é o valor de uma grandeza fornecido por um sistema de medição.

Normalmente, a indicação é expressa na mesma unidade do mensurando, mas nem sempre isso acontece.

1. Na metrologia, ambos os termos *sistema de medição* e *instrumento de medição* são utilizados para designar o dispositivo usado para realizar medições. Neste texto, a expressão *instrumento de medição* tem sido reservada para denominar sistemas de medição de pequeno porte, normalmente encapsulados em um único conjunto fisicamente individualizado. Um paquímetro, um termômetro, um voltímetro portátil são exemplos de *instrumentos de medição*. Já o termo *sistema de medição* tem sido aqui preferido para descrever, de forma mais abrangente, qualquer meio de medição, incluindo desde os instrumentos de medição mais simples até aqueles compostos por vários módulos interligados, como as máquinas de ensaios de tração de materiais e as máquinas de medir por coordenadas.

Exemplo 1.2:
Para verificar os erros do velocímetro do automóvel representado na Figura 1.2, é utilizado um sistema de medição composto de uma roda auxiliar, fixada na parte posterior do automóvel, um gerador e um voltímetro. A rotação da roda auxiliar é transmitida a um gerador de corrente contínua, que produz uma tensão elétrica de 1,00 volt para cada 100 rotações por minuto. O gerador está conectado a um voltímetro digital, capaz de indicar a tensão produzida pelo gerador. O diâmetro da roda auxiliar é de 800 mm. Para calcular a velocidade em km/h, é necessário multiplicar a tensão indicada pelo voltímetro pela constante do sistema de medição, que, no caso, é 15,080 (km/h)/V.

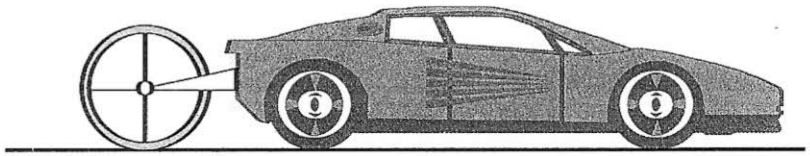


FIGURA 1.2 – Medição da velocidade de um automóvel.

Com o automóvel em movimento a uma certa velocidade, o voltímetro indica 5,305 V. Multiplicando a indicação do voltímetro pela constante do sistema de medição, chega-se a:

$$v = 5{,}305\ \text{V} \cdot 15{,}080\ (\text{km/h})/\text{V} = 80{,}00\ \text{km/h},$$

que é a indicação da velocidade.

O número indicado pelo voltímetro, 5,305 V, é denominado *indicação direta*. No Exemplo 1.2, para converter a indicação direta na indicação propriamente dita, é necessário multiplicar a primeira pela constante do instrumento de medição. Só então a indicação, já na unidade do mesurando, faz sentido.

Indicação direta é o número mostrado pelo sistema de medição. A indicação direta pode ou não ser apresentada na unidade do mensurando.

No Exemplo 1.1, a indicação já é expressa na unidade do mensurando. Nesse caso, a *indicação* e a *indicação direta* coincidem. A conversão da *indicação direta* em *indicação* pode envolver constantes multiplicativas, constantes aditivas ou ambas. Há casos mais complexos nos quais

11

a conversão deve ser feita por meio de uma equação matemática não-linear, de uma tabela ou mesmo de um gráfico.

1.3 MEDIR PARA QUÊ?

Do ponto de vista técnico, a medição pode ser empregada para *monitorar*, *controlar* e/ou *investigar* processos ou fenômenos físicos.

1.3.1 MONITORAR

Monitorar consiste em observar ou registrar passivamente o valor de uma grandeza. O interesse pode estar no seu valor momentâneo, no seu valor acumulado ou na sua evolução histórica. A monitoração é muito usada no comércio para atribuir valor comercial a produtos e para o controle de estoques. É também muito utilizada para revelar informações úteis sobre atividades cotidianas, fenômenos naturais ou artificiais.

São exemplos de monitoração:

- a observação de parâmetros climáticos com barômetros, termômetros e higrômetros;
- a medição da velocidade, volume de combustível ou temperatura do motor de um automóvel;
- a indicação da quantidade de energia elétrica ou do volume d'água consumidos mensalmente por uma residência;
- a indicação do volume transferido por uma bomba de combustível, da massa de um peixe comprado no mercado ou da duração de uma chamada telefônica internacional.

1.3.2 CONTROLAR

A operação de *controle* é sempre de natureza *ativa*.

Sistemas de controle têm por objetivo manter uma ou mais grandezas ou um processo dentro de limites predefinidos. A essência do mecanismo de ação do controle está esquematizada na Figura 1.3. O mecanismo inicia-se com a medição de uma ou mais grandezas ligadas ao processo que se pretende controlar. O valor medido é comparado com o valor de

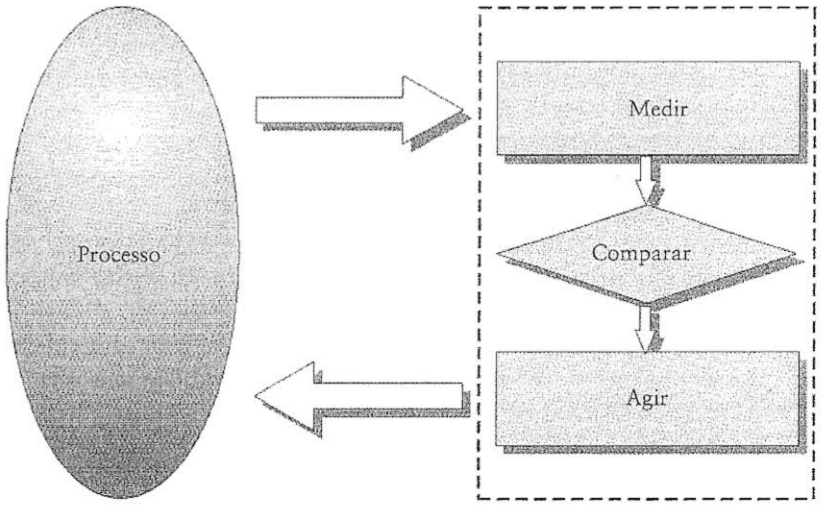


FIGURA 1.3 – Mecanismo de ação dos sistemas de controle.

referência e, em função do resultado da comparação, o sistema de controle atua sobre a(s) grandeza(s), ou sobre o processo, para mantê-lo(s) dentro dos níveis desejados.

Vários exemplos de sistemas de controle estão presentes no dia-a-dia:

- o controle da pressão do pneu de um automóvel inicia com a medição da pressão existente. Se a pressão estiver abaixo do valor desejado, o sistema é manual ou automaticamente acionado por um certo tempo para elevar a pressão do pneu. A pressão é novamente medida e comparada com o valor desejado. Se esse ainda não tiver sido atingido, o sistema é novamente acionado para elevar ou reduzir a pressão até que ela atinja o valor desejado;
- o sistema de controle da temperatura no interior de um refrigerador envolve um sensor, o termostato, que mede a temperatura no interior e a compara com limites preestabelecidos. Se a temperatura estiver acima do limite máximo aceitável, o motor do compressor é ligado e assim permanece até que a temperatura atinja o limite mínimo, quando o motor é desligado. O isolamento térmico da geladeira mantém a temperatura baixa por um certo tempo. O motor do compressor permanece desligado enquanto a temperatura no interior do refrigerador

estiver dentro da faixa tolerada, voltando a ser ligado apenas quando o limite máximo de temperatura for novamente ultrapassado;

- um míssil balístico programado para atingir um alvo possui um sofisticado sistema de controle. Pode ser disparado de grandes distâncias. Sua posição instantânea é continuamente medida e sua trajetória corrigida para compensar a ação de correntes de vento laterais e para desviar de obstáculos até que atinja o alvo;
- o sistema de posicionamento de um robô industrial envolve um sistema de controle. Os motores do robô são acionados para aplicar certos ângulos entre as juntas do braço do robô. Devido ao atrito, às folgas e às limitações do motor, os ângulos efetivamente aplicados normalmente não coincidem com os desejados. Um sensor existente em cada junta do robô mede o ângulo, que é comparado com o valor desejado. Em função das diferenças encontradas, correções são aplicadas até que o valor desejado de cada ângulo seja atingido. Esse procedimento melhora muito o desempenho do robô;
- também faz parte desta categoria o controle de qualidade. Envolve um conjunto de procedimentos e ações elaborados para manter a qualidade de produtos ou processos produtivos. Sua essência é basicamente a mesma dos sistemas de controle clássicos. Os produtos ou parâmetros do processo são medidos na linha de produção e suas características comparadas com as especificações técnicas. Em função do resultado dessa comparação, ações são realizadas para regular as máquinas e os meios de produção, garantindo que os produtos estejam dentro dos limites estabelecidos pelas especificações.

1.3.3 INVESTIGAR

A *investigação* requer postura *proativa*.

Experimentos têm sido e sempre serão os meios mais valiosos para obter conhecimentos em todas as áreas da ciência e da atividade industrial. São inúmeras as descobertas científicas que foram materializadas por meio de experimentos bem planejados e bem conduzidos e graças à astúcia de mentes brilhantes que analisaram os resultados. Para que as conclusões certas possam ser tiradas, é necessário medir as grandezas envolvidas de forma confiável. É na investigação que mais se exige dos sistemas de medição. Pequenas diferenças nas grandezas observadas podem revelar a existência de fenômenos até então desconhecidos. Dispor de sistemas de medição capazes de indicar com grande segurança essas pequenas diferenças e de pessoas capacitadas para distinguir essas diferenças das margens de incertezas é um dos maiores desafios da metrologia.

Por exemplo, há fortes evidências da existência de um corpo celeste com o porte de um planeta, além de plutão. Embora ainda não tenha sido visto, sua existência foi deduzida em função de pequenas perturbações na órbita de Plutão que podem ser explicadas pela existência de um planeta, cuja massa e posições aproximadas já se tem uma idéia.

Em geral, as investigações científicas envolvem a descoberta e a compreensão de novos fenômenos naturais, o que normalmente envolve o desenvolvimento de modelos matemáticos que descrevam esses fenômenos.

Além da fundamental importância na área científica, a investigação também está fortemente presente na área tecnológica. Por meio de experimentos e de uma grande quantidade de medições, é possível:

- otimizar o desempenho de um carro de Fórmula 1 quanto à potência, consumo de combustível, estabilidade, segurança do piloto, desgaste dos pneus, etc.;
- aumentar a eficiência de um aparelho de ar condicionado por meio de otimizações da geometria, materiais e formas de componentes, folgas, rotação, etc.; e pela contínua medição das melhorias obtidas;
- aumentar a eficiência de um óleo lubrificante pela adição de quantidades controladas de produtos químicos;
- otimizar a composição dos novos materiais controlando as quantidades dos elementos químicos que formam a liga e medindo seus efeitos e propriedades resultantes;
- desenvolver, documentar e preservar o *know-how* de processos industriais;
- desenvolver alimentos industrializados e avaliar suas propriedades;
- aumentar a velocidade de microprocessadores por meio do desenvolvimento de novas tecnologias de fabricação de *chips* e circuitos e pela avaliação de suas características dinâmicas;
- desenvolver novos modelos de aeronaves por meio de inúmeros experimentos de diversos elementos e conjuntos.

A pesquisa tecnológica está fortemente presente em muitas outras atividades ligadas à inovação tecnológica.

1.4 ERRAR É INEVITÁVEL

É impossível medir sem cometer erros de medição. Para realizar uma medição sem erros, seriam necessários: (a) um sistema de medição perfeito; (b) um ambiente controlado e perfeitamente estável; (c) um operador perfeito e (d) que a grandeza sob medição (mensurando) tivesse um valor único, perfeitamente definido e estável. Na prática, nenhuma dessas quatro condições costuma acontecer isoladamente, muito menos simultaneamente. Como resultado, em menor ou maior grau, um erro de medição sempre estará presente.

Não existem sistemas de medição perfeitos. Aspectos tecnológicos fazem com que qualquer sistema de medição construído resulte em imperfeições: suas dimensões, forma geométrica, material, propriedades elétricas, ópticas, pneumáticas, etc. não correspondem exatamente aos ideais. As leis e princípios físicos que regem o funcionamento de alguns sistemas de medição nem sempre são perfeitamente lineares, como uma análise simplista poderia supor. A existência de desgaste e a deterioração de partes agravam ainda mais essa condição. Portanto, o sistema de medição sempre gera erros.

Perturbações externas, como as condições ambientais, podem provocar erros, alterando diretamente a indicação do sistema de medição ou agindo sobre o mensurando. Vibrações mecânicas, variações de temperatura, campos eletromagnéticos, umidade do ar excessiva e pressão atmosférica são exemplos de fatores que podem, em maior ou menor grau, afetar o desempenho do sistema de medição e mesmo modificar o mensurando.

A ação do operador, incluindo o procedimento de medição e a técnica de utilização do sistema de medição empregada, também são fatores que podem afetar o resultado da medição.

Em parte dos casos, o mensurando não possui valor muito bem definido ou estável. Apenas cilindros matematicamente ideais apresentariam valor único para o seu diâmetro. Cilindros reais não. Características da máquina que produz o cilindro, entre as quais a qualidade das guias, a ação dos esforços de corte, as características do material e da ferramenta empregados afastam a forma geométrica real obtida do cilindro da ideal. Mesmo que disponha de um sistema de medição perfeito, verifica-se que diferentes medições do diâmetro, em diferentes posições angulares de uma mesma seção transversal ou em diferentes seções transversais, levam a distintas indicações.

A ação combinada desses diferentes efeitos afasta a resposta de um sistema de medição da ideal. Os erros de medição são inevitáveis. Embora indesejável, a presença dos erros de medição não impede que informações confiáveis sejam obtidas sobre o mensurando. A metrologia não nega a existência do erro de medição, mas aponta para caminhos que possibilitam conviver e delimitar a ação dos erros e ainda obter informações confiáveis.

1.5 O PROCESSO DE MEDIÇÃO

Denomina-se *processo de medição* o conjunto de métodos e meios que são utilizados para efetuar uma medição. Além do mensurando e do sistema de medição, fazem parte do processo o operador, os procedimentos de medição utilizados e as condições em que as medições são efetuadas. O processo de medição será detalhadamente analisado no Capítulo 6.

As condições em que o processo de medição é efetuado devem estar perfeitamente claras para que ele possa ser repetido nas mesmas condições sempre que necessário. A maneira de preparar o mensurando para a medição, o tempo que deve ser esperado antes de a medição ser efetuada, o número de vezes e as posições em que as medições são repetidas e, por fim, a maneira de aplicar o sistema de medição sobre o mensurando fazem parte do procedimento de medição. O sistema de medição utilizado e os acessórios e padrões envolvidos são parte dos meios de medição. As condições ambientais e a presença de outras grandezas de influência e demais particularidades devem ser controladas para que o processo de medição esteja bem definido.

1.6 O RESULTADO DA MEDIÇÃO

A aplicação do sistema de medição sobre o mensurando produz um número: a indicação. Porém, o trabalho de medição não se encerra com a obtenção da indicação. Em toda a medição efetuada, existem erros de medição. É necessário considerá-los, compensar o que for possível e apresentar a faixa de dúvidas ainda remanescente no *resultado da medição*.

O **resultado da medição** é a faixa de valores dentro da qual deve estar o valor verdadeiro do mensurando.

Note que o resultado da medição não é um número. É sempre uma faixa de valores, como mostra a Figura 1.4. Os erros de medição sempre deixam uma parcela de dúvidas que permite determinar apenas aproximadamente o valor do mensurando, o que dá origem à faixa de valores dentro da qual o valor verdadeiro do mensurando é esperado.

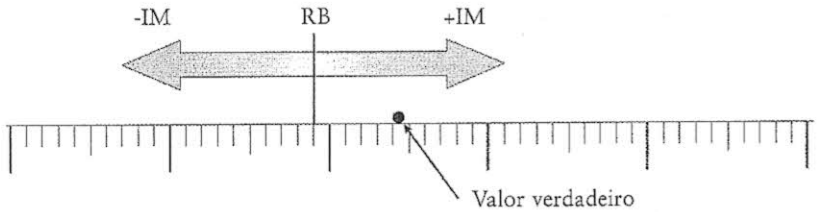


FIGURA 1.4 – Resultado da medição: RM = RB ± IM.

O resultado da medição é composto de duas parcelas: o *resultado-base* (RB) e a *incerteza de medição* (IM). O resultado-base é o valor central da faixa a que corresponde o resultado da medição. É o valor que, acredita-se, mais se aproxima do valor verdadeiro do mensurando. É calculado a partir da indicação ou da média de várias indicações à qual pode ser aplicada uma correção.

Resultado-base é a estimativa do valor do mensurando que, acredita-se, mais se aproxima do seu valor verdadeiro. Corresponde à posição central do resultado da medição.

Incerteza e dúvida são sinônimos. A incerteza de medição (IM) está relacionada à dúvida presente no resultado da medição. Decorre da ação combinada dos vários componentes de erro que agem sobre o processo de medição. Define o tamanho da faixa, centrada em torno do resultado-base, onde se espera encontrar o valor verdadeiro do mensurando e é calculada a partir de vários componentes da incerteza, normalmente por métodos estatísticos.

Incerteza de medição é a parcela de dúvidas associada à medição. Corresponde à metade do comprimento da faixa simétrica e está centrada em torno do resultado-base, que exprime a faixa de dúvidas associada à medição.

Como o valor verdadeiro do mensurando é normalmente desconhecido, não existe uma forma mágica de verificar se o resultado da medição está correto. Entretanto, empregando as técnicas e procedimentos apropriados, é possível estimar, com considerável segurança, o resultado de uma medição.

A correta determinação do resultado da medição está baseada nos três princípios básicos da metrologia: *conhecimento*, *honestidade* e *bom senso*. O *conhecimento* dos fenômenos, princípios, técnicas e mecanismos envolvidos em um processo de medição é fundamental para que o resultado-base e a incerteza de medição possam ser corretamente determinados. A *honestidade* é uma qualidade indispensável a um metrologista, que não pode ser tendencioso e deve estar perfeitamente convicto do trabalho que faz ao medir e transmitir o resultado da medição para terceiros. Como em qualquer outra atividade humana, o *bom senso* deve estar sempre presente, mantendo o metrologista atento a efeitos inesperados e continuamente crítico em cada etapa do processo.

Conhecimento, honestidade e bom senso são os pilares da metrologia.

1.7 A LINGUAGEM DA METROLOGIA

A passagem bíblica da Torre de Babel é um exemplo extremo das conseqüências trágicas que a falta de uma linguagem comum traz para um grupo de pessoas que precisam interagir. A linguagem usada na metrologia até há alguns anos não causava um efeito muito diferente. Uma mistura de termos técnicos, como "precisão", "acuracidade", "aferição" e muitos outros, era usada de forma confusa para designar conceitos não muito bem definidos e interpretados de forma distinta.

Por sua vez, a clareza é uma virtude importantíssima na metrologia. Para que conceitos e resultados sejam expressos de maneira clara, é necessário utilizar uma linguagem que não deixe dúvidas.

Um grande esforço internacional foi feito visando a uniformizar os termos utilizados na metrologia. Uma grande discussão envolvendo organizações internacionais, como ISO, BIPM, IEC, IFCC, Iupac, Iupap, resultou na compilação de um vocabulário internacional de termos em metrologia. Esse vocabulário é muito bem aceito em termos mundiais. Foi traduzido para o português e oficializado no Brasil pela Portaria

Inmetro n. 29, de 10 de março de 1995, que estabelece o *Vocabulário de termos fundamentais e gerais de metrologia*, em vigor desde então.

Sem dúvida, esse foi um passo importantíssimo. Esse vocabulário é bem aceito no Brasil e sua difusão tem sido relativamente rápida. Entretanto, ainda há alguns redutos que resistem e, talvez por falta de oportunidade de atualização, permanecem apegados à antiga e ultrapassada terminologia. Não há dúvida de que a uniformização desse vocabulário acontecerá. É apenas uma questão de tempo.

Este texto está em sintonia com o novo vocabulário. Entretanto, para tornar mais fácil a compreensão de alguns conceitos importantes da metrologia e pela necessidade de exprimir certas características dos sistemas de medição de interesse prático, alguns termos e conceitos adicionais foram incorporados à linguagem da metrologia. Grande cuidado foi tomado para afastar qualquer possibilidade de conflito ou incompatibilidade com o vocabulário já estabelecido.

1.8 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- A medição é uma forma clara de descrever uma quantidade tendo como base o número de vezes que uma unidade está contida dentro do mensurando, que é a grandeza sob medição.
- A indicação é o valor de uma grandeza fornecido por um sistema de medição. A indicação pode ou não estar na unidade do mensurando.
- Medições são usadas para monitorar, controlar e investigar.
- Monitoração é uma atitude passiva de observação de uma grandeza.
- O controle visa a manter parâmetros de interesse dentro de certos limites ou especificações. Envolve medição, comparação e ação.
- Por meio da investigação, é possível avançar no conhecimento científico e tecnológico medindo fenômenos e efeitos.
- Erros de medição estão sempre presentes e podem ser principalmente causados pelo sistema de medição, pela ação do ambiente, pelo operador e pela má definição do mensurando.
- Processo de medição é o conjunto de métodos e meios utilizados para efetuar uma medição.
- Resultado da medição é a faixa de valores dentro da qual deverá estar o valor verdadeiro do mensurando. É formado pelo resultado-base e pela incerteza de medição.
- A linguagem da metrologia é definida pelo *Vocabulário de termos fundamentais e gerais de metrologia*.

1.9 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E1.1 Por que é importante que a unidade de medição seja amplamente reconhecida?

E1.2 Defina o que é mensurando.

E1.3 Identifique no seu cotidiano três exemplos de medições que são utilizadas para monitorar e três exemplos, para controlar.

E1.4 Descreva dois exemplos em que medições são usadas na pesquisa tecnológica.

E1.5 Cite quatro fatores que podem dar origem a erros de medição.

E1.6 Como são denominadas as duas parcelas que compõem o resultado da medição? O que representam?

E1.7 Qual o nome do documento que regulamenta a linguagem da metrologia no Brasil?

2

UNIDADES DE MEDIDA E O SISTEMA INTERNACIONAL

Para que medições possam ser corretamente interpretadas em qualquer lugar do planeta ou mesmo fora dele e seus significados sejam perenes ao longo dos séculos, é fundamental que medições sejam expressas em termos de unidades de medição muito bem estabelecidas.

Felizmente, o avanço tecnológico atingiu tal ponto que hoje há um sistema de unidades coerente, bem definido, reconhecido e adotado por todos os países: o *Sistema Internacional de Unidades*, tema deste capítulo.

2.1 UM POUCO DA HISTÓRIA DAS UNIDADES DE MEDIDA

A necessidade de medir surgiu naturalmente ao longo do caminho evolutivo da humanidade. A tendência natural do ser humano a viver em grupos levou ao desenvolvimento da linguagem. Inicialmente de forma rudimentar, a linguagem foi sendo refinada progressivamente, incorporando a capacidade de manifestar sentimentos básicos, exprimir desejos, relatar fatos, descrever emoções e até sonhar. Necessidades criadas por situações da vida cotidiana levaram ao desenvolvimento da contagem e dos números. Sentia-se necessidade de quantificar os animais, as pessoas, os utensílios, os dias entre eventos, etc. Formas rudimentares de comércio, como as trocas, eram praticadas com base em contagens de itens e, mais tarde, em um certo "número de dinheiros".

O aprimoramento crescente das civilizações trouxe novas situações em que os números não eram mais suficientes para exprimir concretamente certas necessidades nos relacionamentos interpessoais. A noção de distância, a demarcação de terrenos, o comércio de alimentos a granel, de vinho e de tecidos, por exemplo, não poderiam ser realizados sem a existência de algum tipo de "unidade" que pudesse ser, de alguma forma, associada à quantidade a ser expressa. Unidades de medida rudimentares começaram, então, a surgir.

O uso de partes anatômicas do ser humano como referência foi uma das primeiras soluções naturalmente adotadas. Afinal, estavam sempre disponíveis em qualquer lugar e a qualquer momento. Distâncias expressas em número de passos, braças ou pés foram usadas por muito tempo para atender a boa parte das demandas dos tempos antigos. Por exemplo, a milha foi criada na Roma antiga, como a distância equivalente a mil passos duplos percorridos por um soldado romano de porte médio. Com o desenvolvimento e a evolução da sociedade, especialmente no comércio entre nações, em que produtores e compradores não estão mais em contato direto, as variações nas medidas em função das diferenças de anatomia começaram a ser percebidas e tornaram-se fontes de problemas e discórdias.

Para exprimir comprimentos, os egípcios usavam a unidade denominada cúbito, definida como a distância entre o cotovelo e a extremidade do dedo médio. A solução adotada pelos egípcios no século XIII a.C. para contornar as diferenças anatômicas entre as pessoas foi copiada por milênios: o cúbito do faraó Ramsés II era adotado como referência, tornando-se o cúbito real. Cópias do cúbito do faraó, contendo subdivisões denominadas de dígitos, eram reproduzidas em pedra e amplamente utilizadas como uma espécie de escala. Essa mesma solução foi adotada em várias outras ocasiões, como, por exemplo, o estabelecimento da jarda, definida na Inglaterra no ano 1101 como a distância entre a extremidade do nariz ao polegar estendido para cima do rei Henrique I. Outra tentativa de encontrar uma forma mais estável de definir as unidades de comprimento foi adotada no ano de 1576, na Inglaterra, para encontrar o valor médio do pé: *1/16 do comprimento resultante da soma do comprimento dos pés esquerdos dos primeiros dezesseis homens que saíram da missa na manhã de domingo.*

Uma tentativa de tornar a unidade de comprimento independente das características anatômicas das pessoas foi desenvolvida na França no final do século XVIII. A idéia foi utilizar as dimensões do planeta Terra como referência. Propôs-se utilizar uma fração de 10^{-7} do comprimento do meridiano terrestre que parte do Equador e atinge o Pólo Norte e passa por Paris. Uma expedição foi organizada para medir a distância entre as cidades de Barcelona (Espanha) e Dunquerque (França), situadas no mesmo meridiano que passa por Paris e em latitudes bem conhecidas. Essa missão foi longa, executada entre 1792 e 1798, dificultada pela grande tensão na região, em razão da Revolução Francesa. Os agrimensores eram freqüentemente expostos a riscos de morte, acusados de espionagens e, não raro, aprisionados. Regiões montanhosas tiveram que ser transpostas. Finalmente, a missão foi cumprida. Em 10 de dezembro de 1799, uma barra de platina, com o comprimento resultante dessa nova unidade, foi depositada no Arquivo Nacional da França e recebeu a denominação *metro dos arquivos*. Somente em 1840, o metro foi finalmente adotado como unidade oficial para medição de comprimentos. Em função de algumas limitações de caráter prático e técnico, a definição do metro passou por algumas modificações até que em 1983 chegou à sua forma atual.

Assim como para a medição de comprimentos, para as demais grandezas foram adotadas outras unidades apropriadas. Também em 1799, foi depositado no Arquivo Nacional da França um cilindro de platina que define a unidade de massa, conhecido como *quilograma dos arquivos*. Em 1946, a Academia Francesa de Ciências propôs a definição de um novo sistema de unidades conhecido como MKSA (metro, quilograma, segundo e ampère), que foi aceito pelos países membros da Convenção do Metro. Em 1954, o sistema MKSA foi estendido para incluir a candela e o kelvin. Finalmente, na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, realizada em 1960, esse novo sistema foi denominado Sistema Internacional de Unidades (abreviado por SI) e decidiu-se adotá-lo progressivamente em escala mundial. Inicialmente, as transações comerciais internacionais passaram a ser realizadas em unidades do Sistema Internacional e, gradativamente, os países iniciaram uma política de adoção progressiva do Sistema Internacional que ocorreu com distintas velocidades.

Nos Estados Unidos, por exemplo, havia uma grande rejeição pela mudança do sistema inglês de unidades para o Sistema Internacional principalmente por parte de três grupos poderosos. O primeiro, formado pelos fabricantes de automóveis, era contra a mudança, em razão da necessidade de adaptar ou substituir todas as máquinas, ferramentas, sistemas de medição, gabaritos utilizados na fabricação de automóveis e de treinar pessoal, etc. Mas essa mudança fora feita. O segundo grupo era formado pelos mecânicos de automóveis. Seria necessário trocar suas ferramentas, treinar pessoal, administrar estoques de peças dos modelos antigos (ainda no sistema inglês) e dos novos. Com a decisão de mudança dos fabricantes, os mecânicos não tiveram escolha senão segui-los. O terceiro grupo, poderoso e muito mais numeroso que os dois primeiros juntos, era formado pelas *donas de casa* com seus tradicionais livros de receita, cujas quantidades dos ingredientes estavam todas expressas no sistema inglês. Seria difícil uma mudança brusca. A mudança tem ocorrido de

forma progressiva, iniciada pela educação das gerações mais novas. Hoje, nos supermercados dos Estados Unidos, as quantidades dos produtos vendidos são indicadas nos rótulos das embalagens nos dois sistemas de unidade, possibilitando que as pessoas se habituem gradativamente. Um dia, apenas o Sistema Internacional de Unidades restará.

2.2 POR QUE UM ÚNICO SISTEMA DE UNIDADES?

A adoção de um único sistema de unidades em escala mundial traz uma série de vantagens:

- as relações internacionais são extremamente facilitadas quando não é necessário converter unidades, cujas relações nem sempre são bem definidas ou únicas. Entraves diplomáticos são evitados nas transações comerciais;
- do ponto de vista tecnológico, tornam-se possíveis *produtos globalizados*. Partes produzidas em diferentes países podem ser combinadas para formar um sistema complexo sem problemas de compatibilidade. Torna-se muito mais fácil e eficaz a especificação das características das partes. Evitam-se as incompatibilidades entre os sistemas de unidades: por exemplo, parafusos com roscas métricas e porcas definidas no sistema inglês não são compatíveis. O esforço necessário para manter e administrar estoques e ferramentas de trabalho é significativamente reduzido;
- devido à coerência com que as unidades do Sistema Internacional são definidas, as equações que descrevem fenômenos físicos são simplificadas.

A adoção do Sistema Internacional de Unidades por um país é hoje vista como demonstração de maturidade técnico-científica pelo abandono de sistemas já superados.

2.3 UNIDADES DO SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

Três classes de unidades estão presentes no Sistema Internacional: as unidades de base, as unidades derivadas e as unidades suplementares. No conjunto, as unidades dessas três classes formam um sistema coerente.

Cada grandeza tem apenas uma única unidade, obtida por multiplicação ou divisão a partir das unidades de base ou das unidades suplementares.

2.3.1 AS SETE UNIDADES DE BASE

As unidades de base são definidas de forma clara e universal, permitindo a sua reprodução com excelente exatidão. O valor de cada unidade de base tem permanecido constante, mas algumas delas podem sofrer modificações à medida que as pesquisas da metrologia científica avançam e trazem novas possibilidades de formular definições mais precisas e melhores formas de realizar as unidades.

Por exemplo, durante muitos anos, a definição do metro era baseada no *metro dos arquivos*, um protótipo de platina-irídio mantido em Paris desde 1779. Em 1960, o metro foi redefinido como 1 650 763,73 comprimentos de onda da raia alaranjada da luz da lâmpada de criptônio 86. Em 1983, essa definição foi considerada inadequada e surgiu uma nova, baseada no comprimento que a luz percorre em um dado intervalo de tempo quando viaja no vácuo. Essa nova definição permitiu uma expressiva redução da incerteza com que o metro é reproduzido: de 10^{-7} m para 10^{-12} m.

As definições das sete unidades de base do Sistema Internacional estão apresentadas na Tabela 2.1. A última coluna apresenta a incerteza com que é hoje possível reproduzir cada unidade.

As atuais incertezas de reprodução das unidades de base são adequadas às necessidades tecnológicas e científicas presentes. Com o avanço tecnológico e científico, novas demandas podem surgir e novos limites deverão ser buscados.

Note que a definição do metro depende da definição do segundo. O elo entre as duas definições é a velocidade da luz no vácuo, hoje definida como uma constante física exata, isto é, invariante e com valor perfeitamente conhecido. A opção de tornar a velocidade da luz no vácuo uma constante física exata é apenas uma alternativa conveniente para relacionar tempo e espaço e não traz nenhum aspecto negativo em termos práticos.

A atual incerteza de reprodução do metro, 10^{-12} m, corresponde a uma quantidade extremamente reduzida. Para perceber com mais facilidade quanto essa fração do metro é pequena, imagine que as coisas que nos cercam pudessem ser ampliadas de forma que 10^{-12} m

TABELA 2.1 – Unidades de base do Sistema Internacional de Unidades

Grandeza	Definição da unidade	Símbolo	Incerteza atual
Comprimento	O **metro** é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo, durante o intervalo de tempo de $\frac{1}{299\ 792\ 458}$ do segundo.	m	10^{-12}
Massa	O **quilograma** é a unidade de massa; ele é igual à massa do protótipo internacional do quilograma.	kg	$2 \cdot 10^{-9}$
Tempo	O **segundo** é a duração de 9 192 631 770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133.	s	10^{-15}
Intensidade de corrente elétrica	O **ampère** é a intensidade de uma corrente elétrica constante que, mantida em dois condutores paralelos, retilíneos, de comprimento infinito, de seção circular desprezível e situados à distância de 1 metro entre si, no vácuo, produz entre esses condutores uma força igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro.	A	$9 \cdot 10^{-8}$
Temperatura termodinâmica	O **kelvin**, unidade de temperatura termodinâmica, é a fração $\frac{1}{273{,}16}$ da temperatura termodinâmica do ponto tríplice da água.	K	$3 \cdot 10^{-1}$
Intensidade luminosa	A **candela** é a intensidade luminosa, numa dada direção, de uma fonte que emite uma radiação monocromática de freqüência $540 \cdot 10^{12}$ hertz e cuja intensidade energética radiante nessa direção é de $\frac{1}{683}$ watt por esterradiano.	cd	10^{-4}
Quantidade de matéria	O **mol** é a quantidade de matéria de um sistema contendo tantas entidades elementares quantos átomos existem em 0,012 quilograma de carbono 12.	mol	$2 \cdot 10^{-9}$

correspondesse a um milímetro. Tudo cresceria em um fator de 10^9 vezes. Nessa escala:

- o comprimento de onda de um *laser* vermelho teria cerca de 600 m;
- o diâmetro de um fio de cabelo seria da ordem de 50 km;
- a espessura de uma folha de papel seria algo entre 100 e 140 km;
- um fio de barba cresceria a uma velocidade de cerca de 2,0 m/s.

A incerteza com que o segundo pode ser reproduzido é uma fração incrivelmente reduzida: 10^{-15} s. Se a velocidade com que o tempo passa pudesse ser drasticamente desacelerada de forma que esse intervalo de tempo correspondesse a um segundo, alguns eventos demorariam um pouco mais para acontecer:

- o mais rápido dos computadores hoje existentes levaria nove dias para fazer uma simples soma;
- um moderno avião a jato levaria cerca de 120 anos para percorrer um milímetro;
- o tempo em que uma lâmpada de *flash* fica acesa seria da ordem de 30 anos;
- um ser humano levaria cerca de 600 séculos para piscar o olho.

A temperatura expressa em kelvin é uma escala absoluta. Zero kelvin corresponde à menor temperatura fisicamente possível de ser atingida. Escalas absolutas trazem algumas vantagens de ordem prática.

A unidade de massa, o quilograma, possui algumas particularidades. A primeira é o próprio fato da unidade de massa ser o quilograma e não o grama, como seria natural. Assim tem sido e assim será mantido por razões históricas. A segunda é sua definição estar baseada em um artefato físico, o protótipo internacional do quilograma (Figura 2.1), mantido na França. Há indício de que sua massa esteja sofrendo alterações ao longo dos anos, o que é preocupante. Busca-se uma nova forma de definir o quilograma que não dependa de um artefato físico, mas ainda não se atingiu um consenso.

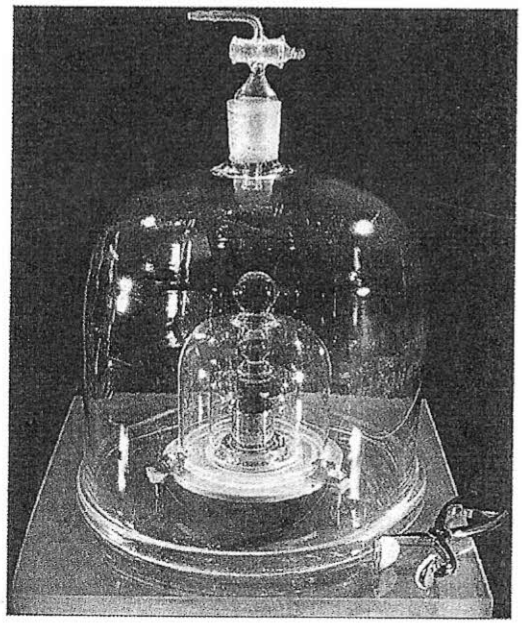


FIGURA 2.1 – Protótipo internacional do quilograma.
Fonte: *The Bureau International des Poids et Mesures.*

2.3.2 UNIDADES SUPLEMENTARES

Duas outras unidades são também usadas, em conjunto com as unidades de base, para compor as unidades derivadas. Como estas possuem definições puramente matemáticas, são denominadas de *unidades suplementares*. São as unidades para medição de ângulo plano e ângulo sólido, apresentadas na Tabela 2.2. Ambas unidades são adimensionais.

TABELA 2.2 – Unidades suplementares

Grandeza	Definição da unidade	Símbolo
Ângulo plano	O **radiano** é o ângulo central que abrange um arco de círculo de comprimento igual ao do respectivo raio.	rad
Ângulo sólido	O **esterradiano** é o ângulo sólido que, tendo vértice no centro de uma esfera de raio unitário, abrange na superfície esférica uma área de valor igual a 1.	sr

O ângulo existente no vértice de um cone ou o ângulo em que se espalha o facho de luz produzido por uma lanterna são exemplos de ângulos sólidos. Se o vértice do ângulo sólido for posicionado de forma que coincida com o centro de uma esfera de raio unitário, o ângulo sólido abrangerá uma fração da superfície total da área da superfície esférica. O ângulo sólido corresponderá a um esterradiano quando a área da superfície esférica abrangida pelo ângulo sólido for igual a um. Assim, o maior valor possível para o ângulo sólido é igual a 4π esterradiano, o que corresponde à área de toda a superfície de uma esfera com raio unitário. O ângulo sólido 4π sr é o ângulo descrito pela luz emitida por uma fonte de luz pontual levitando no espaço.

2.3.3 UNIDADES DERIVADAS

As sete unidades de base e as duas unidades suplementares formam um conjunto suficientemente completo para, por meio de combinações, descrever todas as demais grandezas existentes. A Tabela 2.3 ilustra algumas unidades derivadas formadas pela combinação de unidades de base.

Algumas unidades derivadas recebem nomes especiais aprovados pelo Sistema Internacional. Muitas vezes emprestam o nome de perso-

TABELA 2.3 – Unidades derivadas formadas por combinações diretas das unidades de base

Grandeza derivada	Unidade derivada	Símbolo
Área	metro quadrado	m^2
Volume	metro cúbico	m^3
Velocidade	metro por segundo	m/s
Aceleração	metro por segundo ao quadrado	m/s^2
Velocidade angular	radiano por segundo	rad/s
Aceleração angular	radiano por segundo ao quadrado	rad/s^2
Massa específica	quilogramas por metro cúbico	kg/m^3
Intensidade de campo magnético	ampère por metro	A/m
Densidade de corrente	ampère por metro cúbico	A/m^3
Concentração de substância	mol por metro cúbico	mol/m^3
Luminância	candela por metro quadrado	cd/m^2

21

nalidades que se destacaram na história das ciências. Em todos os casos, existe equivalência dessas unidades com combinações das unidades de base. A Tabela 2.4 ilustra algumas dessas unidades.

No Sistema Internacional, grandezas distintas podem ser expressas pela mesma unidade. É o caso do joule, unidade das grandezas energia, trabalho e quantidade de calor. Porém, o oposto não é verdade: cada grandeza tem apenas uma unidade no Sistema Internacional.

Tabela 2.4 – Unidades derivadas com nomes e símbolos especiais

Grandeza derivada	Unidade derivada	Símbolo	Em unidades do SI	Em termos das unidades de base
Freqüência	hertz	Hz		s^{-1}
Força	newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Pressão e tensão	pascal	Pa		$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energia, trabalho e quantidade de calor	joule	J	N/m^2 $N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Potência e fluxo radiante	watt	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Carga elétrica e quantidade de eletricidade	coulomb	C		$s \cdot A$
Diferença de potencial elétrico, tensão elétrica e força eletromotiva	volt	V	W/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Capacitância elétrica	farad	F		$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Resistência elétrica	ohm	Ω	C/V	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Condutância elétrica	siemens	S	V/A	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Fluxo magnético	weber	Wb	A/V	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Indução magnética e densidade de fluxo magnético	tesla	T	$V \cdot S$ Wb/m^2	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Indutância	henry	H		$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Fluxo luminoso	lúmen	lm	Wb/A	cd
Iluminamento ou aclaramento	lux	lx	cd/sr lm/m^2	$cd \cdot m^{-2}$ s^{-1}
Atividade (de radionuclídeo)	becquerel	Bq		$m^2 \cdot s^{-2}$
Dose absorvida e energia específica	gray	Gy	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
Dose equivalente	siervet	Sv		

Diversas outras unidades derivadas são definidas por combinações entre as unidades de base e as unidades derivadas com nomes especiais. A Tabela 2.5 ilustra algumas dessas unidades.

Tabela 2.5 – Unidades derivadas formadas pelas unidades de base combinadas com as unidades derivadas com nomes especiais

Grandeza derivada	Unidade derivada	Símbolo	Em termos das unidades de base
Viscosidade dinâmica	pascal-segundo	$Pa \cdot s$	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-1}$
Momento de força	newton-metro	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Tensão superficial	newton por metro	N/m	$kg \cdot s^{-2}$
Velocidade angular	radiano por segundo	rad/s	s^{-1}
Aceleração angular	radiano por segundo ao quadrado	rad/s^2	s^{-2}
Densidade de fluxo de calor e irradiância	watt por metro quadrado	W/m^2	$kg \cdot s^{-3}$
Capacidade térmica e entropia	joule por kelvin	J/K	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
Capacidade térmica específica e entropia específica	joule por quilograma-kelvin	$J/(kg \cdot K)$	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
Energia específica	joule por quilograma	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
Condutibilidade térmica	watt por metro kelvin	$W/(m \cdot K)$	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$
Densidade de energia	joule por metro cúbico	J/m^3	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Tensão de campo elétrico	volt por metro	V/m	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Densidade de carga elétrica	coulomb por metro cúbico	C/m^3	$m^{-3} \cdot s \cdot A$
Densidade de fluxo elétrico	coulomb por metro quadrado	C/m^2	$m^{-2} \cdot s \cdot A$
Permissibilidade	farad por metro	F/m	$m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Permeabilidade	henry por metro	H/m	$m \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Energia molar	joule por mol	J/mol	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot mol^{-1}$
Entropia molar e capacidade térmica molar	joule por mol kelvin	$J/(mol \cdot K)$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
Exposição (a raios X e γ)	coulomb por quilograma	C/kg	$kg^{-1} \cdot s \cdot A$
Taxa de absorção de dose	gray por segundo	Gy/s	$m^2 \cdot s^{-3}$
Intensidade radiante	watt por esterradiano	W/sr	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Radiância	watt por metro quadrado esterradiano	$W/(m^2 \cdot sr)$	$kg \cdot s^{-3}$

2.3.4 MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS

Freqüentemente, quantidades muito pequenas ou muito grandes das unidades são envolvidas em situações de interesse prático. Para evitar que o valor da grandeza seja escrito com um número muito grande de algarismos, o que tornaria a grafia muito difícil de ser lida, são usados prefixos. Eles correspondem a potências inteiras de 10 para as quais foram estabelecidos nomes e símbolos, que englobam uma ampla faixa desde 10^{-24} a 10^{24}. A Tabela 2.6 traz os prefixos em uso no Sistema Internacional.

TABELA 2.6 – Prefixos das unidades do Sistema Internacional

Fator	Nome do prefixo	Símbolo	Fator	Nome do prefixo	Símbolo
10^{24}	Yotta	Y	10^{-1}	Deci	d
10^{21}	Zetta	Z	10^{-2}	Centi	c
10^{18}	Exa	E	10^{-3}	Mili	m
10^{15}	Peta	P	10^{-6}	Micro	µ
10^{12}	Tera	T	10^{-9}	Nano	n
10^{9}	Giga	G	10^{-12}	Pico	p
10^{6}	Mega	M	10^{-15}	Femto	f
10^{3}	Quilo	k	10^{-18}	Atto	a
10^{2}	Hecto	h	10^{-21}	Zepto	z
10^{1}	Deca	da	10^{-24}	Yocto	y

Algumas regras para o uso correto dos prefixos devem ser observadas:

- os prefixos referem-se estritamente às potências de 10 (e não às potências de 2). Exemplo: *um quilobyte* representa *1000 bytes* e não *1024 bytes*;
- prefixos devem ser escritos sem espaço antes do símbolo da unidade. Exemplo: *quilômetro*: *km*, e não: *k m*;
- prefixos combinados não podem ser usados. Exemplo: 10^{-6} *kg* deve ser escrito: *1 mg*, e não: *1 mkg*;
- um prefixo não pode ser escrito sozinho. Exemplo: $10^{9}/m^{3}$ não pode ser escrito: G/m^{3}.

2.3.5 UNIDADES EM USO E UNIDADES ACEITAS EM ÁREAS ESPECÍFICAS

Algumas unidades não pertencentes ao Sistema Internacional são tão amplamente difundidas que o seu uso é permitido. Trata-se de algumas exceções que envolvem grandezas importantes e de grande interesse prático. A Tabela 2.7 traz a relação dessas unidades.

TABELA 2.7 – Unidades não pertencentes ao Sistema Internacional que são aceitas

Grandeza	Unidade	Símbolo	Valor nas unidades do SI
Tempo	minuto	min	1 min = 60 s
	hora	h	1 h = 60 min = 3600 s
	dia	d	1 d = 24 h
Ângulo	grau	°	1° = (π/180)
	minuto	'	1' = (1/60)° = (π/10 800) rad
	segundo	"	1" = (1/60)' = (π/648 000) rad
Volume	litro	l, L	1 L = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3
Massa	tonelada	t	1 t = 10^3 kg
Pressão	bar	bar	1 bar = 10^5 Pa
Temperatura	grau Celsius	°C	°C = K – 273,16

Idealmente, o símbolo do litro deveria ser grafado com letra "l" (ele) minúscula. Entretanto, como essa letra assemelha-se muito ao algarismo "1" (um), a grafia "L" é também aceita como forma de evitar ambigüidades.

Pela força do uso, outras unidades não pertencentes ao Sistema Internacional são aceitas em algumas áreas específicas. A Tabela 2.8 apresenta alguns exemplos:

TABELA 2.8 – Unidades não pertencentes ao Sistema Internacional que são aceitas em áreas específicas

Grandeza	Unidade	Símbolo	Valor nas unidades do SI
Comprimento	milha náutica		1 milha náutica = 1852 m
Velocidade	nó		1 nó = 1 milha náutica por hora = (1852/3600) m/s
Massa	carat		1 carat = 2 · 10^{-4} kg = 200 mg
Densidade linear	tex	Tex	1 tex = 10^{-6} kg/m = 1 mg/m
Tensão de sistema óptico	dioptre		1 dioptre = 1 m^{-1}
Pressão no corpo humano	milímetros de mercúrio	mmHg	1 mmHg = 133 322 Pa

(continua)

TABELA 2.8 – (*Continuação*) Unidades não pertencentes ao Sistema Internacional que são aceitas em áreas específicas

Grandeza	Unidade	Símbolo	Valor nas unidades do SI
Área	are	a	1 a = 100 m^2
Área	hectare	ha	1 ha = 10^4 m^2
Comprimento	angstrom	Å	1 Å = 0,1 nm = 10^{-10} m
Seção transversal	barn	b	1 b = 10^{-28} m^2

2.4 GRAFIA CORRETA

Além de definir um conjunto coerente e completo de unidades para descrever todas as grandezas de interesse prático, é importante que os símbolos e as unidades sejam escritos de maneira uniforme. Algumas regras são estabelecidas pelo Sistema Internacional para a grafia correta de símbolos.

2.4.1 GRAFIA DOS NOMES DE UNIDADES

- Quando escritos por extenso, os nomes das unidades começam por letra minúscula, mesmo quando têm origem em nomes de pessoas. Exemplos: *volt, kelvin* e *newton*. A única exceção é a unidade de temperatura *grau Celsius*;
- as unidades podem ser escritas por extenso ou representadas pelo seu símbolo, mas nunca por combinações entre ambos. Exemplos válidos: *metros por segundo* e *m/s*. Não são permitidas as formas *m por segundo* ou *metros por s*.

2.4.2 PLURAL DOS NOMES DE UNIDADES

A formação do plural dos nomes de unidades (pronúncia e escrita por extenso) obedece às seguintes regras:

- os prefixos nunca vão para o plural. Estão erradas as formas: *quilosgramas, milisnewtons*;

- o plural dos nomes das unidades **recebe** a letra "s" no final de cada palavra nos seguintes casos:[1]
  - quando são palavras simples. Exemplos: *ampères, candelas, newtons, farads, joules, kelvins, quilogramas, parsecs, volts* e *webers*;
  - quando são palavras compostas não ligadas por hífen. Exemplos: *metros quadrados, milhas marítimas* e *milímetros cúbicos*;
  - quando são termos compostos por multiplicação e ligados por hífen. São exemplos: *ampères-horas, newtons-metros, pascals-segundos* e *watts-horas*;
- o plural dos nomes ou das partes dos nomes das unidades **não recebe** a letra "s" no final nos seguintes casos:
  - quando terminam com letras s, x ou z. São exemplos: *siemens, lux* e *hertz*;
  - quando correspondem ao denominador de unidades compostas por divisão. São exemplos: *quilômetros por hora, volts por metro, watts por esterradiano*.

2.4.3 GRAFIA DOS SÍMBOLOS DE UNIDADES

A grafia dos símbolos de unidades tem de obedecer às seguintes regras:

- símbolos são invariantes, isto é, sempre escritos da mesma forma:
  - símbolos não vão para o plural. Não é permitido acrescentar um "s" ao símbolo para indicar plural. O símbolo adequado para a quantidade *cem metros* é *100 m*. Estão erradas as formas *100 ms* e *100 mts;*
  - símbolo não é abreviatura. O símbolo não deve ser seguido de ponto a menos que esteja no final de um período;
  - não é permitido acrescentar quaisquer sinais, letras ou índices para indicar particularidades. Por exemplo, o símbolo do *watt* é sempre *W*, qualquer que seja o tipo de potência a que se refira: mecânica, elétrica, térmica ou acústica;
- símbolos de uma mesma unidade podem coexistir num símbolo composto por divisão. Por exemplo, *mm/m, kWh/h;*

1. Para não desfigurar o nome que a unidade tem no singular (por exemplo, becquerels, decibels, henrys, mols, pascals, etc.), não se aplicam aos nomes de unidades certas regras usuais de formação do plural de palavras em português.

- símbolos são escritos no mesmo alinhamento do número a que se referem, e não como expoente ou índice. São exceções: os símbolos das unidades de ângulo plano (° ' " que não pertencem ao SI), os expoentes dos símbolos e o sinal do símbolo do grau Celsius (°);
- símbolos de unidades compostas por multiplicação podem ser formados pela justaposição dos símbolos componentes, desde que não causem ambigüidades. São exemplos: *VA* e *kWh*. Se houver risco de causar ambigüidades, um ponto deve ser colocado entre os símbolos na base da linha ou a meia altura. São exemplos: *N.m* ou *N·m* e $m.s^{-1}$ ou $m{\cdot}s^{-1}$;
- símbolos compostos que contêm divisão em que mais de um símbolo aparece no denominador podem ser formados por qualquer uma das três maneiras exemplificadas a seguir:

$$W/(sr{\cdot}m^2) \qquad W{\cdot}sr^{-1}{\cdot}m^{-2} \qquad \frac{W}{sr{\cdot}m^2}$$

  Não é aceita a forma: $W/sr/m^2$;
- quando um símbolo com prefixo tem expoente, deve-se entender que esse expoente afeta o conjunto prefixo-unidade, como se esse conjunto estivesse entre parênteses. Por exemplo:

$$dm^3 = (0{,}1\ m)^3 = (10^{-1}\ m)^3 = 10^{-3}\ m^3$$
$$mm^3 = (0{,}001\ m)^3 = (10^{-3}\ m)^3 = 10^{-9}\ m^3$$

2.4.4 GRAFIA DOS PREFIXOS

- Prefixos nunca são justapostos no mesmo símbolo. Está correta a grafia *GWh*, mas não é aceita nenhuma das formas *kMWh*, *kkkWh* ou *MkWh*;
- prefixos podem coexistir num símbolo composto por multiplicação ou divisão. São exemplos válidos: *kN·cm*, *kW·mA*, *kV/mm*, *ml/km*, *kV/ms*, mW/cm^2.

2.4.5 GRAFIA DOS NÚMEROS

De acordo com o Sistema Internacional, os números que antecedem os símbolos das unidades devem ser escritos seguindo algumas regras:

- na língua portuguesa, a vírgula deve ser usada como separador decimal. Quando o valor absoluto de um número é menor que um, coloca-se um zero à esquerda da vírgula;
- os algarismos que representam a parte inteira ou decimal de um número podem ser agrupados em conjuntos de três algarismos a contar da vírgula para a esquerda ou para a direita. Não podem ser usados pontos para separar os grupos de três algarismos; apenas pequenos espaços são permitidos. É também admitido que os algarismos da parte inteira e os da parte decimal sejam escritos seguidamente, isto é, sem separação em grupos. Estão corretas as grafias: *25 482,2 km* e *0,04216254 s*. São também aceitas: *25482,2 km* e *0,04216254 s*. Não são aceitas: *25.482,2 km* e *0,042.162.54 s*.

2.4.6 ESPAÇAMENTO ENTRE NÚMERO E SÍMBOLO

O espaçamento entre um número e o símbolo da unidade correspondente é opcional. Valem as seguintes observações:

- normalmente o espaçamento de uma ou meia letra é dado entre o número e o símbolo da unidade;
- o espaçamento deve ser evitado se há possibilidade de fraude.

2.4.7 PRONÚNCIA DOS MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DECIMAIS DAS UNIDADES

Algumas regras regem a pronúncia dos nomes de múltiplos e submúltiplos das unidades:

- os nomes dos múltiplos e submúltiplos devem ser pronunciados por extenso. Por exemplo, *20 ml* deve ser pronunciado como *vinte mililitros*. Está errada a pronúncia *vinte eme ele*;
- a sílaba tônica da unidade (assinalada **em negrito**) deve permanecer como sílaba tônica nos seus múltiplos ou submúltiplos. São exemplos: *segundo* e *milissegundo*, *pascal* e *megapascal*, *newton* e *quilonewton*. Existem apenas quatro exceções, consagradas pelo uso, em que o acento tônico é deslocado para o prefixo: quilômetro, decímetro, centímetro e milímetro. Os demais múltiplos e submúltiplos do metro devem ser pronunciados segundo a regra descrita: nanometro, micrometro (distinto de micrômetro, instrumento de medição), megametro, etc.

2.4.8 ENGANOS COMUNS

Embora as regras de grafia dos símbolos e números do Sistema Internacional sejam claras, é grande o número de vezes em que são incorretamente empregadas. A Tabela 2.9 mostra alguns exemplos de enganos freqüentemente encontrados.

TABELA 2.9 – Enganos freqüentes no uso do Sistema Internacional

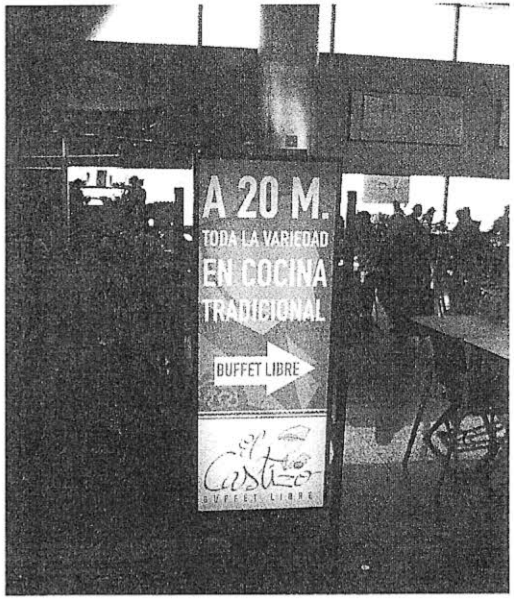
Forma correta	Forma incorreta
km	Km
kg	Kg
µm	µ
o grama	a grama
30 s	30 seg ou 30 sec
200 g	200 grs
500 m	500 mts ou 500 ms
18 h	18 hs
80 km/h	velocidade máxima: 80 KM
290 K (duzentos e noventa kelvin)	290 °K (duzentos e noventa graus Kelvin)
graus Celsius	graus centígrados ou graus Centígrados

As figuras a seguir são outros exemplos de mau uso da grafia das unidades do Sistema Internacional, extraídos do dia-a-dia.

A B

FIGURA 2.2 – Exemplos de mau uso da grafia da unidade metro do Sistema Internacional. (A) Correto: a 20 m. (B) Correto: a 500 m. (*continua*)

C



D

FIGURA 2.2 – (*Continuação*) (C) Correto: a 1.200 m. (D) Correto: a 20 m.

FIGURA 2.3 – Exemplo de mau uso da grafia da unidade quilômetro do Sistema Internacional. Correto: a 1 km.

FIGURA 2.4 – Exemplo de mau uso da grafia da unidade hora do Sistema Internacional. Correto: 24 h.

2.5 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- A adoção de um único sistema de unidades em escala mundial facilita as relações internacionais, torna possível a globalização de produtos e serviços e uniformiza as ciências;
- as unidades do Sistema Internacional estão agrupadas em três categorias: unidades de base, unidades derivadas e unidades suplementares;
- as unidades de base possuem definições claras, capazes de ser reproduzidas com grande exatidão. Formam os pilares de todas as unidades derivadas;
- são sete as unidades de base: metro, quilograma, segundo, ampère, kelvin, candela e mol;
- as unidades suplementares são baseadas em definições puramente matemáticas para exprimir ângulo plano e ângulo sólido;
- as unidades derivadas são formadas a partir de combinações das unidades de base e complementares. Algumas unidades de base recebem nomes especiais, porém podem sempre ser obtidas por combinações das unidades de base e suplementares;
- no Sistema Internacional, uma unidade pode expressar mais de uma grandeza, porém cada grandeza tem apenas uma unidade;
- o Sistema Internacional define um conjunto amplo de prefixos para formar múltiplos e submúltiplos das unidades e regras bem claras para a sua utilização;
- pela força do uso, são reconhecidas como válidas outras unidades não pertencentes ao Sistema Internacional;
- a grafia das unidades e dos símbolos segue regras rígidas que devem ser respeitadas.

2.6 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E2.1 Segundo as regras de grafia estabelecidas para as unidades e para os símbolos das unidades do Sistema Internacional, identifique se há erros nas seguintes expressões e proponha a forma correta quando for o caso:

a) 210 K = duzentos e dez graus Kelvin
b) 10°C = dez graus Centígrados
c) 5,0 kg = cinco quilos

d) 2,0 N = dois Newton
e) 220 Vts = duzentos e vinte volts
f) 34,7 m/s = trinta e quatro vírgula sete metros por segundos
g) 180 mm/m
h) 12,5 m/s/h
i) 45,7 mm/km
j) 12.312,4 m
l) 0,000 0124 3 s
m) 35 nm = trinta e cinco nanômetros
n) 1615,4g

3

ERRO DE MEDIÇÃO

Idealmente, a indicação apresentada por um sistema de medição deve corresponder ao valor verdadeiro do mensurando. Infelizmente não é isso o que sempre acontece. As imperfeições do sistema de medição, as limitações do operador e as influências das condições ambientais são exemplos de fatores que induzem *erros de medição*. Por melhor que seja a qualidade do sistema de medição, por mais cuidadoso e habilidoso que seja o operador e por mais bem controladas que sejam as condições ambientais, ainda assim, em maior ou menor grau, o erro de medição estará presente.

Indesejável, mas inevitável, o erro de medição não pode ser ignorado. Negar a sua existência seria outro erro. Desde que sejam entendidas as causas e a natureza do erro de medição, é possível conviver com ele e ainda obter informações confiáveis de um processo de medição.

Neste capítulo, o erro de medição será estudado em detalhes: sua natureza, parcelas, causas e efeitos, bem como os caminhos para obter informações confiáveis na presença de erros de medição.

3.1 TIPOS DE ERROS

O erro está presente toda vez que o comportamento real de um sistema se afasta do ideal. Por exemplo, ao atirar na direção do centro de um alvo, um atirador errará cada vez que o projétil não atingir esse centro. Poderá cometer um pequeno erro se a diferença for pequena ou um grande erro, caso contrário. Ao repetir a tentativa de acertar o centro do alvo, o atirador certamente voltará a cometer erros, mas, possivelmente, não os mesmos.

Para entender um pouco melhor os dois tipos de erros, considere a seguinte situação:

> A missão de um comandante é avaliar a qualidade dos canhões de médio alcance disponíveis no arsenal bélico da corporação e classificar,

28

em ordem decrescente, quais as melhores unidades. Para tal, um teste de tiro foi idealizado. Consiste em mirar no centro de um alvo posicionado a 500 m de distância do canhão e disparar seguidamente 20 projéteis. Como condição especial, o teste exige que, para cada canhão, a mira seja feita apenas antes de iniciar o primeiro disparo e não seja refeita antes de os tiros subseqüentes serem dados.
Os resultados dos testes de precisão de tiro dos quatro canhões A, B, C e D são mostrados na Figura 3.1.

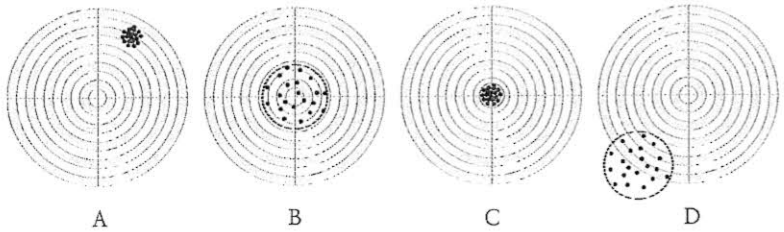


Figura 3.1 – Resultados dos testes de tiro para os canhões A, B, C e D.

Todos os projéteis do canhão A atingiram o alvo em uma região sempre acima e um pouco para a direita do centro do alvo. Os 20 projéteis não atingiram exatamente a mesma posição no alvo, mas suas marcas se concentraram em uma pequena região. Todos os erros foram relativamente grandes e tiveram valores muito próximos. Por observação, não seria difícil prever a posição aproximada em que o 21° projétil incidiria no alvo: certamente, também estaria acima e um pouco para a direita do centro. Esse é um tipo de erro previsível, denominado de *erro sistemático*.

Erro sistemático é a parcela previsível do erro. Corresponde ao erro médio.

O canhão B apresenta um comportamento diferente: alguns projéteis atingiram o alvo à direita do seu centro, outros, à esquerda, acima e abaixo. Houve um grande espalhamento em todas as direções. Porém, a média das posições das marcas dos projéteis está muito próxima do centro do alvo. Seria muito difícil prever em que posição o

21° projétil atingiria o alvo se fosse disparado. Poderia ser acima, abaixo, à esquerda, à direita ou em qualquer diagonal. Os erros do canhão B são denominados de *erros aleatórios*.

Erro aleatório é a parcela imprevisível do erro. É o agente que faz com que repetições levem a resultados diferentes.

O canhão C apresenta um desempenho excepcional: todos os tiros atingiram a região central do alvo com pequeno espalhamento. O erro médio é praticamente zero, correspondendo a um erro sistemático praticamente nulo. O erro aleatório é relativamente pequeno porque o espalhamento também é pequeno, isto é, o canhão é repetitivo. Por sua vez, os projéteis do canhão D se espalharam por uma grande área abaixo e à esquerda do centro do alvo. Neste caso, tanto o erro sistemático quanto os erros aleatórios são grandes. Nesta figura, o erro sistemático está associado à distância entre a posição do centro da região dentro da qual as marcas dos tiros se situam e o centro do alvo. A intensidade do erro aleatório está associada ao raio da região circular dentro da qual as marcas de todos os projéteis se encontram. Quanto maior o raio, maior a intensidade do erro aleatório.
Neste teste, não há dúvidas de que o melhor desempenho foi o do canhão C. Também não há dúvidas de que o pior resultado foi do canhão D. O que é motivo de discussão é se o canhão A é melhor ou pior que o canhão B.
Por um lado, o canhão B possui um ponto positivo: alguns de seus projéteis ficaram muito próximos da região central do alvo. Nenhum dos projéteis disparados pelo canhão A atingiu o centro do alvo. Por outro lado, os projéteis disparados pelo canhão A, embora tenham atingido o alvo longe do seu centro, concentraram-se em uma região restrita, bem definida, isto é, tinham previsibilidade. Já não seria fácil prever em que posição incidiria o 21° projétil do canhão B se fosse disparado. Nesse aspecto, o canhão A apresenta, então, uma vantagem. Como desempatar este 1 x 1?
A previsibilidade do canhão A é um grande aspecto favorável. Nitidamente, o canhão A está com sua mira desregulada. Com alguns ajustes, seria possível obter um desempenho talvez tão bom quanto o do canhão C. Já com o canhão B, não há o que fazer, o grande espalhamento dos seus projéteis é uma característica natural do canhão

que não pode ser melhorada com a regulagem da mira. Assim, seria justo atribuir o segundo lugar ao canhão A.

O canhão C é um sistema com excelente *exatidão*. Exatidão é a capacidade de um sistema funcionar sem erros, tendo sempre um ótimo desempenho. Um sistema que sempre acerta é um sistema com ótima exatidão. A exatidão é uma característica qualitativa que não pode ser associada a um número.[1]

O canhão C também é um sistema preciso. *Precisão* significa "pouca dispersão", isto é, capacidade de obter sempre o mesmo resultado quando repetições são efetuadas. Quanto ao canhão A, mesmo que nenhum dos projéteis tenha atingido o alvo, trata-se de um sistema com ótima precisão, uma vez que seu espalhamento é pequeno. Portanto, dizer que um sistema é preciso não significa dizer que sempre acerta, mas apenas que se comporta sempre da mesma forma nas mesmas condições. A precisão também é um parâmetro apenas qualitativo. É errado afirmar que a precisão de uma escala é de 0,5 mm, mas é possível dizer que uma escala é mais precisa que outra.

Precisão e exatidão são dois parâmetros qualitativos associados ao desempenho de um sistema. Um sistema com ótima precisão repete bem, com pequena dispersão. Um sistema com excelente exatidão não apresenta erros.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DO ERRO DE MEDIÇÃO

O erro de medição está presente cada vez que a indicação do sistema de medição não coincide com o valor verdadeiro do mensurando. Define-se então:

Erro de medição é a diferença entre o valor indicado pelo sistema de medição e o valor verdadeiro do mensurando.

[1] Algumas normas técnicas classificam os sistemas de medição dentro de determinadas classes de exatidão. Correspondem a certos patamares associados com o maior nível de erros que podem apresentar. Nesses casos, não é raro que números sejam associados às classes de exatidão. Por exemplo, manômetros pertencentes à classe de exatidão 0,1% não podem apresentar erros cujos valores absolutos excedam 0,1% do valor final da escala.

Matematicamente, o erro de medição pode ser calculado de uma forma muito simples pela Equação (3.1):

$$E = I - VV \tag{3.1}$$

sendo:

E erro de medição
I indicação do sistema de medição
VV valor verdadeiro do mensurando

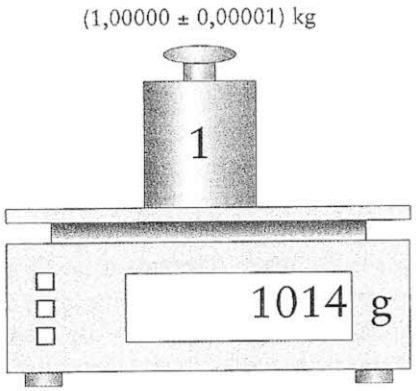
Note que o erro de medição é positivo quando o sistema de medição indica um número maior do que deveria.

A Equação (3.1) sugere que, uma vez conhecido o erro de medição, o valor verdadeiro do mensurando pode ser facilmente determinado. Infelizmente, não é isso que acontece. Na prática, o erro de medição não é sempre constante, muda freqüentemente sob a ação de vários fatores aleatórios como, por exemplo, a ação do operador, as variações das condições ambientais, a passagem do tempo etc. O erro de medição só pode ser determinado pela Equação (3.1) nos casos em que o valor verdadeiro do mensurando é perfeitamente conhecido. Mas, se o valor verdadeiro do mensurando já é conhecido *a priori*, a medição não é necessária.

De fato, ao contrário do que inicialmente parecia, a Equação (3.1) não tem nenhuma utilidade prática. Entretanto, essa equação ajuda a compreender melhor a natureza do erro de medição, o que abre os caminhos para a convivência pacífica com esse erro.

A Figura 3.2 mostra os resultados de um experimento realizado em uma balança digital. Uma massa[2] conhecida é repetidamente medida pela balança. O valor da massa é de (1,00000 ± 0,00001) kg. Seria esperado que a indicação da balança sempre coincidisse com o valor verdadeiro da massa. Entretanto, a balança indica 1014 g. A balança apresenta um erro de medição positivo, que pode ser calculado pela Equação (3.1):

[2] Muitas vezes, massa e peso são erroneamente confundidos. A massa de um objeto é uma propriedade universal, expressa em quilogramas. O peso de um objeto é a força com que ele é atraído em direção ao centro do planeta pela ação da força da gravidade. O peso é expresso em quantidades da unidade de força, que no Sistema Internacional é o newton. A possível origem da confusão decorre de uma unidade de força já em desuso, denominada quilograma-força. Um objeto com massa de 10 quilogramas tem um peso de 10 quilogramas-força, erroneamente abreviado como "10 quilos".



Nº	Indicação
1	1014
2	1015
3	1017
4	1012
5	1015
6	1018
7	1014
8	1015
9	1016
10	1013
11	1016
12	1015

FIGURA 3.2 – Doze indicações obtidas a partir de medições repetidas da massa-padrão de (1,00000 ± 0,00001) kg.

$$E = I - VV$$
$$E = 1014 - 1000$$
$$E = 14\ g$$

Ao contrário do que seria ideal, a balança indica um número 14 gramas maior do que deveria. As razões que podem ter provocado esse comportamento são diversas e serão discutidas mais tarde neste capítulo.

O experimento continua. A massa conhecida é removida da balança e novamente reposicionada. Uma vez que o valor da massa permanece constante, a mesma indicação teria sido esperada da balança. Entretanto, um novo valor é obtido: 1015 g, ou seja, diferente do anterior. Aparentemente algo estranho acontece com a balança. Uma terceira tentativa é feita. Um outro valor, diferente dos anteriores, é obtido. Novas repetições são efetuadas, completando as doze indicações mostradas na tabela da Figura 3.2.

Nota-se que, neste exemplo, todos os valores do erro de medição foram positivos, indicando uma tendência da balança em apresentar valores maiores do que deveria. Além disso, percebe-se que o erro de medição varia de uma maneira imprevisível em torno do valor médio, porém permanece delimitado dentro de uma certa faixa de variação. Embora possam parecer estranhas, estas são características naturais dos sistemas de medição.

3.3 COMPONENTES DO ERRO DE MEDIÇÃO

Conforme mencionado, o erro de medição pode ser decomposto em duas parcelas: *erro sistemático* e *erro aleatório*.

O **erro sistemático** corresponde ao valor médio do erro de medição. O **erro aleatório** é a parcela imprevisível do erro de medição, responsável pelas variações encontradas em medições repetidas.

A componente sistemática do erro de medição tende a se manter constante se as condições em que as medições são feitas também forem mantidas as mesmas. É, portanto, uma parcela previsível e passível de compensação. Uma vez determinado, o erro sistemático pode ser corrigido no resultado da medição.

Uma caricatura que ilustra um exemplo clássico de erro sistemático é o de um instrumento de medição com o "ponteiro torto". Sua indicação mostrará aproximadamente a mesma diferença em relação ao valor verdadeiro do mensurando. Essa situação pode ser detectada com facilidade se um mensurando com valor conhecido é medido ou mesmo na situação em que o sistema de medição deveria indicar zero. Nesse caso, a diferença pode então ser corrigida matematicamente por uma simples constante aditiva.

Na Figura 3.2, a distribuição das várias indicações obtidas pode ser representada graficamente pelo histograma da Figura 3.3. Cada indicação obtida é registrada no gráfico como um pequeno retângulo. Indicações repetidas são representadas por retângulos empilhados na vertical. Nota-se que todas as indicações são maiores que o valor do mensurando considerado como verdadeiro e possuem valor médio de 1015 g. De forma análoga ao exemplo do tiro ao alvo, a tendência da balança em indicar, em média, um número 15 g maior que o valor verdadeiro é o efeito resultante do erro sistemático dessa balança.

As doze medições do exemplo da Figura 3.2 não repetem a mesma indicação. São obtidas indicações variadas em torno do valor médio. Esse é o efeito resultante da ação da componente aleatória do erro de medição. Note que as variações acontecem de forma imprevisível: não se pode prever qual seria exatamente o valor da 13ª indicação se uma nova medição fosse efetuada. Entretanto, pelo comportamento médio das indicações já obtidas, seria possível "arriscar um palpite" de que esse valor estaria provavelmente entre 1012 e 1018 g.

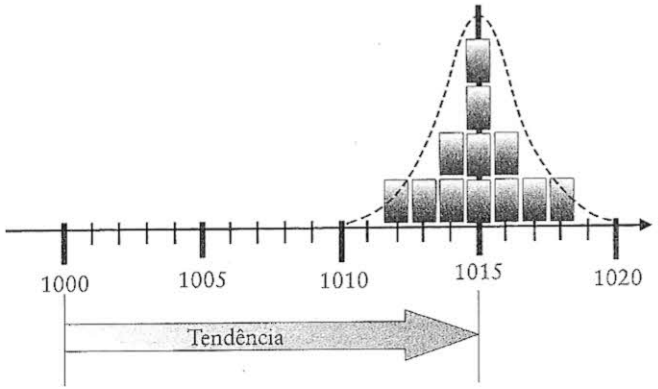


FIGURA 3.3 – Histograma representando as ocorrências das doze indicações da Figura 3.2: a tendência corresponde à diferença entre a média das indicações obtidas e o valor considerado como verdadeiro (1000 g).

3.4 ERRO SISTEMÁTICO, TENDÊNCIA E CORREÇÃO

É possível estimar o erro sistemático de um sistema de medição. Para isso, devem ser efetuadas medições repetitivas de um mensurando cujo valor verdadeiro é bem conhecido. Quanto maior o número de medições repetitivas, melhor será a estimativa do erro sistemático. Esse é calculado por:

$$Es = \bar{I}_{\infty} - VV \qquad (3.2)$$

sendo:

Es erro sistemático
$\bar{I}_{\infty}$ média de um número infinito de indicações
VV valor verdadeiro do mensurando

A Equação (3.2) não é muito útil porque: (a) não há tempo para efetuar infinitas medições e calcular sua média e (b) não se conhece exatamente o valor verdadeiro do mensurando. Na prática, realiza-se uma estimativa aproximada do erro sistemático, denominada *tendência*:

$$Td = \bar{I} - VVC \qquad (3.3)$$

sendo:

Td tendência
$\bar{I}$ média de um número finito de indicações
VVC valor verdadeiro convencional do mensurando

Tendência é uma estimativa do erro sistemático.

Na prática, não se conhece o valor exato do mensurando, mas apenas um valor aproximado. Denomina-se *valor verdadeiro convencional* uma estimativa do valor verdadeiro do mensurando. Deve ser próxima o suficiente do valor verdadeiro para as finalidades a que se destina. No exemplo, o valor da massa-padrão de (1,00000 ± 0,00001) kg é uma estimativa suficientemente próxima do valor verdadeiro da massa medida. Note que sua incerteza está na faixa de 0,01 g, que é muito menor que os erros naturalmente apresentados pela balança avaliada.

Valor verdadeiro convencional é uma estimativa suficientemente próxima do valor verdadeiro do mensurando.

A tendência, calculada a partir da diferença entre a média de um número finito de indicações obtidas de medições repetitivas de um mensurando e o seu valor verdadeiro convencional, nunca corresponde exatamente ao valor do erro sistemático. É um valor aproximado, ao qual está associada uma incerteza: a incerteza da tendência, cuja determinação será tratada no Capítulo 6.

No exemplo da Figura 3.2, a tendência da balança é calculada pela diferença entre a média das doze indicações e o valor verdadeiro convencional da massa padrão:

$Td = 1015 - 1000$
$Td = +\ 15$ g

Esse resultado mostra que a balança, em média, indica 15 gramas a mais do que deveria indicar. Em outras palavras, a balança tem uma *tendência* a indicar 15 gramas a mais.

Na Figura 3.1, o canhão A tinha sua mira desregulada. A diferença entre a posição média em que os projéteis atingiram o alvo e a posição do centro do alvo é a tendência dessa arma. Nesse caso, é mais bem representada pelo vetor desenhado na Figura 3.4 A. Um bom atirador sabe que, para corrigir a tendência da arma em produzir tiros para cima e para a direita, deveria mirar abaixo e um pouco para a esquerda do centro do alvo, como mostra a Figura 3.4 B, ou seja, na posição da marca em cruz do alvo para que os projéteis atinjam o alvo na condição representada na Figura 3.4 C. A Figura 3.4 B mostra como determinar a posição da marca em cruz, subtraindo-se da posição do centro do alvo o vetor que representa a tendência do canhão.

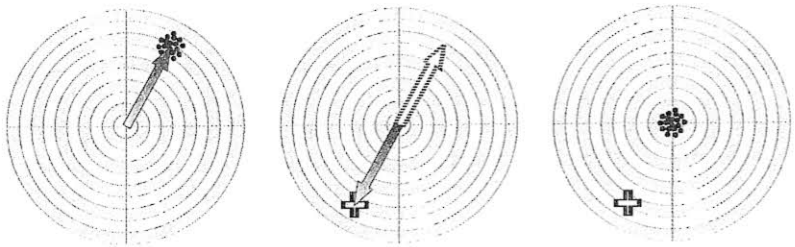


FIGURA 3.4 – Correção da tendência do canhão A em produzir tiros que atingem o alvo acima e à direita.

De forma análoga ao canhão A, também é possível corrigir os erros sistemáticos da balança da Figura 3.2. Se a balança tem tendência em indicar 15 g a mais, esta pode ser corrigida subtraindo-se 15 g de sua indicação. Define-se, então, a *correção* como a constante que deve ser adicionada à indicação para corrigir os erros sistemáticos do sistema de medição. A correção é calculada por:

$$C = -Td = VVC - \bar{I} \qquad (3.4)$$

sendo:

C correção
Td tendência
VVC valor verdadeiro convencional
$\bar{I}$ média das indicações

Correção é a constante aditiva que, quando somada à indicação, compensa o erro sistemático de um sistema de medição.

Na Figura 3.2, a correção que deve ser somada à indicação para compensar o erro sistemático é calculada por:

$$C = -Td$$
$$C = -15 \text{ g}$$

Ou seja, 15 g devem ser subtraídos da indicação para compensar os erros sistemáticos.

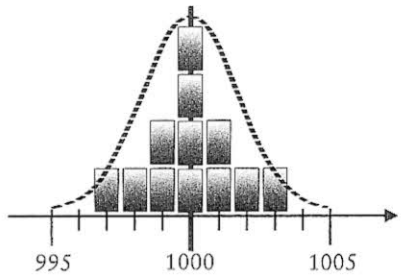
Ao eliminar a parcela sistemática do erro de medição, adicionando-se a correção às indicações, obtém-se a *indicação corrigida*.

Indicação corrigida é a indicação de um sistema de medição após a compensação dos erros sistemáticos.

3.5 ERRO ALEATÓRIO, INCERTEZA-PADRÃO E REPETITIVIDADE

A Figura 3.5 mostra as indicações corrigidas do exemplo da Figura 3.2. Quinze gramas foram subtraídos de cada indicação.

Nº	I	C	Ic	Ea
1	1014	–15	999	–1
2	1015	–15	1000	0
3	1017	–15	1002	2
4	1012	–15	997	–3
5	1015	–15	1000	0
6	1018	–15	1003	3
7	1014	–15	999	–1
8	1015	–15	1000	0
9	1016	–15	1001	1
10	1013	–15	998	–2
11	1016	–15	1001	1
12	1015	–15	1000	0
Média	1015	–15	1000	0



I = indicação; C = correção; Ic = indicação corrigida; Ea = erro aleatório.

FIGURA 3.5 – As indicações corrigidas (Ic) foram obtidas adicionando a correção (C) de -15 g a cada indicação (I).

Após a correção ser aplicada, o sistema de medição passa a indicar, em média, corretamente. De fato, o erro médio da indicação corrigida é zero. Porém, as indicações obtidas não se repetem exatamente em função do erro aleatório. Note que, para cada indicação, o erro aleatório assume um valor que não segue nenhum padrão previsível. O erro aleatório pode ser calculado para cada indicação pela seguinte equação:

$$Ea_i = I_i - \bar{I} \qquad (3.5)$$

sendo:

Ea_i erro aleatório da i-ésima indicação
I_i i-ésima indicação
$\bar{I}$ média das indicações.

A Figura 3.5 mostra os erros aleatórios das 12 indicações da balança. Note que não é possível prever qual seria o valor da 13ª indicação se esta fosse efetuada. Porém, por observação, nota-se que o erro aleatório das doze medições anteriores está restrito a uma faixa de valores de 3 g. Seria, portanto, razoável esperar para o erro aleatório da 13ª indicação um valor qualquer entre –3 g e +3 g.

Não é uma coincidência que o valor médio do erro aleatório seja zero. Da forma como o erro aleatório é definido e calculado, esta é uma de suas propriedades.

O valor do erro aleatório por si tem pouco interesse prático. Denomina-se **repetitividade** a faixa de valores dentro da qual o erro aleatório de um sistema de medição é esperado. A repetitividade é uma informação extremamente útil para estimar a faixa de incertezas associadas ao resultado da medição.

Repetitividade é a faixa de valores simétrica em torno do valor médio, dentro da qual o erro aleatório de um sistema de medição é esperado com uma certa probabilidade.

No teste da precisão de tiro da Figura 3.1, a repetitividade corresponde aproximadamente ao raio do círculo tracejado que circunscreve as posições de todos os tiros disparados pelos canhões. Aos canhões que mais espalham, associa-se um maior valor de repetitividade.

Para caracterizar a repetitividade de um sistema de medição com segurança, é necessário reunir um grande número de indicações, todas obtidas de medições repetitivas do mesmo mensurando, e avaliar os limites da faixa de variação.

O histograma da Figura 3.5 mostra maior quantidade de valores obtidos próximos ao zero (-1, 0 e +1). Entretanto, há menos valores próximo aos limites (–3 e +3). A forma desse histograma sugere um desenho que se assemelha ao da distribuição normal ou gaussiana.

3.5.1 DISTRIBUIÇÃO NORMAL OU GAUSSIANA

De fato, o comportamento aleatório do erro de medição pode ser bem representado por uma distribuição normal ou gaussiana. Isso pode ser explicado por meio de um teorema conhecido na estatística como *teorema central do limite*.[3] Dito de forma bem simples, esse teorema afirma que *quanto mais variáveis aleatórias forem combinadas, mais o comportamento da combinação resultante se aproxima do comportamento de uma distribuição normal*. Para facilitar a sua compreensão, é conveniente fazer uma analogia com a versão culinária desse teorema: o *"teorema do sopão"*. O teorema do sopão atesta que: *quanto mais verduras e legumes diferentes forem misturados à mesma sopa, mais e mais o seu gosto se aproxima de um gosto único, típico e inconfundível do "sopão"*.

Para verificar de forma intuitiva o teorema central do limite, considere a distribuição de probabilidades do lançamento de um dado honesto de seis faces. A probabilidade de que um valor qualquer entre 1 e 6 seja obtido é a mesma e igual a 1/6. Essa distribuição de probabilidade é representada na Figura 3.6. Esse tipo de distribuição é denominado distribuição *uniforme* ou *retangular*.

Distribuição de probabilidade uniforme ou retangular é aquela na qual cada evento possível de um experimento possui a mesma probabilidade de ocorrer.

A média dos valores obtidos de dois dados de seis faces, lançados ao acaso, resulta em uma distribuição distinta. Existe apenas uma combinação de dados que resulta na média igual a 1. No entanto, há várias combinações de dados que resultam na média 3.

[3] Às vezes traduzido para o português como "teorema do limite central".

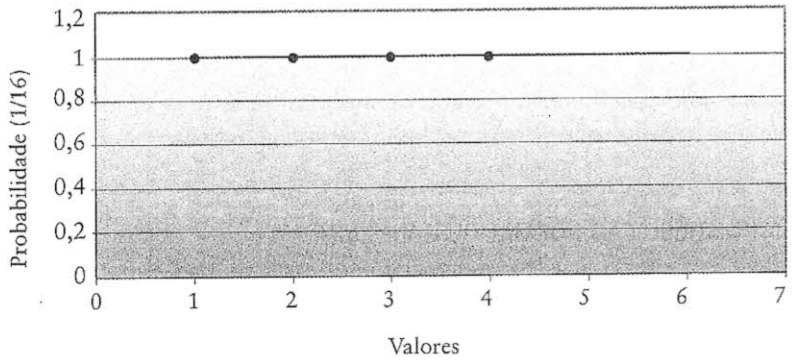


FIGURA 3.6 – Distribuição de probabilidades do lançamento ao acaso de um dado de seis faces: a probabilidade de obter qualquer um dos seis valores possíveis é igual a 1/6.

$$\frac{1+5}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{3+3}{2} = \frac{4+2}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

As chances de a média resultar em 3 são cinco vezes maiores do que as de resultar em 1. Como são possíveis 36 combinações distintas dos dois dados, a probabilidade de que a soma obtida seja 3 é de 5/36. As probabilidades de cada possível valor de soma estão representadas na Figura 3.7. Note que a forma da distribuição de probabilidades não é mais uniforme ou retangular, mas tem a forma de um triângulo. Por meio da estatística, é possível demonstrar que a distribuição triangular resulta da combinação aditiva de duas variáveis aleatórias independentes com distribuição uniforme.

A Figura 3.8 mostra as distribuições de probabilidade das médias de três e quatro dados de seis faces. Note que as formas das distribuições resultantes já não são mais triangulares. A forma da distribuição da média de três dados é mais próxima da forma da distribuição normal. Quando quatro dados são envolvidos, a distribuição resultante se aproxima mais da forma da distribuição normal. Se as médias de seis, oito ou mais dados forem analisadas, mais e mais a distribuição resul-

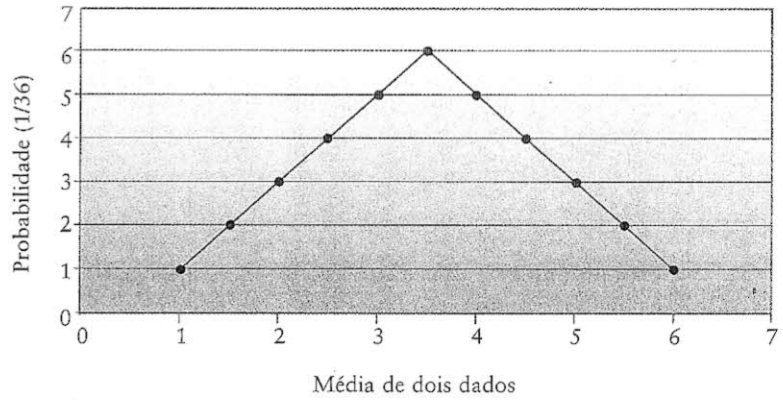


FIGURA 3.7 – Possíveis combinações e distribuição de probabilidade para a média de dois dados de seis faces.

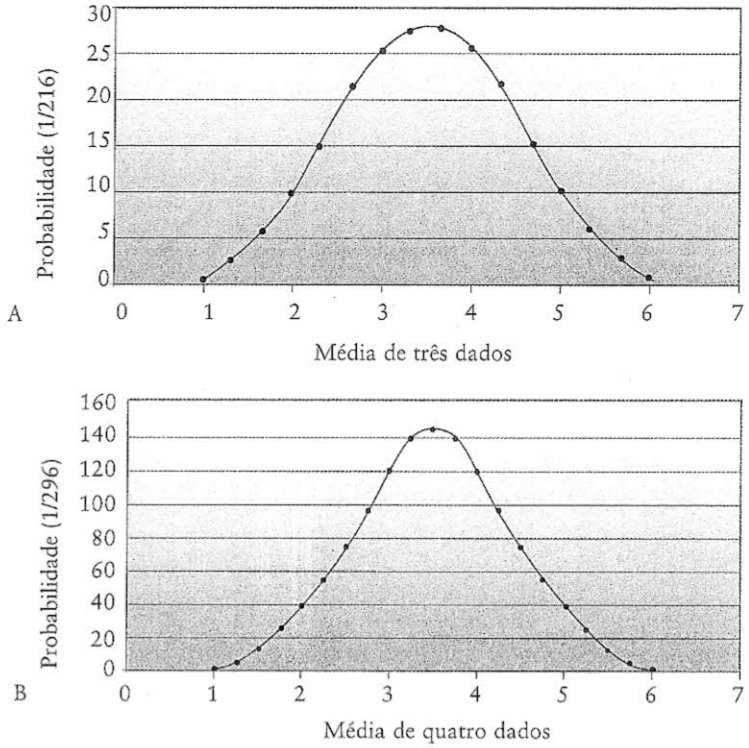


FIGURA 3.8 – Distribuições de probabilidade para a média de (A) três e (B) quatro dados de seis faces. (*continua*)

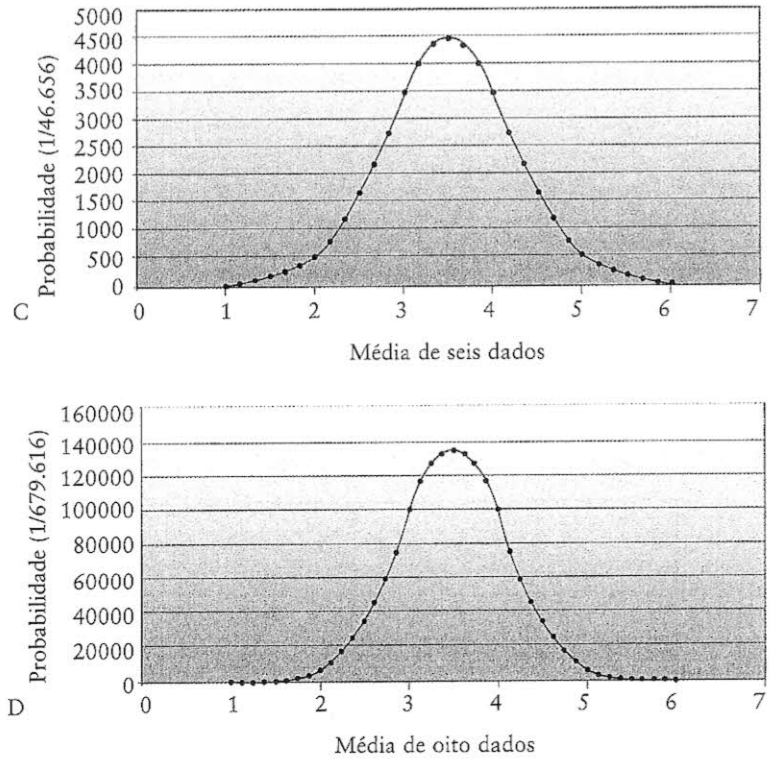


FIGURA 3.8 – (*Continuação*) Distribuições de probabilidade para a média de (C) seis e (D) oito dados de seis faces.

tante se aproxima da normal. De fato, esta simples verificação ajuda a compreender a essência do teorema central do limite.

A componente aleatória do erro de medição resulta da ação combinada e simultânea de diversos fatores aleatórios que agem sobre o processo de medição. Além dos vários fatores internos ao sistema de medição, influências das condições ambientais, do operador e do mensurando, entre outros, são naturalmente combinados. Como conseqüência da ação combinada de um grande número de fatores independentes, a distribuição resultante do erro de medição é muito similar à distribuição normal, em consonância com o teorema central do limite.

Assim, para melhor compreender e delimitar os efeitos do erro aleatório, é comum associá-lo a uma distribuição normal. A forma da distribuição normal é apresentada na Figura 3.9. Note que trata-se de uma figura simétrica. As suas extremidades tendem assintoticamente para zero. Dois parâmetros caracterizam a distribuição normal: a média e o desvio-padrão. A média – normalmente representada por μ (lê-se "mi") – corresponde à posição do eixo de simetria da distribuição. A parte central da curva da distribuição normal possui concavidade voltada para baixo. Nas extremidades, a concavidade é voltada para cima. De cada lado da curva, há um ponto de transição, em que a concavidade migra de cima para baixo e o raio de curvatura torna-se infinito. Diz-se ser esse um *ponto de inflexão*. A distância entre esse ponto de inflexão e o eixo de simetria corresponde ao *desvio-padrão* da distribuição normal.

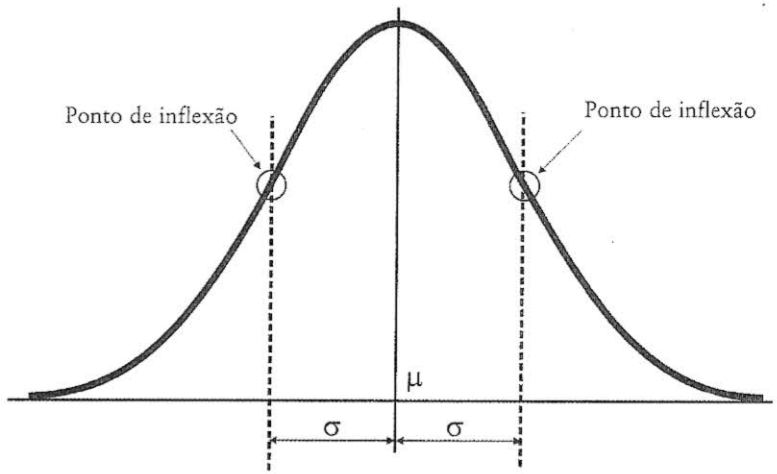


FIGURA 3.9 – Distribuição normal: o desvio-padrão (σ) corresponde à distância entre o valor médio central (μ) e o ponto de inflexão.

Distribuições normais com diferentes valores de desvios-padrão correspondem a fenômenos com diferentes características. Uma distribuição com pequeno desvio-padrão corresponde a um fenômeno com pouca dispersão, isto é, os valores que mais ocorrem estão muito concentrados em torno do valor médio, como é o caso da distribuição da Figura 3.10 A. No entanto, a distribuição da Figura 3.10 C corresponde a um fenômeno com grande dispersão. Assim, o valor do desvio-padrão de uma distribuição normal é uma medida do grau de dispersão do

fenômeno a este associado. Note também que as figuras são representadas por gráficos com diferentes alturas. Isso não é um erro gráfico, mas uma conseqüência do fato de que a área total abaixo da distribuição normal tem que ser sempre unitária.

O **desvio-padrão** de uma distribuição é uma medida do seu grau de dispersão.

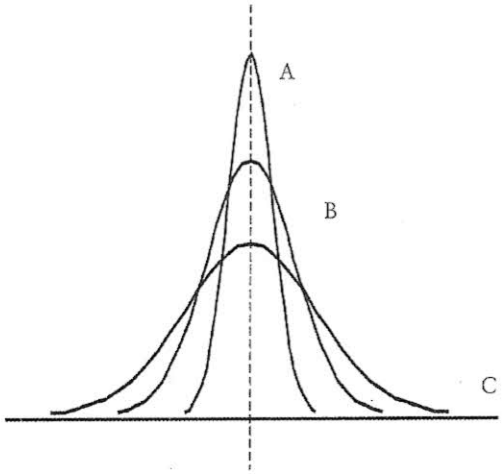


FIGURA 3.10 – Distribuições normais com diferentes desvios-padrão: (A) menor, (B) médio e (C) maior.

3.5.2 ESTIMATIVA DA INCERTEZA-PADRÃO

O desvio-padrão de uma distribuição normal associada ao erro de medição é usado para caracterizar quantitativamente a intensidade da componente aleatória do erro de medição. Denomina-se *incerteza-padrão* o valor do desvio-padrão do erro aleatório de medição. É comumente representada pela letra "u".[4] A incerteza-padrão, obtida a partir de uma série de medições repetidas do mesmo mensurando, é uma medida da intensidade do erro aleatório do sistema de medição.

Incerteza-padrão é uma medida da intensidade da componente aleatória do erro de medição. Corresponde ao desvio-padrão dos erros de medição.

População é o termo que se usa em estatística para descrever o número total de elementos que compõem o universo sobre o qual há interesse em se analisar. Os elementos (indivíduos) de uma população não são necessariamente pessoas, mas podem ser objetos, números, etc. Há vários exemplos que envolvem populações finitas e outros com populações infinitas. Os pães produzidos numa fornada em uma padaria formam uma população finita. O conjunto total de indicações que podem ser obtidas de medições repetidas de um mesmo mensurando é ilimitado, constituindo uma população infinita: dez, mil, um milhão ou muito mais medições repetidas podem ser efetuadas desde que exista tempo disponível e o sistema de medição sobreviva.

O desvio-padrão de uma população infinita é calculado pela seguinte expressão:

$$\sigma = \lim_{n \to \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (I_i - \bar{I})^2}{n}} \qquad (3.6)$$

sendo:

- σ desvio-padrão
- I_i i-ésima indicação
- $\bar{I}$ média de todas as indicações
- n número de medições repetitivas efetuadas.

[4] Derivada do termo em inglês *uncertainty*.

Na prática, não se tem tempo para efetuar infinitas medições repetidas. Uma estimativa do desvio-padrão é obtida pelo *desvio-padrão da amostra,*[5] calculado a partir de um número finito de medições repetidas do mesmo mensurando por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(I_i - \bar{I})^2}{n-1}} \qquad (3.7)$$

sendo:

- s desvio-padrão da amostra
- I_i i-ésima indicação
- $\bar{I}$ média das "n" indicações
- n número de medições repetitivas efetuadas.

O **desvio-padrão da amostra** é uma estimativa do desvio-padrão da população.

Quando calculada a partir de um conjunto de medições repetidas, a *incerteza-padrão* corresponde ao desvio-padrão da amostra. Deve ser associado à incerteza-padrão o número de *graus de liberdade* com que foi estimada. Comumente representado pela letra grega "ν" (lê-se "ni"), o número de graus de liberdade reflete o grau de segurança com que a estimativa do desvio-padrão é conhecida. Quando a incerteza-padrão é estimada a partir do s por meio da Equação (3.7), o número de graus de liberdade corresponde ao número de medições efetuadas menos um. No caso especial em que o desvio-padrão é conhecido exatamente, o número de graus de liberdade é considerado infinito.

O número de **graus de liberdade** com que a incerteza-padrão é estimada corresponde ao número de medições repetitivas menos um.

Assim, a incerteza-padrão e o respectivo número de graus de liberdade podem ser calculados por:

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(I_i - \bar{I})^2}{n-1}} \qquad (3.8)$$

$$\nu = n - 1$$

[5] Também denominado de *desvio-padrão experimental.*

sendo:

- u incerteza-padrão obtida a partir da amostra
- I_i i-ésima indicação
- $\bar{I}$ média das indicações
- n número de medições repetitivas efetuadas
- ν número de graus de liberdade da estimativa da incerteza-padrão.

3.5.3 ESTIMATIVA DA REPETITIVIDADE

Outro parâmetro associado ao erro aleatório, a repetitividade, também pode ser calculado a partir do desvio-padrão da população. A área sob toda a extensão da curva da distribuição normal é unitária, o que, em termos de probabilidade, equivale a dizer que há uma chance de 100% de uma variável aleatória estar no intervalo de menos infinito a mais infinito.

A área sob a curva normal contida dentro da faixa limitada por $\mu - 2\sigma$ e $\mu + 2\sigma$ pode ser calculada e corresponde a cerca de 0,9545, ou 95,45% da área total. A Figura 3.11 representa essa faixa. Como a média do erro aleatório é sempre zero, esse número quer dizer que há uma probabilidade de 95,45% de que o erro aleatório esteja contido dentro dos limites dados por $\pm 2\sigma$.

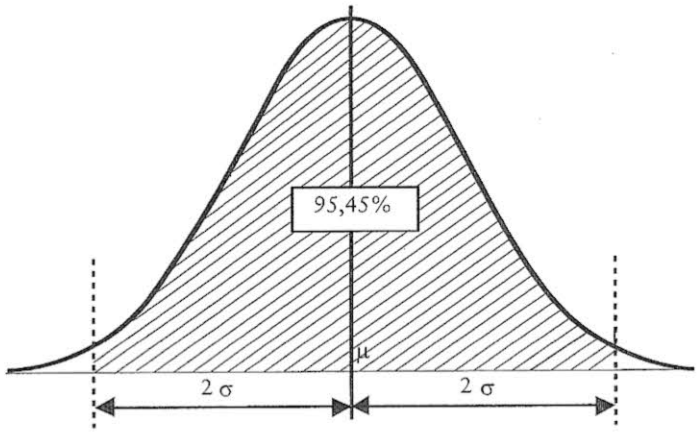


FIGURA 3.11 – Estimativa da repetitividade a partir do desvio-padrão: a área hachurada corresponde a 95,45% da área total.

Denomina-se *repetitividade* a metade do valor da faixa dentro da qual o erro aleatório é esperado. À repetitividade deve ser associada uma probabilidade, que representa as chances de que o valor do erro aleatório esteja, de fato, dentro dessa faixa. Por exemplo, se a probabilidade de 95,45% é adotada, a repetitividade corresponde a 2σ. Embora seja muito comum adotar a probabilidade de 95,45%, outros valores de probabilidade podem ser usados como 95,0%, 99,0% ou 99,7%.

Quando o desvio-padrão é conhecido exatamente, o cálculo da repetitividade para 95,45% é muito fácil. Quando o desvio-padrão não é conhecido, mas deve ser experimentalmente estimado, o cálculo da repetitividade segue outro caminho.

No final do século XIX, o químico e matemático inglês William Sealey Gosset desenvolveu um caminho confiável para estimar parâmetros de um conjunto infinito de dados a partir de amostras finitas. Na época, ele trabalhava em uma cervejaria inglesa onde era responsável pelo controle de qualidade. Sem dúvida um emprego invejável! Certamente procurando encontrar um caminho para facilitar seu trabalho, desenvolveu e pôs em prática uma teoria que envolvia um novo tipo de distribuição – a que chamou de distribuição "t" – com a qual conseguia estimar, com boa segurança, parâmetros estatísticos a partir de amostras finitas. Motivado pelo sucesso de sua idéia, que funcionou muito bem na prática, decidiu publicar um trabalho com a essência dessa nova teoria. Entretanto, a iniciativa de publicar o trabalho foi vetada pelo dono da cervejaria, alegando que não queria expor seus segredos para os concorrentes. Inconformado com essa decisão, ele veio a publicar mais tarde um trabalho, no ano de 1908, à revelia dos seus superiores, usando o pseudônimo de "Student". O trabalho teve uma grande repercussão e até os dias de hoje a distribuição por ele desenvolvida é conhecida como distribuição *t de Student*.

A idéia básica é que quanto mais dados forem usados para estimar o desvio-padrão, melhor será a confiabilidade da estimativa realizada. Entretanto, poucos dados levam a uma estimativa pobre, incerta. Para compensar a incerteza de uma estimativa pobre do desvio-padrão, a repetitividade deve ser calculada multiplicando-se a estimativa do desvio-padrão por um número maior que 2, incorporando assim uma espécie de "coeficiente de segurança" devidamente calculado. Esse número é o fator *t de Student*.[6] Assim, a repetitividade é calculada por:

[6] Em alguns textos, o coeficiente *t de Student* é denominado de *fator de abrangência*, representado pela letra k.

$$Re = \pm\, t \cdot u \qquad (3.9)$$

sendo:

- Re repetitividade
- t coeficiente *t de Student* para 95,45% de probabilidade e n – 1 graus de liberdade
- u incerteza-padrão obtida a partir da amostra com n – 1 graus de liberdade.

A Tabela A.1 contendo os valores dos coeficientes t de Student é reproduzida no Anexo (p.399) para diferentes probabilidades. Neste texto, apenas a probabilidade de 95,45% será utilizada. Note que, para a mesma probabilidade, o valor do coeficiente de Student se reduz quando o número de graus de liberdade aumenta, o que compensa o aumento da confiabilidade da estimativa do desvio-padrão.

A **repetitividade** representa metade do valor da largura da faixa simétrica em torno do zero, dentro da qual, para uma dada probabilidade, o erro aleatório é esperado. É calculada pelo produto da incerteza-padrão pelo respectivo coeficiente t de Student.

No exemplo da balança da Figura 3.2, a incerteza-padrão e o respectivo número de graus de liberdade associado podem ser calculados a partir das 12 indicações disponíveis na Equação (3.8):

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{12}(I_i - 1015)^2}{12-1}} = 1{,}65\ g$$

$$\nu = 12 - 1 = 11$$

O coeficiente t de Student é obtido a partir da Tabela A.1 do Anexo como 2,255 para 95,45% de probabilidade e 11 graus de liberdade. Logo, a repetitividade é calculada como:

$$Re = t \cdot u$$

$$Re = 2{,}255 \cdot 1{,}65 = 3{,}72\ g$$

A faixa definida por ± 3,72 g corresponde ao intervalo dentro do qual o erro aleatório da balança é esperado. São os valores que delimitam

a amplitude de ação do erro aleatório. De fato, verifica-se que os erros aleatórios de todas as indicações estão contidos dentro dessa faixa.

A incerteza-padrão e a repetitividade são parâmetros com os quais é possível, de alguma forma, quantificar a intensidade do erro aleatório de um sistema de medição. São informações importantes e que permitem uma expressão confiável para o resultado da medição.

3.5.4 EFEITOS DA MÉDIA SOBRE OS ERROS DE MEDIÇÃO

Quando uma única medição é efetuada, a indicação obtida provavelmente estará afetada por erros sistemáticos e aleatórios do processo de medição. Os erros sistemáticos podem ser compensados somando a correção à indicação. Embora seja possível delimitar a faixa onde é esperado o erro aleatório, não é possível eliminá-lo por ele ser imprevisível. Entretanto, é possível reduzir as influências do erro aleatório quando várias medições repetidas são efetuadas e é calculada a média das indicações obtidas. O erro aleatório da média é menor do que o erro aleatório das indicações individuais.

Para verificar que o erro aleatório da média é menor que o erro aleatório dos indivíduos, considere um exemplo: em um grande colégio existem dez turmas da oitava série, cada qual com 64 alunos. Considere a estatura (altura) dos alunos. Na mesma turma, estarão naturalmente alunos muito altos, outros com estatura média e outros baixinhos. Se for calculado o desvio-padrão da estatura dos alunos da turma 8ª A, um número relativamente grande será obtido, por exemplo, 0,24 m. A média da estatura da turma 8ª A será um número típico como, por exemplo, 1,68 m. A média e o desvio-padrão da turma 8ª B certamente serão distintos daquelas da turma 8ª A, mas não muito diferentes, por exemplo, 1,65 m e 0,23 m, respectivamente. O mesmo pode ser feito com as demais turmas das oitavas séries. Como as turmas são relativamente grandes, a análise comparativa das estaturas médias de cada turma mostra que as médias variam pouco entre as turmas. As variações entre as estaturas médias são muito menores que as variações entre as estaturas dos indivíduos. Conseqüentemente, o desvio-padrão das estaturas médias será menor que o desvio-padrão das estaturas dos indivíduos.

De fato, é possível demonstrar que o desvio-padrão da média guarda uma relação com o desvio-padrão dos indivíduos bem definida e dada pela equação:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \tag{3.10}$$

sendo:

$\sigma_{\bar{X}}$ o desvio-padrão das médias de "n" indivíduos
σ_X o desvio-padrão dos indivíduos
n o número de indivíduos usados para calcular a média.

A Equação (3.10) permite calcular o desvio-padrão da média a partir do desvio-padrão dos indivíduos. O desvio-padrão da média reduz-se na proporção inversa da raiz quadrada do número de indivíduos usados para o cálculo da média. Quanto maior o número de indivíduos usados para calcular a média, menores serão as variações entre as diferentes médias.

No exemplo, cada turma de 8ª série tem 64 alunos. A estatura média dos 64 alunos é calculada. Ao comparar as estaturas médias das diferentes turmas, estas deverão apresentar pequenas diferenças entre si que levarão ao cálculo de um desvio-padrão oito vezes menor que o desvio-padrão dos indivíduos:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{64}} = \frac{\sigma_X}{8}$$

Da mesma forma, quando medições repetidas do mesmo mensurando são efetuadas, as médias das "n" indicações de medições repetidas apresentarão um desvio-padrão que pode ser calculado pela Equação (3.10). Mas, se o desvio-padrão das médias é reduzido, também serão reduzidas a incerteza-padrão da média e a repetitividade da média. De forma análoga, a incerteza-padrão da média pode ser calculada por:

$$u_{\bar{I}} = \frac{u}{\sqrt{n}}$$

$$u_{\bar{I}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(I_i - \bar{I})^2}{n(n-1)}} \tag{3.11}$$

sendo:

u_i incerteza-padrão da média das "n" medições repetidas
u incerteza-padrão das medições em si, sem o cálculo da média
I_i i-ésima indicação
$\bar{I}$ média das indicações
n número de medições repetitivas efetuadas.

O número de graus de liberdade da incerteza-padrão da média também é calculado por $\nu = n - 1$.

A repetitividade da média é calculada de forma similar: o coeficiente t de Student é multiplicado pela incerteza padrão da média.

$$Re_{\bar{I}} = \frac{Re_i}{\sqrt{n}} = \frac{t \cdot u}{\sqrt{n}} \qquad (3.12)$$

sendo:

$Re_{\bar{I}}$ repetitividade da média de "n" indicações de medições repetidas
t coeficiente de Student
u incerteza-padrão
n número de medições repetitivas usadas para calcular a média

A princípio, um número muito grande de medições repetidas pode deixar o erro aleatório da média tão pequeno que pode ser considerado praticamente inexistente. Por que, então, não se faz isso na prática? Porque o tempo necessário para efetuar um número muito grande de medições repetitivas é inviável na grande maioria dos casos.

Fica claro que a média reduz a intensidade dos erros aleatórios. Por sua vez, a média não possui nenhum efeito sobre os erros sistemáticos.

A média de medições repetidas do mensurando pode reduzir consideravelmente os erros aleatórios. Porém, a média não tem nenhum efeito sobre os erros sistemáticos.

3.6 CURVA DE ERROS E ERRO MÁXIMO

O procedimento adotado no exemplo da balança da Figura 3.2 é a base para a operação denominada *calibração*, que será tratada em detalhes no Capítulo 5. Por repetidas medições de um padrão, cujo valor verdadeiro convencional é bem conhecido, é possível:

a) Estimar a parcela sistemática do erro de medição pela tendência e calcular a correção que deve ser aplicada para compensar os erros sistemáticos;
b) Estimar a faixa dentro da qual é esperado o erro aleatório – a repetitividade – calculada a partir da incerteza-padrão.

Para as condições do exemplo da balança da Figura 3.2, a tendência é + 15,0 g e a repetitividade é 3,7 g. Isso significa que, para aquelas condições, o erro da balança tem + 15,0 g por média e, com cerca de 95,45% de probabilidade, distribui-se dentro da faixa: 15,0 3,7 g. O fato de esses valores terem sido obtidos não significa que os erros da balança sempre estarão dentro dessa faixa. Ao ser medida repetidamente uma outra massa-padrão, por exemplo, 2,00000 ± 0,00001 kg, a média obtida poderá revelar um outro valor distinto para a tendência e para a repetitividade. Esse fato não seria estranho, mas uma característica natural dos sistemas de medição: por razões construtivas ou operacionais, o comportamento do sistema de medição não é sempre o mesmo em todos os pontos da faixa de medição.

Assim, é conveniente determinar a tendência e a repetitividade do sistema de medição para vários pontos dentro da faixa de medição. Comumente, em pelo menos dez pontos da faixa de medição, regularmente distribuídos, essas informações devem ser levantadas, utilizando-se padrões de diferentes valores. Essas informações podem ser convenientemente representadas de forma gráfica pela *curva de erros* do sistema de medição.

Curva de erros é o gráfico que representa a distribuição dos erros sistemáticos e aleatórios ao longo da faixa de medição do sistema de medição.

A curva de erros é formada por três linhas: (A) a linha central, que contém os valores da tendência, (B) o limite superior da faixa, que contém os erros, calculado pela soma da tendência com a repetitividade e (C) o limite inferior da faixa, que contém os erros, calculado subtraindo-se a repetitividade da tendência. Esses valores normalmente se modificam ao longo da faixa de medição; são, portanto, funções do valor da indicação. A forma dessas linhas é imprevisível, depende das características próprias do sistema de medição. A Figura 3.12 mostra um exemplo de curva de erros.

41

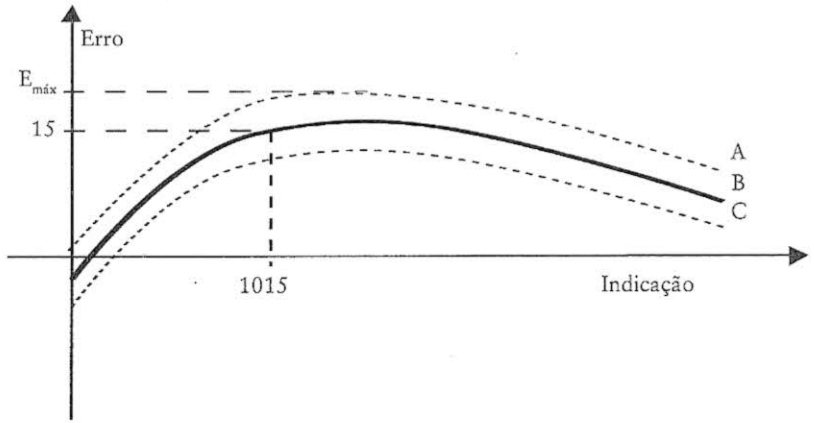


FIGURA 3.12 – Curva de erros de um sistema de medição.

A curva de erros contém as informações necessárias para determinar a correção e a repetitividade para cada valor indicado pelo sistema de medição. Essas informações são importantíssimas para a correta determinação do resultado da medição. Por exemplo, para a curva de erros da Figura 3.12, que corresponde à balança da Figura 3.2, quando a indicação é de 1015 a linha central da curva de erros revela que a tendência é 15 g, o que corresponde à correção de –15 g. A diferença entre a linha central e um dos limites (superior ou inferior) corresponde à repetitividade, que, nesse caso, é de 3,7 g.

O procedimento experimental pelo qual a curva de erros é determinada envolve um conjunto limitado de pontos nos quais a tendência e a repetitividade são calculadas. Freqüentemente, no momento de utilizar a curva de erros, a indicação não coincide exatamente com um dos pontos usados para construí-la. É comum aplicar algum tipo de interpolação para determinar a tendência e a repetitividade para um ponto intermediário a partir dos pontos vizinhos. Por simplicidade, interpolações lineares são muitas vezes usadas com resultados aceitáveis. Outros tipos de interpolações mais elaboradas também podem ser utilizados.

A Equação (3.13) pode ser usada para interpolar linearmente o valor da correção a partir de pontos vizinhos 1 e 2, nos quais as correções são conhecidas. Normalmente, um ponto vizinho à direita e outro à esquerda do ponto interpolado são adotados. Com algum cuidado, essa

equação também se aplica para extrapolações, caso em que os pontos 1 e 2 estão ambos à esquerda ou ambos à direita do ponto desejado.

$$C = C_1 + \frac{C_2 - C_1}{I_2 - I_1}(I - I_1) \qquad (3.13)$$

sendo:

C	correção interpolada
I	indicação correspondente
I_1 e C_1	indicação e correção de um ponto vizinho tabelado
I_2 e C_2	indicação e correção de outro ponto vizinho tabelado.

Um exame da curva de erros mostra que os erros de medição possuem dois valores extremos: um máximo e outro mínimo. O valor extremo cujo valor absoluto é máximo é conhecido como *erro máximo*. De fato, nenhum ponto da curva de erros apresenta, em valor absoluto, erro superior ao valor do erro máximo. Toda a curva de erros permanece contida dentro da faixa compreendida entre menos o valor do erro máximo e mais o valor do erro máximo. Para a curva de erros da Figura 3.12, o erro máximo é de 20 g.

Erro máximo é o erro com maior valor absoluto que pode ser cometido pelo sistema de medição nas condições em que foi avaliado.

O erro máximo é uma informação valiosa, porém é muito mais pobre que a curva de erros. Não é possível, por exemplo, saber qual parcela do erro máximo decorre da componente sistemática e qual resulta da aleatória. Entretanto, na falta da curva de erros, o valor do erro máximo é uma informação importante que delimita a faixa extrema dentro da qual se espera que o erro de medição seja encontrado. Embora essa informação seja suficiente para determinar o resultado de uma medição de forma confiável, a qualidade do resultado da medição é sempre melhor quando se conhece e compensa a parcela sistemática.

3.7 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS ERROS DE MEDIÇÃO

Para facilitar o entendimento de alguns elementos que formam o resultado da medição, é conveniente representar graficamente o comporta-

mento de um sistema de medição. Um sistema de medição perfeito, sem erros aleatórios nem sistemáticos, seria representado pela Figura 3.13. Os valores do mensurando são representados na escala inferior. Na escala superior, são representadas as indicações. O retângulo entre as duas escalas é o elemento que relaciona o mensurando com a indicação, isto é, o sistema de medição. Um sistema de medição perfeito mostraria indicações que corresponderiam exatamente ao valor do mensurando. Portanto, a conexão entre o valor do mensurando e a indicação do sistema de medição seria feita pela seta vertical representada na figura.

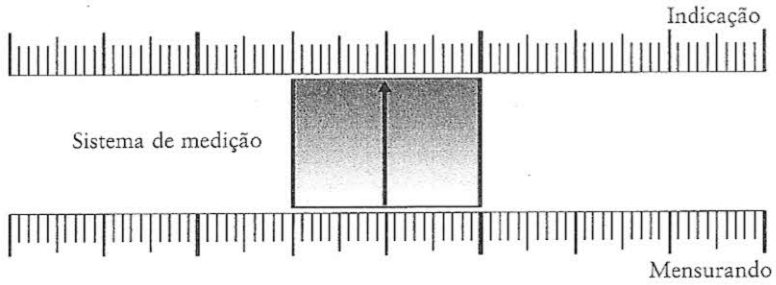


FIGURA 3.13 – Representação gráfica de um sistema de medição perfeito.

Na presença de erros sistemáticos e aleatórios, a indicação não corresponde mais exatamente ao valor do mensurando. O erro sistemático desvia a indicação média do valor do mensurando. Os erros aleatórios produzem variações nos valores indicados dentro da faixa correspondente à repetitividade. A Figura 3.14 representa um caso em que o erro sistemático é positivo, desviando o erro médio para a direita. Graficamente, isso corresponde a uma inclinação para a direita da seta que une o valor do mensurando à indicação média. Em função do erro aleatório, espera-se que as indicações estejam contidas dentro da faixa delimitada pela base do triângulo, o que corresponde a Re. Assim, a seta corresponde ao erro sistemático e a base do triângulo, aos erros aleatórios.

Quando apenas o erro máximo do sistema de medição é conhecido, a relação entre o valor do mensurando e as indicações é representada pela Figura 3.15. A faixa $E_{máx}$ é a região em que as possíveis indicações são esperadas. Corresponde à base do triângulo. Como o erro sistemático não é conhecido, os erros são distribuídos simetricamente em torno do valor central, da mesma forma como se fossem apenas erros aleatórios.

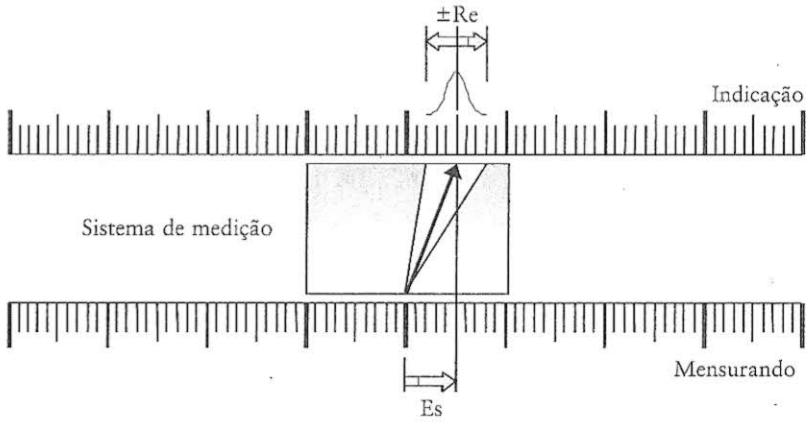


FIGURA 3.14 – Representação gráfica de um sistema de medição com erros sistemáticos e aleatórios.

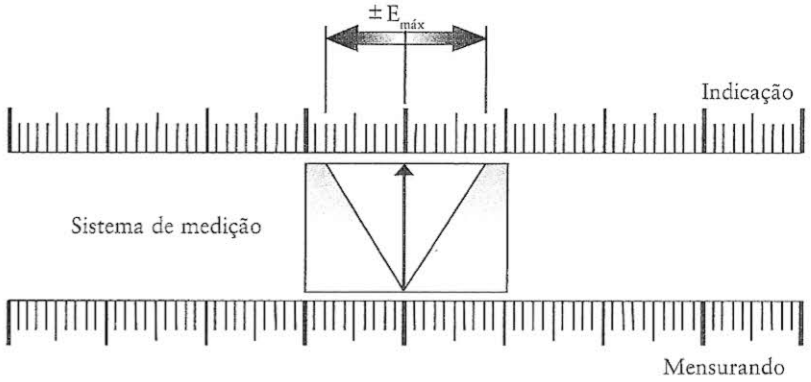


FIGURA 3.15 – Representação gráfica do comportamento metrológico de um sistema de medição do qual apenas o erro máximo é conhecido.

A curva de erros representada na Figura 3.16 corresponde a uma situação muito comum em que os erros sistemáticos e a intensidade dos erros aleatórios variam ao longo da faixa de medição. Para cada região da faixa de medição, a representação gráfica do comportamento metrológico do sistema de medição muda. Na Figura 3.16, o sistema de medição é representado em quatro pontos distintos da curva de erros: A, B, C e D. Note que a seta dos erros sistemáticos e o triângulo dos erros aleatórios se modificam para cada um dos quatro pontos.

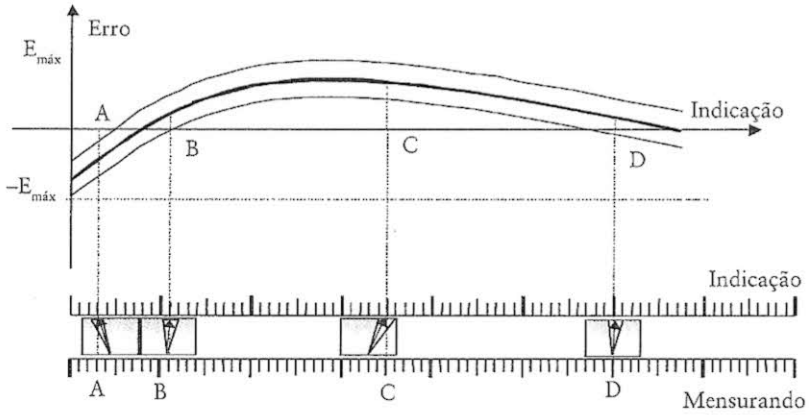


FIGURA 3.16 – Representação gráfica do comportamento metrológico do sistema de medição em quatro pontos da sua faixa de medição.

3.8 ERRO OU INCERTEZA?

Erro de medição e *incerteza de medição* não são sinônimos. É necessário deixar claro as diferenças.

O *erro de medição* é um *número*. É a diferença entre o valor indicado por um sistema de medição e o valor verdadeiro do mensurando. Por meio de uma calibração e do levantamento da curva de erros, é possível estimar aproximadamente o valor da parte sistemática (previsível) do erro de medição e estimar a faixa dentro da qual se situará a parte aleatória (imprevisível).

Erro de medição é o número que resulta da diferença entre o valor indicado por um sistema de medição e o valor verdadeiro do mensurando.

Como não é possível conhecer e corrigir totalmente o erro de medição, uma parcela de dúvida sempre estará presente em qualquer medição efetuada. A dúvida associada a uma medição é denominada de *incerteza de medição*. A palavra *incerteza* significa *dúvida*. De forma ampla, *incerteza de medição* significa *dúvida acerca do resultado de uma medição*.

Incerteza de medição é o parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão de valores que podem fundamentadamente ser atribuídos ao mensurando.

A incerteza de cada medição deve sempre ser determinada. Deve fazer parte de qualquer resultado. Conhecer e declarar a incerteza associada a uma medição é uma obrigação que deve nortear qualquer trabalho sério. Ignorar ou fazer de conta que não há incerteza em uma medição é, em geral, sinal de falta de conhecimento ou despreparo de quem a faz.

A incerteza, portanto, está associada ao resultado de qualquer medição. Decorre da ação combinada de múltiplas fontes de erros. O erro aleatório do sistema de medição, a ação do operador, fatores ambientais e a maneira como as medições são efetuadas são exemplos de fatores que compõem a incerteza de medição. A estimativa da incerteza envolve considerações adicionais que serão abordadas em detalhes nos Capítulos 6 e 7.

3.9 FONTES DE ERROS

As imperfeições do sistema de medição são talvez as causas mais evidentes dos erros de medição. São fatores internos ao sistema de medição que, em maior ou menor grau, podem dar origem a erros sistemáticos e/ou aleatórios. O operador, o procedimento de medição, a forma como o mensurando é definido, as condições ambientais do local e o momento em que a medição é realizada são outros fatores que independem do sistema de medição, mas também geram erros. São, portanto, fontes de erros.

Denomina-se **fonte de erros** qualquer fator que, agindo sobre o processo de medição, dá origem a erros de medição.

Fontes de erros podem ser internas ao sistema de medição ou externas a ele, podem decorrer da interação entre o sistema de medição e o mensurando ou entre o sistema de medição e o operador. A Figura 3.17 ilustra de forma esquemática essa situação.

Alguns fatores que induzem erros são facilmente identificáveis. Outros dependem de um senso aguçado de percepção para serem detectados. A seguir, esses fatores serão detalhados.

3.9.1 FATORES INTERNOS AO SISTEMA DE MEDIÇÃO

Não há sistema de medição perfeito. Limitações tecnológicas e econômicas levam à construção de sistemas de medição não-ideais. Há imperfeições nas partes que os compõem, nas conexões, nos conjuntos,

44

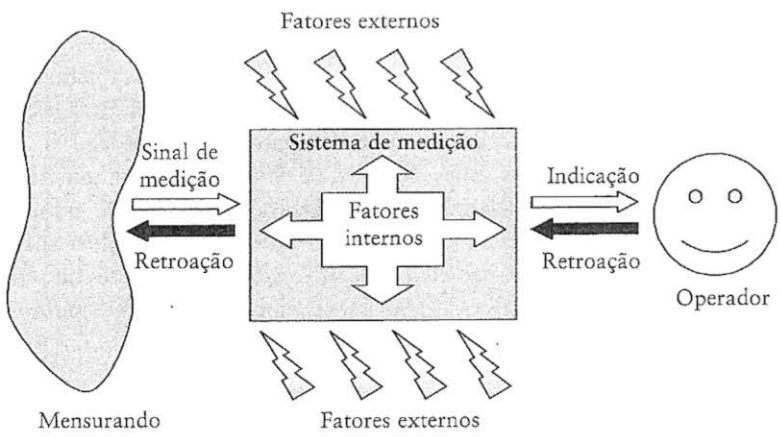


FIGURA 3.17 – Fatores internos e externos causadores de erros em sistemas de medição.

nos circuitos e nos demais módulos. O próprio princípio físico de operação do sistema de medição pode dar origem a erros de medição.

Nos sistemas de medição mecânicos, erros de geometria nas partes e mecanismos são as principais fontes de erros internos. Por limitações tecnológicas e de custos, a qualidade das partes e dos componentes utilizados e o rigor com que são montados e alinhados os mecanismos se afastam do ideal. Com o uso contínuo, as peças mecânicas, expostas a movimentos relativos, tendem a se desgastar, intensificando as folgas e piorando o desempenho do conjunto. Quando molas e outros elementos que se deformam são envolvidos, o comportamento não perfeitamente elástico dos materiais é outro fator que pode dar origem a erros de medição.

Nos sistemas de medição elétricos, as conexões e propriedades dos componentes eletrônicos, assim como o desempenho dos circuitos, são as maiores fontes de erros internos. As não-idealidades dos circuitos eletrônicos geram erros de medição. As propriedades dos vários componentes eletrônicos, que não coincidiam exatamente com os valores de projeto, tendem a se degradar com o envelhecimento natural dos componentes, afastando ainda mais o desempenho dos circuitos do ideal. Resistências ôhmicas, tensões termoelétricas e galvânicas nos contatos e conexões são outros fatores que, em maior ou menor grau, podem dar origem a erros de medição.

O próprio princípio de funcionamento do sistema de medição já pode dar origem a erros de medição. Considere o exemplo da Figura 3.18. Trata-se de um sistema de medição de forças baseado na propriedade de uma mola se alongar de maneira proporcional à força aplicada. Para pequenas forças, o comportamento do alongamento da mola em função da força aplicada é mesmo linear. Entretanto, à medida que o valor da força ultrapassa um certo nível, o comportamento força-alongamento deixa de ser linear, gerando um erro que depende do valor da força aplicada.

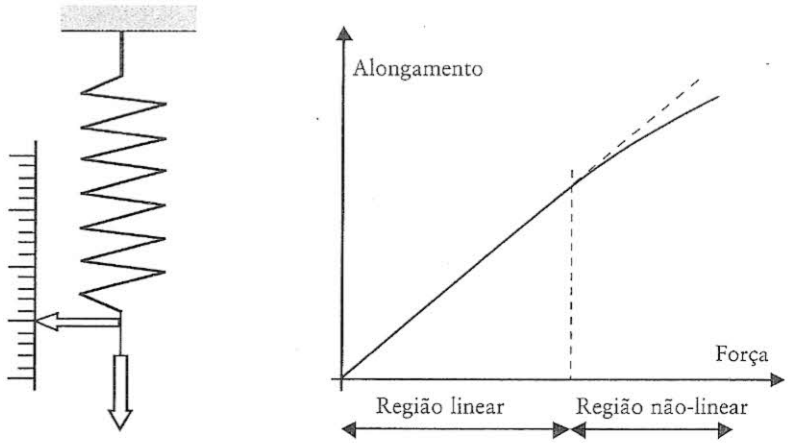


FIGURA 3.18 – Erros em um sistema de medição de forças provocados pelo comportamento não-linear da mola.

3.9.2 FATORES EXTERNOS AO SISTEMA DE MEDIÇÃO

O ambiente no qual o sistema de medição está inserido pode influenciar o seu comportamento. A presença de vibrações mecânicas e as variações de temperatura podem provocar erros de medição expressivos nos sistemas de medição mecânicos. Já a presença de fortes campos eletromagnéticos, flutuações da tensão e variações na freqüência da rede elétrica e da temperatura são fatores que podem afetar o comportamento dos sistemas de medição elétricos. Variações da temperatura, umidade do ar e pressão atmosférica podem induzir erros nos sistemas ópticos de medição com maior ou menor intensidade.

Freqüentemente, os fatores ligados ao ambiente estão em contínua mudança. Conseqüentemente, os erros de medição induzidos por esses fatores também se modificam ao longo do tempo. No momento do uso do sistema de medição, fica uma dúvida: será que uma alteração observada na indicação do instrumento de medição é conseqüência da variação do mensurando? Ou decorre dos efeitos provocados pelos fatores ambientais? Sem um bom controle das condições ambientais ou cuidados especiais durante a medição não é possível responder a essas questões de forma segura.

Para obter resultados confiáveis de medições, é necessário tomar alguns cuidados. A forma mais segura é manter estáveis e controladas as condições ambientais que têm maior influência sobre o processo de medição. O uso de salas de medição climatizadas, fontes de tensão elétrica estabilizadas e blindagens eletromagnéticas são práticas comuns em laboratórios de medição onde é importante obter melhores incertezas de medição.

No chão de fábrica, raramente as condições ambientais são controladas da forma ideal. A principal razão é o custo proibitivo de manter um rígido controle sobre temperatura, umidade, tensão estabilizada e blindagens de uma área industrial. Conseqüentemente, as incertezas atingidas são sempre piores. Técnicas de medição apropriadas ou sistemas de medição mais robustos são muitas vezes usados para atingir os níveis de incerteza compatíveis com as necessidades específicas do processo produtivo.

Sem dúvida, a temperatura é o fator ambiental com maior influência sobre os sistemas mecânicos que medem comprimentos. Sua importância é tão grande que será tratada à parte no Item 3.9.5.

3.9.3 INTERAÇÕES E RETROAÇÕES

Um sistema de medição ideal não deve provocar nenhuma alteração no mensurando. Entretanto, a grande maioria dos sistemas de medição existentes interage em maior ou menor grau com o mensurando, podendo modificar o seu valor. Esse efeito indesejado é uma fonte de erros denominada *retroação*. A detecção dos erros de retroação nem sempre é simples, podendo exigir um profundo conhecimento sobre o processo de medição.

A Figura 3.19 exemplifica claramente um erro de retroação do sistema de medição sobre o mensurando. Trata-se da medição da temperatura do café produzido por uma máquina automática. Uma amostra

do café quente é retirada da máquina e acondicionada em um pequeno recipiente termicamente isolado, capaz de manter a temperatura estável por alguns minutos. Suponha que a temperatura do café seja 70°C. Um termômetro de bulbo é utilizado para medir a temperatura do café. Inicialmente, o termômetro está na temperatura do ambiente, por exemplo, 20°C. Quando o termômetro é inserido no recipiente com café, ocorre uma troca de energia: o café quente e o termômetro mais frio interagem até que um equilíbrio térmico seja atingido. A temperatura em que o equilíbrio é atingido depende das características do termômetro e do volume do recipiente com café, mas sempre será abaixo da temperatura inicial do café. No exemplo, a temperatura de equilíbrio é de 65°C. Na ausência de qualquer outro erro de medição, o termômetro estaria indicando a temperatura em que se encontra o café no recipiente. Entretanto, essa temperatura não corresponde mais à temperatura produzida pela máquina automática de café.

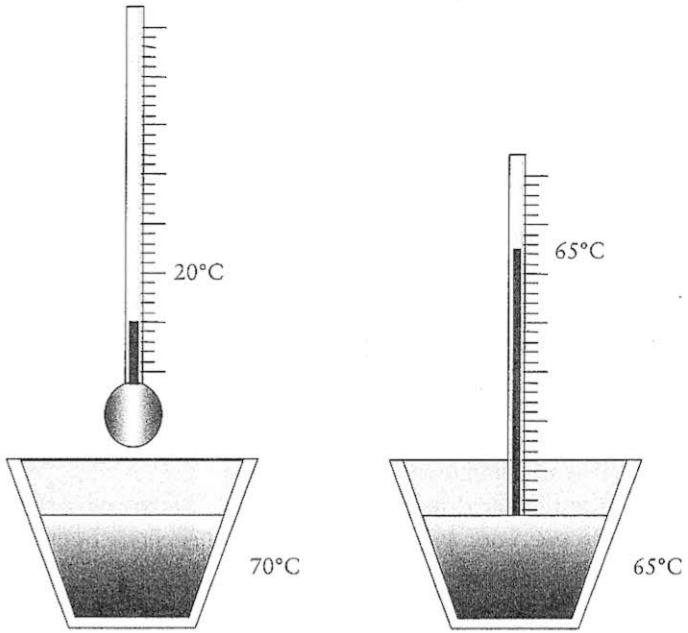


FIGURA 3.19 – Erro de retroação do sistema de medição sobre o mensurando: a presença do termômetro altera a temperatura do líquido.

46

Sem o conhecimento prévio da temperatura do café, não teria sido tão fácil detectar a existência do erro de retroação no exemplo da Figura 3.19. De fato, no caso geral em que o mensurando é desconhecido, é necessária uma análise aprofundada e um amplo conhecimento dos fenômenos envolvidos para detectar, quantificar e corrigir o erro de retroação. No exemplo da Figura 3.19, seria possível reduzir o erro de retroação usando outro sistema de medição com menor massa térmica, como um termopar. Outra alternativa seria usar um recipiente isolado com volume muito maior de café.

3.9.4 A INFLUÊNCIA DO OPERADOR

Os diferentes níveis de habilidade, a acuidade visual, a correta aplicação da técnica de medição e os cuidados do operador em efetuar a medição podem introduzir, em maior ou menor grau, erros de medição.

Alguns sistemas de medição são construídos de forma que seu desempenho é muito pouco dependente das habilidades do operador. Uma balança eletrônica digital é um exemplo de sistema de medição em que o operador tem pouca ou nenhuma influência sobre o seu desempenho. Um micrômetro digital é outro exemplo: um dispositivo especial, denominado "catraca", mantém a força de medição constante e repetitiva. O indicador digital evita erros de leitura. A possibilidade de interfaceamento com computadores praticamente elimina erros que poderiam ter sido provocados por anotações incorretas.

Outros instrumentos são muito mais sensíveis às qualidades e às habilidades do seu operador. Instrumentos que dependem de interpolações das suas escalas para obter a indicação, como os paquímetros e vários instrumentos de indicação analógica, são alguns exemplos. Ohmímetros sensíveis à pressão de contato entre seus eletrodos e à resistência elétrica medida e paquímetros, cuja força de medição é definida pelo operador, são outros exemplos.

Não é muito fácil quantificar os níveis de erros de medição introduzidos pelo operador. Para detectar se a influência do operador é grande, é comum avaliar as variações obtidas quando diferentes operadores são envolvidos para medir o mesmo mensurando com o mesmo sistema de medição. Essas variações são comparadas com as variações obtidas quando um único operador mede repetidamente o mesmo mensurando com o único sistema de medição. A influência do operador será grande

se as variações obtidas para diferentes operadores forem muito superiores às variações calculadas para um operador apenas.

3.9.5 EFEITOS DA TEMPERATURA NA METROLOGIA DIMENSIONAL

A quase totalidade dos materiais muda suas dimensões em função da temperatura. Essa propriedade é denominada *dilatação térmica*. A variação das dimensões lineares é proporcional à variação de temperatura. O fator de proporcionalidade é denominado *coeficiente de dilatação térmica*, freqüentemente representado pela letra grega α (alfa).

Dilatação térmica é a propriedade de os materiais modificarem suas dimensões em função das variações da temperatura a que estão sujeitos.

A Figura 3.20 representa em linha cheia uma peça retangular numa temperatura inicial. Em função do aumento da temperatura ambiente, a peça sofre dilatação térmica, aumentando suas dimensões. A figura desenhada em linhas tracejadas representa, em escala exagerada, a peça dilatada.

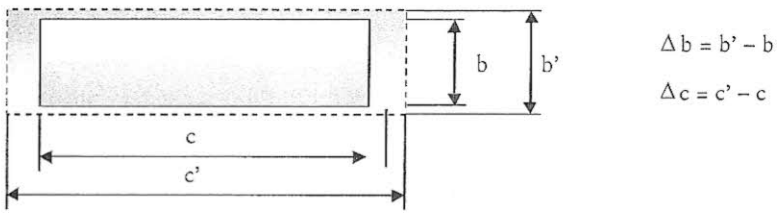


FIGURA 3.20 – Dilatação térmica de uma peça retangular.

O aumento das dimensões lineares da peça obedece à equação da dilatação térmica. As variações de comprimento são proporcionais ao comprimento inicial e às variações de temperatura. São calculadas pela seguinte equação:

$$\Delta L = \alpha \; L \; \Delta T \qquad (3.14)$$

47

sendo:

ΔL variação do comprimento
α coeficiente de dilatação térmica do material
L comprimento inicial
ΔT variação de temperatura.

O coeficiente de dilatação térmica é uma característica do material envolvido. Para a maioria dos tipos de aço, o valor típico do coeficiente de dilatação térmica é de $\alpha = 11{,}5\ \mu m/(m \cdot K)$. Esse valor significa que para cada 1 K de variação da temperatura (o que equivale à variação de 1°C) uma peça de aço de um metro de comprimento inicial aumentaria sua dimensão em 11,5 μm. Já o alumínio dilata-se cerca de duas vezes mais que o aço. Seu coeficiente de dilatação térmica é da ordem de $\alpha = 23\ \mu m/(m \cdot K)$. Como $1\ m = 10^6\ \mu m$, o coeficiente de dilatação térmica do aço pode ser escrito de forma alternativa como: $\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}/K$ para o aço ou $\alpha = 23 \cdot 10^{-6}/K$ para o alumínio. O conhecimento desses valores permite o cálculo da dilatação térmica.

Por exemplo, suponha que na Figura 3.20 a peça representada seja de aço e que suas dimensões sejam b = 10,000 mm e c = 40,000 mm no instante em que a temperatura seja T = 20°C. Suponha que, após algum tempo, a temperatura atinja 30°C. Em função da dilatação térmica, as dimensões b e c vão se modificar para b' e c', representadas de forma exagerada na figura. As variações das dimensões b e c podem ser calculadas a partir da aplicação direta da Equação (3.14):

$$\Delta b = \alpha\ b\ \Delta T$$
$$\Delta b = 11{,}5 \cdot 10^{-6}/K \cdot 10{,}000\ mm \cdot 10\ K$$
$$\Delta b = 0{,}00115\ mm$$
$$\Delta b = 1{,}15\ \mu m$$

e

$$\Delta c = \alpha\ c\ \Delta T$$
$$\Delta c = 11{,}5 \cdot 10^{-6}/K \cdot 40{,}000\ mm \cdot 10\ K$$
$$\Delta c = 0{,}00460\ mm$$
$$\Delta c = 4{,}60\ \mu m$$

Portanto, após a dilatação térmica os comprimentos b e c passarão a ser b' = 10,001 mm e c' = 40,005 mm, aproximadamente. Note que embora essas variações sejam pequenas, podem ser grandes o suficiente para comprometer o funcionamento de uma peça de precisão.

A maneira com que a dilatação térmica ocorre preserva a forma da peça. Note que as variações Δb e Δc são proporcionais aos valores iniciais de b e c, respectivamente. Quanto maior o comprimento inicial, maior será a sua variação. O efeito visual da dilatação térmica se assemelha ao de um *zoom*, isto é, ampliação uniforme da sua imagem sem deformações. Proporções e ângulos são mantidos inalterados.

O exemplo deixa claro que a dimensão de uma peça não é única, mas varia com a temperatura. A 20°C, a dimensão c = 40,000 mm. A 30°C, c' = 40,005 mm. Qual é, efetivamente, o valor da dimensão c?

Para resolver essa ambigüidade, foi definida uma temperatura de referência. Por convenção, foi estabelecido que o valor do comprimento é aquele que a peça apresenta na temperatura de 20°C. Todas as dimensões indicadas em desenhos técnicos referem-se às dimensões que a peça apresentará a 20°C. Isto é válido para comprimentos, diâmetros, ângulos, espessuras, etc.

20°C é a temperatura de referência para a medição dimensional. Os desenhos e especificações sempre se referem às características que as peças apresentam a 20°C.

Manter a peça a 20°C durante a medição das suas dimensões é o caminho mais natural. De fato, essa prática é comum em laboratórios de medição que são instalados em ambientes com temperatura estabilizada em 20°C. Deve ficar claro que não é suficiente que as peças estejam dentro do ambiente climatizado a 20°C, mas que suas temperaturas sejam 20°C. Quando esta for originada do processo ou de outro ambiente com temperatura distinta de 20°C, pode ser necessário aguardar um tempo, que varia de alguns minutos a poucas horas, para que a temperatura da peça a ser medida seja equalizada em 20°C.

O sistema de medição de comprimentos, por sua vez, também está sujeito à dilatação térmica. Se a medição ocorre em um ambiente onde a temperatura difere de 20°C, as dimensões do sistema de medição também estarão alteradas. Ocorre a dilatação da peça a medir e, simultaneamente, a dilatação do sistema de medição. A dilatação de ambas as partes pode ou não causar erros de medição.

Para visualizar o efeito da dilatação térmica do sistema de medição e da peça a medir, considere a Figura 3.21. Estão representados a peça a medir e o sistema de medição, no caso, uma escala usada para medir o comprimento da peça. A parte A da figura representa a medição sendo efetua-

da na temperatura de referência, portanto, sem que os efeitos da dilatação térmica estejam presentes. Se ambos os sistemas de medição forem formados pelo mesmo material ou por materiais com os mesmos coeficientes de dilatação térmica, ambos mudarão suas dimensões com a dilatação térmica de forma similar. A parte B da figura representa, de forma exagerada, uma situação na qual a temperatura é maior que a de referência. Note que a peça a ser medida aumentou suas dimensões pela dilatação. O sistema de medição também aumentou suas dimensões. Como os coeficientes de dilatação são os mesmos, tanto a peça a ser medida quanto o trecho correspondente ao seu comprimento na escala dilataram na mesma quantidade. Como resultado, a escala continua mostrando a mesma indicação que mostrava a 20°C. A parte C da figura envolve uma condição em que a temperatura é inferior à de referência. Note que a dilatação nesse caso é negativa, isto é, ambas as peças reduzem suas dimensões. Também neste caso, ambas as partes possuem o mesmo coeficiente de dilatação térmica, por isso a retração provocada pela temperatura é a mesma, produzindo a mesma indicação obtida na temperatura de referência. É possível concluir que, nesses casos, a dilatação térmica não produz erros de medição quando o sistema de medição e a peça a ser medida são do mesmo material ou são de materiais que possuem o mesmo coeficiente de dilatação térmica.

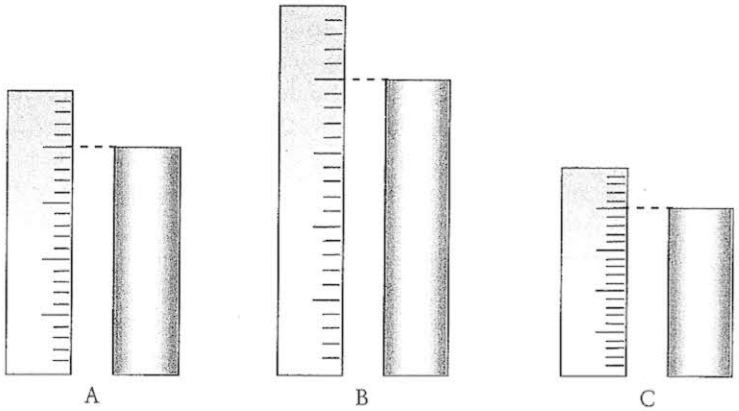


FIGURA 3.21 – Dilatação térmica de uma escala e da peça a ser medida sendo ambas de mesmo material: (A) na temperatura de referência, (B) acima da temperatura de referência e (C) abaixo da temperatura de referência.

Quando o sistema de medição e a peça a ser medida são do mesmo material ou são de materiais que possuem o mesmo coeficiente de dilatação térmica e estão na mesma temperatura, a dilatação térmica não produz erros de medição.

Praticamente todos os sistemas de medição de comprimentos são construídos de aço, que é o material mais usado na indústria mecânica. Assim, com freqüência, a compensação da dilatação térmica ocorre de forma natural. Porém, é necessário prestar atenção para que a temperatura do sistema de medição **seja a mesma** da temperatura da peça a ser medida.

Nem todas as peças produzidas na indústria mecânica são de aço. Alumínio, latão, aços-liga ou inoxidáveis, materiais à base de fibras de carbono ou *kevlar* possuem coeficientes de dilatação térmica distintos do aço. Nesse caso, a compensação da dilatação térmica já não ocorre de forma natural. A Figura 3.22 representa a medição do comprimento de uma peça construída de um material com coeficiente de dilatação térmica maior que o do sistema de medição. Na parte A, a medição é feita na temperatura de referência, sendo obtida a indicação correta. Na parte B, a temperatura é superior à de referência e a dilatação da peça a ser medida é maior que a do trecho correspondente no sistema de medição. Note que, neste caso, a indicação obtida é maior que a correta, levando a um erro de medição positivo. No caso C, quando a temperatu-

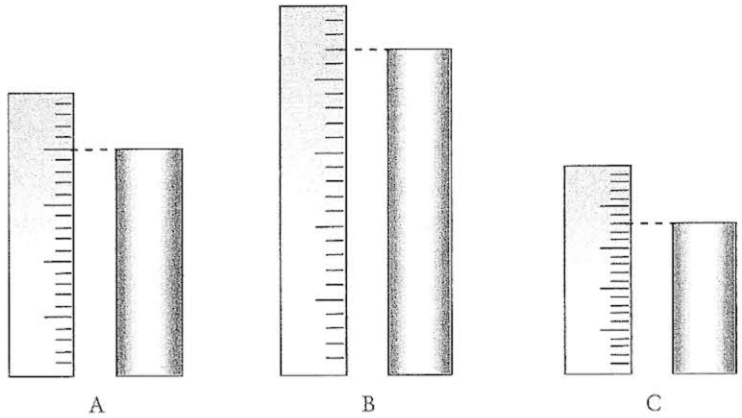


FIGURA 3.22 – Dilatação térmica de uma escala e da peça a ser medida de distintos materiais: (A) na temperatura de referência, (B) acima da temperatura de referência e (C) abaixo da temperatura de referência.

ra é inferior à de referência, a retração da peça a ser medida é maior que a do trecho correspondente no sistema de medição, produzindo um erro de medição negativo.

O erro de medição de comprimentos devido à diferença de temperatura, quando o sistema de medição e a peça são de materiais com distintos coeficientes de dilatação térmica, pode ser calculado e corrigido. Para tal, é necessário conhecer os valores dos coeficientes de dilatação térmica de ambos os materiais e a temperatura em que a medição está sendo efetuada. A Equação (3.14) é aplicada duas vezes para calcular a diferença entre a dilatação térmica do sistema de medição e da peça a ser medida. A Tabela 3.1 apresenta de forma sintetizada as correções aplicadas em seis casos distintos.

TABELA 3.1 – Correção a ser aplicada para compensar o erro provocado pela temperatura na medição de comprimentos

Caso	Sistema de medição		Peça a ser medida		Correção devido à temperatura
	Material	Temperatura	Material	Temperatura	
1	A	20°C	A	20°C	$C = 0$
2	A	$T_{SM} \neq 20°C$	A	$T_P = T_{SM}$	$C = 0$
3	A	T_{SM}	A	$T_{SM} \neq T_P$	$C = \alpha_A \cdot L \cdot (T_{SM} - T_P)$
4	A	20°C	B	20°C	$C = 0$
5	A	$T_{SM} \neq 20°C$	B	$T_{SM} = T_P$	$C = (\alpha_A - \alpha_B) \cdot (T_{SM} - 20°C) \cdot L$
6	A	T_{SM}	B	$T_{SM} \neq T_P$	$C = [\alpha_A \cdot (T_{SM} - 20°C) - \alpha_B \cdot (T_P - 20°C)] \cdot L$

Sendo:

α_A e α_B	coeficientes de dilatação térmica dos materiais A e B, respectivamente
T_{SM} e T_P	temperaturas do sistema de medição e da peça medida, respectivamente
L	comprimento medido
C	correção a ser aplicada.

A análise da Tabela 3.1 revela que há três casos em que a temperatura não induz erros na medição de comprimentos. Os casos 1 e 4 envolvem medições em ambientes climatizados a 20°C. A climatização do ambiente onde a medição será realizada é uma excelente solução do ponto de vista metrológico, mas geralmente é uma solução cara, quase sempre restrita a laboratórios de medição. Torna-se economicamente inviável se uma grande área precisa ser climatizada, como seria o caso de uma área de produção. O caso 2 é uma solução muito usada na indústria quando as peças produzidas são de aço, mas é necessário verificar se os coeficientes de dilatação térmica são muito próximos e garantir que tanto a peça quanto o sistema de medição estejam, de fato, na mesma temperatura. Uma peça que acabou de sair da máquina, ainda quente, precisa aguardar determinado período até atingir a temperatura do ambiente onde está o sistema de medição.

A correção do erro devido à temperatura é uma alternativa mais trabalhosa, mas perfeitamente confiável. Considere o Exemplo 3.1 a seguir:

Exemplo 3.1:

O diâmetro de um eixo de alumínio foi medido por um micrômetro em um ambiente com temperatura de 32°C. Foi encontrada a indicação de 21,427 mm. Determine a correção a ser aplicada no valor do diâmetro do eixo para compensar o efeito da temperatura.

Solução:

Sendo o micrômetro de aço e o eixo de alumínio e assumindo que ambos estão à mesma temperatura de 32°C, essa situação corresponde ao caso 5 da Tabela 3.1. Os coeficientes de dilatação térmica dos dois materiais são:

$$\alpha_{AÇO} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}/K \quad \text{e} \quad \alpha_{Al} = 23{,}0 \cdot 10^{-6}/K$$

A correção a ser aplicada é calculada por:[7]

$$C = (\alpha_{AÇO} - \alpha_{Al}) \cdot (T_P - 20°C) \cdot L$$
$$C = (11{,}5 - 23{,}0) \cdot 10^{-6}/K \cdot (32 - 20)K \cdot 21{,}427 \text{ mm}$$
$$C = -0{,}00296 \text{ mm}$$

Logo, a indicação corrigida passa a ser:

$$Ic = I + C$$
$$Ic = 21{,}427 - 0{,}00296$$
$$Ic = 21{,}424 \text{ mm}$$

[7] Note que a variação de temperatura de 12°C equivale a uma variação de temperatura de 12 K.

No caso representado na Figura 3.20, fica claro que ocorre compensação do erro da dilatação térmica pela temperatura. Tanto a escala quanto a peça a ser medida apresentam comprimentos retilíneos e paralelos. Entretanto, essa conclusão também é válida para sistemas de medição de comprimentos com outras formas geométricas. Para verificar se essa informação é verdadeira, considere a Figura 3.23. Trata-se de um conjunto de duas peças, ambas do mesmo material. Na figura, a dimensão interna C_i é igual à dimensão externa C_e de tal forma que, se suas formas geométricas fossem perfeitas, seria possível encaixar a peça em forma de "I" dentro da peça em forma de "C" sem que nenhuma folga resultasse num ambiente com temperatura de 20°C.

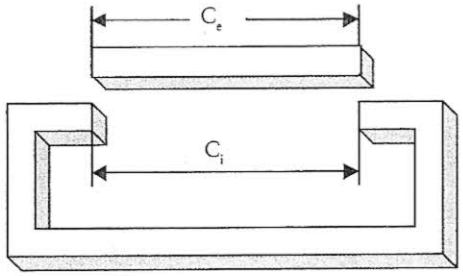


FIGURA 3.23 – Duas peças de mesmo material a 20°C com dimensões C_e e C_i iguais.

Se o conjunto representado na Figura 3.23 for trazido para um ambiente com temperatura distinta de 20°C seria ainda possível encaixar a peça em "I" dentro da peça em "C" sem folgas? Para responder a essa pergunta, a peça em "C" pode ser seccionada nas três partes da forma representada na Figura 3.24. Os cortes foram feitos de maneira que a parte 3 tenha o mesmo comprimento da peça em "I". As partes 2 e 4 são simétricas em relação a um eixo horizontal. As dilatações das peças 2 e 4 resultarão em alterações das suas dimensões, porém a simetria em relação ao eixo horizontal será preservada. Devido à simetria da peça 2, as faces 2A e 2B, que estavam sobre a mesma linha vertical antes da dilatação, permanecerão sobre a mesma linha vertical após a dilatação. A mesma conclusão é válida para as faces 4A e 4B.

Então, a distância entre as faces 2A e 4A permanecerá igual à distância entre as faces 2B e 4B. A dilatação térmica da peça 3 determinará a distância entre as faces 2B e 4B, que é igual à distância entre 2A e 4A, que corresponde à dimensão C_i apresentada na Figura 3.23. Assim, a dimensão C_i será sempre igual à dimensão da peça 3 que tem o mesmo comprimento inicial da peça 1, e corresponde à dimensão C_e. Conclusão: as dimensões C_i e C_e permanecerão iguais após a dilatação térmica se ambas as partes forem de mesmo material e estiverem expostas à mesma variação de temperatura.

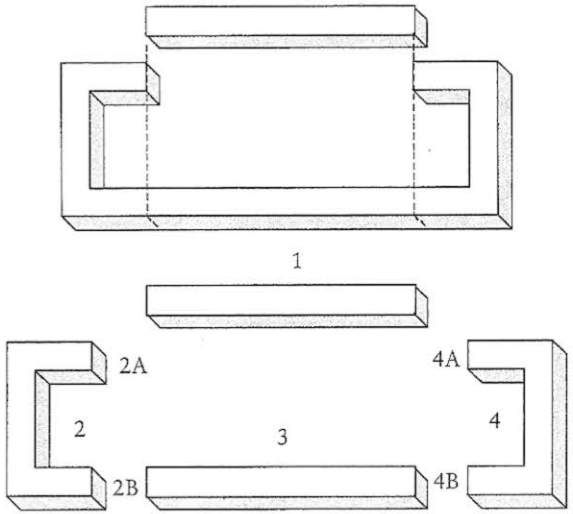


FIGURA 3.24 – Seccionamento da peça em "C" em três partes.

Considere agora a Figura 3.25. A peça em "I" foi representada por uma peça cujo comprimento deve ser medido. Um tambor graduado foi acrescentado à direita da peça em "C", simbolizando um micrômetro simplificado. Se a peça a ser medida for construída com um material que tenha o mesmo coeficiente de dilatação térmica do sistema de medição, a variação do comprimento da peça medida será igual à variação da abertura interna do micrômetro. Após a dilatação, a peça poderá ser novamente encaixada no micrômetro com folga zero, sem que seja necessário girar o tambor graduado, o que resultará na mesma indicação. As-

51

sim, também para o caso do micrômetro e de outros instrumentos de medição de comprimento, a dilatação térmica não causará erros na medição de comprimentos se o sistema de medição e a peça medida tiverem materiais com mesmo coeficiente de dilatação térmica e estiverem na mesma temperatura.

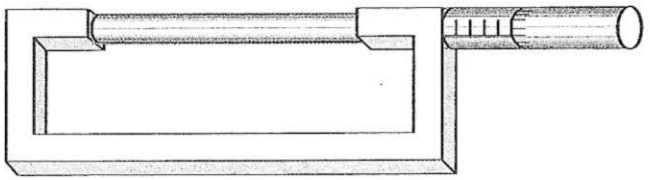


FIGURA 3.25 – Medição do comprimento de uma peça de mesmo material que o sistema de medição.

3.10 SUPERPOSIÇÃO DE ERROS

As várias fontes de erros que afetam o processo de medição podem gerar erros sistemáticos e/ou erros aleatórios. A regularidade com que cada fonte de erros age sobre o processo de medição define o tipo de erro resultante. Se a ação ocorre de uma maneira variada e imprevisível, fatalmente erros aleatórios estarão presentes. Porém, se a ação é regular e perfeitamente previsível, uma parcela de erros sistemáticos será encontrada. É muito comum que as fontes de erros gerem componentes sistemáticas e aleatórias simultaneamente.

Por exemplo, a medição do diâmetro de um eixo de alumínio por um sistema de medição de comprimentos construído em aço em um ambiente onde a temperatura difere de 20°C. Certamente, nessas condições haverá erro de medição. A maneira como se comporta a temperatura determina o tipo de erro predominante. Se a temperatura no local e no momento da medição permanecer estável em, por exemplo, a 30°C, o efeito da temperatura produz erros sistemáticos, portanto, previsíveis e compensáveis. Se a temperatura oscila consideravelmente e de forma imprevisível em torno do valor médio de 20°C, dará origem a erros aleatórios. No caso geral em que a temperatura oscila em torno de um valor médio diferente de 20°C, tanto erros sistemáticos quanto aleatórios estarão presentes.

O profundo conhecimento das causas e dos mecanismos de ação de cada fonte de erros permite determinar, *a priori*, se sua natureza é predominantemente sistemática ou aleatória. Entretanto, nem sempre esse conhecimento é necessário. Por meio da análise estatística de medições repetidas de um mensurando conhecido, realizada nas condições em que agem as fontes de erros sobre as quais há interesse, é possível estimar de forma segura as parcelas sistemáticas e aleatórias do erro de medição, como detalham os Itens 3.4 e 3.5.

3.11 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- O erro de medição é a diferença entre a indicação obtida e o valor verdadeiro do mensurando. Possui duas componentes: o erro sistemático e o erro aleatório.
- O erro sistemático é a parcela previsível e corresponde ao erro médio. Pode ser estimado pela tendência e compensado quando a correção é somada à indicação.
- O erro aleatório é a parte imprevisível. Não pode ser corrigido. Sua intensidade pode ser quantificada por meio da incerteza-padrão e da repetitividade. Seus efeitos podem ser atenuados pela média de medições repetidas.
- Precisão e exatidão são parâmetros qualitativos associados ao desempenho de um sistema de medição. Precisão significa *pouca dispersão*. Exatidão quer dizer *sem erros*.
- Incerteza-padrão é o desvio-padrão associado ao erro aleatório.
- A repetitividade define a faixa de valores dentro da qual o erro aleatório é esperado. É calculada multiplicando a incerteza-padrão pelo fator *t de Student*.
- A média de várias medições repetidas atenua os efeitos dos erros aleatórios, mas não tem nenhum efeito sobre os erros sistemáticos.
- A curva de erros é uma representação gráfica dos erros de medição que se manifestam ao longo da faixa de medição do sistema de medição.
- O erro máximo é o erro com maior valor absoluto que pode ser cometido pelo sistema de medição nas condições em que foi avaliado.
- Erro e incerteza são diferentes. Erro é o número resultante da diferença entre a indicação obtida e o valor verdadeiro do mensurando. Incerteza é uma faixa de valores que traduz a dúvida remanescente acerca do resultado de uma medição.

- Fontes de erros em sistemas de medição são normalmente provocados por fatores internos ao sistema de medição e fatores externos, como as condições ambientais, retroação e influências do operador.
- Na metrologia dimensional, a temperatura dilata a peça e o sistema de medição podendo trazer erros de medição. Por definição, as dimensões são sempre referenciadas a 20°C.
- O erro devido à temperatura pode ser evitado se a peça a medir e o sistema de medição forem mantidos a 20°C. Também será evitado se a peça a ser medida e o sistema de medição forem construídos com materiais com mesmo coeficiente de dilatação térmica e estiverem na mesma temperatura. O erro devido à temperatura pode ser corrigido.
- Freqüentemente uma mesma fonte de erros gera componentes sistemáticas e aleatórias simultâneas.

3.12 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E3.1 Para avaliar o desempenho metrológico de um voltímetro portátil, uma pilha-padrão de (1,500 ± 0,001) V foi medida repetidamente. As indicações obtidas estão apresentadas na Tabela 3.2, todas em volts. Com esses dados, determine: (a) o valor do erro da primeira medição; (b) a tendência e a correção do voltímetro; (c) a incerteza-padrão e a repetitividade do voltímetro.

TABELA 3.2 – Indicações em volts de uma pilha-padrão

Nº	Indicação (V)	Nº	Indicação (V)	Nº	Indicação (V)
1	1,580	5	1,590	9	1,598
2	1,602	6	1,605	10	1,581
3	1,595	7	1,584	11	1,600
4	1,570	8	1,592	12	1,590

E3.2 Para avaliar os erros de um termômetro de bulbo, ele foi mergulhado em uma mistura de água destilada e gelo em constante agitação. Devido ao grau de pureza da água destilada e à homogeneidade da mistura, é possível assegurar que a temperatura da mistura é de (0,000 ± 0,001)°C. Cinco minutos foram aguardados após a inserção do termômetro na mistura antes de a leitura da temperatura ser efetuada. Dez medições repetidas da temperatura da mistura foram efetuadas, levando aos valores da Tabela 3.3. Para esse termômetro, determine: (a) a tendência e a correção para medir temperaturas próximas ao zero grau Celsius; (b) as respectivas indicações corrigidas; (c) a incerteza-padrão e a repetitividade; e (d) represente graficamente as indicações obtidas, a tendência e a faixa correspondente à repetitividade.

TABELA 3.3 – Dez medições repetidas da temperatura de uma mistura de água destilada e gelo em constante agitação

–0,10°C	–0,10°C	–0,10°C	–0,05°C	–0,10°C
–0,05°C	–0,15°C	–0,15°C	–0,10°C	–0,15°C

E3.3 A média de medições repetidas possui influência sobre os erros de medição. Considere que seja feita a média de quatro medições do voltímetro do exercício E3.1. Para essas condições, (a) qual seria o valor da repetitividade para a média de quatro indicações e (b) qual o valor da correção a ser aplicada para a média de quatro medições repetidas?

E3.4 A repetitividade da média de medições repetidas é menor quanto maior for o número de medições repetidas envolvidas. Para o exercício E3.1, determine o número de medições repetidas necessárias para que a repetitividade da média não seja superior a 0,01 V.

E3.5 A Figura 3.26 a seguir esquematiza uma curva de erros de um voltímetro digital. A linha mais espessa representa a linha da tendência. As duas linhas finas paralelas a ela representam os limites da faixa de repetitividade. Para essa curva de erros, determine: (a) a tendência e a correção a ser aplicada quando a indicação é de 1,00 V; (b) idem quando a indicação é 1,50 V; (c) a repetitividade desse voltímetro quando a indicação é 1,50 V e (d) o valor do erro máximo desse voltímetro.

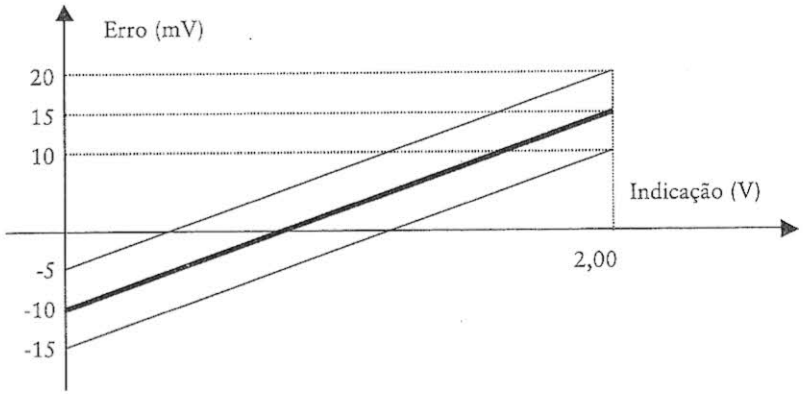


FIGURA 3.26 – Curva de erros de um voltímetro digital.

E3.6 Considere a medição da temperatura corporal de uma criança por meio de um termômetro clínico. Enumere pelo menos cinco fontes de erros presentes nesse processo de medição.

E3.7 Uma trena confeccionada em fita plástica foi usada para medir o comprimento de um trilho de aço de aproximadamente 6 m de comprimento em um dia muito quente, quando a temperatura atingia 35°C. Sabendo que o coeficiente de dilatação térmica do aço é 11,5 μm/(m · K) e do material da fita plástica, 40,0 μm/(m · K), determine: (a) a parcela do erro de medição provocada pela temperatura e (b) a correção a ser aplicada para corrigir o erro de medição devido à temperatura.

E3.8 O diâmetro de um eixo de alumínio foi medido por um micrômetro de aço em um dia frio, quando a temperatura era de 5°C, sendo encontrada a indicação 20,112 mm. Sabendo que o coeficiente de dilatação térmica do alumínio é 23,0 μm/(m · K) e o do aço é de 11,5 μm/(m · K), calcule e aplique o fator de correção necessário para compensar o erro devido à temperatura.

4

SISTEMA DE MEDIÇÃO

O sistema de medição é o meio pelo qual as medições são efetuadas. É construído de forma que permita a comparação do mensurando com a unidade de medição e indique o número de vezes mais a fração da unidade de medição que está contida dentro do mensurando.

Na Metrologia, os termos *sistema de medição* e *instrumento de medição* são equivalentes. Neste texto, o termo *instrumento de medição* tem sido reservado para denominar sistemas de medição de pequeno porte, normalmente encapsulados em um único conjunto fisicamente individualizado. Um paquímetro, um termômetro e um voltímetro portátil são exemplos de *instrumentos de medição*. A expressão *sistema de medição* tem sido preferida para descrever, de forma mais abrangente, qualquer meio de medição, incluindo desde os instrumentos de medição mais simples àqueles compostos por vários módulos interligados, como as máquinas de ensaios de tração de materiais e as máquinas de medir por coordenadas. Estes últimos são sistemas de grande porte, compostos de vários módulos fisicamente individualizados.

Este capítulo é dedicado aos sistemas de medição. Inicia-se com o estudo dos métodos básicos de medição. Aprofunda a análise dos sistemas de medição que usam o método da indicação. Encerra-se com uma ampla análise dos principais parâmetros que caracterizam o desempenho metrológico dos sistemas de medição.

4.1 MÉTODOS BÁSICOS DE MEDIÇÃO

Para encontrar o número de vezes em que a unidade de medição está contida dentro do mensurando, dois caminhos básicos são normalmente utilizados: a comparação do mensurando com um valor de referência ou a obtenção de um efeito mensurável proporcional ao valor do mensurando. Esses princípios são a base dos dois principais métodos de medição: *comparação* (ou zeragem) e *indicação* (ou deflexão). Acrescenta-se ainda

o método de medição *diferencial*, um caminho híbrido, que combina elementos de cada um dos dois métodos anteriores.

4.1.1 MÉTODO DA COMPARAÇÃO

O método da comparação determina o valor do mensurando comparando-o com um artefato cujo valor de referência é muito bem conhecido. Procura-se compor uma *medida materializada* com valor conhecido, equivalente ao mensurando, de forma que ambos, atuando sobre um dispositivo comparador, indiquem diferença zero. Nesse momento, é possível atribuir ao mensurando o mesmo valor da medida materializada. Por esse motivo, o método da comparação é, às vezes, referido como método da *zeragem*.

Medida materializada é um dispositivo destinado a reproduzir ou fornecer, de maneira permanente durante seu uso, um ou mais valores conhecidos de uma dada grandeza. São exemplos: massas-padrão; um resistor elétrico-padrão; um bloco-padrão ou um material de referência.

A balança de prato, ilustrada na Figura 4.1, é um exemplo clássico de sistema de medição que opera por este método. A massa desconhecida é colocada em um dos pratos da balança. Um conjunto de massas-padrão é inserido no outro prato até que o equilíbrio seja atingido, o que ocorre quando a diferença entre os dois braços da balança é zero. Nesse momento, é possível atribuir ao mensurando o mesmo valor da soma das massas-padrão.

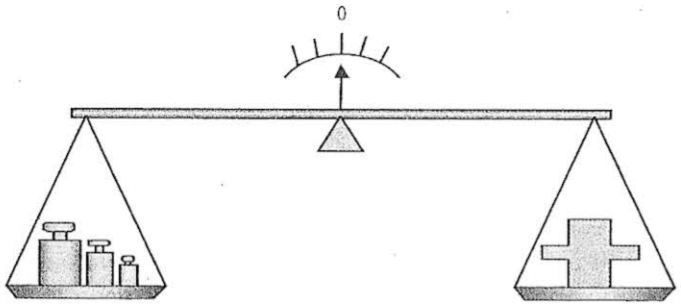


FIGURA 4.1 – Medição pelo método da comparação.

Uma variante desse método é a medição por substituição. Nesse caso, substitui-se o mensurando por um elemento que tenha seu valor conhecido e que cause no SM o mesmo efeito que o mensurando. Quando estes efeitos se igualam, assume-se que os valores dessas grandezas também são iguais.

4.1.2 MÉTODO DA INDICAÇÃO

Os sistemas de medição que utilizam o método da indicação são construídos de forma a tornar perceptível para o usuário um efeito proporcional ao valor do mensurando. Normalmente produzem a deflexão de um ponteiro, ou o incremento do valor de um mostrador digital, que é percebido pelo usuário. Por esse motivo, esse método de medição é às vezes referido como método da *deflexão*.

A Figura 4.2 ilustra três exemplos de sistemas de medição que operam pelo princípio da indicação. A parte A corresponde a um medidor de forças formado por uma mola que, quando submetida à força vertical, alonga-se de forma proporcional à força aplicada. A indicação, proporcional à força aplicada, é lida pela posição da extremidade do ponteiro horizontal sobre a escala vertical. O galvanômetro representado na parte B da figura possui uma bobina móvel, inserida em um campo

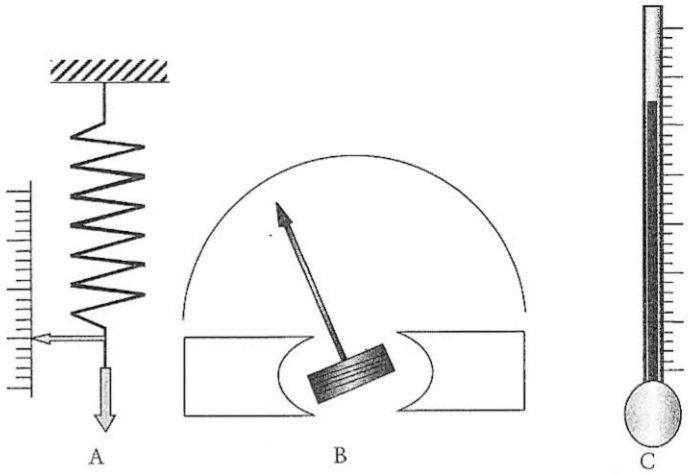


FIGURA 4.2 – Sistemas de medição que operam pelo método da indicação.

magnético especial, que gera um momento proporcional à corrente que flui sobre ela. O sistema possui uma mola, não representada na figura, que se opõe ao movimento rotativo da bobina de forma que a deflexão angular do ponteiro é proporcional à corrente que flui pela bobina. A parte C da figura mostra um termômetro de bulbo. A temperatura provoca uma dilatação volumétrica proporcional no fluido contido no interior do bulbo, que se expande através do tubo capilar. A posição do nível do fluido no capilar fornece a indicação da temperatura medida.

4.1.3 MÉTODO DIFERENCIAL

O método de medição diferencial pode ser entendido como uma certa combinação dos métodos da indicação e da comparação. O mensurando é comparado a uma medida materializada, cujo valor é próximo ao do mensurando, e a diferença entre ambos é medida por um instrumento que opera pelo método da indicação.

A Figura 4.3 ilustra um exemplo de medição diferencial aplicada à medição do comprimento de uma peça. No exemplo, a medição é feita usado um dispositivo composto de uma base e uma coluna, na qual está fixado um medidor de deslocamentos denominado *relógio comparador*. O movimento vertical da haste do relógio comparador é mecanicamente amplificado e transformado em um movimento rotativo proporcional, transmitido à extremidade de um ponteiro. A medição é feita em duas etapas. Inicialmente, um bloco-padrão com dimensão próxima à do mensurando é posicionado no sistema, como mostra a parte B da figura. Ao posicionar o bloco-padrão, a haste do relógio comparador é movimentada e o ponteiro passa a mostrar outra indicação. A escala circular do relógio comparador é girada, trazendo seu zero para a posição indicada pelo ponteiro, como mostra a parte C. O bloco-padrão é retirado e a peça a ser medida é posicionada no sistema. O ponteiro passa a mostrar outra indicação. A diferença indicada D representa quanto a peça a ser medida difere do valor de referência do bloco-padrão. Assim, quando somada a diferença medida ao valor do bloco-padrão, obtém-se, finalmente, o valor do comprimento da peça.

A medição diferencial combina elementos das medições por comparação e por indicação. Uma medida materializada é usada como referência, porém não é necessário igualar seu valor ao valor do mensurando. A pequena diferença resultante é medida por indicação. A tarefa do me-

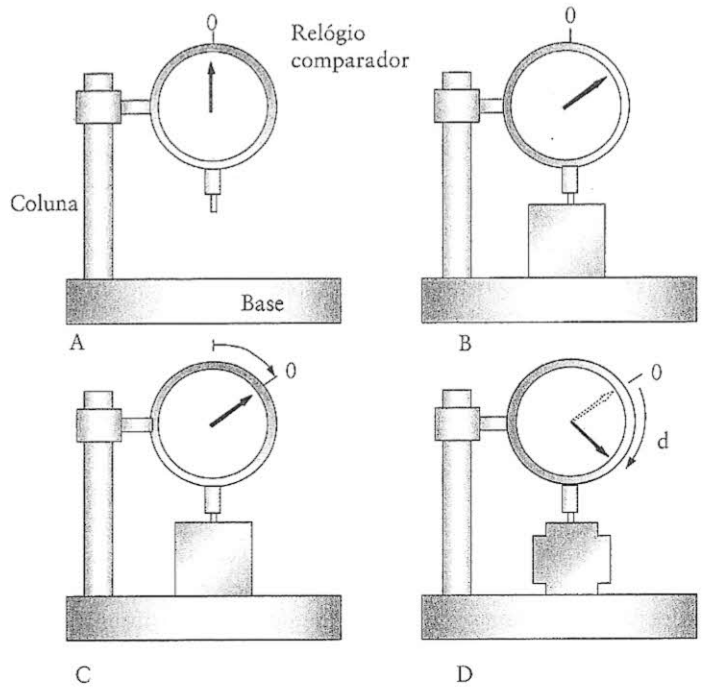


FIGURA 4.3 – Medição pelo método diferencial.

didor por indicação é bastante facilitada, porque é mais fácil medir diferenças bem pequenas do que medir grandes diferenças com a mesma incerteza. Como resultado, o sistema é barateado.

A medição diferencial não está restrita à medição de comprimentos. É utilizada para medição de várias outras grandezas como pressão, temperatura, tensão elétrica, força e massa, para citar alguns exemplos.

4.1.4 ANÁLISE COMPARATIVA

A seleção do melhor método de medição depende de uma série de características da aplicação para a qual a medição se destina. A velocidade de medição, a possibilidade de realizar uma medição computadorizada, a incerteza desejada e sua estabilidade ao longo do tempo, bem como o custo aceitável, são fatores que devem ser considerados.

Velocidade de medição

A velocidade de medição é muito maior no método da indicação. A indicação é normalmente disponibilizada quase no mesmo momento em que o sistema de medição é aplicado ao mensurando e a sua operação é mais simples. Em algumas aplicações envolvendo sistemas de medição eletrônicos, é possível medir alguns milhões de vezes por segundo. Em outras, as características físicas das grandezas envolvidas podem resultar em maior tempo de resposta, como é o caso da medição de temperaturas com um termômetro de bulbo.

No método de medição pela comparação, a velocidade de medição é muito menor. O tempo necessário para compor uma medida materializada com valor equivalente ao mensurando é expressivo, diminuindo a velocidade de medição.

A medição diferencial pode envolver tempos de medição muito curtos. Quando o tempo necessário para aplicar a medida materializada e "zerar" é considerado, a velocidade de medição se torna pequena. Entretanto, não é raro encontrar na indústria linhas de produção em série, onde várias peças semelhantes devem ser medidas a cada minuto. Para peças semelhantes, não é necessário "zerar" o sistema a cada nova medição. Pode ser suficiente "zerar" o sistema, por exemplo, uma vez a cada duas horas de trabalho. Assim, o tempo de medição pode ser praticamente da mesma ordem do tempo envolvido no método da indicação.

Possibilidade de medição computadorizada

É grande a demanda da indústria por sistemas de medição conectados a computadores. As medições são adquiridas, tratadas e registradas por computadores ligados ao processo de medição e, freqüentemente, interligados com outras unidades de uma fábrica. Além de elevar a velocidade de medição, a automação da medição aumenta também sua confiabilidade por praticamente eliminar erros humanos.

Pela necessidade de compor um valor apropriado da medida materializada e iterativamente compará-la com o mensurando, os sistemas de medição que operam pelo método da comparação são os mais difíceis de serem automatizados.

Quando sistemas de medição eletrônicos são utilizados, a automação da medição com sistemas que operam pela indicação ou pelo método diferencial pode ser feita com facilidade. Sinais elétricos são facilmente convertidos em dados que os computadores podem processar com grande velocidade. A *zeragem* periódica dos sistemas de medição diferencial é normalmente feita com a intervenção do operador, porém, uma vez concluída, a medição de peças pode ser feita em velocidades muito elevadas com grande grau de automação.

Incerteza e sua estabilidade ao longo do tempo

Não é fácil afirmar, de forma geral, com qual dos métodos de medição é possível atingir a incerteza mais favorável. Essa resposta pode variar em função da grandeza medida, do preço que se dispõe a pagar, do período de tempo envolvido e até do valor da grandeza a ser medida.

Entretanto, a estabilidade das características metrológicas dos sistemas de medição que operam pelo método da indicação é pior. Esses sistemas estão mais expostos à degradação das suas características em função do uso, provocada pelo desgaste, envelhecimento ou contaminação dos seus componentes. São também afetados mais intensamente por um número consideravelmente maior de fontes de erros, principalmente pela temperatura.

Por sua vez, os sistemas de medição que operam pelo método da comparação são mais estáveis. Por se basearem na comparação com uma medida materializada, a estabilidade desses sistemas de medição é praticamente limitada pela estabilidade das respectivas medidas materializadas. Por serem mais bem conservadas e utilizadas em condições mais favoráveis, estão expostas a menor desgaste, envelhecimento ou contaminação. Não é raro que a ação das várias fontes de erros se dê de forma similar na medida materializada e no mensurando, fazendo que o resultado da comparação permaneça inalterado.

A medição diferencial apresenta estabilidade quase tão elevada quanto o método da comparação. A *zeragem*, sendo freqüentemente realizada com referência a uma medida materializada, traz uma componente de estabilidade para as medições. As diferenças entre a medida materializada e o mensurando são freqüentemente muito pequenas. Os erros presentes nos sistemas de medição que indicam pequenas diferenças são também proporcionalmente muito pequenos. É muito mais fácil medir pequenas diferenças com uma incerteza favorável.

Custo

Sistemas de medição que operam pelo método da comparação podem representar um investimento inicial maior, mas sua amortização ao longo do tempo é mais favorável. A aquisição das medidas materializadas pode ser um gasto considerável para alguns tipos de medidores. Entretanto, pela elevada estabilidade dessa classe de sistemas de medição, a baixa manutenção requerida é uma economia que deve ser considerada.

Boa parte dos sistemas de medição que operam pela indicação são mais baratos e utilizados que os que operam pelo método da comparação. Além de permitirem medições mais simples e rápidas, não requerem medidas materializadas para operarem. Entretanto, requerem manutenções e calibrações mais freqüentes.

O sistema de medição diferencial é normalmente a solução mais econômica em aplicações que envolvem medições em série. Os gastos com as medidas materializadas são um investimento inicial considerável, mas tendem a se diluir quando se considera que um mesmo conjunto de medidas materializadas pode servir a vários sistemas de medição diferencial. Os sistemas de medição usados para indicar as pequenas diferenças entre as medidas materializadas e o mensurando são unidades relativamente baratas.

Síntese

A Tabela 4.1 resume as principais conclusões discutidas neste item. O método da comparação é mais usado em laboratórios de calibração, principalmente pela sua elevada estabilidade com o tempo e relativa imunidade a um grande número de fontes de erros. O método da indicação é usado com freqüência nas indústrias de médio e pequeno porte, especialmente quando a produção de peças variadas é envolvida. A medição diferencial é intensamente utilizada quando a medição é realizada para controlar processos seriados. Não é raro encontrar alguns milhares de sistemas de medição diferencial em uso em uma indústria de autopeças.

TABELA 4.1 – Comparação entre os métodos básicos de medição

Característica	Comparação	Indicação	Diferencial
Velocidade de medição	Muito lento	Muito rápido	Rápido
Possibilidade de medição computadorizada	Muito difícil	Muito fácil	Muito fácil
Incerteza e sua estabilidade com o tempo	Muito estável	Instável	Estável
Custo	Elevado	Moderado a elevado	Moderado

4.2 MÓDULOS BÁSICOS DE UM SISTEMA DE MEDIÇÃO

A grande maioria dos sistemas de medição que operam pelo princípio da indicação apresenta três módulos funcionais bem definidos. São eles: o *transdutor ou sensor*, a *unidade de tratamento do sinal* e o *dispositivo mostrador ou registrador*. Cada um desses módulos pode constituir uma unidade independente ou pode estar fisicamente integrado ao sistema de medição. A Figura 4.4 mostra, esquematicamente, os três módulos que compõem um sistema de medição que opera pelo método da indicação.

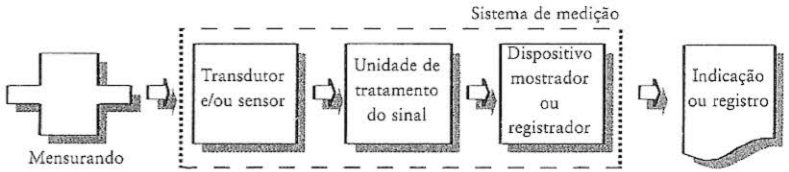


FIGURA 4.4 – Módulos funcionais de um sistema de medição que opera pelo método da indicação.

4.2.1 TRANSDUTOR

O *transdutor* é o módulo do sistema de medição que está em contato com o mensurando. Uma série de fenômenos físicos podem ocorrer no transdutor, produzindo um sinal de medição. O sinal de medição pode ser mecânico, pneumático, elétrico ou de outra natureza, mas estará sempre relacionado ao valor do mensurando por meio de uma função bem definida, normalmente linear. Em termos gerais, um transdutor transforma um efeito físico noutro mais conveniente para ser medido.

Transdutor é o módulo do sistema de medição que gera um sinal de medição geralmente proporcional ao valor do mensurando.

Alguns transdutores mais sofisticados podem ser compostos de vários estágios. Nesses casos, várias transformações de efeitos físicos podem estar presentes. Por exemplo: um sinal mecânico pode ser transformado em óptico e este em elétrico.

O primeiro estágio do transdutor é também denominado de *sensor*. O sensor é a parte do transdutor que é diretamente afetada pelo mensurando. Nos casos em que o transdutor é formado por apenas um único estágio, sensor e transdutor são sinônimos.

4.2.2 UNIDADE DE TRATAMENTO DE SINAIS

O sinal gerado pelo transdutor normalmente é um sinal de baixa energia, difícil de ser diretamente indicado. A *unidade de tratamento do sinal* tem por principal função amplificar a potência do sinal de medição. Em alguns sistemas de medição mais sofisticados, a unidade de tratamento do sinal pode assumir funções de filtragem, compensação, integração, processamento, etc. É às vezes denominada de *condicionador de sinais*. Esse módulo pode estar ausente em alguns sistemas de medição mais simples.

A **unidade de tratamento do sinal** processa o sinal de medição do transdutor e normalmente amplifica sua potência.

4.2.3 DISPOSITIVO MOSTRADOR E/OU REGISTRADOR

O *dispositivo mostrador* é o último módulo do sistema de medição. Recebe o sinal de medição já tratado e, através de recursos mecânicos, eletromecânicos, eletrônicos ou outros, transforma-o em um número inteligível ao usuário, isto é, produz uma indicação direta perceptível. Encontram-se freqüentemente dispositivos indicadores analógicos e digitais. Os indicadores analógicos mostram a indicação a partir da posição de um ponteiro ou marca sobre uma escala retilínea ou circular. Os indicadores digitais apresentam ao usuário alguns dígitos com valores numéricos.

O **dispositivo mostrador** é o módulo do sistema de medição que torna o sinal de medição perceptível para o usuário.

Nas aplicações em que o valor do mensurando varia consideravelmente, a indicação pura e simples não é uma forma conveniente de monitorá-lo. Por exemplo, o sinal elétrico captado dos músculos do coração é constantemente alterado em função dos batimentos cardíacos. É mais apropriado apresentar ao usuário o registro do valor do mensurando em função do tempo. O registro em papel, em tela de um osciloscópio ou na tela de um computador da evolução do valor do mensurando é muito comum. Nesses casos, em lugar do dispositivo indicador, utiliza-se um *dispositivo registrador*. A Figura 4.5 ilustra alguns exemplos de dispositivos registradores.

O **dispositivo registrador** é o módulo do sistema de medição que representa graficamente as variações do sinal de medição.

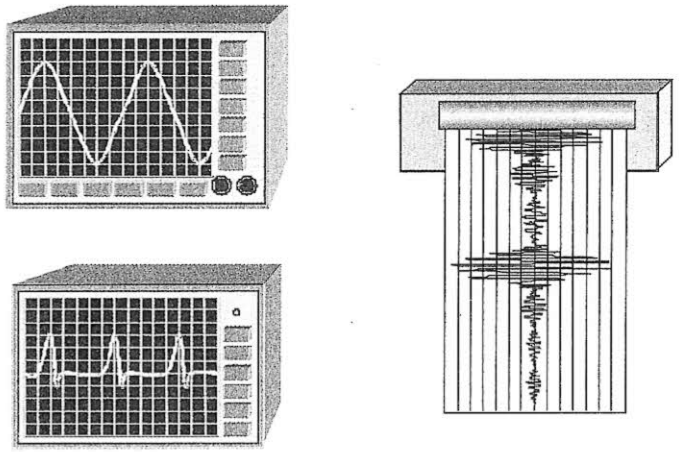


FIGURA 4.5 – Exemplos de dispositivos registradores.

Embora seja muito comum registrar a evolução no tempo do valor do mensurando, não é raro que o registro se dê em função de outra grandeza de interesse. Por exemplo, é importante registrar a deformação de uma estrutura em função da força aplicada, ou a corrente que flui por um componente em função da tensão elétrica aplicada.

4.2.4 EXEMPLOS

A Figura 4.6 esquematiza três alternativas construtivas para um sistema de medição de forças. A força é uma grandeza de difícil percepção visual, o que torna difícil a sua medição direta. É mais fácil visualizar seus efeitos como, por exemplo, as deformações de elementos elásticos. Ao ser aplicada na extremidade de uma mola, a força provoca um deslocamento proporcional à sua intensidade. A mola transforma o valor do mensurando (força) em um sinal de medição proporcional (deslocamento).

A parte A da Figura 4. 6 esquematiza um sistema de medição muito simples. A força é aplicada sobre a mola que gera uma deflexão "d" proporcional ao valor da força aplicada. Essa deflexão é indicada por um ponteiro sobre a escala linear vertical. Obtém-se uma indicação proporcional à força aplicada. Se a escala for construída de forma conveniente, a indicação do valor da força já pode ser expressa em newtons. Nesse sistema, a mola é o transdutor que, em contato com o mensurando, gera um sinal de medição proporcional à força aplicada. O conjunto ponteiro/escala exerce a função do dispositivo mostrador. Nessa configuração, a unidade de tratamento do sinal não está presente.

O sistema de medição esquematizado na parte B (Figura 4.6) contém uma elemento a mais que o da parte A. Foi acrescentada uma alavanca "A" que amplifica o pequeno sinal de deslocamento na extremidade da mola e o transforma em um sinal de deslocamento mais intenso "D", observado com mais facilidade e conforto na extremidade direita do pon-

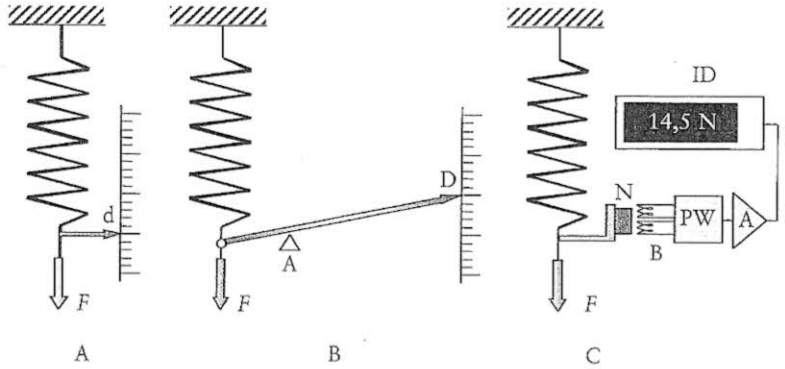


FIGURA 4.6 – Três configurações de um medidor de forças.

teiro. A alavanca exerce a função da unidade de tratamento do sinal. O sinal de deslocamento da extremidade da mola é amplificado algumas vezes pela ação da alavanca. Note que a unidade de tratamento do sinal não provoca nenhuma transformação física do sinal, apenas o amplifica.

Já o sistema de medição esquematizado na parte C (Figura 4.6) contém vários elementos a mais. O deslocamento da extremidade da mola é transferido, por meio de um dispositivo, para um núcleo "N", composto de um material ferromagnético. Duas bobinas "B", que se encontram nas proximidades do núcleo, têm as suas indutâncias modificadas pela presença do núcleo ferromagnético. Com o movimento vertical do núcleo para cima, a indutância da bobina superior aumenta enquanto a da bobina inferior se reduz. As duas bobinas são conectadas a um circuito "PW" conhecido como *ponte de Wheatstone,* que transforma a diferença de indutância entre as duas bobinas em um sinal de tensão elétrica proporcional. Este sinal, de baixa potência, é intensificado pelo amplificador "A" e é mostrado pelo indicador digital "ID". O fluxo do sinal de medição dentro desse sistema está representado na Figura 4.7. Note que ocorrem três transformações de efeitos físicos: força para deslocamento, deslocamento para indutância e indutância para tensão elétrica causadas pelas ações da mola, do núcleo/bobina e do circuito PW respectivamente. Esses elementos constituem os três estágios do trans-

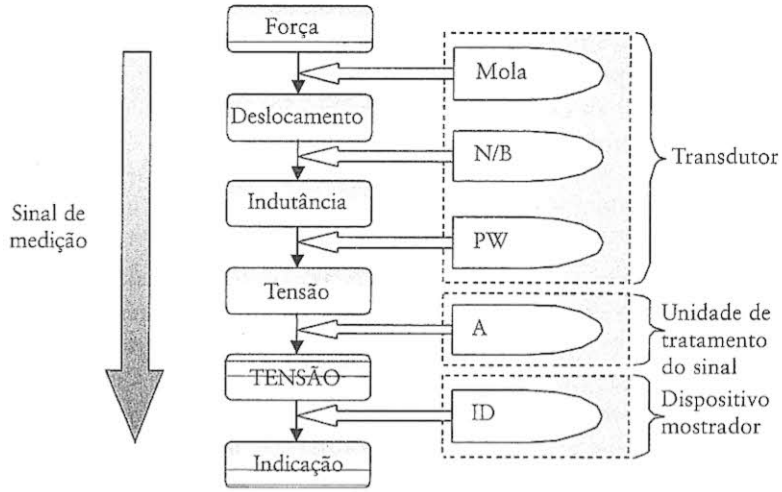


FIGURA 4.7 – Fluxo do sinal de medição no sistema de medição da Figura 4.6 C.

60

dutor desse sistema de medição. Como primeiro estágio do transdutor, a mola também pode ser denominada de *sensor*. O amplificador eletrônico constitui a unidade de tratamento de sinais. Finalmente, o indicador digital é o dispositivo mostrador.

4.3 CARACTERÍSTICAS METROLÓGICAS DOS SISTEMAS DE MEDIÇÃO

Para descrever o comportamento e as especificações de sistemas de medição, é comum a utilização de um conjunto de *características metrológicas*. Especificações como os limites de utilização, os tipos e as intensidades dos erros envolvidos e a relação entre o estímulo e a resposta são alguns exemplos de características que ajudam a selecionar um sistema de medição para uma dada aplicação ou para descrever o seu desempenho. Algumas características são expressas na forma de um único número, de tabelas de valores, equações ou gráficos. A representação da característica na forma de um simples número, freqüentemente denominado de *parâmetro reduzido*, é uma forma mais pobre de descrever uma característica, mas é facilmente aplicável em uma comparação.

Características metrológicas são parâmetros que descrevem o comportamento e o desempenho de sistemas de medição.

As principais características metrológicas estão aqui agrupadas em quatro categorias: quanto à faixa de utilização, quanto à indicação, quanto à relação entre estímulo e resposta e quanto aos erros de medição.

4.3.1 CARACTERÍSTICAS LIGADAS À FAIXA DE UTILIZAÇÃO

Um sistema de medição é desenhado para operar dentro de uma ou mais faixas de utilização. Seus limites devem ser muito bem caracterizados para que seja possível selecionar adequadamente um sistema de medição para uma dada aplicação. O conhecimento desses limites é também importante para assegurar a integridade do sistema de medição, evitando avarias provocadas quando este é submetido a valores do mensurando para os quais não foi preparado. São três os principais parâmetros desse grupo:

Faixa de indicação (FI)

A *faixa de indicação* é o intervalo compreendido entre o menor e o maior valor que pode ser indicado pelo dispositivo mostrador do sistema de medição. A faixa de indicação deve ser expressa na unidade da indicação, seja esta ou não a mesma unidade do mensurando. Nos medidores com indicação analógica (ponteiro/escala), a faixa de indicação corresponde ao intervalo delimitado pelos valores extremos da escala. São alguns exemplos:

Micrômetro: $FI = 50 \text{ a } 75 \text{ mm}$
Termômetro: $FI = -20 \text{ a } 60°C$
Voltímetro: $FI = \pm 200 \text{ V}$

Para os indicadores digitais, a faixa de medição é melhor expressa pelo número de dígitos que podem ser mostrados. Por exemplo, quatro dígitos quando os valores extremos são ± 9999. Não é raro encontrar indicadores digitais em que, para fins de redução de custos, o primeiro dígito é simplificado, podendo apenas representar o algarismo "1" quando aceso. Esse dígito especial é contado como "meio dígito". Por exemplo, um indicador digital com 3 ½ dígitos pode indicar valores dentro da faixa limitada por ± 1999.

Termômetro digital: $FI = \pm 99.99$ °C *(4 dígitos)*
Voltímetro digital: $FI = \pm 1{,}999$ V *(3 ½ dígitos)*

Faixa nominal (FN)

Alguns sistemas de medição possuem várias faixas de indicação, isto é, em seu mostrador estão presentes várias escalas. A seleção da faixa ativa é feita por meio de controles disponibilizados para o usuário. Neste caso, cada uma dessas faixas é denominada de *faixa nominal*. Por exemplo, um voltímetro digital pode ter as seguintes faixas nominais:

± 200 mV, ± 2 V, ± 20 V, ± 200 V e ± 1000 V

Faixa de medição (FM)

A *faixa de medição* é o conjunto de valores do mensurando para o qual o sistema de medição foi desenhado para operar. É estabelecida pelo

seu fabricante. Dentro dessa faixa, os erros do sistema de medição mantêm-se dentro dos limites especificados pelo fabricante. A faixa de medição pode ser igual à faixa de indicação ou menor que ela (Tabela 4.2).

A faixa de medição está freqüentemente explícita em local visível do sistema de medição, normalmente no mostrador. Outros locais onde a faixa de medição pode ser encontrada: no manual técnico de utilização do sistema de medição, em normas técnicas ou nos relatórios de calibração do sistema de medição.

TABELA 4.2 – Exemplo de faixa de medição de sistemas de medição comparados com suas faixas de indicação

Sistema de medição	Faixa de indicação (FI)	Faixa de medição (FM)
Termômetro de bulbo	–20 a 60°C	–20 a 60°C
Paquímetro mecânico	0 a 220 mm	0 a 150 mm
Termômetro digital	± 99,99°C (4 dígitos)	–20 a 60°C
Micrômetro digital	0 a 99,999 mm (5 dígitos)	0 a 25 mm

4.3.2 CARACTERÍSTICAS LIGADAS À INDICAÇÃO

A indicação pode ser realizada de forma analógica ou digital. Os indicadores analógicos envolvem ponteiros ou marcas que se movem sobre uma escala, permitindo a leitura da indicação. Exigem do usuário um certo esforço para efetuar uma leitura cuidadosa, principalmente quando é necessário fazer interpolações. Permitem acompanhar a evolução de uma grandeza que se modifica no tempo com velocidade moderada.

Os indicadores digitais possuem dígitos numéricos. A leitura é muito mais cômoda e menos suscetível a erros. Esses tipos de indicadores estão limitados a aplicações praticamente estáticas.

A maneira como a indicação direta é obtida do sistema de medição é uma informação importante que deve ser levada em conta no momento da especificação e seleção do sistema de medição para uma tarefa específica. Três parâmetros são normalmente empregados para descrever essas características:

Valor de uma divisão (de escala) (VD)

Nos instrumentos com mostradores analógicos, corresponde à diferença entre os valores da escala entre duas marcas sucessivas. O valor

de uma divisão é expresso na unidade marcada sobre a escala, independentemente da unidade do mensurando. Exemplos:

Escala milimétrica: $VD = 1\ mm$
Termômetro: $VD = 1°C$
Velocímetro de automóvel: $VD = 5\ km/h$

Incremento digital (ID)

Considere o exemplo da Figura 4.8. Trata-se de uma balança digital, similar às encontradas em supermercados. Sua indicação é apresentada em valores inteiros de gramas. No momento inicial, a balança está com o prato de medição vazio e indica "0 g". Essa condição corresponde à origem do gráfico à direita em que o eixo vertical representa o valor do mensurando e o eixo horizontal a indicação. Seja um pequeno grão de açúcar colocado sobre o prato da balança. Como a quantidade de açúcar é muito pequena, a indicação não será alterada. Se um segundo grão de açúcar for colocado, provavelmente a indicação permanecerá inalterada. Se mais e mais grãos forem colocados, haverá um momento em que a indicação mudará bruscamente para "1 g". Esse ponto corresponde ao primeiro degrau representado no gráfico à direita da figura: enquanto a quantidade de açúcar for menor que 0,5 g, a balança indicará "0 g" e passará a indicar "1 g" quando a quantidade de açúcar for superior a 0,5 g.

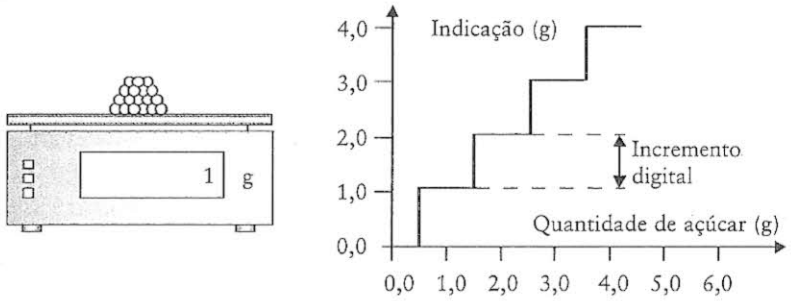


FIGURA 4.8 – Incremento digital.

62

Aumentando ainda mais, porém de forma gradativa, a quantidade de açúcar, haverá um momento em que a indicação passará para "2 g". Prosseguindo, para "3 g", "4 g" e assim por diante. A representação gráfica da forma como a indicação digital relaciona-se com o valor do mensurando assemelha-se a uma escada. A "altura" dos degraus da escada corresponde ao *incremento digital*. Neste exemplo, o incremento digital é ID = 1 g.

O incremento digital corresponde à menor variação da indicação direta possível de ser apresentada por um dispositivo mostrador digital. É determinado pela posição e forma como varia o último dígito. Deve-se atentar para o fato de que nem sempre a variação do último dígito é unitária. Há mostradores digitais em que as variações do último dígito são de cinco em cinco unidades e, algumas vezes, de duas em duas unidades.

Ao contrário dos indicadores digitais, o gráfico mensurando *versus* indicação para os indicadores analógicos é teoricamente uma reta inclinada. Na prática, as limitações do usuário para interpolar valores entre as divisões da escala também resultam em um gráfico na forma de escada.

Resolução (R)

Resolução é a menor diferença entre indicações que pode ser significativamente percebida. A avaliação da resolução é feita em função do tipo de instrumento:

a) Nos sistemas com mostradores digitais, a resolução corresponde ao *incremento digital*.
b) Nos sistemas com mostradores analógicos, a resolução depende de alguns fatores: a qualidade do dispositivo indicador, a capacidade do usuário em fazer interpolações e da decisão do usuário em função das condições de uso e das necessidades da medição. A resolução a adotar poderá ser o exemplo dado na Tabela 4.3.

4.3.3 CARACTERÍSTICAS QUE RELACIONAM O ESTÍMULO COM A RESPOSTA

Alguns parâmetros descrevem a relação entre a entrada e a saída do sistema de medição. O sinal de entrada é também denominado de *estímulo*. O sinal de saída, de *resposta*. São parâmetros importantes na fase de especificação de um sistema de medição, ou dos seus módulos, para uma dada tarefa. São também úteis para melhor compreender e tratar a forma de lidar com alguns tipos de erros de medição.

TABELA 4.3 – Exemplo de resolução adotada de acordo com algumas condições

Resolução adotada	Condição
R = VD	Quando o mensurando apresentar flutuações superiores ao próprio VD, ou quando tratar-se de uma escala grosseira e de má qualidade
R = VD/2	Quando tratar-se de um sistema de medição de qualidade regular ou inferior e/ou o mensurando apresentar flutuações significativas e/ou quando o erro da indicação não for crítico
R = VD/5	Quando tratar-se de sistema de medição e um dispositivo mostrador de boa qualidade (traços e ponteiros finos, etc.) e a medição em questão tiver de ser feita criteriosamente
R = VD/10	Quando o sistema de medição e o dispositivo mostrador forem de ótima qualidade; o mensurando, estável; a medição, altamente crítica quanto a erros de indicação; e a medição em questão tiver de ser feita criteriosamente

Curva característica de resposta (CR)

O princípio de funcionamento de um sistema de medição é governado por um ou mais princípios físicos. É muito comum que os princípios sejam escolhidos e o sistema de medição projetado de forma a resultar numa relação linear entre o estímulo e a resposta. Entretanto, seja por impossibilidade física ou por dificuldades construtivas, nem sempre a resposta é proporcional ao estímulo.

A relação entre estímulo e resposta de um sistema de medição é denominada *curva característica de resposta*. Essa relação pode ser expressa na forma de uma equação matemática, uma tabela numérica ou um gráfico.

Dois exemplos de *curvas características de resposta* podem ser vistos na Figura 4.9. A parte A representa a relação observada em um medidor de forças similar ao da Figura 4.6. Segundo o princípio da elasticidade, o deslocamento "d" é uma função linear da força "F" aplicada. A parte B exemplifica o comportamento de um sensor de medição de temperatura denominado termorresistor, cuja resistência elétrica "R" varia com a temperatura "T" a ser medida. Note que a relação entre a temperatura a ser medida (estímulo) e a resistência elétrica do termorresistor (resposta) não é uma função linear. Porém, mesmo com relações não-lineares é possível calcular o valor do estímulo desde que a curva característica de resposta seja bem conhecida e estável.

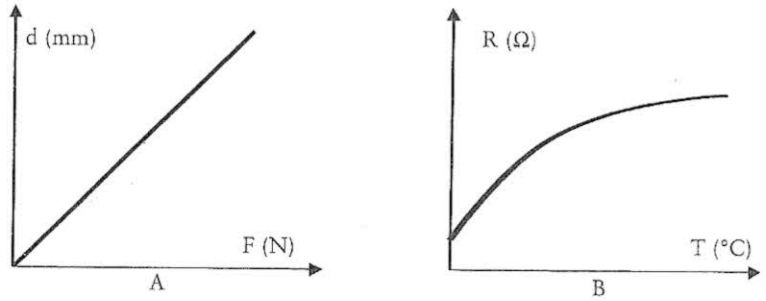


FIGURA 4.9 – Exemplos de curvas características de resposta: (A) de um medidor de forças e (B) de um termorresistor.

Na prática, o ideal não acontece. A resposta de um sistema de medição real ao estímulo não segue exatamente o comportamento previsto pelos princípios físicos. Erros sistemáticos e aleatórios afastam o comportamento nominal do real. É conveniente definir a *curva característica de resposta real* como a relação que realmente ocorre entre o estímulo e a resposta do sistema de medição. Nesse caso, essa curva é melhor caracterizada por uma linha média (indicação média) e uma faixa de dispersão associada, geralmente estimada pela repetitividade. Normalmente, não é fácil prever *como* e *quanto* o comportamento real se afastará do nominal. A forma construtiva, as características individuais de cada elemento, o envelhecimento, o grau de desgaste e as propriedades dos materiais influenciam essa diferença.

Sensibilidade (Sb)

A sensibilidade é o cociente entre a variação da resposta (sinal de saída) e a correspondente variação do estímulo (sinal de entrada). Pode ser expressa para caracterizar o comportamento de cada módulo individualmente ou do sistema de medição como um todo. Geometricamente, a sensibilidade corresponde à inclinação da curva característica de resposta. Para sistemas de medição lineares, a sensibilidade é constante e corresponde à tangente do ângulo de inclinação da reta que representa a curva característica de resposta. Quando as unidades do estímulo e da resposta não são expressos na mesma unidade, a sensibilidade envolve relações entre unidades. Exemplos:

Para o medidor de forças da Figura 4.6 A: $Sb = 0{,}100$ *mm/N*
Para um relógio comparador: $Sb = 100$ *divisões/mm*

Nos instrumentos com indicador de ponteiro, às vezes é conveniente expressar a sensibilidade pela relação entre o deslocamento da extremidade do ponteiro (em mm) e o valor unitário do mensurando.

Para os sistemas de medição não-lineares, a sensibilidade é variável. Nesse caso, a inclinação da curva característica, de resposta pode ser calculada pela sua derivada. A Figura 4.10 ilustra um caso em que a sensibilidade é variável. Representa o comportamento típico do indicador do nível de combustível do automóvel "fusca". Note na parte esquerda da figura que o indicador é fortemente não linear: a posição central do ponteiro corresponde à fração de cerca de 1/4 do volume total. A marca correspondente a meio tanque está a cerca de 3/4 do deslocamento máximo da extremidade do ponteiro. A representação gráfica da relação entre a fração de combustível presente no tanque e o deslocamento da extremidade do ponteiro a partir da posição zero revela uma curva característica de resposta não-linear.

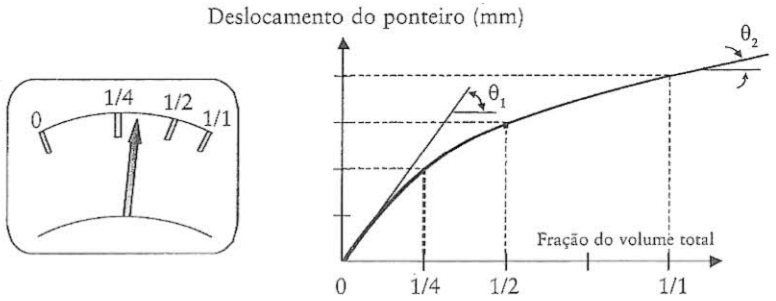


FIGURA 4.10 – Sensibilidade de um sistema de medição não-linear.

Apesar de não-linear, esse comportamento é vantajoso. A sensibilidade na região próxima do tanque vazio, dada pela tangente do ângulo θ_1, é muito grande. Isto significa que, nessa região, pequenas variações no volume de combustível no interior do tanque produzirão grandes deflexões na extremidade do ponteiro, o que é extremamente benéfico. Torna-se a condição na qual é mais importante conhecer o volume real de

combustível que ainda resta no tanque. Na outra extremidade, a sensibilidade é muito baixa, calculada pela tangente de θ_2. Quando o tanque está quase cheio, é necessária uma variação do volume de combustível muito maior para produzir o mesmo deslocamento da extremidade do ponteiro.

Curva de erros (CE)

A *curva de erros* é um gráfico que representa os erros apresentados pelo sistema de medição como função da sua indicação. É composta por uma linha central, que representa os erros sistemáticos, e uma faixa que delimita as regiões onde são esperados os erros aleatórios. Os contornos da faixa são simetricamente afastados da curva dos erros sistemáticos de uma distância equivalente à repetitividade. Geralmente, a componente sistemática do erro de medição e a intensidade do erro aleatório variam ao longo da faixa de medição, produzindo "curvas" diferentes. A forma da curva de erros é imprevisível, decorre das características individuais e do estado de cada sistema de medição avaliado (Figura 4.11).

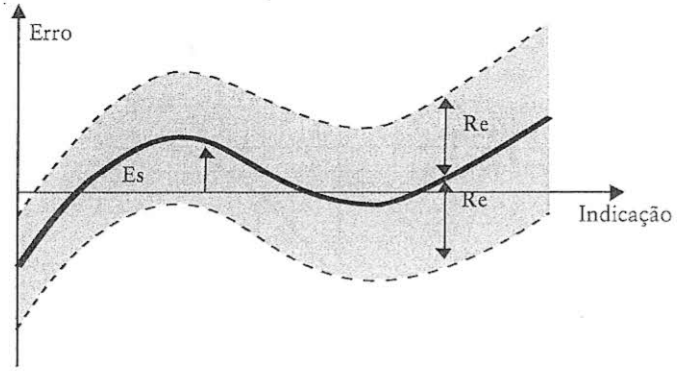


FIGURA 4.11 – Curva de erros de um sistema de medição.

A curva de erros possui várias utilidades. Representa uma "radiografia metrológica" do comportamento de um sistema de medição, revelando a forma como os erros se manifestam. A curva de erros é muito útil no momento em que o resultado de uma medição deve ser estimado: em função da indicação é possível encontrar a parcela de erro sistemático a ser compensada e a indicação da repetitividade associada à parcela

aleatória do erro de medição. Entretanto, é necessário estar alerta, pois a curva de erros é válida para as condições em que foi levantada, que podem diferir das condições em que o sistema de medição é utilizado.

Histerese (H)

Para melhor compreender o fenômeno conhecido como *histerese*, considere a Figura 4.12. Na parte esquerda da figura, um conjunto de duas peças é representado em seis diferentes momentos. É formado por duas peças que estão conectadas por um engate com folgas. Cada peça possui um ponteiro que indica uma leitura sobre a escala. No momento "A", as duas peças estão na posição inicial, em que os ponteiros apontam para o zero simultaneamente, isto é, x = 0 e y = 0. No gráfico da parte direita da figura, o ponto "A" está representando essa posição, o que coincide com a origem do gráfico. Para facilitar a descrição, seja a peça da esquerda denominada de *peça y* e a da direita de *peça x*.

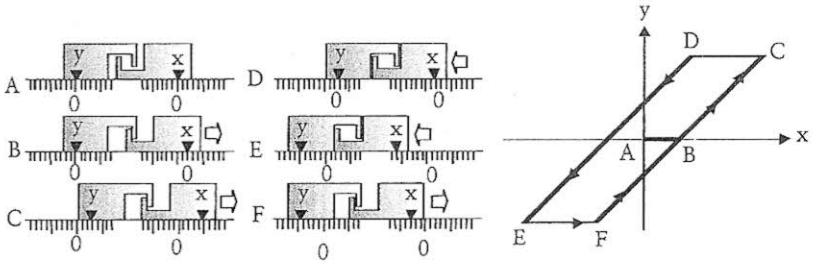


FIGURA 4.12 – Laço de histerese provocado por folgas mecânicas.

Para provocar uma situação em que a histerese esteja presente, a *peça x* (peça da direita) será submetida a um ciclo de movimentos. A *peça x* inicia um movimento contínuo e suave para o lado direito. Nos primeiros milímetros, o valor da leitura "x" aumenta enquanto a leitura "y" permanece no zero. A situação "B" representa o momento em que se dá o contato físico entre as duas partes do engate. A partir desse momento, a *peça y* é puxada pela *peça x* e passa também a se mover para a direita, o que faz a leitura "y" crescer na mesma velocidade que a leitura "x". O movimento para a direita segue até que a situação "C" seja atingida. Nesse momento, inverte-se o movimento da *peça x*, que passa a descrever um movimento contínuo e suave para a esquerda. Em função

da folga existente no engate, a *peça y* permanece imóvel nos primeiros milímetros, fazendo que "y" permaneça o mesmo valor enquanto "x" é decrescido. Quando o contato entre as partes do engate acontece, situação representada por "D", as duas peças passam a se mover para a esquerda com mesma velocidade. O movimento para a esquerda continua até a situação "E", onde o movimento da *peça x* é novamente invertido, voltando a se mover para a direita. Novamente a *peça y* permanece imóvel até que o contato entre as partes do engate a puxe para a direita, o que está representado na situação "F". A partir desse momento, as duas peças voltam a se mover com mesma velocidade para a direita.

O gráfico da figura representa as diferentes trajetórias descritas pelas duas peças. Note que quando a *peça x* se desloca para a direita, a relação entre "x" e "y" é descrita por uma trajetória distinta da trajetória observada quando o movimento se dá no sentido contrário. Essa é a essência do fenômeno conhecido como histerese. A figura formada pelas trajetórias de ida e vinda é denominada *laço de histerese*. Neste exemplo, a histerese foi provocada pelas folgas do engate. Nos sistemas mecânicos, a histerese também pode ser provocada pelo atrito entre as partes móveis. Freqüentemente presente nos sistemas mecânicos, a histerese também pode manifestar-se em sistemas elétricos, magnéticos e em alguns cristais piezelétricos.

Sistemas de medição freqüentemente envolvem peças móveis. No uso normal, as peças são movidas pela ação do mensurando e produzem a indicação. Se o mensurando cresce ou decresce em intensidade, o sentido do movimento é invertido, produzindo indicações que são afetadas pela histerese, dando origem a erros de medição. O erro de histerese é quantificado como a diferença entre a indicação para um dado valor do mensurando quando este é atingido por valores crescentes e quando a indicação do mensurando é atingido por valores decrescentes.

Normalmente, o erro de histerese é classificado como aleatório. Em situações especiais, nas quais há controle sobre o sentido de variação do mensurando, ou registro da sua história de evolução, é possível compensar boa parte do erro de histerese.

É possível manter o erro de histerese dentro de limites reduzidos por meio de um projeto adequado do sistema de medição. Manutenções preventivas e corretivas, visando à eliminação de folgas, são medidas que ajudam a manter reduzido o erro de histerese. Recomendações como "dar pequenos tapinhas" na lateral de um manômetro, por exemplo, ajudam a reduzir o atrito estático e, por incrível que pareça, são medidas eficazes para minimizar o erro de histerese.

O modelo representado na Figura 4.12 é simplificado, prestando-se para compreender a essência do fenômeno. Na prática, a combinação de fatores que geram a histerese produz efeitos mais complexos. Não é raro que o laço de histerese envolva figuras não lineares e tenha diferentes intensidades se a amplitude em que houve a inversão do sentido de crescimento do mensurando for maior ou menor.

Tempo de resposta (TR)

Idealmente, a resposta de um sistema de medição a um estímulo deveria ser instantânea. Na prática, há sempre um intervalo de tempo envolvido denominado de *tempo de resposta*:

> **Tempo de resposta** de um sistema de medição é o intervalo de tempo entre o instante em que este é submetido a um estímulo com uma variação brusca e o instante em que a resposta atinge e permanece dentro de limites especificados em torno do seu valor final estável.

A Figura 4.13 mostra a resposta no tempo de um sistema de medição quando exposto a um estímulo que varia bruscamente. No início, o estímulo está no valor zero. Subitamente, o estímulo é variado na forma de um degrau e permanece em um patamar mais alto, o que está representado em linha pontilhada na figura. A resposta do sistema de medição não é instantânea, mas segue a curva representada em linha cheia na figura. Note que há uma pequena região de aceleração, uma região de subida uniforme e uma pequena sobrepassagem quando o valor do estímulo é superado. Uma pequena oscilação amortecida é notada em torno do valor final do estímulo antes que a resposta se estabilize. Uma faixa de tolerância é especificada em torno do valor final e representada na figura. O tempo de resposta é medido como o intervalo de tempo decorrido entre o instante em que o degrau foi aplicado no estímulo e a resposta que permaneceu definitivamente dentro da faixa de tolerância estabelecida em torno do valor final.

A forma da curva da resposta dinâmica de um sistema de medição varia de acordo com as suas características dinâmicas. A sobrepassagem e a oscilação amortecida em torno do valor final da resposta podem ocorrer de forma distinta da representada na figura ou mesmo nem ocorrer. Há muito mais a acrescentar na área da metrologia dinâmica, mas esse tema foge do foco deste texto.

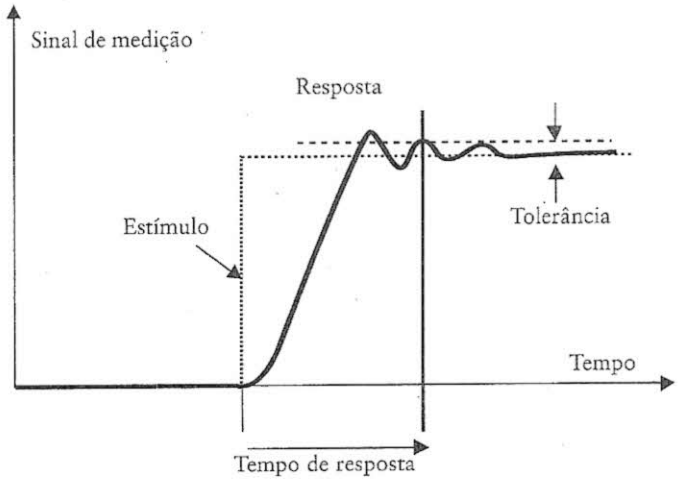


FIGURA 4.13 – Tempo de resposta de um sistema de medição.

4.3.4 CARACTERÍSTICAS LIGADAS AOS ERROS DE MEDIÇÃO

Uma série de parâmetros são definidos para exprimir a capacidade de medir bem dos sistemas de medição. Vários tipos de erros e comportamentos não ideais podem ser expressos na forma numérica. São elementos importantes na especificação, comparação e seleção de sistemas de medição para tarefas específicas. Sete parâmetros ligados a erros de medição são aqui apresentados.

Tendência (Td) e correção (C)

Não é possível conhecer exatamente o erro sistemático apresentado por um sistema de medição. Seria necessário dispor de um padrão exato e um número infinito de medições repetitivas desse padrão para eliminar a incerteza trazida pelos erros aleatórios.

Na prática, utiliza-se a *tendência*. A tendência é uma estimativa do erro sistemático apresentado por um sistema de medição. É calculada a partir da média das medições repetitivas efetuadas, da qual é subtraído o valor verdadeiro convencional do padrão medido. O erro sistemático é aproximadamente compensado quando a respectiva tendência é subtraída do resultado não corrigido. Como há sempre uma incerteza associada à tendência, a compensação dos erros sistemáticos não pode ser perfeita.

Alternativamente é utilizada a *correção*. A correção é o valor que, somado ao resultado não corrigido de uma medição, compensa o erro sistemático. Corresponde numericamente à tendência com o sinal trocado. Também há uma incerteza associada à correção que impede que a compensação dos erros sistemáticos seja perfeita.

A tendência e a correção podem ser utilizadas para descrever as características de sistemas de medição, de um ou mais dos seus módulos e também de medidas materializadas. Nos sistemas de medição, normalmente, o erro sistemático não é um valor único mas varia ao longo da faixa de medição. Para diferentes valores do mensurando os erros sistemáticos podem variar. Conseqüentemente, tanto a tendência quanto a correção variam ao longo da faixa de medição. A linha central da curva de erros corresponde à linha da tendência. Nas medidas materializadas, como blocos-padrão, massas-padrão, resistores-padrão, etc., a tendência e a correção geralmente assumem um valor único.

No uso desses parâmetros, para compensar erros sistemáticos, é necessário ficar atento às condições de utilização do sistema de medição. A correção e a tendência, normalmente, são determinadas em condições de laboratório, com temperatura e umidade controladas. Se as condições de uso diferirem das de laboratório, pode ser necessário aplicar fatores de correção adicionais.

Repetitividade (Re)

A repetitividade exprime a intensidade com que agem os erros aleatórios em repetidas medições do mesmo mensurando, efetuadas ***sob as mesmas condições de medição***. Como o erro aleatório é imprevisível, a estatística é utilizada para definir uma faixa dentro da qual, com uma dada probabilidade, espera-se encontrar o erro aleatório de um sistema de medição ou de um dos seus módulos. É calculada a partir da incerteza-padrão multiplicada pelo respectivo coeficiente t de Student. Normalmente, o nível de confiança de 95,45% é utilizado.

É também possível calcular a repetitividade da média de "n" medições multiplicando a incerteza-padrão da média pelo respectivo coeficiente t de Student.

A repetitividade deve ser determinada nas mesmas condições de medição, que incluem: (a) redução ao mínimo das variações devidas ao operador; (b) mesmo procedimento de medição; (c) mesmo operador;

(d) mesmo equipamento de medição, utilizado nas mesmas condições; (e) mesmo local; e (f) repetições em um curto período.

Note que a repetitividade espelha a intensidade dos erros aleatórios em condições especiais de utilização, o que geralmente difere das condições reais de uso do sistema de medição.

Reprodutibilidade (Rp)

A reprodutibilidade exprime a intensidade com que agem os erros aleatórios em repetidas medições do mesmo mensurando, efetuadas *sob condições variadas de medição*. Como o erro aleatório é imprevisível, a estatística é utilizada para definir uma faixa dentro da qual, com uma dada probabilidade, espera-se encontrar o erro aleatório de um sistema de medição ou de um dos seus módulos. É calculada a partir da incerteza-padrão multiplicada pelo respectivo coeficiente t de Student. Normalmente, o nível de confiança de 95,45% é utilizado.

Para que o valor da reprodutibilidade faça sentido, é necessário que sejam claramente especificadas as condições variadas em que as medições são efetuadas. As condições variadas podem incluir: (a) diferentes princípios de medição; (b) diferentes métodos de medição; (c) distintos operadores; (d) diferentes sistemas de medição; (e) uso de distintos padrões de referência; (f) diferentes locais onde são efetuadas as medições; (g) distintas condições de utilização; e (h) distintos momentos em que as medições são efetuadas.

Com a seleção apropriada da(s) condição(ões) variada(s), o valor da reprodutibilidade espelha melhor o comportamento real do sistema de medição nas condições de uso.

Erro de linearidade (EL)

Nos sistemas de medição lineares, a relação entre o estímulo e a resposta de um sistema de medição deveria poder ser representada por uma linha reta. Na prática, nem sempre isso acontece. Por limitações construtivas, ou pela não idealidade dos fenômenos físicos envolvidos, a curva obtida não é uma linha reta.

O erro de linearidade é um parâmetro que exprime o quanto a curva característica de resposta real se afasta da linha reta ideal. A Figura

4.14 representa em linha cheia, em escala exagerada, a curva característica de resposta de um sistema de medição. Note a forma de "s" indicando um comportamento não-linear. Para quantificar o erro de linearidade, diversos procedimentos podem ser utilizados. Nesta figura, o erro de linearidade definido pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) é utilizado. Para tal, uma reta de regressão é inicialmente ajustada pelos pares de coordenadas que correspondem aos pontos da curva característica de resposta real. A reta ajustada é traçada e mostrada na figura (reta MMQ). Duas retas auxiliares, paralelas à primeira, são também traçadas. A reta auxiliar superior deve ser posicionada na altura mínima de forma que a curva característica de resposta real esteja integralmente abaixo dela. Similarmente, a curva deverá estar acima da reta auxiliar inferior. A curva característica de resposta real deverá estar inteiramente contida dentro da faixa delimitada pelas duas retas auxiliares. São medidas as duas distâncias, d_1 e d_2, definidas entre a reta MMQ e cada uma das retas auxiliares. O erro de linearidade, segundo o método dos mínimos quadrados, corresponderá à maior dessas distâncias.

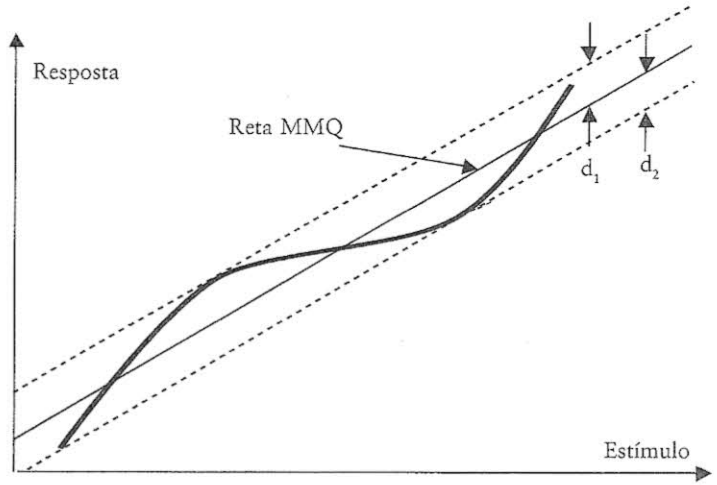


FIGURA 4.14 – Erro de linearidade.

Note que, se a curva característica de resposta real for uma reta, o erro de linearidade, assim definido, será nulo. Independentemente da forma da curva característica de resposta real, o erro de linearidade sempre será um número positivo. Existem outras formas gráficas de definir o

erro de linearidade, porém a apresentada é a mais usada, especialmente por ser de fácil implementação computacional.

Erro máximo ($E_{máx}$)

Entende-se aqui por erro máximo o valor absoluto do maior valor de erro de medição que pode ser cometido pelo sistema em toda a sua faixa de medição e nas condições operacionais em que é avaliado. Na curva de erros, o erro máximo corresponde ao ponto mais afastado da linha do zero, o que pode ocorrer na região positiva ou negativa da curva. O erro máximo na curva de erros da Figura 4.15 ocorre na posição da extrema direita da curva de erros e corresponde, naquele ponto, à soma da tendência mais a repetitividade.

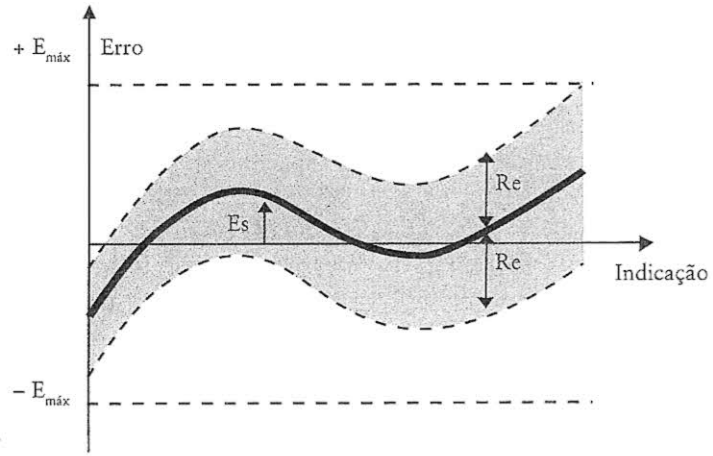


FIGURA 4.15 – Erro máximo de um sistema de medição.

Note que toda a curva de erros está contida dentro da faixa compreendida entre – $E_{máx}$ e + $E_{máx}$. Embora seja um dado importante, o erro máximo é uma informação mais pobre que a curva de erros e não a substitui plenamente. Para as condições em que foi levantado, é possível afirmar que em nenhum ponto da faixa o erro de medição superará, em valor absoluto, o valor do erro máximo. É o parâmetro numérico que melhor descreve a qualidade global do sistema de medição.

Estabilidade e deriva

A *estabilidade* expressa a aptidão de um sistema de medição em manter constantes suas características metrológicas, geralmente ao longo do tempo. A estabilidade pode ser quantificada de várias maneiras, por exemplo:

a) Pelo intervalo de tempo no qual a característica metrológica varia de uma quantidade predeterminada;
b) Em termos da variação observada em uma característica em um determinado período. É um exemplo:

O zero de um modelo de balança eletrônica pode variar até ± 0,5 g a cada 24 h.

Quando nada é dito em contrário, a estabilidade é estabelecida em relação ao tempo. Entretanto, a estabilidade também pode ser estabelecida em função de uma outra grandeza de interesse, como a temperatura, por exemplo.

O termo *deriva* é preferível para descrever a taxa de variação de uma característica que ocorre de maneira lenta e uniforme com o tempo ou outra grandeza de influência. Por exemplo, o valor da resistência de um resistor-padrão que aumenta 0,002 Ω a cada kelvin de aumento na temperatura ambiente possui uma deriva de 0,002 Ω/K. Um voltímetro digital cuja indicação não permanece estável, mas diminui 0,8 μV a cada duas horas, possui uma deriva de – 0,4 μV/h.

Precisão e exatidão

Precisão e exatidão são termos que devem ser apenas usados de forma qualitativa em metrologia. Não fazem parte dessa lista. Estão aqui apenas como alerta para evitar sua má utilização quantitativa.

A exatidão é um termo qualitativo que está associado ao grau de concordância entre o resultado de uma medição e o valor verdadeiro do mensurando. Precisão também é um termo qualitativo associado à pouca dispersão, isto é, à ausência de erros aleatórios.

4.4 REPRESENTAÇÃO ABSOLUTA E RELATIVA

Os parâmetros quantitativos que representam as características metrológicas dos sistemas de medição podem ser apresentados em termos absolutos ou em termos relativos. As vantagens de cada forma de representação são discutidas a seguir.

4.4.1 REPRESENTAÇÃO EM TERMOS ABSOLUTOS

Neste caso, o valor é apresentado na unidade do mensurando. São exemplos:

Erro máximo: $E_{máx} = 0{,}003\ V$
Repetitividade: $Re = 1{,}5\ K$
Erro de linearidade: $EL = 0{,}02\ mm$

A utilização dos parâmetros expressos na forma absoluta é mais direta. Para especificar ou verificar o desempenho de um sistema de medição, torna-se mais fácil comparar o valor desejado, ou observado, com a representação na própria unidade do mensurando.

4.4.2 REPRESENTAÇÃO EM TERMOS RELATIVOS OU FIDUCIAIS

Na representação relativa, o parâmetro é apresentado como um porcentual de um *valor de referência*. Quando o parâmetro quantifica algum tipo de erro, é comum a denominação *erro fiducial*. Nesse caso, o valor de referência é também denominado *valor fiducial*.

A representação relativa ou fiducial é mais interessante quando comparações devem ser feitas entre sistemas de medição que possuem faixas de medição não-coincidentes. Normalmente, a qualidade de dois sistemas de medição distintos é comparável quando os seus parâmetros, expressos em termos relativos, são similares.

O valor de referência ou fiducial adotado está, normalmente, dentro de uma das quatro opções seguintes.

Em relação ao valor final de escala (VFE)

É o valor de referência mais freqüentemente adotado. Corresponde ao maior valor da faixa de medição. Por exemplo, em um voltímetro cuja faixa de medição é de 0 a 20 V, o valor 20 V é o valor final de escala (VFE). Seu uso é tão comum que alguns fabricantes de instrumentos de medição chegam a omitir a sigla VFE das folhas de especificações dos sistemas de medição. São exemplos:

Erro máximo: $E_{máx} = 1\%$ *do VFE*
Erro de linearidade: $EL = 0{,}1\%$

Esta forma de representação é mais usual em sistemas de medição cujas unidades são absolutas. Voltímetros, amperímetros, medidores de força, comprimentos e deslocamentos são alguns exemplos.

Em relação à faixa de indicação

A amplitude da faixa de indicação pode ser usada como valor de referência ou fiducial. O parâmetro é expresso como um porcentual da amplitude dessa faixa. É normalmente aplicada a termômetros, pirômetros, barômetros e outros sistemas de medição com unidades não absolutas, como é o caso da temperatura expressa em graus Celsius, cujo zero é artificialmente arbitrado no ponto de fusão da água. São exemplos:

Reprodutibilidade: $Rp = 0{,}2\%$ *da FI*
Resolução: $R = 0{,}02\%$ *na faixa de 900 a 1400 mbar*

Em relação a um valor prefixado

Aplicado quando o instrumento é destinado a medir variações em torno do valor prefixado. Exemplo:

Repetitividade: $Re = 0{,}5\%$ *da pressão nominal de operação de 18,5 bar*

Em relação ao valor verdadeiro convencional

Aplicado quando se trata de medidas materializadas, cujo valor nominal é conhecido. Exemplo:

Erro máximo de uma massa padrão de 100 g:
$E_{máx}$ = *0,08% de 100g*

4.5 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- Os dois principais grupos de métodos de medição são o da comparação e o da indicação.
- No método da comparação, o valor do mensurando é determinado quando sua comparação com medidas materializadas mostra diferença zero. É muito estável, porém lento.
- No método da indicação, o sistema de medição indica um valor proporcional ao valor do mensurando. É extremamente rápido e versátil, mas sua estabilidade ao longo do tempo não é muito boa.
- O método diferencial pode ser considerado um método intermediário. O valor do mensurando é determinado a partir da pequena diferença entre uma medida materializada e o mensurando. É o método mais usado na produção em série.
- Sistemas de medição que operam pelo método da indicação normalmente possuem três módulos: o transdutor, a unidade de tratamento de sinais e o dispositivo mostrador ou registrador.
- O transdutor é o primeiro módulo do sistema de medição. Normalmente está em contato com o mensurando e gera um sinal de medição quase sempre proporcional ao valor deste.
- O segundo módulo é a unidade de tratamento do sinal, que processa o sinal de medição do transdutor e normalmente amplifica sua potência.
- O dispositivo mostrador é o último módulo, e torna o sinal de medição perceptível para o usuário.
- As características dos sistemas de medição ligadas à faixa de utilização são: a faixa de indicação, a faixa nominal e a faixa de medição.
- As características dos sistemas de medição ligadas à indicação são: o valor de uma divisão, o incremento digital e a resolução.

- As características dos sistemas de medição que relacionam o estímulo com a resposta são: curva característica de resposta, sensibilidade, curva de erros, histerese e tempo de resposta.
- As características dos sistemas de medição ligadas aos erros de medição são: tendência, correção, repetitividade, reprodutibilidade, erro de linearidade, erro máximo, estabilidade e deriva.
- Os parâmetros que caracterizam o desempenho dos sistemas de medição podem ser apresentados em termos absolutos ou relativos. A representação relativa é também denominada de fiducial.

4.6 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E4.1 Enumere pelo menos dez exemplos de sistemas de medição extraídos do seu dia-a-dia e identifique os que operam pelos métodos da indicação, comparação ou diferencial. Ordene os sistemas de medição identificados em função da velocidade de medição, começando pelo mais rápido. Sua lista confirma que os mais rápidos são os sistemas de medição que operam pela indicação?

E4.2 Considere a medição de comprimentos pelo método diferencial da forma esquematizada na Figura 4.3. Analise o erro devido à temperatura quando o padrão e a peça a medir são de materiais que possuem o mesmo coeficiente de dilatação térmica. Em que condições os erros devidos à temperatura devem ser compensados?

E4.3 Selecione da lista do exercício E4.1 três sistemas de medição que operam pelo método da indicação. Para cada um dos sistemas de medição, identifique seus módulos: transdutor, unidade de tratamento de sinais e dispositivo mostrador ou registrador.

E4.4 Para cada sistema de medição da lista do exercício E4.1 que opera pelo método da indicação, identifique os seguintes parâmetros: (a) faixa de indicação; (b) faixa de medição (se disponível); (c1) valor de uma divisão da escala, se analógico, ou (c2) o incremento digital, se digital; (d) resolução adotada por você; e (e) erro máximo (faça uma estimativa baseada no seu bom senso se esta informação não estiver disponível).

E4.5 Use o modelo esquematizado na Figura 4.16 para verificar que o atrito em combinação com a elasticidade podem dar origem à histerese. Considere a movimentação do conjunto a partir do elemen-

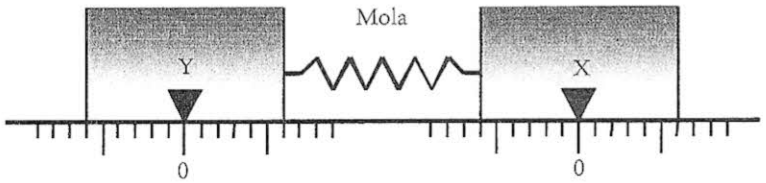


FIGURA 4.16 – Modelo usado para verificar que o atrito pode causar histerese.

to "X" e a posição do elemento "Y". Para que o elemento "Y" se desloque, é necessário que a força exercida pela mola supere a força de atrito entre o elemento "Y" e a superfície onde está apoiado.

E4.6 Estime o tempo de resposta de um termômetro clínico usado para medir a temperatura corporal. Considere como tolerância um valor igual à resolução.

E4.7 Exprima, numericamente, a deriva temporal do sistema de medição de velocidade de um automóvel que, em média, aumenta a velocidade indicada em 0,2% por ano em função do desgaste dos pneus.

E4.8 Uma célula de carga apresenta resolução de 2,0 N e erro máximo de 15 N. Exprima estes parâmetros em termos fiduciais sabendo que a faixa de medição é de 0 a 5 kN.

E4.9 Um termômetro clínico caseiro possui faixa de medição de 35 a 42°C. Seu fabricante especifica que o erro máximo, em termos fiduciais, é de apenas 1,0%. Qual o valor do erro máximo em termos absolutos?

E4.10 Dois paquímetros apresentam erro máximo de 0,05 mm. O primeiro possui faixa de medição entre 0 e 200 mm e o segundo, entre 0 e 600 mm. Em termos de desempenho metrológico, é possível apontar qual deles é o melhor?

5

CALIBRAÇÃO DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO

Sistemas de medição sempre apresentam erros. Em maior ou menor grau, erros estarão sempre agindo, sejam eles originados internamente ao sistema de medição ou decorrentes da ação de várias grandezas de influências externas.

Com o uso, há uma tendência do sistema de medição em degradar seu desempenho ao longo dos meses. Para manter a confiabilidade dos resultados de medições, o desempenho do sistema de medição deve ser verificado periodicamente. A plena caracterização dos erros sistemáticos e aleatórios, apresentados nas condições em que o sistema de medição é utilizado, é uma condição necessária para que os resultados obtidos sejam mais confiáveis.

A forma usual de caracterizar o desempenho metrológico de um sistema de medição é pelo procedimento denominado *calibração*. Este capítulo é direcionado à calibração e às operações correlatas. São procedimentos importantíssimos para manter a universalidade e confiabilidade das medições efetuadas em qualquer momento ou local.

5.1 O QUE É CALIBRAÇÃO? PARA QUE SERVE?

A indicação de um sistema de medição ideal deve corresponder ao valor verdadeiro do mensurando. Nos sistemas de medição reais, há diferenças. Utilizando o procedimento experimental denominado *calibração*, é possível verificar a maneira efetiva como os valores indicados pelo sistema de medição se relacionam com os valores do mensurando.

Calibração é o conjunto de operações que estabelece, sob condições especificadas, a relação entre os valores indicados por um instrumento ou sistema de medição ou valores representados por uma medida materializada ou um material de referência e os valores correspondentes das grandezas estabelecidos por padrões.

A calibração não está restrita aos sistemas de medição. É também utilizada para caracterizar o valor efetivo de medidas materializadas e em materiais de referência. A determinação do valor efetivo de uma massa-padrão ou de um resistor-padrão e o comprimento de um bloco-padrão são exemplos de calibrações em medidas materializadas. A determinação efetiva da concentração de um reagente químico, ou do seu pH, são exemplos de resultados de calibrações em materiais de referência.

Como essas relações não são únicas, mas dependem das condições de uso, é necessário especificar claramente as condições em que a calibração é efetuada. A calibração é realizada freqüentemente em laboratório, no qual as condições de referência são estabelecidas. Na área da metrologia dimensional, por exemplo, as calibrações são sempre realizadas em ambientes cuja temperatura é mantida muito próxima dos 20°C. Sistemas de medição de grandezas elétricas são normalmente realizados em ambientes protegidos contra campos eletromagnéticos. As condições recomendadas para as calibrações são normalmente estabelecidas por normas técnicas específicas.

Os valores de referência da calibração são estabelecidos por *padrões*. Trata-se de meios de medição de qualidade superior, cujo valor de referência é estabelecido com níveis excelentes de incerteza. São alguns exemplos de padrões: (a) massa-padrão de 1 kg; (b) resistor-padrão de 100 Ω; (c) padrão de corrente elétrica; (d) padrão de freqüência de césio; (e) eletrodo-padrão de hidrogênio.

Padrão é uma medida materializada, instrumento de medição, material de referência ou sistema de medição destinado a definir, realizar, conservar ou reproduzir uma unidade ou um ou mais valores de uma grandeza para servir como referência.

O resultado de uma calibração permite tanto o estabelecimento dos valores do mensurando para as indicações como a determinação das correções a serem aplicadas. Uma calibração também pode determinar outras propriedades metrológicas como, por exemplo, os efeitos das grandezas de influência sobre a indicação, ou o comportamento metrológico de sistemas de medição em condições adversas de utilização (em temperaturas elevadas ou muito baixas, na ausência de gravidade, sob forte radiação nuclear, etc.).

O resultado da calibração geralmente é registrado em um documento específico denominado *certificado de calibração* ou *relatório de calibração*. O certificado de calibração apresenta várias informações que deixam claro o procedimento e as condições em que a calibração foi efetuada. Uma série de informações é apresentada acerca do desempenho metrológico do sistema de medição analisado. Freqüentemente, como seu principal resultado, apresenta uma tabela, ou gráfico, contendo para cada ponto medido ao longo da faixa de medição: (a) estimativas da correção a ser aplicada e (b) estimativa da incerteza associada à correção. Em função dos resultados obtidos, o desempenho do sistema de medição pode ser comparado àquele constante nas especificações de uma norma técnica, ou outras determinações legais, e um parecer de conformidade pode ser emitido.

O termo "aferição" esteve em desuso durante 8 anos e foi reintegrado ao vocabulário técnico no ano de 2003. Seu significado é o mesmo da calibração.

Calibração e aferição são sinônimos.

A manutenção da confiabilidade metrológica de sistemas de medição é a principal motivação para a realização de calibrações. Calibrações são convenientes como testes de aceitação quando novos sistemas de medição são adquiridos. São indispensáveis quando há uma suspeita de mau funcionamento do sistema de medição ou este é reparado após uma avaria. Mesmo nas condições normais de uso, a degradação da qualidade dos sistemas de medição é inevitável e progressiva. Na sua grande maioria, as calibrações são rotineiramente realizadas como forma de assegurar a manutenção da confiabilidade das medições ao longo do tempo. Devem apontar se os sistemas de medição em uso ainda apresentam condições de indicar resultados de medições confiáveis, que levem à tomadas de decisões seguras e preservem a qualidade de processos e produtos.

Hoje, em plena era da economia globalizada, a concorrência entre empresas é muito acirrada. Não há mais espaço para produtos de baixa qualidade. O consumidor tornou-se exigente e possui muitas opções no mercado. Para as empresas, a manutenção da qualidade é uma questão crucial para sua sobrevivência. A qualidade dos produtos tem que ser assegurada a qualquer custo, o que só acontece quando os sistemas de medição confiáveis forem usados no controle de qualidade da produção. A construção da boa imagem de uma empresa junto aos consumidores não acontece sem um grande esforço, com seriedade e persistência. A destruição da imagem,

ao contrário, pode acontecer rápida e catastroficamente por um produto problemático ou mal-sucedido.

As normas da série ISO 9000 estabelecem princípios para disciplinar a gestão das empresas que levam à melhora e à manutenção da qualidade de uma organização de forma ampla. A calibração tem um papel de grande importância nesse processo: um dos requisitos técnicos necessários para que uma empresa obtenha a certificação pelas normas da série ISO 9000 exige que os sistemas de medição e os padrões de referência utilizados no processo produtivo tenham certificados de calibração reconhecidos e dentro do prazo de validade.

5.2 VERIFICAÇÃO, AJUSTE E REGULAGEM

Além da calibração, existem outras operações correlatas denominadas *verificação*, *ajuste* e *regulagem*.

5.2.1 VERIFICAÇÃO

A calibração completa de um sistema de medição, ou de uma medida materializada, demanda um volume razoável de trabalho. Seu custo pode tornar-se proibitivo se for realizada muito freqüentemente. Porém, a realização de calibrações com grande freqüência é uma medida salutar para a manutenção da confiabilidade metrológica. Para compatibilizar esses interesses antagônicos, é muito utilizada uma versão simplificada da calibração denominada *verificação*.

Verificação é uma calibração simplificada utilizada para testar se um sistema de medição, ou medida materializada, está em conformidade com uma dada especificação técnica.

O procedimento de verificação é concebido para ser, ao mesmo tempo, de fácil aplicação e eficaz. Pela aplicação de um ou dois padrões no sistema de medição a verificar, são quantificados os erros de medição apresentados, que são comparados aos limites de especificação ou aos resultados das últimas calibrações. O teste será bem-sucedido se, no(s) ponto(s) verificado(s), o desempenho do sistema de medição não ultrapassar os limites estabelecidos. Nesse caso, o sistema de medição deverá continuar em uso. Caso não seja bem-sucedido, deverá ser submetido a uma calibração completa e, eventualmente, passar por uma operação corretiva e nova calibração antes de retornar ao uso.

Embora possa ser usada no dia-a-dia de um processo produtivo industrial para, freqüentemente, testar a confiabilidade dos meios de medição, a verificação é muito utilizada no âmbito da *Metrologia legal*. Entidades oficiais, entre essas os Institutos de Pesos e Medidas Estaduais (IPEM), existentes nos diversos estados da Federação, efetuam verificações periódicas nos meios de medição utilizados no comércio.

A **Metrologia legal** tem como objetivo principal proteger o consumidor tratando das unidades de medidas, métodos e instrumentos de medição, de acordo com as exigências técnicas e legais obrigatórias. Com a supervisão do governo, o controle metrológico estabelece adequada transparência e confiança com base em ensaios imparciais. A exatidão dos instrumentos de medição garante credibilidade nos campos da economia, saúde, segurança e meio ambiente.

Todas as balanças, massas-padrão, bombas de gasolina e taxímetros usados no comércio são, compulsoriamente, submetidos a uma verificação anual. Há normas específicas que regulamentam as verificações para cada classe de sistema de medição usados no comércio. Estando em conformidade com as normas, o sistema de medição recebe um selo oficial com o dizer "VERIFICADO", onde também consta o período de validade da verificação. Deve ser fixado no próprio sistema de medição, em local visível ao consumidor. Caso não seja aprovado no teste, o sistema de medição não pode continuar em uso. Deve passar por uma operação corretiva, ou uma substituição, e ser aprovado em uma nova verificação antes de retornar ao uso.

5.2.2 AJUSTE

Quando o desempenho do sistema de medição ou as características de uma medida materializada não estão em conformidade com as normas, é necessário agir sobre o meio de medição. O *ajuste* é uma operação corretiva, normalmente efetuada após uma calibração ou verificação, quando é detectado que o desempenho metrológico do meio de medição não está em conformidade com os padrões de comportamento esperados.

74

Ajuste é uma operação corretiva destinada a fazer que um instrumento de medição tenha desempenho compatível com o seu uso. O ajuste pode ser automático, semi-automático ou manual.

O ajuste é efetuado usando os meios que forem necessários para fazer coincidir, da melhor forma possível, a indicação do sistema de medição ou o valor efetivo de uma medida materializada com o valor verdadeiro. Quase sempre o ajuste é efetuado por um técnico especializado que, freqüentemente, necessita ter acesso a controles internos não disponibilizados pelo fabricante para o usuário comum. São exemplos de ajustes:

- a alteração do fator de amplificação (sensibilidade) de um medidor de forças elétrico por meio de um potenciômetro interno;
- a regulagem do "zero" de um manômetro por meio de parafuso interno.

No caso de medidas materializadas, o ajuste normalmente envolve uma alteração das suas características físicas ou geométricas. Por exemplo, a colocação de uma "tara" em uma massa-padrão.

Após o término da operação de ajuste, é necessário efetuar uma nova calibração, visando a conhecer o comportamento do sistema de medição na nova condição. Se o desempenho atinge os níveis estabelecidos o sistema de medição pode ser posto em uso normal. Caso contrário, um novo ajuste, e uma nova calibração podem vir a ser necessários. No caso extremo em que, após algumas tentativas, não seja possível atingir os níveis de desempenho, o sistema de medição deverá ser definitivamente retirado de uso.

5.2.3 REGULAGEM

A *regulagem* também é uma operação corretiva que visa fazer coincidir, da melhor forma possível, o valor indicado pelo sistema de medição com o valor correspondente do mensurando. Sua diferença em relação ao ajuste é que é realizada pelo usuário comum, com os controles externos naturalmente disponibilizados ao usuário pelo fabricante para este fim.

Regulagem é um ajuste, empregando somente os recursos disponíveis ao usuário no sistema de medição.

São exemplos de regulagem:

- a regulagem do "zero" de uma balança eletrônica mediante um botão apropriado para tal;
- a alteração do fator de amplificação (sensibilidade) de um medidor eletrônico de forças por meio de um botão externo.

A regulagem não precisa ser seguida de uma nova calibração ou verificação formal. Entretanto, uma rápida verificação pelo próprio usuário é uma medida salutar.

5.3 MÉTODOS DE CALIBRAÇÃO

Fundamentalmente, a calibração consiste em submeter um sistema de medição a valores conhecidos do mensurando, em condições bem definidas, e avaliar a sua resposta. O número de repetições e o número de diferentes valores do mensurando podem variar conforme a finalidade da calibração. Porém, o valor do mensurando deve ser conhecido com incertezas sempre melhores que as incertezas esperadas para o sistema de medição que está sendo calibrado. Normalmente são usados padrões. Os tipos de padrões e a maneira de empregá-los determinam alguns diferentes métodos de calibração apresentados a seguir.

5.3.1 CALIBRAÇÃO DIRETA

Na calibração direta de um sistema de medição, o padrão utilizado é composto por uma ou um conjunto de medidas materializadas. É diretamente aplicado sobre o sistema de medição a calibrar (SMC). A Figura 5.1 representa, esquematicamente, as relações nesse tipo de calibração. O valor de referência do padrão (valor verdadeiro convencional - VVC) é comparado com a indicação do sistema de medição a calibrar (I_{SMC}). As incertezas do padrão devem ser suficientemente pequenas para que as eventuais diferenças encontradas entre esses valores possam ser atribuídas aos erros do sistema de medição calibrado.

A calibração da balança da Figura 5.2 usando massas-padrão é um exemplo de calibração direta. Um conjunto de massas-padrão com incerteza cerca de dez vezes menor que as incertezas esperadas para a balança calibrada é usado. A correção e a incerteza-padrão são calculadas a partir

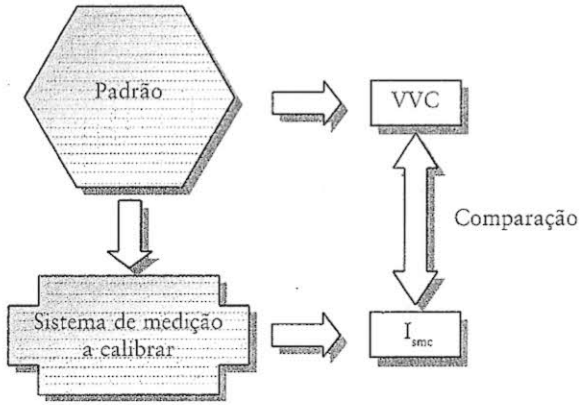


FIGURA 5.1 – Calibração direta de um sistema de medição.

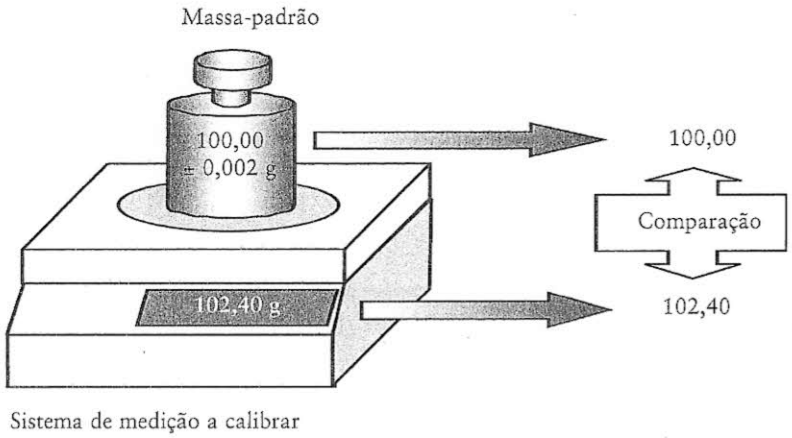


FIGURA 5.2 – Exemplo de calibração direta.

de medições repetitivas efetuadas para o ponto calibrado. Várias combinações de massas-padrão são seqüencialmente submetidas à balança, gerando diferentes valores de massas para os quais a balança é calibrada.

A calibração de sistemas de medição de comprimentos usando blocos-padrão é outro exemplo de calibração direta. O uso de materiais de referência, como substâncias químicas com características bem conhecidas, para determinar o desempenho de sistemas de medição de grandezas químicas, é mais um exemplo.

É necessário dispor de uma coleção de padrões suficientemente completa para cobrir a faixa de medição do instrumento. Um conjunto de padrões de valores escolhidos que, individualmente ou combinados, formam uma série de valores de grandeza de uma mesma natureza, é denominado *coleção-padrão*.

Medidas materializadas também podem ser calibradas pelo método direto. É necessário dispor de padrões formados por outras medidas materializadas com incertezas melhores que a da medida materializada a calibrar. A calibração é normalmente feita usando um comparador que, pelo método diferencial, determina quanto a medida materializada calibrada difere da medida de referência. A correção associada à medida materializada calibrada e sua incerteza são então determinadas.

Um bloco-padrão da classe de exatidão 1, por exemplo, pode ser calibrado usando, como referência, um bloco-padrão da classe de exatidão 00, que é muito melhor. A comparação é feita com um dispositivo mecânico diferencial, que é zerado usando como referência o bloco-padrão da classe 00. A Figura 5.3 ilustra essa situação. A seguir, o bloco-padrão a calibrar é posicionado e o dispositivo comparador indica a diferença entre ambos.

A calibração direta tem sido preferida nas calibrações efetuadas em laboratórios de metrologia de maior porte. Embora a aquisição e manutenção de um conjunto amplo de medidas materializadas seja onerosa, as medidas materializadas são muito estáveis, preservando suas características metrológicas por longos períodos. É limitada a calibrações estáticas.

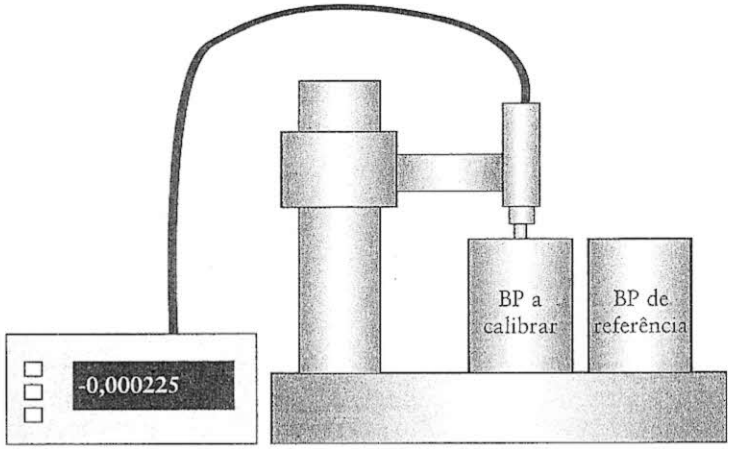


FIGURA 5.3 – Calibração de um bloco-padrão (BP) pelo método direto.

76

5.3.2 CALIBRAÇÃO INDIRETA

Para certas grandezas, não existem medidas materializadas. Para outras, não seria prático utilizá-las. Nesses casos, o método de calibração direta é inviável ou inconveniente. Utiliza-se o método de calibração indireto. A Figura 5.4 ilustra o esquema da calibração indireta. A grandeza a medir é gerada por meio de um dispositivo auxiliar. O valor gerado da grandeza não precisa ser bem conhecido, mas deve ser estável. A medição da grandeza é feita pelo sistema de medição a calibrar (SMC) e, simultaneamente, por outro sistema de medição, usado como referência, o sistema de medição-padrão (SMP). As indicações de ambos os sistemas são comparadas. As incertezas do sistema de medição-padrão são dimensionadas de forma a serem cerca de dez vezes melhores que a do sistema de medição a calibrar, de tal forma que as diferenças encontradas entre as indicações possam ser atribuídas aos erros do sistema de medição a calibrar.

A calibração do velocímetro de um automóvel é um exemplo de calibração que só pode ser efetuada pelo método indireto. A Figura 5.5 ilustra essa situação. A *quinta roda*, representada na figura na parte traseira do veículo, é o sistema de medição-padrão. Construído com elementos de melhor qualidade, esse sistema de medição de velocidade fornece o valor da velocidade com incerteza dez vezes menor que a do próprio velocímetro do automóvel. Ao ser posto em movimento, o automóvel desloca-se

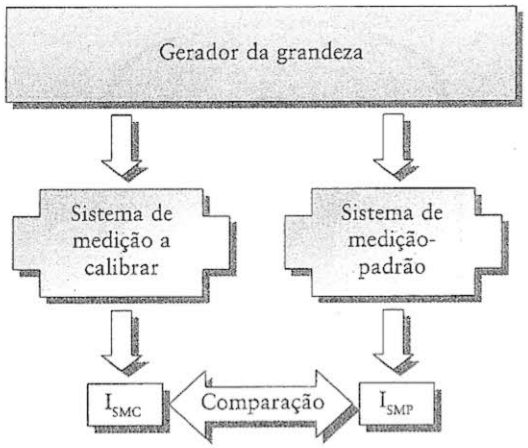


FIGURA 5.4 – Calibração indireta de um sistema de medição.

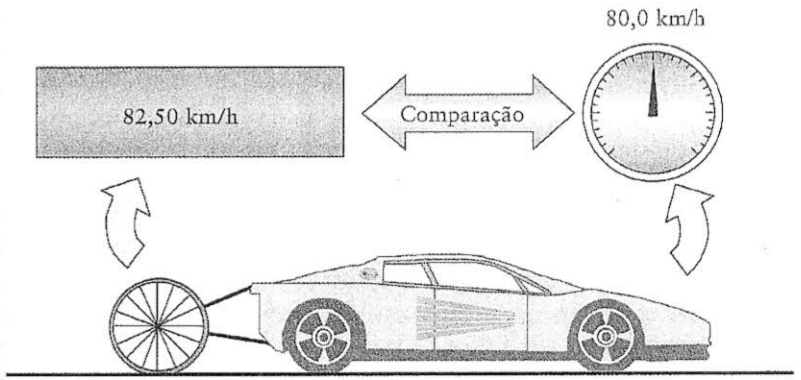


FIGURA 5.5 – Calibração do velocímetro de um automóvel pelo método indireto.

com uma certa velocidade. A velocidade é medida simultaneamente pelo velocímetro do automóvel, que é o sistema de medição a ser calibrado, e pelo sistema *quinta roda*. As duas indicações de velocidade são comparadas. Por meio de medições repetitivas em várias velocidades, é possível caracterizar as parcelas sistemáticas e aleatórias do erro do velocímetro.

A calibração de um voltímetro usando um voltímetro-padrão como referência, estando ambos expostos à mesma tensão, e a calibração de manômetros quando um manômetro-padrão é usado como referência em um circuito onde ambos estão submetidos à mesma pressão, são dois outros exemplos de calibração indireta.

A calibração de medidas materializadas pelo método indireto também pode ser realizada. Por exemplo, massas-padrão de qualidade inferior podem ser convenientemente calibradas usando uma boa balança. Hastes-padrão são freqüentemente calibradas usando como referência um *laser* interferométrico, que é um sistema de medição de comprimentos de excelente qualidade.

A qualidade dos resultados de uma calibração depende muito mais das características do padrão e do procedimento utilizado do que do tipo de método de calibração escolhido.

Para estar capacitado a efetuar calibrações pelo método indireto, é necessário um investimento razoável. Sistemas de medição-padrão são mui-

to caros e requerem calibrações periódicas, encarecendo a sua manutenção. Calibrações estáticas e dinâmicas podem ser realizadas pelo método indireto desde que as características do sistema de medição-padrão e da infra-estrutura de calibração assim os permitam.

5.3.3 CALIBRAÇÃO *IN LOCO*

Não é raro que o sistema de medição a calibrar seja enviado para um ambiente de laboratório em que a calibração é realizada em condições controladas, geralmente normalizadas. O desempenho do sistema de medição é avaliado nas condições de laboratório. Quando as condições de uso são muito diferentes das condições do laboratório de calibração, os resultados da calibração podem não ser mais válidos. Há casos nos quais é possível, por meio de modelos e informações adicionais, transpor razoavelmente bem os resultados obtidos nas condições de calibração para as condições de uso. Há outros em que isso não é possível.

A calibração *in loco* é uma alternativa para os casos em que as condições de uso diferem muito das condições de calibração. Nesse caso, os padrões são levados até o local onde o sistema de medição se encontra e a calibração é efetuada no local e nas condições de uso. O desempenho metrológico do sistema de medição, levantado nessas condições, é mais representativo do que a calibração realizada em laboratório.

Calibrações realizadas *in loco* não fazem parte da rotina da maioria dos laboratórios de calibração. São normalmente serviços especiais, mas que, feitos com o devido cuidado, levam a resultados perfeitamente confiáveis.

5.3.4 CALIBRAÇÃO PARCIAL

A calibração, é feita, normalmente, no sistema de medição como um todo. Seus módulos permanecem interligados da forma natural e a relação entre o estímulo e a resposta do conjunto é avaliada. Há casos nos quais há interesse ou é conveniente calibrar em separado um ou mais módulos que compõem o sistema de medição. Por exemplo, durante a fase de desenvolvimento de um novo modelo de medidor de velocidade tipo *quinta roda*, é conveniente avaliar o desempenho do gerador usado para transformar o sinal de rotação em uma tensão elétrica proporcional.

Nesses casos, é comum efetuar calibrações separadamente em alguns módulos do sistema. Procura-se determinar, para cada módulo

avaliado, as condições do sinal de resposta para diferentes estímulos. Freqüentemente um módulo isolado não tem condições de operar plenamente. É necessário acrescentar outros módulos complementares para formar um sistema de medição que tenha condições de operar. Para que esses módulos complementares não influam de forma desconhecida sobre o módulo a calibrar, é necessário que as incertezas introduzidas por cada módulo complementar não sejam superiores a um décimo das incertezas admissíveis ou esperadas para o módulo a calibrar.

Existem, ainda, alguns casos particulares que merecem um tratamento especial. É o caso dos sistemas de medição que fornecem várias componentes da indicação que caracterizam grandezas vetoriais. Por exemplo: as três componentes cartesianas de uma força e as três coordenadas da posição de um ponto apalpado. A calibração desse sistema é normalmente efetuada para cada uma das componentes do vetor separadamente. Deve ser verificado se existem influências da variação de uma das componentes sobre as demais, o que é conhecido na literatura técnica como *cross-talk*.

5.4 RASTREABILIDADE

Calibrações sempre envolvem comparações. O sistema de medição a calibrar ou a medida materializada são comparados com os valores de referência dos padrões. Para que as diferenças encontradas possam ser atribuídas aos erros do sistema de medição calibrado, é necessário que a incerteza do padrão seja menor que a do sistema de medição calibrado.

Por melhor que seja o padrão, o seu valor de referência ou valor verdadeiro convencional ainda contém incertezas. Denomina-se *incerteza expandida (U)* a faixa de dúvidas associada ao valor verdadeiro convencional do padrão. O conceito de incerteza expandida será desenvolvido em detalhes no próximo capítulo. Seja a incerteza expandida associada ao padrão aqui representada por U_p.

É também possível caracterizar um valor de incerteza expandida para medições realizadas com o sistema de medição que está sendo calibrado. Nesse caso, a incerteza expandida corresponde numericamente à incerteza da medição (IM). No momento em que a calibração é efetuada, pelo menos uma estimativa razoável da incerteza expandida deve estar disponível. Seja a incerteza expandida estimada para o sistema de medição a calibrar representada por U_C.

É necessário que a incerteza expandida associada ao valor de referência do padrão (U_p) seja menor que o valor esperado para a incerteza expandida associada às medições efetuadas com o sistema de medição a calibrar (U_C). Do ponto de vista técnico, será melhor o padrão que apresentar menores incertezas. Porém, quanto menores as incertezas do padrão, maior é o seu custo. Um equilíbrio técnico-econômico tem que ser buscado.

Em boa parte dos casos, um bom equilíbrio da relação custo/benefício é atingido quando a incerteza expandida do padrão é cerca de um décimo da incerteza expandida do sistema de medição a calibrar, representada na Equação (5.1). Essa proporção é metrologicamente conveniente porque o valor de referência possui um dígito confiável a mais que a indicação do sistema de medição a calibrar.

$$U_P = \frac{1}{10} U_C \qquad (5.1)$$

sendo:

U_P incerteza expandida associada ao valor de referência do padrão

U_C incerteza expandida associada ao sistema de medição a calibrar

Por exemplo, para calibrar um paquímetro cuja incerteza expandida típica resulte em 0,05 mm é conveniente usar um padrão cuja incerteza expandida seja da ordem de 0,05 / 10 = 0,005 mm = 5 μm.

A proporção estabelecida na Equação (5.1) não pode ser utilizada em alguns casos. Desde que economicamente viáveis, padrões com incertezas melhores que as exigidas pela Equação (5.1) podem ser usados para calibrações sem nenhuma implicação técnica desfavorável. Há casos em que os custos de um padrão com incerteza expandida dez vezes menor que a do sistema de medição a calibrar são proibitivos. Adota-se, então, um padrão cuja incerteza expandida seja apenas 1/5 da incerteza esperada para o sistema de medição a calibrar. Há casos extremamente críticos em que até 1/3 tem sido empregado. Do ponto de vista técnico, essa decisão pode ser sustentada, porém inevitavelmente piora a incerteza da calibração. Um exemplo de estimativa da incerteza da calibração será visto no próximo capítulo.

Segundo a Equação (5.1), a incerteza expandida do padrão deve ser dez vezes menor que a incerteza expandida do sistema de medição a calibrar. O padrão, por sua vez, não é perfeito e nem indefinidamente estável e também requer calibração. Um outro padrão, com qualidades

dez vezes melhores que a do primeiro, é necessário: o padrão do padrão. Embora mais caro e raro, esse padrão, por sua vez, também requer calibrações que devem ser feitas contra outro padrão, dez vezes melhor que o padrão do padrão: o padrão do padrão do padrão. Mas também este último padrão requer calibração e ... Um momento! Onde esta cadeia de recorrências vai terminar?

Uma cadeia de relacionamentos hierárquicos é estabelecida. Sistemas de medição são referenciados a padrões que, por sua vez, são referenciados a outros padrões de qualidade sucessivamente melhor. O elemento no topo dessa cadeia é a definição da unidade de medida que, por sua vez, está relacionada com as definições das unidades de base do Sistema Internacional de unidades. Diz-se de um sistema de medição que se insere nessa cadeia que sua calibração está *rastreada* aos padrões internacionais.

Rastreabilidade é a propriedade do resultado de uma medição ou do valor de um padrão estar relacionado a referências estabelecidas, geralmente padrões nacionais ou internacionais, por meio de uma cadeia contínua de comparações, todas tendo incertezas estabelecidas.

A rastreabilidade é uma característica muito importante dos padrões e dos sistemas de medição. O referenciamento de todos os sistemas de medição calibrados aos padrões internacionais garante uniformidade nas medições efetuadas em qualquer momento e em qualquer lugar no planeta. Assim, o metro australiano, o metro russo, o metro tibetano e mesmo o metro de Itu, são equivalentes. Graças a essa propriedade, é possível hoje encomendar uma peça de reposição em uma empresa na Suíça que encaixará em uma máquina instalada na Patagônia.

A pirâmide da Figura 5.6 representa a cadeia de padrões pela qual é possível rastrear os meios de medição usados na indústria às definições das unidades do Sistema Internacional. As relações hierárquicas dessa cadeia são estabelecidas com base nos níveis de incertezas envolvidos. O topo é constituído pelas definições fundamentais das unidades de medida do Sistema Internacional de unidades. No segundo nível, estão os *padrões internacionais*, mantidos pelo BIPM (Birô Internacional de Pesos e Medidas), laboratório internacional de metrologia com sede na França. Os padrões internacionais são as referências usadas para a calibração dos *padrões nacionais*, mantidos nos Laboratórios Nacionais de Metrologia (LNM) de cada país.

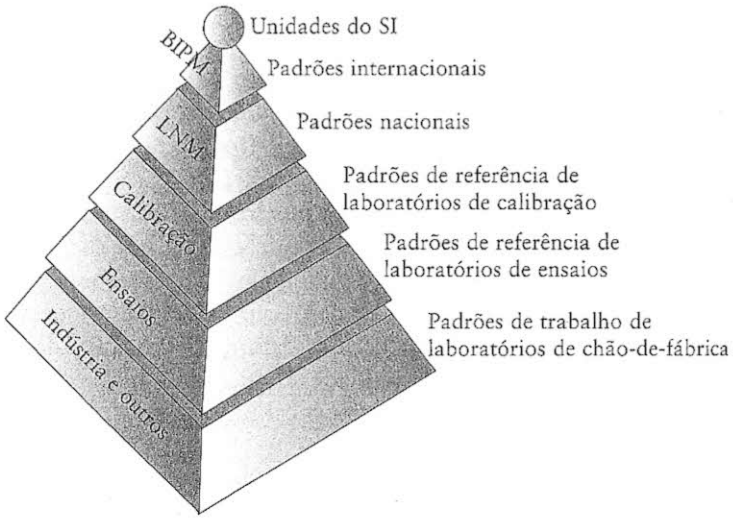


FIGURA 5.6 – Hierarquia de padrões e sua rastreabilidade às unidades do sistema internacional.

Os padrões nacionais são as referências pelas quais todos os demais padrões de um país são rastreados. É em relação a eles que são calibrados os *padrões de referência dos laboratórios de calibração acreditados*, que prestam serviços de calibração para terceiros. Imediatamente abaixo na hierarquia de incertezas estão os *padrões de referência dos laboratórios de ensaio acreditados*, responsáveis pela qualificação e avaliação da conformidade de produtos que buscam a certificação.

Existe um número muito grande de sistemas de medição usados no chão-de-fábrica da indústria para controlar e assegurar a qualidade dos produtos e processos. Para calibrar periodicamente esse grande contigente de sistemas de medição, é comum encontrar nas indústrias os *padrões de trabalho*, que possuem qualidade suficiente para tal fim. Por estarem espalhados em várias indústrias, os padrões de trabalho são numerosos, formando a grande base da pirâmide.

5.5 QUEM PODE FAZER CALIBRAÇÕES?

Do ponto de vista técnico, as calibrações podem ser efetuadas por quem dispuser dos conhecimentos e meios necessários para efetuá-las. Realizada com o devido rigor metrológico, respeitando as exigências requeridas para os padrões, feita em condições bem definidas e por um procedimento muito claro, os resultados da calibração serão tecnicamente válidos.

Existem razões para que as calibrações sejam preferencialmente efetuadas por entidades especializadas e independentes. Por um lado, o grande investimento necessário em padrões, instalações laboratoriais e treinamento de pessoal seria mais facilmente amortizado pelo intenso uso com a prestação de serviço para terceiros. Por outro lado, calibrações feitas por entidades independentes e neutras são mais facilmente aceitas pelas partes envolvidas em uma transação comercial ou, principalmente, quando há algum tipo de disputa envolvida. Por exemplo, os resultados de uma calibração podem apontar se um novo sistema de medição, adquirido por um cliente insatisfeito, atende ou não às especificações técnicas alegadas pelo seu fabricante, o que poderia, ou não, anular uma compra. O parecer de uma entidade neutra e competente seria muito mais aceito pelas partes envolvidas.

Para que uma entidade independente seja considerada oficialmente apta a realizar calibrações, é necessário que ela atenda a uma série de exigências técnicas e organizacionais. Instalações laboratoriais, padrões, pessoas treinadas, procedimentos claramente definidos e um bom sistema de gestão do laboratório são alguns exemplos de exigências. A entidade deve ser submetida a uma severa auditoria. Se aprovada, é oficialmente *acreditada* e passa a pertencer a uma rede oficial de laboratórios de calibração. Quando concedida, a *acreditação* oficial é válida para o conjunto de grandezas, faixas de medição e níveis de incerteza para os quais a entidade demonstrou proficiência para efetuar calibrações. A acreditação não é eterna e deve ser renovada periodicamente. Certificados de calibração emitidos por laboratórios de calibração oficialmente acreditados são amplamente aceitos e possuem validade legal.

5.6 O SISTEMA METROLÓGICO BRASILEIRO

No Brasil, as questões da metrologia estão bem definidas e oficialmente organizadas. Instituído em 1973, o Sistema Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Sinmetro) tem a missão de formular e executar a política nacional de metrologia, normalização e qualidade. É composto por dois órgãos: um normativo, o Conmetro, e outro executivo, o Inmetro.

5.6.1 CONMETRO

O Conselho de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Conmetro) é o órgão normativo do Sinmetro. É responsável por assegurar a uniformidade das unidades de medidas utilizadas no país, fixar critérios e procedimentos para certificação de qualidade de produtos industriais e também por aplicar penalidades nos casos de infração à legislação.

5.6.2 INMETRO

O órgão executivo da política nacional de metrologia é o Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Inmetro), vinculado ao Ministério da Indústria, do Comércio e do Turismo (MICT). As componentes de metrologia do Inmetro estão agrupadas em duas grandes diretorias: Diretoria de *Metrologia científica e industrial* e Diretoria de *Metrologia legal*.

A **metrologia científica** trata, fundamentalmente, dos padrões de medição internacionais e nacionais, dos instrumentos laboratoriais e das pesquisas e metodologias científicas relacionadas ao mais alto nível de qualidade metrológica.

A **metrologia industrial** trata da aplicação da metrologia no controle dos processos produtivos e na garantia da qualidade dos produtos finais.

A **metrologia legal** tem como objetivo principal proteger o consumidor tratando das unidades de medida, métodos e instrumentos de medição de acordo com as exigências técnicas e legais obrigatórias. Com a supervisão do governo, o controle metrológico estabelece adequada transparência e confiança com base em ensaios imparciais. A exatidão dos instrumentos de medição garante a credibilidade nos campos da economia, saúde, segurança e meio ambiente.

No âmbito de sua ampla missão institucional, o Inmetro objetiva fortalecer as empresas nacionais aumentando sua produtividade por meio da adoção de mecanismos destinados à melhoria da qualidade de produtos e serviços. Sua missão é trabalhar decisivamente para o desenvolvimento socioeconômico e para a melhoria da qualidade de vida da sociedade brasileira, contribuindo para a inserção competitiva, para o avanço científico e tecnológico do país e para a proteção do cidadão, especialmente nos aspectos ligados à saúde, segurança e meio ambiente.

Dentre as competências e atribuições do Inmetro mais ligadas à metrologia, destacam-se:

- prover o país de padrões metrológicos nacionais, estruturar e gerenciar o sistema de referências metrológicas brasileiras e assegurar rastreabilidade aos padrões metrológicos das redes brasileiras de laboratórios acreditados;
- fiscalizar e verificar os instrumentos de medir empregados na indústria, no comércio e em outras atividades relacionadas à proteção do cidadão e do meio ambiente;
- gerenciar os sistemas brasileiros de acreditação de Laboratórios de Calibração e de Ensaios e de organismos de certificação e de inspeção;
- coordenar a Rede Brasileira de Calibração (RBC), a Rede Brasileira de Laboratórios de Ensaios (RBLE) e a Rede Nacional de Metrologia Legal e Qualidade (RNML);
- conquistar o reconhecimento internacional do sistema de metrologia e do sistema brasileiro de acreditação de laboratórios, de organismos de certificação e dos organismos de inspeção.

Um das mais significativas conquistas do Inmetro foi celebrada em outubro de 1999. Nessa ocasião, o Inmetro obteve o reconhecimento dos seus padrões nacionais de medição pelo Comitê Internacional de Pesos e Medidas (CIPM), ato que alcançou, igualmente, os certificados de medição e de calibração emitidos por toda a Rede Brasileira de Calibração. Assim, certificados de calibração emitidos por membros da Rede Brasileira de Calibração passam a ser automaticamente aceitos em outros países. O Brasil passou, assim, a integrar, com outros 38 membros da Convenção do Metro, o seleto grupo de países a merecer tal reconhecimento internacional. Esse grupo continua crescendo. Em março de 2008, já havia sido ampliado para 67 institutos de 45 países.

5.6.3 LABORATÓRIO NACIONAL DE METROLOGIA

Vinculado à Diretoria de Metrologia Científica e Industrial do Inmetro, o Laboratório Nacional de Metrologia é a entidade responsável pela guarda e manutenção dos padrões nacionais. Entre as suas atividades, oferta serviços de calibração de melhor exatidão no país em praticamente todas as grandezas, usando como referência os padrões nacionais. Seu *campus* principal está instalado em Xerém, município de Duque de Ca-

xias, nas vizinhanças do Rio de Janeiro. No total, integra 25 laboratórios de referência assim agrupados:

a) Divisão de Metrologia Mecânica: composta dos Laboratórios de Fluidos; Força e Dureza; Massa; Metrologia Dimensional; Pressão.
b) Divisão de Metrologia Elétrica: Laboratórios de Capacitância e Indutância; Resistência Elétrica; Potência e Energia; Transformadores; Tensão e Corrente Elétrica.
c) Divisão de Metrologia Acústica e Vibrações: Laboratórios de Ensaios Acústicos; Eletroacústica; Vibrações.
d) Divisão de Metrologia Óptica: Laboratórios de Interferometria; Fotometria; Radiometria.
e) Divisão de Metrologia Térmica: Laboratórios de Termometria; Pirometria; Higrometria; Criogenia; Propriedades Termofísicas.
f) Divisão de Metrologia Química e Ambiental: Laboratório de Motores, Combustíveis e Lubrificantes; de Métodos Analíticos Clássicos (em implementação); de Metrologia Gasosa (projeto futuro).
g) Laboratório de Tempo e Freqüência vinculado ao Observatório Nacional.
h) Laboratório Nacional de Metrologia das Radiações Ionizantes, composto por: Laboratório de Dosimetria das Radiações; Laboratório de Metrologia de Radionuclídeos e Laboratório de Fluência de Nêutrons.

5.6.4 REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO

Embora o Laboratório Nacional de Metrologia possua condições técnicas para efetuar calibrações em praticamente todas as grandezas, não tem capacidade para atender toda a demanda do país. O número de calibrações que devem ser realizadas nos vários setores industriais, no comércio e nos meios científicos em um país do tamanho do Brasil não pode ser atendido por apenas um laboratório para cada grandeza.

O Inmetro possui autonomia para oficialmente acreditar outros laboratórios de metrologia existentes no país para, em seu nome, poder efetuar calibrações oficialmente reconhecidas. Para estar apto, o laboratório postulante à acreditação deve atender a uma série de requisitos, demonstrando capacidade técnica e organizacional para efetuar calibrações dentro de níveis definidos de incertezas. Esses laboratórios podem estar vinculados a indústrias, universidades, institutos tecnológicos, de pesquisa ou organizações independentes.

No conjunto, os laboratórios acreditados pelo Inmetro para efetuar calibrações constituem a Rede Brasileira de Calibração (RBC). O Inmetro coordena e supervisiona a atuação dessa rede de laboratórios. Formada por unidades espalhadas em todos os Estados, essa rede continha 206 laboratórios acreditados em março de 2008.

A Rede Brasileira de Calibração constitui o elo entre os Laboratórios de Referência que integram o Laboratório Nacional de Metrologia e as comunidades industrial, tecnológica e científica do país. Esses laboratórios operam em sintonia com o Laboratório Nacional de Metrologia, segundo procedimentos consistentes e harmonizados com seus similares internacionais. Utilizando padrões rastreáveis às referências metrológicas mundiais de mais alta exatidão, a Rede Brasileira de Calibração estabelece, formalmente, o vínculo entre o usuário final da metrologia e as unidades do Sistema Internacional, constituindo a base técnica imprescindível ao livre comércio entre áreas econômicas, preconizado nos mercados globalizados.

Os certificados de calibração emitidos pelos laboratórios da Rede Brasileira de Calibração são acompanhados do selo reproduzido na Figura 5.7. Esse selo torna o certificado de calibração oficialmente reconhecido em todo o país e nos países signatários do acordo de reconhecimento mútuo. Certificados de calibração oficiais são exigidos de empresas que pretendem se credenciar pelas normas da série ISO 9000.

RBC
REDE BRASILEIRA
DE CALIBRAÇÃO

FIGURA 5.7 – Selo emitido pelos laboratórios da Rede Brasileira de Calibração.

5.6.5 REDE BRASILEIRA DE LABORATÓRIOS DE ENSAIOS

Como parte da política de proteção ao consumidor há um grande contingente de produtos que, para que possam ser livremente comercializados, devem estar em conformidade com normas específicas. São exemplos:

- um fio condutor elétrico não pode se incendiar espontaneamente quando submetido a um certo valor de corrente elétrica;
- as dimensões e a resistência mecânica de um tijolo usado na construção civil devem estar dentro de certos limites;
- um capacete de motociclista deve resistir a um certo nível de impacto sem se deformar acima de um certo patamar;
- um aparelho de TV não pode emitir radiações acima de um certo nível de segurança;
- o nível de poluentes lançados na atmosfera por um novo modelo de automóvel deve estar abaixo dos níveis máximos permitidos pela legislação.

Denomina-se *certificação de conformidade* a condição de um produto atender aos requisitos de uma norma, especificação ou regulamento técnico nacional ou internacional. Para alguns produtos, especialmente ligados a saúde, segurança, meio ambiente e alimentação, a certificação de conformidade é compulsória, isto é, obrigatória. Para outros produtos, a certificação é voluntária. Alguns fabricantes decidem buscar a certificação voluntária para obter uma vantagem comercial sobre seus concorrentes. São alguns exemplos de produtos com certificação voluntária: bloco cerâmico para alvenaria; cimento Portland®; equipamentos de iluminação e seus componentes; equipamentos elétricos de baixa, média e alta tensão; perfis de aço tipo "I" e tipo "U" e placas cerâmicas para revestimento. A certificação não é restrita apenas a produtos, podendo ser estendida para a área de serviços, sistemas ou mesmo pessoal.

Para poder conferir um certificado de conformidade a um dado produto são necessários *testes* e *ensaios*. Por eles, determina-se que se uma ou mais características ou desempenho de um produto, material, equipamento, fenômeno físico, processo ou serviço estão em conformidade com um procedimento especificado, geralmente, por uma norma. Os testes e ensaios são efetuados em áreas variadas, como: acústica, aeronaútica, automotiva, brinquedos, celulose e papel, construção civil, couros e calçados, eletro-eletrônica, física e química, mecânica, meio ambiente, metalúrgica, petroquímica, saúde, segurança e têxtil.

Como freqüentemente existem interesses comerciais envolvidos, os testes e ensaios devem ser realizados por entidades neutras e independentes que possuam a devida competência técnica. Embora o Inmetro tenha potencial para realizar esses testes, não é suficientemente grande e abrangente para atender a imensa demanda que esse tipo de atividade envolve nas diversas áreas.

Para atender a demanda e descentralizar essa atividade, o Inmetro tem acreditado laboratórios de ensaios em diversas áreas e nas várias regiões do país. Também aqui, uma série de exigências técnicas e organizacionais devem ser atendidas para que a acreditação seja concedida. A acreditação não é universal, mas, sim, restrita aos ensaios em que o laboratório demonstrou proficiência. O conjunto de laboratórios de ensaios acreditados forma a grande rede denominada *Rede Brasileira de Laboratório de Ensaios*.

Em março de 2008, a Rede Brasileira de Laboratórios de Ensaios possuía 279 laboratórios acreditados. Pelo porte do Brasil, estima-se que a demanda existente nos vários segmentos da sociedade seja da ordem de mil laboratórios de ensaios acreditados. Esses números deixam claro o grande espaço que deve ser ainda preenchido pela metrologia no Brasil.

5.6.6 REDE NACIONAL DE METROLOGIA LEGAL E QUALIDADE

Transações comerciais freqüentemente envolvem medições. São exemplos: ao comprar um peixe, uma dona de casa deverá pagar um preço justo com base na medição feita por uma balança; a corrida de um táxi deve ser paga em função do valor indicado no taxímetro; o volume de combustível efetivamente transferido para o tanque de um automóvel deve corresponder à indicação da bomba de combustível. É necessário garantir que os sistemas de medição envolvidos em transações comerciais estejam funcionando em boas condições. Os erros apresentados devem estar dentro de níveis aceitáveis para que nenhuma das partes envolvidas em uma transação comercial seja significativamente lesada.

O principal papel da Metrologia Legal é proteger o consumidor. Deve assegurar que as unidades de medida, métodos e sistemas de medição usados em transações comerciais estejam em conformidade com as exigências técnicas e legais obrigatórias. São também abrangidas pela Metrologia Legal as medições que interessam ao bem estar das pessoas nas áreas da saúde, da segurança e do meio ambiente, e os produtos pré-medidos. No Brasil, as atividades da Metrologia Legal são uma atribuição do Inmetro, que também colabora para a uniformidade da sua aplicação no mundo, para sua ativa participação no Mercosul e na Organização Internacional de Metrologia Legal (OIML).

A Rede Nacional de Metrologia Legal e Qualidade tem por principal atribuição efetuar verificações periódicas nos meios de medição abrangidos pela Metrologia Legal e nos produtos pré-medidos. Em mar-

ço de 2008, era composta por 26 órgãos metrológicos regionais, sendo 20 órgãos da estrutura dos governos estaduais, conhecidos como Institutos de Pesos e Medidas (IPEM), 2 órgãos municipais, e os 4 restantes administrados pelo próprio Inmetro. Essa estrutura vem garantindo a execução das atividades em todos os pontos do território nacional, estando em julho de 2006 com sedes em 26 Estados da Federação, agências em 65 cidades do interior e 23 postos de verificação de veículos-tanque localizados em pólos de distribuição de combustíveis automotivos.

Atualmente, estão regulamentadas as medições em campo de massa, volume, comprimento, temperatura e energia. A regulamentação técnica de produtos pré-medidos visa à padronização das quantidades em que são comercializados os produtos medidos sem a presença do consumidor, bem como as tolerâncias admitidas na sua comercialização. Estabelece ainda, de forma suplementar, regras para a correta indicação e posicionamento das indicações quantitativas nas embalagens em geral, referindo-se também à inserção de vales brindes ou anexação externa de brindes às embalagens.

As atividades da Metrologia Legal estão concentradas em duas categorias: ações preventivas de proteção ao consumidor e ações fiscalizadoras de proteção ao consumidor.

Como ações preventivas de proteção ao consumidor podem ser citadas:

a) Edição dos regulamentos técnicos e normas visando à garantia da qualidade metrológica dos sistemas, medidas, meios e métodos de medição;
b) Verificação inicial e anual desses sistemas e medidas;
c) Padronização das quantidades em que são acondicionados os produtos pré-medidos.

Entre as ações fiscalizadoras para proteção ao consumidor estão:

a) Inspeção metrológica para verificação do correto funcionamento e adequado uso dos instrumentos e medidas;
b) Perícia metrológica em produtos pré-medidos para verificação da correspondência entre a quantidade nominal e a quantidade efetiva;
c) Aplicação de penalidade de multa, apreensão e interdição de instrumentos e produtos que se encontrem em desacordo com a legislação metrológica;
d) Revogação de aprovação e/ou suspensão da verificação inicial de um modelo que venha a permitir, quando em utilização, facilidade a fraudes contra o consumidor.

5.7 INTERCOMPARAÇÕES

Cada laboratório de calibração acreditado possui seus próprios padrões, pessoal e métodos de trabalho. O fato de um laboratório de calibração ter recebido a acreditação é um indício de que tem condições de usar esses recursos para prestar serviços de calibração confiáveis. Entretanto, é sempre bom verificar. A confiabilidade de laboratórios de calibração pode ser verificada por meio de *intercomparações*.

A intercomparação é um processo que envolve um conjunto de laboratórios de calibração da mesma grandeza. Um padrão, normalmente uma medida materializada com valor verdadeiro convencional não revelado, percorre os vários laboratórios envolvidos. Usando seus meios e próprios procedimentos de medição, cada laboratório participante efetua a calibração do padrão itinerante. Os resultados da medição do padrão, incluindo a sua incerteza, são independentemente encontrados por cada laboratório envolvido e enviados à instituição piloto que coordena a intercomparação. Ao final, os vários resultados são comparados e revelam os laboratórios que estão operando de forma confiável e os diferentes níveis de incerteza de cada laboratório. No caso em que os resultados de um laboratório sejam inconsistentes, o laboratório é alertado e medidas corretivas são tomadas para sanar a(s) causa(s) do(s) problema(s).

É saudável que laboratórios de metrologia participem de intercomparações periodicamente. Diferentes grandezas e diferentes faixas de medição podem ser envolvidas, visando a suprir os laboratórios e seus usuários em geral de informações vitais para a manutenção da sua confiabilidade.

Intercomparações são organizadas em vários níveis, como mostra a Figura 5.8. Cada pequena esfera na figura representa um laboratório participante de uma intercomparação. Na parte central da figura, um grande círculo com linha contínua representa uma intercomparação internacional organizada pelo Birô Internacional de Pesos e Medidas (BIPM). Um mesmo padrão intinerante circula entre os vários Laboratórios Nacionais dos países envolvidos. A figura também mostra que os Laboratórios Nacionais de cada país, por sua vez, também estão envolvidos em intercomparações regionais, que abrangem os laboratórios de um mesmo país, ou de blocos de países vizinhos, representadas na figura por grandes círculos com linha tracejada. Participando de ambas as intercomparações, os Laboratórios Nacionais de Metrologia são os elos que integram os laboratórios regionais com os internacionais. Essa sis-

temática é um instrumento eficaz para manter o nível de confiança internacional das várias instituições envolvidas.

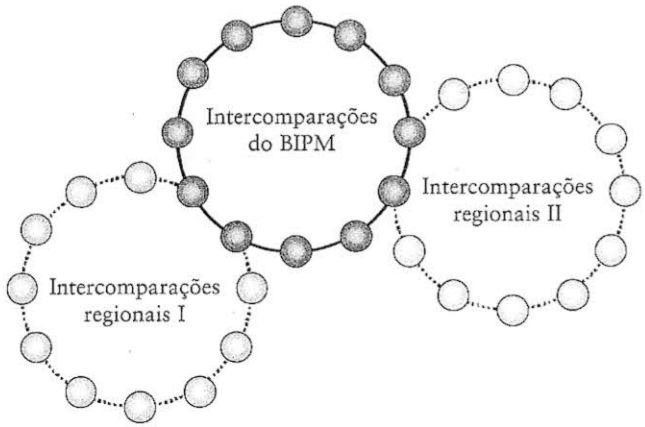


Figura 5.8 – Intercomparações internacionais e regionais.

5.8 INTERVALO DE CALIBRAÇÃO

Com o uso, a qualidade dos sistemas de medição tende a se deteriorar. Se nenhum cuidado for tomado, a deterioração pode chegar ao ponto em que os erros sejam tão grandes que as medições levem a tomadas de decisões incorretas. Para não chegar nesse ponto, é necessário periodicamente verificar se um sistema de medição permanece em conformidade com as especificações exigidas pela aplicação. A calibração, feita de forma periódica, é a forma mais usual e segura de fazer esse teste. Se necessário, pode ser seguida de ajustes e regulagens para melhorar o desempenho do sistema de medição.

O intervalo entre calibrações sucessivas deve ser determinado de acordo com as características do sistema de medição e as condições de uso. Entre duas calibrações sucessivas, a deterioração do sistema de medição não deve levar a erros maiores que os erros máximos aceitáveis para a aplicação. Sistemas de medição muito estáveis e/ou operando em condições favoráveis e/ou com baixas taxas de utilização, podem ter intervalos de calibração maiores, podendo ultrapassar dois ou três anos.

No outro extremo, estão os sistemas de medição que, por intenso uso e/ou exposição a fatores agressivos, requerem calibrações com intervalos da ordem de poucos meses. Enquanto os ajustes efetuados puderem trazer os sistemas de medição para as condições admissíveis, estes podem permanecer sendo usados. Quando isso não for mais possível, os sistemas de medição devem ser substituídos.

Para alguns sistemas de medição, existem normas específicas que definem os intervalos de calibração recomendados. Para outros, há recomendações construídas com base na experiência dos laboratórios de calibração ou mesmo da experiência do próprio usuário. Na Tabela 5.1, são apresentadas recomendações de intervalos de calibração para alguns sistemas de medição nas condições normais de uso. Esses valores são apenas orientativos. Os intervalos ideais devem ser ajustados caso a caso.

Tabela 5.1 – Intervalos de calibração típicos para alguns sistemas de medição

Sistemas de medição/padrões	Intervalo de calibração (meses)
1. Metrologia dimensional	
Blocos-padrão	12
Calibradores	3 a 6
Escalas mecânicas	12
Esquadros	6 a 9
Medidores de deslocamento mecânicos (relógios comparadores/apalpadores)	3 a 12
Micrômetros	3 a 6
Paquímetros	6
Transferidores	6
Trenas	6
2. Massa e volume	
Massas-padrão	24
Balanças	12 a 36
Balanças-padrão	12
Hidrômetros	36
3. Pressão	
Manômetros	6 a 12
Máquinas de peso morto	24 a 36
Barômetros	6 a 12
Vacuômetros	6 a 12
Transdutores de pressão	12

(continua)

TABELA 5.1 – (*Continuação*) Intervalos de calibração típicos para alguns sistemas de medição

Sistemas de medição/padrões	Intervalo de calibração (meses)
4. Força	
Transdutores de força (células de carga)	12 a 24
Anéis dinamométricos	24
Máquinas de tração-compressão (hidráulicas)	12 a 24
Máquina de peso morto	24 a 60

5.9 ROTEIRO TÍPICO DE CALIBRAÇÃO

A calibração de sistemas de medição é um trabalho especializado. Exige amplos conhecimentos sobre metrologia, sobre os princípios de funcionamento e sobre a correta técnica de uso do sistema de medição a calibrar. Deve ser executada com atenção, cuidado e com elevada dose de bom senso. Envolve equipamento sofisticado e de alto custo e quase sempre requer um ambiente com condições controladas.

A calibração deve ser executada com base em um procedimento bem documentado, em conformidade com as normas brasileiras NBR ou, na sua falta, com as normas da série ISO. Nos casos em que tais procedimentos não existam, estes devem ser elaborados com base em informações obtidas de outras normas técnicas, recomendações de fabricantes e informações do usuário do sistema de medição a calibrar, complementados com a observância das regras básicas da metrologia e com bom senso.

Os elementos mais importantes que devem ser considerados em um procedimento de calibração são apresentados no formato do roteiro genérico a seguir. Esse roteiro deve ser entendido apenas como orientativo, devendo ser analisada caso a caso a conveniência de adotar, modificar ou acrescentar outras recomendações.

É importante documentar todas as etapas da calibração, não somente os dados e resultados intermediários, mas também todo e qualquer evento relevante que ocorra durante a calibração, formando um memorial.

A proposta de roteiro genérico de calibração está estruturada nas 8 etapas a seguir:

5.9.1 ETAPA 1 – DEFINIÇÃO DOS OBJETIVOS DA CALIBRAÇÃO

Os objetivos e o destino das informações geradas na calibração devem ser muito bem definidos. A calibração poderá ser realizada com diferentes níveis de abrangência dependendo do destino dos resultados. Por exemplo:

- levantar dados para ajustes ou regulagens: nesse caso, é suficiente que na calibração sejam envolvidos apenas alguns poucos pontos da faixa de medição do sistema a calibrar;
- determinar valores da correção para compensação dos erros sistemáticos: um grande número de pontos de medição deve ser envolvido, abrangendo toda a faixa de medição do sistema a calibrar, bem como a realização de grande número de ciclos de medições repetidas para reduzir a incerteza nos valores da correção;
- dados para uma verificação: o volume de dados a levantar, as condições e o procedimento de execução devem ser orientados por normas e recomendações específicas da Metrologia Legal;
- avaliação completa do sistema a calibrar: pode envolver várias calibrações em diferentes condições operacionais, por exemplo, variando a temperatura ambiente, a tensão da rede, os campos eletromagnéticos, os níveis de vibrações, etc.

5.9.2 ETAPA 2 – CARACTERIZAÇÃO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO A CALIBRAR

O estudo aprofundado do sistema de medição a calibrar deve anteceder a calibração. A leitura de manuais, catálogos, normas e literatura complementar deve ser feita visando a:

- identificar as características metrológicas e operacionais esperadas;
- saber como operar corretamente o sistema de medição a calibrar. É preciso utilizar o sistema corretamente e para isso é necessário conhecer todas as recomendações dadas pelo fabricante. Operar o sistema de medição a calibrar apenas com base na tentativa pode levar a resultados desastrosos.

Adicionalmente, é importante identificar o fabricante, modelo, número de série e qualquer outro identificador. A calibração realizada só será válida para aquele sistema de medição calibrado. Outra unidade,

86

mesmo que exatamente do mesmo modelo, possivelmente apresentará resultados da calibração completamente distintos da primeira.

5.9.3 ETAPA 3 – SELEÇÃO DO PADRÃO

A seleção do padrão, seja esse um sistema de medição-padrão ou um conjunto de medidas materializadas, deverá ser baseada nos dados levantados na etapa anterior. Em particular, devem ser considerados os seguintes requisitos:

- a incerteza expandida associada ao padrão nas condições de calibração não deve ser superior a um décimo da incerteza expandida esperada para o sistema de medição a calibrar;
- a faixa de medição do sistema-padrão ou do conjunto de medidas materializadas deve abranger a faixa de medição do sistema de medição a calibrar. Se necessário, vários sistemas de medição-padrão podem ser empregados de forma complementar.

5.9.4 ETAPA 4 – PLANEJAMENTO E PREPARAÇÃO DO EXPERIMENTO

Qualquer trabalho experimental deve ser antecedido de um cuidadoso planejamento. A especificação e a preparação do aparato experimental necessário, do procedimento de execução e de processamento dos dados a serem seguidas, são partes importantes do planejamento. Sem um cuidadoso planejamento, algum detalhe importante do experimento pode ser esquecido, invalidando os resultados e gerando retrabalho e desperdício de insumos. O tempo investido no planejamento é facilmente recuperado com lucro quando retrabalho é evitado.

Entre os itens mais importantes que devem ser considerados no planejamento estão:

- especificar o aparato experimental a ser montado, os instrumentos auxiliares a serem envolvidos (medidores de temperatura, tensão da rede, umidade relativa, etc.) e as condições ambientais. Definir, também, passo a passo, a seqüência de operações a ser seguida;

- preparar as planilhas de coleta de dados destinadas a facilitar a tomada dos dados, reduzindo a probabilidade de erros e esquecimentos na busca de informações. Poderão ser usadas planilhas em papel ou no formato eletrônico;
- montar o experimento, atividade que deve ser efetuada com conhecimento técnico e máximo cuidado.

5.9.5 ETAPA 5 – EXECUÇÃO DA CALIBRAÇÃO

O roteiro de execução da calibração, definido na etapa anterior, deve ser seguido. Os dados coletados devem ser registrados nas planilhas já preparadas. É importante não esquecer de verificar e registrar as condições de ensaio (ambientais, operacionais, etc.). Qualquer anomalia constatada na execução dos trabalhos deve ser anotada em um memorial de calibração, com identificação cronológica associada com o desenrolar do experimento. Essas informações podem ser úteis para identificar a provável causa de algum efeito inesperado que possa ocorrer.

5.9.6 ETAPA 6 – PROCESSAMENTO E DOCUMENTAÇÃO

Os cálculos realizados devem ser explicitados no memorial de calibração. A documentação dos dados brutos e processados deve ser realizada de forma clara e organizada. O uso de tabelas e gráficos é fundamental para melhor visualização dos resultados.

5.9.7 ETAPA 7 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir das tabelas e gráficos já processados, são calculados, quando for o caso, os parâmetros reduzidos correspondentes às características metrológicas e operacionais de interesse do sistema de medição a calibrar. Esses valores são comparados às especificações de fabricante, usuário e normas, e dão lugar a um parecer final. O parecer pode ou não atestar a conformidade do sistema a calibrar com uma norma ou recomendação técnica.

5.9.8 ETAPA 8 – CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO

Os resultados da calibração são expressos na forma de um *certificado*. Trata-se de um relatório resumido, contendo as informações relevantes sobre a execução da calibração e seus principais resultados e pareceres conclusivos. Quando emitido por um laboratório da Rede Brasileira de Calibração, o certificado é um documento oficial, emitido em nome do Inmetro.

A norma NBR ISO 10 012-1 "Requisitos da Garantia da Qualidade para Equipamentos de Medição" prevê que os resultados das calibrações devem ser registrados com detalhes suficientes, de modo que a rastreabilidade de todas as medições, efetuadas com o sistema de medição calibrado, possa ser demonstrada e qualquer medição possa ser reproduzida sob condições semelhantes às condições originais.

Para atingir essa recomendação, as seguintes informações devem constar no certificado de calibração:

- descrição e identificação individual do SM a calibrar;
- data da calibração;
- os resultados da calibração obtidos após, e quando relevante, os obtidos antes dos ajustes efetuados;
- identificação do(s) procedimento(s) de calibração utilizado(s);
- identificação do padrão utilizado, com data e entidade executora da sua calibração, bem como sua incerteza;
- as condições ambientais relevantes e orientações expressas sobre quaisquer correções necessárias ao SM a calibrar;
- declaração das incertezas envolvidas na calibração e seus efeitos cumulativos;
- descrição sobre quaisquer manutenções, ajustes, regulagens, reparos e modificações realizadas;
- qualquer limitação de uso (por exemplo: faixa de medição restrita);
- identificação e assinaturas da(s) pessoa(s) responsável(eis) pela calibração, bem como do gerente técnico do laboratório;
- identificação individual do certificado, com número de série ou equivalente.

5.10 CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO

A seguir, apresentamos um exemplo de certificado de calibração. É fortemente inspirado em um certificado real, emitido por um laboratório da Rede Brasileira de Calibração, no qual foram trocados os dados de identificação por questões éticas. É relativo à calibração de um paquímetro com faixa de medição de 0 a 150 mm e nônio com resolução de 0,02 mm.

Os itens 1 e 2 identificam o proprietário do sistema de medição calibrado e a entidade executora da calibração. O sistema de medição calibrado é identificado no item 3: fabricante, modelo, número de série e suas características técnicas.

A síntese das conclusões da calibração é apresentada no item 4. É uma informação dada de forma objetiva que pode ser usada para tomada de decisões por parte do usuário do sistema calibrado.

Como padrão, foi usado o conjunto de blocos-padrão especificado no item 5 do certificado. A incerteza expandida dos blocos-padrão está declarada. Note que atende, com grande folga, a exigência de ser, no máximo, um décimo da incerteza expandida esperada para o sistema de medição calibrado. Há também informações que permitem rastrear o padrão utilizado acessando seu respectivo certificado de calibração. O certificado de calibração estava dentro do prazo de validade no dia em que a calibração foi efetuada.

No item 6, são dadas informações sobre o procedimento de calibração utilizado. Foi seguido um procedimento interno do laboratório. Consistiu em medir várias combinações de blocos-padrão em três posições nos bicos de medição: interna, central e externa, cada uma destas cinco vezes repetidamente.

O item 7 especifica as condições ambientais encontradas durante a execução da calibração. A temperatura é um parâmetro muito importante para a calibração desse tipo de instrumento de medição. Note que está muito próxima da temperatura de referência, 20°C. Embora tenha sido explicitada, a umidade relativa do ar é um parâmetro secundário nesse caso.

No item 8, é apresentada uma tabela com os principais resultados da calibração. Onze pontos de medição foram escolhidos em conformidade com o procedimento de calibração do laboratório. Além do ponto

zero, dez outras combinações de blocos-padrão foram usadas. Na segunda coluna, são apresentadas as médias das cinco medições repetidas efetuadas. Da diferença entre os respectivos valores verdadeiros convencionais e estas, é calculada a correção para cada ponto calibrado, apresentadas na terceira coluna. As incertezas de cada valor de correção calculado são apresentadas na quarta coluna. Finalmente, a quinta coluna apresenta os valores de repetitividade calculados a partir das cinco indicações obtidas para cada ponto de calibração. Embora traga informações úteis, esta última coluna nem sempre está presente nos certificados de calibração.

Logo abaixo da tabela, são dadas duas informações complementares. Exprime-se o erro máximo esperado para o sistema de medição calibrado nas condições em que a calibração foi feita para duas situações: corrigindo e não corrigindo os erros sistemáticos. Quando a correção é aplicada, a parcela de incerteza remanescente é da ordem de ± 0,07 mm. Sem ser aplicada a correção, a faixa de incertezas resultante é de ± 0,26 mm. Os valores correspondem aos porcentuais indicados no relatório relativos ao valor final de escala (VFE) de 150 mm.

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO
LABORATÓRIO CORRETA
ACREDITADO PELO INMETRO SOB NÚMERO 0976

RBC
REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO Nº 45673/01

1. **Contratante:**
MedeMede Ltda.
Av. do Surf s/nº - Florianópolis, SC

2. **Contratado:**
Laboratório CORRETA
Rua da Praia s/nº - Florianópolis, SC

3. **Sistema de medição calibrado:**
Paquímetro para dimensões externas

Fabricante:	CorreTech
Modelo:	PQ-A2
Nº série:	7075242
Faixa de medição:	0 a 150 mm
Resolução:	0,02 mm

4. **Síntese desta calibração:**
Conforme procedimento interno de calibração Correta PQ-DE, o erro máximo encontrado pelo paquímetro foi de ± 0,26 mm. Ao ser aplicada a respectiva correção, o erro máximo é reduzido para ± 0,07 mm.

5. **Padrão utilizado:**
Conjunto de blocos-padrão classe 0
Nº registro (Correta): RC 0673
Incerteza expandida: ± (0,07 + L/2000) mm, L em mm
Rastreabilidade: Certificado de calibração Correta 23201, de 02/10/2002, válido até 01/05/2003.

6. **Procedimento interno de calibração** (Correta PQ-DE)
Os blocos-padrão foram medidos em três posições diferentes (interna, central e externa) ao longo do comprimento dos bicos para medições externas, simulando condições reais de medição. Cinco ciclos de medição foram efetuados.

7. **Condições ambientais durante a calibração:**
Temperatura: (20,0 ± 0,5)°C
Umidade relativa do ar: (50 ± 10)%

Data de calibração: 14/03/2003 Data de emissão: 14/03/2003 Página 1 de 2

REDE BRASILEIRA DE CALIBRAÇÃO
LABORATÓRIO CORRETA
ACREDITADO PELO INMETRO SOB NÚMERO 0976

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO Nº 45673/01

8. Resultados
Observações: o valor da correção deve sempre ser somado à indicação.

TABELA DE RESULTADOS

Comprimento nominal do padrão [mm]	Medida das indicações do paquímetro [mm]	Correção [mm]	Incerteza da correção [mm]	Repetitividade [mm]
0,000	0,157	-0,157	0,016	0,034
2,500	2,661	-0,161	0,020	0,041
5,000	5,169	-0,169	0,018	0,037
10,000	10,182	-0,182	0,019	0,039
30,000	30,192	-0,192	0,020	0,041
50,000	50,196	-0,196	0,019	0,039
70,000	70,190	-0,190	0,021	0,043
90,000	90,185	-0,185	0,021	0,043
110,000	110,183	-0,183	0,023	0,045
130,000	130,178	-0,178	0,022	0,044
150,000	150,174	-0,174	0,023	0,045

Erro máximo do paquímetro nas condições de calibração:
(a) aplicando a correção: ± 0,07 mm (0,047% do VFE)
(b) não aplicando a correção: ± 0,26 mm (0,18% do VFE)

Regina C. Correta
Gerente Técnica

Paulo A. Padrão
Técnico Metrologista

Data de calibração: 14/03/2003 Data de emissão: 14/03/2003 Página 2 de 2

5.11 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- A calibração estabelece, sob condições especificadas, a relação entre os valores indicados por um sistema de medição ou valores representados por uma medida materializada ou um material de referência e os valores correspondentes das grandezas estabelecidos por padrões.
- Um padrão é uma medida materializada, instrumento de medição, material de referência ou sistema de medição destinado a definir, realizar, conservar ou reproduzir uma unidade ou um ou mais valores de uma grandeza para servir como referência.
- Verificação é uma calibração simplificada que visa testar se um sistema de medição ou medida materializada está em conformidade com uma dada especificação técnica.
- Ajuste é uma operação corretiva destinada a fazer com que um instrumento de medição tenha desempenho compatível com o seu uso. O ajuste pode ser automático, semi-automático ou manual.
- A regulagem é um ajuste que emprega somente os recursos disponíveis no sistema de medição para o usuário.
- Há dois métodos de calibração: direto e indireto.
- Na calibração direta, medidas materializadas são aplicadas sobre o sistema de medição e o seu valor verdadeiro convencional é comparado com as indicações do sistema de medição a calibrar.
- Na calibração indireta, o mensurando é medido simultaneamente pelo sistema de medição a calibrar e por um sistema de medição-padrão. As indicações obtidas por cada sistema de medição são comparadas.
- Rastreabilidade é a propriedade do resultado de uma medição ou do valor de um padrão estar relacionado a referências estabelecidas, geralmente padrões nacionais ou internacionais, por meio de uma cadeia contínua de comparações, todas com incertezas estabelecidas.
- O Sistema Metrológico Brasileiro é de responsabilidade do Sinmetro. É formado pelo Conmetro, seu órgão normativo, e pelo Inmetro, que é o órgão executivo.
- O Laboratório Nacional de Metrologia, vinculado ao Inmetro, é responsável pela guarda dos padrões nacionais e é capaz de prestar os serviços de calibração com melhor exatidão no país.

- A Metrologia Científica trata, fundamentalmente, dos padrões de medição internacionais e nacionais, dos instrumentos laboratoriais e das pesquisas e metodologias científicas relacionadas ao mais alto nível de qualidade metrológica.
- A Metrologia Industrial trata da aplicação da metrologia no controle dos processos produtivos e na garantia da qualidade dos produtos finais.
- A Metrologia Legal tem como objetivo principal proteger o consumidor tratando das unidades de medida, métodos e instrumentos de medição, de acordo com as exigências técnicas e legais obrigatórias. Com a supervisão do governo, o controle metrológico estabelece adequada transparência e confiança com base em ensaios imparciais. A exatidão dos instrumentos de medição garante a credibilidade nos campos da economia, saúde, segurança e meio ambiente.
- Subordinada ao Inmetro, há uma vasta rede de laboratórios oficialmente acreditados: a RBC, RBLE e RNML.
- RBC – Rede Brasileira de Calibração – é formada por um grande conjunto de laboratórios de calibração creditados pelo Inmetro para, em seu nome, calibrar e emitir certificados de calibração amplamente reconhecidos.
- RBLE – Rede Brasileira de Laboratórios de Ensaios – é formada por laboratórios creditados pelo Inmetro para verificar se estão em conformidade com normas produtos, materiais, equipamentos, fenômenos físicos, processos ou serviços.
- RNML – Rede Nacional de Metrologia Legal e Qualidade – tem por principal papel proteger o consumidor. Age em todos os estados da Federação verificando periodicamente os meios de medição abrangidos pela Metrologia Legal e os produtos pré-medidos.
- A confiabilidade de laboratórios de calibração pode ser verificada por meio de intercomparações, nas quais padrões itinerantes, com valores de referência não revelados, são medidos independentemente pelos vários laboratórios participantes e posteriormente comparados.
- Calibrações devem ser periodicamente efetuadas. O intervalo entre calibrações deve ser definido de acordo com as características do sistema de medição e das exigências e condições de uso.
- Calibrações devem ser realizadas com base em normas ou, na sua falta, com base em procedimentos internos do laboratório de calibração.

5.12 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E5.1 Por que é necessário calibrar um sistema de medição?

E5.2 Cite pelo menos cinco exemplos de padrões.

E5.3 Quais as principais diferenças entre calibração e verificação?

E5.4 Quais as semelhanças e a principal diferença entre regulagem e ajuste?

E5.5 Em que ocasiões a calibração *in loco* pode ser vantajosa?

E5.6 Dê dois exemplos de calibração direta.

E5.7 Dê dois exemplos de calibração indireta.

E5.8 Deseja-se calibrar um termômetro de bulbo na faixa entre 0 e 100°C. Proponha dois procedimentos de calibração, um usando calibração direta e outro calibração indireta.

E5.9 O que é rastreabilidade? E por que é importante na metrologia?

E5.10 Como a rastreabilidade dos meios de medição pode ajudar a um exportador de produto de alta tecnologia?

E5.11 Pretende-se calibrar um micrômetro cuja incerteza expandida esperada é de 5 μm. Dispõe-se de um conjunto de blocos-padrão com incertezas expandidas de 0,8 μm. É possível fazer essa calibração? Faça os comentários adicionais necessários.

E5.12 Por que é importante para um país industrializado desenvolver a metrologia científica?

E5.13 Para cada uma das situações abaixo, identifique o ramo da metrologia que melhor se ocupa na solução do problema em questão (Científica, Industrial ou Legal):
Garantia da qualidade da produção de sacos de café de 500 g.
Comercialização de sacos de café de 500 g.
Desenvolvimento de um novo método para medir a massa de café que seja pouco afetado pela umidade.

E5.14 O que é o Laboratório Nacional de Metrologia e quais são seus principais papéis?

E5.15 O que é a Rede Brasileira de Calibração e qual sua principal função?

E5.16 O que é a Rede Brasileira de Laboratórios de Ensaios e qual sua principal função?

E5.17 O que é a Rede Nacional de Metrologia Legal e Qualidade e qual sua principal função?

E5.18 Como é possível verificar a qualidade das medições efetuadas por um laboratório de calibração por meio de uma intercomparação?

E5.19 Como é possível abranger um grande número de laboratórios de vários países em intercomparações sem que seu custo e o tempo necessário se tornem proibitivos?

E5.20 Que critérios devem ser usados para definir o intervalo entre calibrações que deve ser praticado para um certo sistema de medição?

E5.21 Usando o roteiro de calibração sugerido no item 5.9, planeje a calibração de uma fita métrica usada pelos alfaiates e costureiras.

6

RESULTADOS DE MEDIÇÕES DIRETAS

O professor de geografia ensina que a área do território brasileiro é de 8 547 404 km². Alguém pode perguntar: "Com a maré alta ou baixa?". Estimando que o litoral brasileiro possua cerca de 8.000 km de praias e que, em média, a largura da praia varie 10 m entre as marés alta e baixa, somente devido à altura das marés a área do Brasil varia cerca de 80 km². Atribuir nota zero a um aluno que errou os dois últimos dígitos da área do Brasil em uma prova de geografia parece contrariar o bom senso.

Mesmo sem a influência das marés para garantir que o último dígito da área do Brasil seja confiável, seria necessário utilizar um processo de medição capaz de produzir resultados com incerteza de uma parte em oito milhões e meio, isto é, de apenas 0,000012%. A tecnologia disponível hoje ainda não permite medir áreas territoriais com incerteza tão baixa.

Falta ao número que representa a área do Brasil uma informação importante: a margem de incerteza desse resultado, isto é, a incerteza de medição. Não há processo de medição perfeito, que leve a resultados exatos. A dúvida está presente em resultados de medições e deve sempre ser expressa pela incerteza de medição. Declarar a incerteza de medição de um resultado não deve ser motivo de vergonha, pelo contrário: faz parte de uma conduta ética baseada na honestidade. Quem vai utilizar o resultado de uma medição deve saber o que fazer com sua incerteza.

Este capítulo trata da determinação do resultado da medição. Discute e apresenta os caminhos que levam à determinação do resultado base e à estimativa da incerteza de medição. Inicia com as situações mais simples e avança, progressivamente, para os casos mais complexos.

6.1 MEDIÇÕES DIRETAS E INDIRETAS

Medições são ditas indiretas quando o valor do mensurando é calculado a partir de operações matemáticas efetuadas envolvendo duas ou mais medidas associadas a diferentes características do mensurando. A determinação da área de um terreno retangular, multiplicando a medida do

seu comprimento pela medida da sua largura, é um exemplo de medição indireta. Outro exemplo é a velocidade média desenvolvida por um navio quando é determinada dividindo a distância percorrida pelo tempo necessário para percorrê-la. O mesmo sistema de medição, ou sistemas de medição distintos, podem estar envolvidos em medições indiretas.

Nas medições diretas, o sistema de medição já indica naturalmente o valor do mensurando. A medição do diâmetro de um eixo com um paquímetro ou da tensão elétrica de uma pilha com um voltímetro digital são dois exemplos de medições diretas. Apenas um sistema de medição está envolvido em uma medição direta.

Este capítulo envolve a determinação do resultado de medições diretas. A determinação do resultado de medições indiretas será tratado em detalhes no Capítulo 7.

6.2 CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO DE MEDIÇÃO

Certamente o sistema de medição é um fator que tem grande influência sobre a confiabilidade do resultado da medição, mas não é o único. As habilidades do operador, as condições ambientais, o procedimento de medição e a própria definição do mensurando são outros fatores que afetam o resultado da medição. No conjunto, esses elementos caracterizam o *processo de medição*.

Processo de medição é o conjunto de fatores envolvidos em uma operação de medição. Abrange o meio de medição, o procedimento de medição, o agente que efetua a medição, o método de medição e a clara definição do mensurando.

A Figura 6.1 representa os elementos que compõem o processo de medição. Em maior ou menor grau, cada um desses elementos tem influência sobre o resultado da medição.

6.2.1 DEFINIÇÃO DO MENSURANDO

O mensurando deve estar definido de maneira muito clara para que o resultado da medição corresponda à grandeza efetivamente de in-

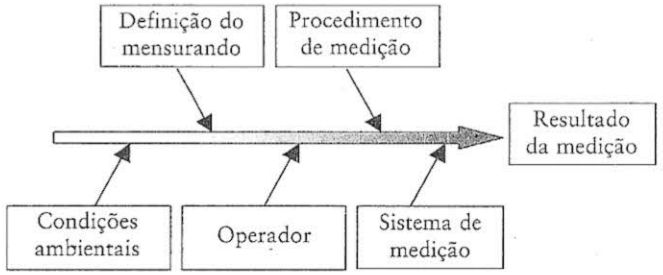


FIGURA 6.1 – Elementos do processo de medição.

teresse. Por exemplo, ao medir a velocidade de um automóvel, é necessário deixar claro se o interesse é a velocidade máxima, a velocidade média ou a velocidade instantânea em um dado momento. Três resultados distintos seriam obtidos para cada uma das formas de definição do mensurando.

6.2.2 PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO

O procedimento de medição é parte integrante do processo de medição e afeta o seu resultado. Os preparativos, a seqüência de operações, o número de medições repetidas realizadas e os cálculos efetuados são alguns aspectos envolvidos no procedimento de medição. É o algoritmo com o qual as medições são realizadas.

6.2.3 CONDIÇÕES AMBIENTAIS

As condições ambientais em que as medições são efetuadas podem afetar o resultado da medição. Alterações de temperatura, por exemplo, podem modificar o mensurando: a dilatação térmica pode mudar o valor de um comprimento a medir, o valor da resistência elétrica de um resistor ou o volume de um líquido a ser medido. A temperatura pode também modificar o sistema de medição: dilatar a escala de um sistema de medição de comprimentos, ou as características elétricas do circuito de um ohmímetro, ou as paredes de um recipiente destinado a medir volumes.

6.2.4 OPERADOR

As habilidades do operador também influenciam o processo de medição. O uso correto das técnicas de operação e o cuidado no uso do sistema de medição podem ter grande influência sobre os erros aleatórios e sistemáticos. O cansaço pode ter forte influência na qualidade dos resultados em processos de medição que demandem acuidade visual ou grande concentração do operador.

6.2.5 SISTEMA DE MEDIÇÃO

Os efeitos dos erros sistemáticos e aleatórios do sistema de medição sobre o resultado da medição são bem claros e, em boa parte dos casos, são os mais críticos. Normalmente são avaliados a partir de calibrações, quase sempre efetuadas em condições de laboratório, distintas das condições de uso do sistema de medição. É preciso ficar atento, pois as demais condições que compõem o processo de medição podem influenciar nos erros sistemáticos e aleatórios.

6.2.6 FONTES DE INCERTEZA

Cada um dos fatores que fazem parte do processo de medição tem influência sobre seu resultado. Podem trazer componentes sistemáticas e aleatórias. Quando devidamente compensadas, as componentes sistemáticas não trazem incertezas consideráveis para o resultado da medição. Entretanto, as componentes aleatórias sempre trarão dúvidas, isto é, incertezas para o resultado. Cada um dos fatores que traz alguma contribuição para a incerteza do processo de medição é denominado de *fonte de incerteza*.

Fonte de incerteza é qualquer fator que dá origem a dúvidas no resultado de um processo de medição.

6.3 VARIABILIDADE DO MENSURANDO

É muito comum esperar que o mensurando tenha um valor único e bem definido. Há um grande número de casos em que isso é verdade: a

massa de uma jóia é um bom exemplo. Seu valor está bem definido. Não muda. Trata-se de um *mensurando invariável*.

Um **mensurando** é considerável **invariável** se seu valor permanecer constante durante o período em que a medição é efetuada.

Há outros exemplos em que o valor do mensurando apresenta variações. A temperatura é um deles: seu valor varia de acordo com a posição em que é medida e ao longo do tempo. Seu valor não é único, mas flutua dentro de uma certa faixa. É denominado de *mensurando variável*.

Diz-se que um **mensurando** é **variável** quando o seu valor não é único, mas varia em função da posição, do tempo ou de outros fatores.

A rigor, não existe um mensurando que seja verdadeiramente invariável. Mesmo a massa de uma peça de platina no vácuo sofre variações ínfimas se forem considerados aspectos relativísticos, uma vez que a velocidade com que as galáxias se afastam modifica-se com a expansão do universo. Fugindo das discussões filosóficas, em termos práticos, o mensurando será aqui considerado invariável quando suas variações não podem ser detectadas pelo sistema de medição em uso. Ou seja, o sistema de medição não consegue "enxergar" essas variações por serem inferiores à sua resolução.

O diâmetro de uma peça cilíndrica pode ser classificado como um mensurando variável ou invariável, dependendo do sistema de medição utilizado. Imperfeições geométricas na forma cilíndrica fatalmente levarão a diferentes valores do diâmetro quando medidos em diferentes posições, o que é uma característica de um mensurando variável. Entretanto, se essas variações forem inferiores à menor variação detectável pelo sistema de medição em uso – a sua resolução – essa peça será "enxergada" pelo sistema de medição como invariável. O uso de um outro sistema de medição de melhores características poderia levar a uma interpretação diferente. Portanto, a classificação de variável ou invariável não depende somente do mensurando em si, mas da relação das suas características com as do sistema de medição:

O mensurando será considerado:
Variável, se suas variações forem superiores à resolução do sistema de medição utilizado;

Invariável, se suas variações forem inferiores à resolução do sistema de medição utilizado.

Para determinar o resultado da medição, são usados dois modelos: um para mensurando invariável e outro para variável.

6.4 RESULTADO DA MEDIÇÃO DE UM MENSURANDO INVARIÁVEL NA PRESENÇA DE UMA FONTE DE INCERTEZA DOMINANTE

Para estimar corretamente o resultado da medição, é necessário avaliar todas as possíveis fontes de incerteza de seu processo, quantificar as influências sobre seu resultado e combiná-las. Há casos nos quais é conveniente quantificar em separado a influência de cada fonte de incerteza e combiná-las matematicamente. Esses casos serão tratados em detalhes na seção 6.7. Há outras situações em que é possível estimar a incerteza do processo de medição como se apenas uma fonte de incerteza existisse. Esses últimos casos serão tratados neste item.

Uma fonte de incerteza será considerada dominante se seus efeitos forem sensivelmente maiores que os efeitos das demais. Por exemplo, se a ação de uma fonte de incerteza for dez vezes mais intensa que as demais, essa fonte de incerteza será considerada dominante. Duas situações normalmente levam à caracterização de fontes de incerteza dominantes: (a) a existência de uma particularidade no processo de medição que destaca uma fonte de incerteza em relação às demais; e (b) a dificuldade em quantificar separadamente a ação simultânea e combinada de várias fontes de incerteza.

A medição do tempo que um nadador leva para completar uma prova de 100 m livres, utilizando um cronômetro eletrônico manual, é um exemplo de um processo de medição em que há uma fonte de incerteza dominante. Um "tiro" disparado pelo juiz da prova marca o início da prova e da contagem do tempo. Na chegada, a "batida" da mão do nadador na borda da piscina marca o final da prova para o nadador. O cronometrista deve ativar o cronômetro no momento do "tiro" e pará-lo no momento da "batida". O cronômetro eletrônico tipicamente apresenta incertezas que raramente ultrapassam poucos segundos a cada 24 horas, o que corresponderia a uma incerteza inferior a 0,003 s no intervalo de duração de uma prova de 100 m livres, que é da ordem de 50 s. A incerteza do cronometrista é muito superior: há um tempo natural de reação entre o momento

em que o cronometrista ouviu o tiro e o cronômetro foi ativado, que tipicamente é da ordem de 0,2 s, e o tempo transcorrido entre o momento da "batida" e o travamento do cronômetro. Esse último depende fortemente da habilidade e da experiência do cronometrista que, acompanhando visualmente a evolução de um evento que está por acontecer, pode travar o cronômetro alguns décimos de segundo depois de "ouvir" ou "ver" a "batida", ou, por afobação, travar o cronômetro um pouco antes de a "batida" ocorrer. Dependendo do cronometrista, erros sistemáticos e aleatórios, muitas vezes superiores aos do cronômetro, estariam presentes, caracterizando uma fonte de incerteza dominante. Para avaliar a incerteza de medição do processo, seria suficiente avaliar as características do cronometrista.

Um exemplo em que as várias fontes de incerteza se manifestam de forma combinada pode ser visualizado em uma linha de produção industrial. Seja o caso em que peças produzidas em série devam ser manualmente medidas por amostragem, seguindo o mesmo procedimento de medição. O mesmo sistema de medição pode ser usado, mas vários operadores estarão envolvidos em distintos turnos de trabalho. As condições ambientais também se modificarão. A correção e a repetitividade levantadas nas condições de laboratório em que a calibração foi efetuada possivelmente não serão aplicáveis nessas condições. Uma boa prática para avaliar as incertezas nesse exemplo é a medição repetida de uma peça-padrão, cujo parâmetro de interesse seja muito bem conhecido, mas não revelado ao operador. A análise de várias medições da peça-padrão, realizadas em diferentes turnos e por diferentes operadores, revelará as componentes sistemáticas e aleatórias da ação combinada de várias fontes de incerteza: operador, condições ambientais, sistemas de medição e de definição do mensurando, todas agindo simultaneamente. Esses parâmetros refletem melhor as características metrológicas reais do processo de medição. A correção e a reprodutibilidade, assim determinadas, podem ser respectivamente consideradas como os efeitos sistemático e aleatório de uma fonte única de incertezas: equivalente.

Na seqüência, serão apresentados caminhos para estimar o resultado da medição na presença de uma fonte de incerteza dominante.

O elemento de maior importância para estimar corretamente o resultado de uma medição é a informação. Quando existem informações disponíveis e confiáveis sobre o processo de medição, é possível estimar com segurança seu resultado. A determinação do resultado da medição é aqui dividida em duas situações: quando se deseja corrigir os erros sistemáticos e quando a medição é deliberadamente realizada sem aplicar nenhuma correção sobre os erros sistemáticos.

6.4.1 CORRIGINDO OS ERROS SISTEMÁTICOS

Nos casos em que a correção é conhecida, os erros sistemáticos podem ser compensados adicionando-se a correção ao valor da indicação ou da média das indicações. A parcela de dúvidas que ainda resta decorre dos erros aleatórios do processo de medição, quantificados pela repetitividade ou reprodutibilidade. Em conformidade com o modelo desenvolvido no Capítulo 3, graficamente o sistema de medição pode ser representado pelo retângulo ilustrado na Figura 6.2. Esta figura também pode representar um processo de medição em que a correção e a repetitividade da fonte de incerteza dominante ou equivalente é considerada. Nesse caso, um erro sistemático negativo faz com que todas as indicações sejam inferiores ao valor verdadeiro do mensurando. Ao ser adicionada às indicações, a correção compensa esse efeito. A faixa de ± Re define a região onde a indicação deve se espalhar em função dos erros aleatórios.

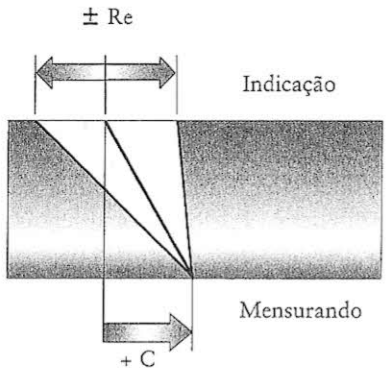


FIGURA 6.2 – Representação gráfica de um sistema ou processo de medição em que a correção e a repetitividade são conhecidas e uma medição é realizada.

Quando as medições são efetuadas em condições próximas das de calibração, a correção e a repetitividade podem ser extraídas do relatório de calibração. Caso contrário, as características do processo de medição devem ser determinadas para as condições em que as medições serão efetuadas, medindo repetidamente uma medida materializada com valor próximo ao do mensurando ou, melhor ainda, medindo uma peça-padrão.

A Figura 6.3 representa graficamente o processo de determinação do resultado da medição quando apenas uma medição é efetuada. A indicação está representada por uma seta apontando para baixo na escala superior. Na Figura 6.3 A, o sistema de medição é posicionado de forma que a indicação coincida com a posição central da faixa em que seriam esperadas as indicações. Nessa condição, a posição do resultado base é determinada na escala do mensurando e representada por uma seta apontando para cima. Na Figura 6.3 B, a posição do sistema de medição foi movida para a esquerda de forma que a indicação obtida permaneça sobre o limite direito da faixa em que as indicações seriam es-

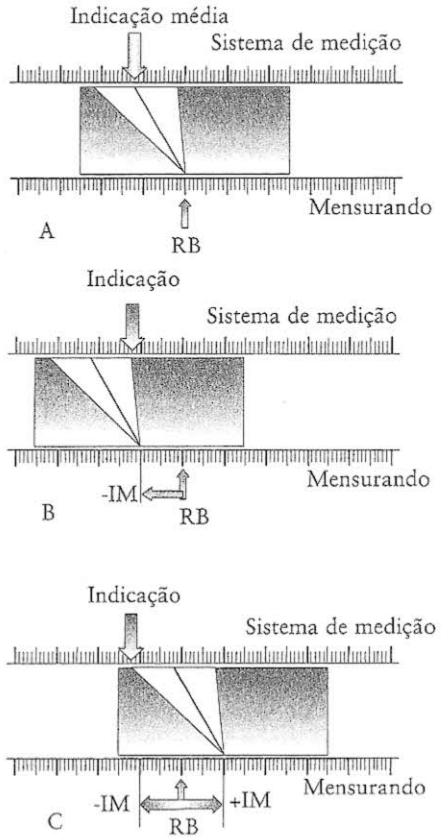


FIGURA 6.3 – Determinação do resultado da medição de um mensurando invariável quando o erro sistemático é corrigido e apenas uma indicação está disponível.

96

peradas. Nessa condição, é determinado, na escala do mensurando, o limite inferior da faixa do resultado da medição. Finalmente, na Figura 6.3 C, quando o sistema de medição é movido para a direita de forma que a indicação esteja no limite esquerdo da faixa em que as indicações são esperadas, determina-se o limite superior do resultado da medição.

A correção deve ser somada à indicação para compensar os erros sistemáticos e formar o resultado base. Da análise conjunta da Figura 6.2 e da Figura 6.3 A, é possível verificar que o resultado base (RB) é calculado a partir da indicação obtida, somando-se o valor da correção à indicação, isto é:

$$RB = I + C$$

O valor do limite inferior do resultado da medição pode ser graficamente deduzido a partir da Figura 6.2 em conjunto com a Figura 6.3 B. Fica claro que está deslocado para a esquerda de um valor correspondente à repetitividade, isto é:

$$\text{Limite inferior} = I + C - Re$$

Analogamente, usando a Figura 6.3 C, determina-se o limite superior do resultado da medição por:

$$\text{Limite superior} = I + C + Re$$

Assim, o resultado da medição para esse caso pode finalmente ser escrito como:

$$RM = I + C \pm Re \qquad (6.1)$$

sendo:

RM faixa que corresponde ao resultado da medição
I indicação obtida do sistema de medição
C correção do sistema de medição
Re repetitividade do sistema de medição.

Quando as condições de medição forem variadas, a reprodutibilidade deve ser usada em lugar da repetitividade.

A Equação (6.1) é representada graficamente na Figura 6.4.

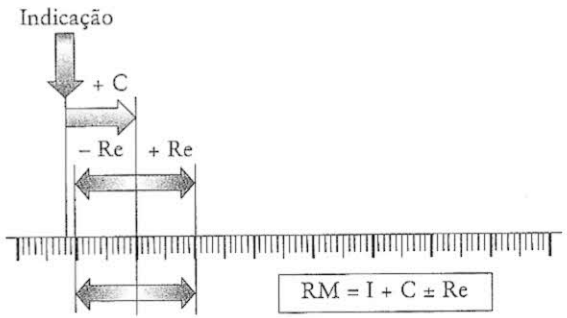


Figura 6.4 – Cálculo do resultado da medição de um mensurando invariável quando o erro sistemático é corrigido e apenas uma indicação está disponível.

A influência dos erros sistemáticos é minimizada ao ser somada a correção. A faixa de dúvidas ainda presente no resultado da medição é conseqüência dos erros aleatórios do sistema de medição e é quantificada pela repetitividade ou, quando for o caso, pela reprodutibilidade.

Embora o erro aleatório não possa ser compensado, seu efeito pode ser atenuado se várias medições repetidas do mensurando forem efetuadas e se o valor médio for adotado. Nesse caso, a faixa dentro da qual espera-se que o erro aleatório se manifeste é reduzida na proporção inversa da raiz quadrada do número de medições repetidas efetuadas para calcular a média das indicações, de acordo com a Equação (3.10). Similarmente, a repetitividade da média é reduzida na mesma proporção, conforme as Equações (3.11) e (3.12). Assim, quando a média de "n" indicações obtidas de medições repetidas é adotada, o comportamento do sistema de medição pode ser graficamente representado pela Figura 6.5.

A diferença entre a Figura 6.2 e a Figura 6.5 é a extensão da faixa da repetitividade. A média das indicações de medições repetitivas reduz a intensidade do erro aleatório. A repetitividade da média é calculada dividindo a repetitividade das indicações individuais pela raiz quadrada do número de indicações usadas para calcular a média Equações (3.11 e 3.12).

Também aqui é possível deduzir graficamente a construção da faixa de valores dentro da qual espera-se encontrar o valor verdadeiro do mensurando, isto é, o resultado da medição, como está esquematizado na Figura 6.6.

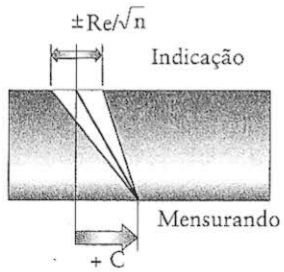


FIGURA 6.5 – Representação gráfica de um sistema de medição em que a correção e a repetitividade são conhecidas e a média de "n" medições repetidas é realizada.

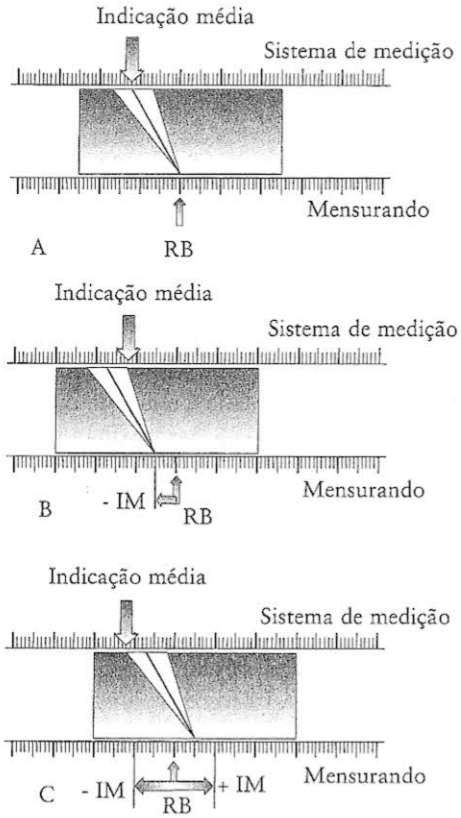


FIGURA 6.6 – Determinação do resultado da medição de um mensurando invariável quando o erro sistemático é corrigido e a média de "n" indicações de medições repetidas é calculada.

Nesse caso, o resultado da medição é estimado pela seguinte expressão:

$$RM = \bar{I} + C \pm \frac{Re}{\sqrt{n}} \qquad (6.2)$$

sendo:

- RM faixa que corresponde ao resultado da medição
- $\bar{I}$ média das indicações de "n" medições repetidas
- C correção do sistema de medição
- Re repetitividade do sistema de medição
- n número de medições repetidas realizadas.

Quando as condições de medição forem variadas, a reprodutibilidade deve ser usada em lugar da repetitividade.

A representação gráfica da Equação (6.2) é mostrada na Figura 6.7.

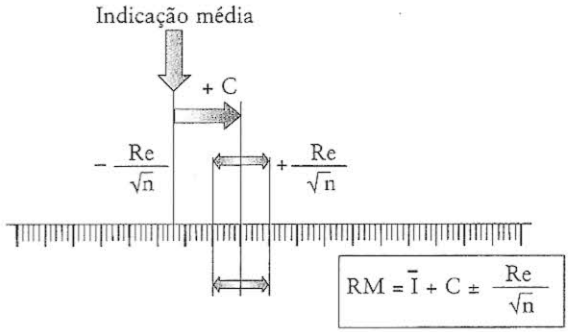


FIGURA 6.7 – Cálculo do resultado da medição de um mensurando invariável quando o erro sistemático é corrigido e a média de "n" indicações de medições repetidas é calculada.

6.4.2 NÃO CORRIGINDO OS ERROS SISTEMÁTICOS

Na metrologia industrial, não é raro encontrar situações nas quais não é conveniente corrigir os erros sistemáticos ou não há tempo suficiente para isso. Por exemplo, quando várias medições por minuto devem ser manualmente efetuadas na linha de produção para aprovar ou refugar produtos, a aplicação da correção para compensar os erros sistemáticos consumiria um certo tempo e exigiria um certo esforço, o que aceleraria a fadiga do operador. Também não é possível compensar os erros sistemáticos nos casos em que as informações disponíveis sobre o sistema de

medição são parciais, por exemplo, quando apenas o erro máximo do sistema de medição é conhecido para as condições de uso. Mesmo assim, ainda é possível chegar a uma estimativa segura do resultado da medição.

Quando apenas uma estimativa de erro máximo é conhecida, o comportamento do processo de medição pode ser modelado de acordo com a Figura 6.8. A faixa de incerteza, que corresponde ao erro máximo é consideravelmente maior que a repetitividade, porque também engloba o erro sistemático não corrigido.

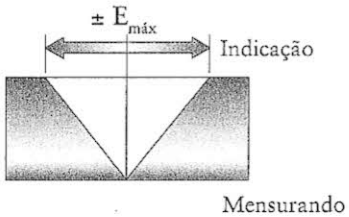


FIGURA 6.8 – Representação gráfica de um sistema de medição em que o erro máximo é conhecido.

Nesse caso, a expressão para o resultado da medição pode ser graficamente deduzida a partir da Figura 6.9.

Matematicamente, a expressão para o resultado da medição de um mensurando invariável, quando os erros sistemáticos não são compensados e o erro máximo associado ao processo de medição é conhecido, é dada por:

$$RM = I \pm E_{máx} \qquad (6.3)$$

sendo:

RM faixa que corresponde ao resultado da medição

I indicação ou média das indicações de "n" medições repetidas

$E_{máx}$ erro máximo do processo de medição para as condições de medição.

A Figura 6.10 representa graficamente a Equação (6.3).

Se mais medições repetidas de um mensurando invariável são realizadas, a média das indicações deve ser utilizada no lugar da única indicação relacionada na Equação (6.3). Entretanto, a expressão para o resultado da medição permanece a mesma. Embora a média reduza a influência dos erros aleatórios, não tem nenhum efeito sobre os erros

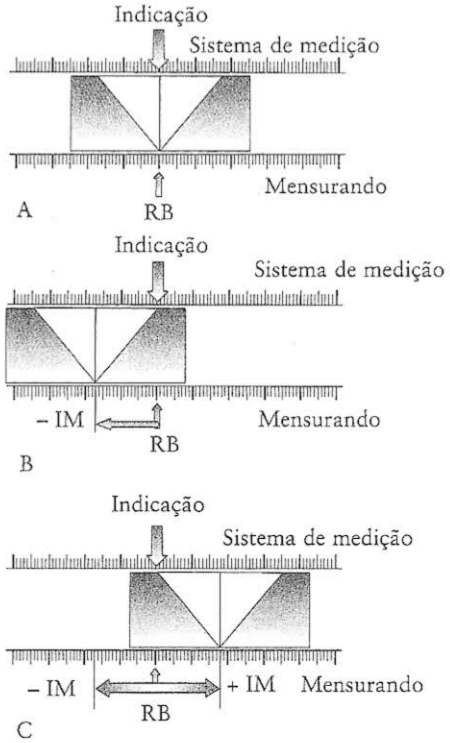


FIGURA 6.9 – Determinação do resultado da medição de um mensurando invariável quando nenhuma correção é efetuada e o erro máximo nas condições de medição é considerado.

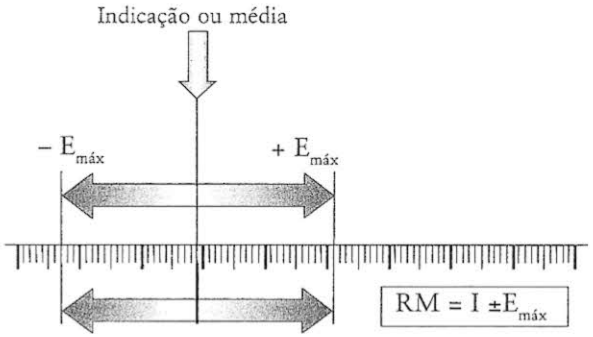


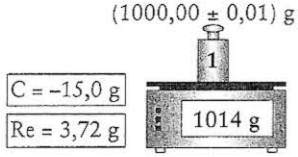
FIGURA 6.10 – Cálculo do resultado da medição de um mensurando invariável quando nenhuma correção é efetuada e o erro máximo nas condições de medição é considerado.

sistemáticos. Como não se sabe, *a priori*, quanto do erro máximo decorre da parcela sistemática e quanto se origina da parcela aleatória, não é prudente reduzir o tamanho da faixa da incerteza de medição pelo efeito da média.

Exemplo 6.1:

Uma única medição de um mensurando invariável com correção do erro sistemático.

A correção e a repetitividade da balança da Figura 3.2 para massas de 1 kg foi determinada como C = -15 g e Re = 3,72 g. Ao medir a massa padrão de 1 kg pela primeira vez, a indicação I = 1014 g foi encontrada. Obviamente não faz sentido usar a balança para determinar o valor da massa-padrão, já que esta é conhecida. Entretanto, para verificar a coerência do resultado obtido aplicando as equações aqui desenvolvidas, o resultado da medição da massa-padrão será calculado com base nessas informações. Trata-se de um mensurando invariável, sendo considerada apenas a primeira indicação obtida, e estando disponíveis os valores para a correção e para a repetitividade. Assim, a Equação (6.1) será utilizada:



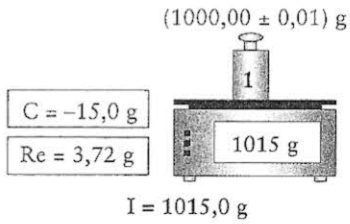
$$RM = I + C \pm Re$$
$$RM = 1014 + (-15) \pm 3{,}72$$
$$RM = (999{,}0 \pm 3{,}72)\ g$$
$$RM = (999{,}0 \pm 3{,}7)\ g$$

O valor verdadeiro convencional da massa-padrão, de 1000 g, está dentro desse intervalo. Ao ser corrigido, o erro sistemático da balança aproxima o resultado base do valor verdadeiro da massa-padrão. A presença do erro aleatório, cuja faixa de ação é delimitada pela repetitividade, é o agente responsável pela parcela de dúvidas que compõe a incerteza de medição de ± 3,7 g.

Exemplo 6.2:

Média de doze medições repetidas de um mensurando invariável e corrigindo o erro sistemático.

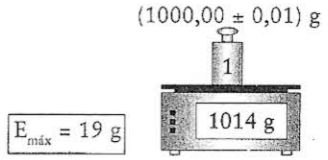
Ainda utilizando os mesmos dados da Figura 3.2, a massa de 1 kg foi medida doze vezes no total. A média obtida para as doze indicações foi de 1015,0 g. Com estas informações é possível estimar o resultado da medição usando a Equação (6.2):



$$RM = \bar{I} + C \pm \frac{Re}{\sqrt{n}}$$
$$RM = 1015 + (-15) \pm \frac{3{,}72}{\sqrt{12}}$$
$$RM = (1000{,}0 \pm 1{,}07)\ g$$
$$RM = (1000{,}0 \pm 1{,}0)\ g$$

Exemplo 6.3:

Uma medição de um mensurando invariável sem correção do erro sistemático. Para a balança, o valor do erro máximo deve ser obtido da curva de erros em toda a sua faixa de medição. Na falta dessa informação, serão usados os dados disponíveis no exemplo: para a massa de 1 kg, o maior valor em módulo do erro que a balança pode cometer é a soma do valor absoluto da sua correção com a repetitividade, isto é, $E_{máx} = |C| + Re = 15 + 3{,}72 = 18{,}72\ g \approx 19\ g$. Assim, sendo considerada apenas a primeira indicação I = 1014 g e o erro máximo de 19 g, o resultado da medição pode ser estimado pela Equação (6.3):



$$RM = I \pm E_{máx}$$
$$RM = (1014 \pm 19)\ g$$

A Figura 6.11 representa graficamente os três resultados calculados. Cada resultado representa uma faixa dentro da qual o valor verdadeiro convencional da massa-padrão de 1 kg deverá estar contido. Como existem interseções comuns aos três resultados, estes são consistentes entre si. Entretanto, são resultados com qualidades diferentes. A menor faixa de incerteza está presente quando o erro sistemático é compensado e a média das indicações de doze medições repetidas é considerada. O resultado de pior qualidade é o caso em que o erro sistemático não é compensado. Esse é o ônus que deve ser pago por um procedimento rápido e descomplicado.

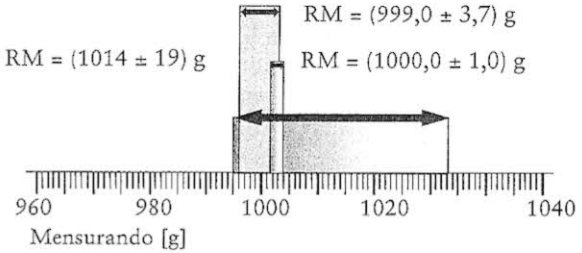


Figura 6.11 – Representação gráfica dos três resultados de medição.

100

Há três formas de melhorar a qualidade do resultado da medição: com mais informação, com mais trabalho ou com mais dinheiro. O uso de informações acerca da correção e da repetitividade e, adicionalmente, a realização de medidas repetidas reduzem a incerteza de medição do resultado. A aquisição de um sistema de medição de melhor qualidade, geralmente bem mais caro, com erro máximo reduzido, pode produzir um resultado com incerteza suficientemente pequena. Deve sempre ser encontrado um equilíbrio favorável entre o esforço a ser realizado durante a medição, o preço a pagar pelo sistema de medição e o nível de incerteza aceitável.

6.5 GRAFIA CORRETA DO RESULTADO DA MEDIÇÃO

Os valores do resultado base e da incerteza de medição decorrem de operações matemáticas que, freqüentemente, não resultam em números exatos. Por exemplo:

$$RM = (255{,}133333333 \pm 4{,}227943025879103)\ \text{mm}$$

Não há sentido em manter um número excessivamente grande de dígitos nas parcelas do resultado da medição. Além de prejudicar sua legibilidade, a grafia com muitos dígitos contém informações desnecessárias e mesmo sem sentido. Sem perder de vista que o resultado de uma medição corresponde a uma faixa de valores, é possível adotar uma forma mais racional de escrever o resultado da medição.

Para escrever corretamente o resultado da medição, é necessário revisar os conceitos de algarismos significativos e as regras de arredondamento numérico.

6.5.1 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

A Figura 6.12 representa o dispositivo mostrador de um sistema de medição. A indicação é obtida a partir da posição do ponteiro sobre a escala. Nesse caso, está claro que a indicação é maior que 1,10 e menor que 1,20. A fração 0,04 é estimada visualmente. Não há certeza de que a fração seja realmente 0,04, mas certamente é um valor próximo a esse. Por meio de uma interpolação visual, não faz sentido obter dígitos adicionais: se o algarismo "4" na indicação 1,14 já é um algarismo duvidoso, qualquer algarismo que siga o "4" também será duvidoso. Neste exemplo, não faz sentido estimar nenhum algarismo após o "4" que tenha alguma utilidade, isto é, que signifique alguma informação válida. A indicação 1,14 possui então três *algarismos significativos*.

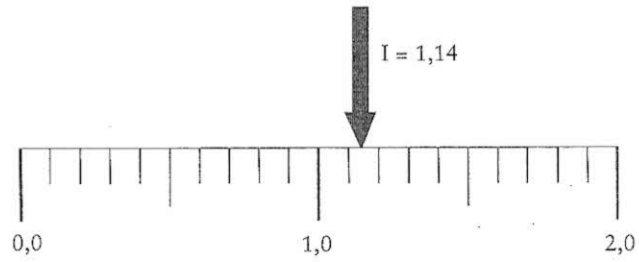


FIGURA 6.12 – Interpolação visual da leitura de um ponteiro sobre uma escala.

Se, no exemplo da Figura 6.12, a indicação corresponder a um comprimento expresso em centímetros, a indicação *1,14 cm* equivale a *11,4 mm*. A notação *11,4 mm* também contém três algarismos significativos. Se esse mesmo comprimento for expresso em metros, a notação passa a ser *0,0114 m*. O número de algarismos que têm significado ainda é três. Os dois zeros adicionados são úteis apenas para localizar a vírgula. O número de algarismos significativos presente em um número pode ser contado pela regra:

O **número de algarismos significativos** presente em uma expressão numérica é contado percorrendo cada algarismo da expressão numérica da esquerda para a direita. A contagem inicia quando o primeiro algarismo diferente de zero é encontrado. A contagem é incrementada para cada algarismo percorrido até que o último algarismo da direita seja encontrado.

Exemplos:

12	possui dois algarismos significativos
1,2	possui dois algarismos significativos
0,012	possui dois algarismos significativos
0,0000012	possui dois algarismos significativos
0,01200	possui quatro algarismos significativos
45,300	possui cinco algarismos significativos

6.5.2 REGRAS DE ARREDONDAMENTO NUMÉRICO

A norma brasileira NBR 5891 estabelece orientações que devem ser usadas para arredondamento de números. Essas orientações podem ser sintetizadas nas três regras a seguir:

6.5.2.1 Regra de arredondamento 1

Quando o algarismo imediatamente seguinte ao último algarismo a ser conservado for inferior a cinco, o último algarismo a ser conservado permanecerá sem modificação.

Exemplo: 4,3333 arredondado para conter uma casa decimal resulta em 4,3.

6.5.2.2 Regra de arredondamento 2

Quando o algarismo imediatamente seguinte ao último algarismo a ser conservado for superior a cinco, ou, sendo cinco, for seguido de no mínimo um algarismo diferente de zero, o último algarismo a ser conservado deverá ser aumentado de uma unidade.

Exemplo A: 21,6666 arredondado para conter uma casa decimal resulta em 21,7.

Exemplo B: 4,8505 arredondado para conter uma casa decimal resulta em 4,9.

6.5.2.3 Regra de arredondamento 3

Quando o algarismo imediatamente seguinte ao último algarismo a ser conservado for cinco seguido de zeros, o último algarismo a ser conservado poderá ou não ser modificado. Será mantido sem modificações se for par. Será acrescido de uma unidade se for ímpar.

Exemplo A: 4,8500 arredondado para conter uma casa decimal resulta em 4,8.

Exemplo B: 4,5500 arredondado para conter uma casa decimal resulta em 4,6.

6.5.3 GRAFIA DO RESULTADO DA MEDIÇÃO

O resultado-base e a incerteza de medição devem ser escritos com certos cuidados para manter a boa legibilidade e não conter informações desnecessárias ou que levem à perda de informação. A incerteza de medição tem um papel importante por estabelecer a posição do algarismo duvidoso do resultado base. Escrever da forma apropriada a incerteza de medição é então o ponto de partida. Não há necessidade de envolver mais que dois algarismos significativos para descrever suficientemente bem o tamanho da faixa correspondente à incerteza de medição. A seguinte regra deve ser usada:

Regra 1:
A incerteza de medição deve ser arredondada para conter no máximo dois algarismos significativos. Não importa quantas casas decimais resultem.

Não faz sentido representar no resultado-base algarismos à direita da posição do último algarismo significativo da incerteza de medição. Assim, após a obediência da regra 1, a seguinte regra deve ser observada:

Regra 2:
O resultado-base deve ser arredondado para conter o mesmo número de casas decimais da incerteza da medição. Não importa quantos algarismos significativos resultem.

A Tabela 6.1 ilustra alguns exemplos de aplicações dessas regras. A grafia correta 1 envolve apenas um algarismo significativo na incerteza da medição e deve ser preferível em resultados de medições mais simples. A grafia correta 2 usa dois algarismos significativos para a incerteza da medição. Ambas grafias são corretas:

TABELA 6.1 – Exemplos de aplicações das regras de grafia do resultado da medição

Grafia incorreta	Grafia correta com um algarismo significativo na IM	Grafia correta com dois algarismos significativos na IM
(8,6124333 ± 0,01912) mm	(8,61 ± 0,02) mm	(8,612 ± 0,019) mm
(12,478892 ± 0,9111) kg	(12,5 ± 0,9) kg	(12,48 ± 0,91) kg
(0,044721 ± 0,00028) A	(0,0447 ± 0,0003) A	(0,04472 ± 0,00028) A
(256,12 ± 5,2456) mV	(256 ± 5) mV	(256,1 ± 5,2) mV

O uso dos parênteses da forma apresentada na tabela é recomendado para manter a clareza na grafia do resultado da medição.

6.5.4 ARREDONDAMENTO NOS CÁLCULOS

Freqüentemente, os resultados de medições são determinados por meio de cálculos matemáticos. Durante os cálculos intermediários, é uma boa prática utilizar vários algarismos significativos. Se possível, os arredondamentos devem ser deixados apenas para o final, no momento de escrever o resultado da medição. Caso seja necessário efetuar arredondamentos nos

cálculos intermediários, devem ser conservados pelo menos dois algarismos significativos a mais que os que aparecerão no resultado da medição.

Arredondamentos em cálculos intermediários sem a obediência a essas recomendações podem propagar níveis consideráveis de erros numéricos. Por exemplo, sejam os dois números:

$$A = 0{,}65000 \quad \text{e} \quad B = 0{,}00014$$

Sem nenhum arredondamento, a soma e a multiplicação desses dois números serão, respectivamente:

$$A + B = 0{,}65014 \quad \text{e} \quad A \cdot B = 0{,}000091$$

Se ambos os números forem indevidamente arredondados para quatro casas decimais, isto é:

$$A = 0{,}6500 \quad \text{e} \quad B = 0{,}0001$$

A soma e a multiplicação se tornarão:

$$A + B = 0{,}6501 \quad \text{e} \quad A \cdot B = 0{,}000065$$

O erro de arredondamento provocou um erro de apenas 0,0061% na soma entre A e B. Por sua vez, o erro na multiplicação foi de –28,5%, um valor absurdo! De fato, quando B é arredondado para quatro casas decimais apenas um algarismo significativo é preservado, o que é inadequado.

6.6 RESULTADO DA MEDIÇÃO DE UM MENSURANDO VARIÁVEL NA PRESENÇA DE UMA FONTE DE INCERTEZA DOMINANTE

O mensurando nem sempre tem um valor único ou estável. Seu valor pode vir a ser variável em função do tempo, da posição, da orientação ou em função da variação de outros fatores. A faixa dentro da qual o mensurando varia também deve fazer parte do resultado da medição de um mensurando variável.

Para melhor refletir sobre o resultado da medição de uma grandeza variável, observemos a Figura 6.13. Essa figura representa, em uma escala exagerada, um muro irregular. A altura do muro não é única, mas

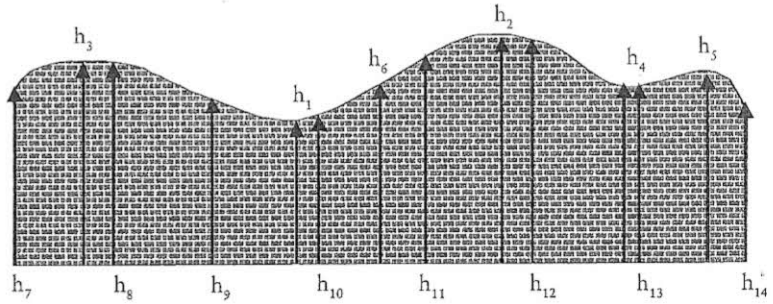


FIGURA 6.13 – Exemplo de mensurando variável: altura de um muro irregular.

varia ao longo da sua extensão. Qual seria uma resposta honesta para a pergunta: qual a altura do muro?

Várias respostas poderiam ser dadas para essa pergunta. Convém uma reflexão sobre algumas. A altura h_1 corresponde à altura mínima. É uma informação parcial, talvez do interesse de quem pretende "pular o muro". Já h_2 é o outro extremo: corresponde ao ponto mais alto, que é uma informação parcial de algum interesse, e h_6 é a altura medida na posição central da extensão horizontal do muro. A média entre h_7, h_8, h_9, h_{10}, h_{11}, h_{12}, h_{13} e h_{14} é um outro número que melhor se aproxima da altura média do muro. Mesmo a altura média não caracteriza completamente o muro. Qual a melhor resposta?

Como resultado da medição de um mensurando variável, a resposta mais honesta a ser dada é: *o valor do mensurando varia entre o valor mínimo de h_1 e o valor máximo de h_2*. A faixa de variação do mensurando deve fazer parte da resposta. A faixa de variação da altura do muro está representada na Figura 6.14.

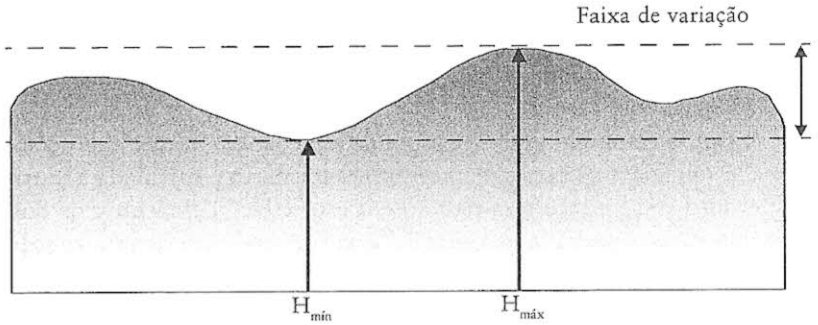


FIGURA 6.14 – Faixa de variação de um mensurando variável.

A caracterização da faixa de variação do mensurando é uma tarefa simples quando os dois valores extremos são conhecidos exatamente. Na prática, existem duas dificuldades: (a) a posição em que ocorrem os valores extremos normalmente não é tão evidente; e (b) há incertezas envolvidas em cada medição do mensurando, inclusive nos valores extremos. Para atenuar a primeira dificuldade, muitas medições do mensurando devem ser efetuadas em condições distintas, planejadas de forma a aumentar as chances de que os valores extremos do mensurando sejam atingidos. A segunda dificuldade não pode ser totalmente eliminada, mas as características do processo de medição usado devem ser dimensionadas para que a incerteza de medição de cada medição individual esteja dentro de níveis aceitáveis.

O resultado-base deve ser estimado de forma que melhor se aproxime do valor médio do mensurando, sempre calculado a partir da média de um grande número de medições. Se conhecida e conveniente, a correção deve ser usada para compensar os erros sistemáticos. A combinação de duas componentes deve formar a incerteza de medição: as variações do mensurando e a incerteza do processo de medição envolvida em cada medição individual do mensurando.

6.6.1 CORRIGINDO OS ERROS SISTEMÁTICOS

Após definir e planejar a estratégia de medição para aumentar as chances de atingir os valores extremos do mensurando, as medições são efetuadas. A indicação média corrigida é calculada. A variabilidade das indicações é estimada pela incerteza-padrão das indicações. Nesse caso, a incerteza-padrão corresponde ao desvio-padrão resultante da ação combinada das variações do mensurando e dos erros aleatórios do sistema de medição simultaneamente.

A Figura 6.15 demonstra graficamente a formação do resultado da medição para este caso.

Assim, o resultado-base corresponde à média das várias indicações, à qual é somada a correção. A incerteza de medição é calculada a partir do produto entre a incerteza-padrão e o respectivo coeficiente t de Student, que resulta na faixa que enquadra as variações resultantes da ação combinada das variações do mensurando e o erro aleatório do processo de medição. A Equação (6.4) sintetiza os cálculos a serem efetuados:

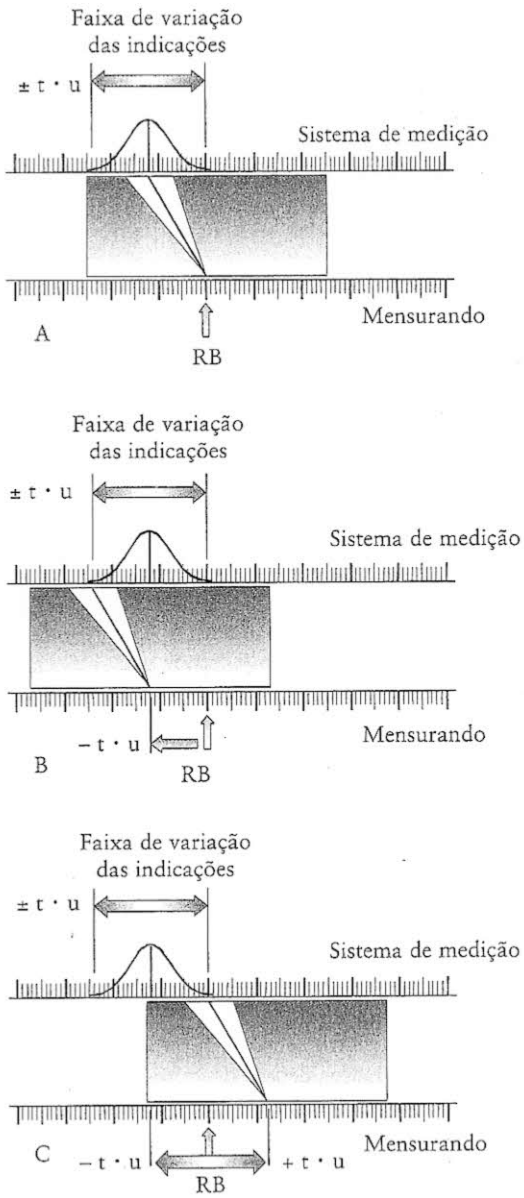


FIGURA 6.15 – Formação do resultado da medição para um mensurando variável quando o erro sistemático é compensado.

104

$$RM = \bar{I} + C \pm t \cdot u \qquad (6.4)$$

sendo:

- $\bar{I}$ média das "n" indicações disponíveis
- C correção do sistema de medição
- t coeficiente de Student para n – 1 graus de liberdade
- u incerteza-padrão calculada a partir das "n" indicações disponíveis.

A Equação (6.4) é graficamente visualizada na Figura 6.16.

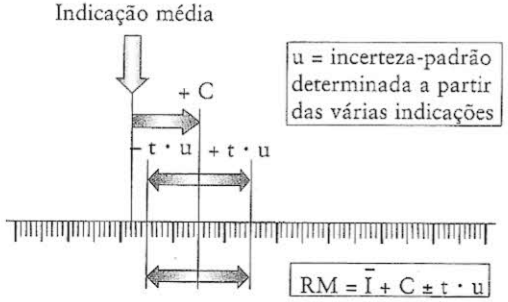
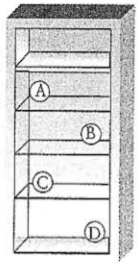


FIGURA 6.16 – Cálculo do resultado da medição de um mensurando variável quando o erro sistemático é corrigido.

A determinação do resultado da medição de um mensurando variável é ilustrada por meio do Exemplo 6.4:

Exemplo 6.4:

Deve ser caracterizada a temperatura no interior de um refrigerador nas condições normais de funcionamento. Não há interesse na temperatura na região do congelador, mas apenas na parte destinada a refrigerar os alimentos. A temperatura no interior do refrigerador é um mensurando que varia conforme a posição e em função do tempo.



Quatro sensores foram posicionados em diferentes pontos dentro do refrigerador, escolhidos de forma a aumentar as chances de atingir os pontos com temperatura extrema.

A porta foi fechada e o refrigerador ligado. Depois de três horas, quando a condição de regime do refrigerador foi atingida, as temperaturas foram medidas uma vez por minuto em cada sensor e por duas horas e meia.

As 600 indicações apresentaram:

média = 5,82°C

desvio-padrão = 1,90°C

Os quatro sensores têm curvas de erros similares. A correção a ser aplicada para os quatro sensores é a mesma:

C = –0,80°C

O resultado da medição é calculado a partir da equação (6.4):

$RM = \bar{I} + C \pm t \cdot u$

$RM = 5{,}82 + (-0{,}80) \pm 2{,}00 \cdot 1{,}90$

$RM = 5{,}02 \pm 3{,}80$

$RM = (5{,}0 \pm 3{,}8)°C$

Com os meios e as informações disponíveis, é possível estimar que a temperatura no interior do refrigerador, nas condições ensaiadas, variou dentro da faixa (5,0 ± 3,8)°C.

A princípio, a faixa correspondente à incerteza de medição é calculada em função da ação combinada das variações do mensurando e do erro aleatório do sistema de medição. Nos casos em que o comportamento aleatório do sistema de medição é muito bem caracterizado, é possível estimar em separado a faixa de variação do mensurando. Uma estimativa aproximada da faixa de variação do mensurando pode ser obtida pela Equação (6.5). É importante enfatizar que a repetitividade do sistema de medição deve ter sido determinada *a priori* (ou *a posteriori*) a partir da medição de um mensurando invariável e em condições que se aproximem das condições em que o mensurando variável foi medido.

$$\Delta M = \sqrt{(t \cdot u)^2 - (Re)^2} \qquad (6.5)$$

sendo:

- ΔM faixa de variação para o mensurando
- t coeficiente de Student para n – 1 graus de liberdade
- n número total de indicações disponíveis do mensurando variável
- u incerteza-padrão obtida a partir das "n" indicações disponíveis
- Re repetitividade do sistema de medição obtida a partir de medições repetidas de um mensurando invariável.

6.6.2 NÃO CORRIGINDO OS ERROS SISTEMÁTICOS

O resultado da medição de um mensurando variável também pode ser determinado de forma segura sem que os erros sistemáticos sejam corrigidos. A não-compensação dos erros sistemáticos pode ser motivada pelas limitações de tempo, por uma decisão logística ou mesmo por

falta de informações mais completas sobre o sistema ou processo de medição. Nesses casos, a incerteza do sistema ou processo de medição corresponde ao seu erro máximo nas condições de uso.

Sem a possibilidade de compensação dos erros sistemáticos, o resultado-base é a própria média das indicações. Também aqui é importante planejar uma estratégia de medição envolvendo muitas medições, que maximize as chances de percorrer os valores extremos do mensurando variável. A incerteza de medição tem duas componentes: as variações naturais do mensurando e os erros do sistema ou processo de medição que, nesse caso, incluem a componente aleatória e a sistemática não compensada. A Figura 6.17 demonstra graficamente a composição do resultado da medição de um mensurando variável quando os erros sistemáticos não são compensados.

O resultado-base corresponde à média das indicações. A faixa que caracteriza a incerteza de medição resulta da soma algébrica da faixa que compreende as variações observadas entre as várias indicações realizadas e o erro máximo do sistema ou do processo de medição. Assim, o resultado da medição neste caso é calculado pela Equação (6.6):

$$RM = \bar{I} \pm (E_{máx} + t \cdot u) \qquad (6.6)$$

sendo:

- $\bar{I}$ média das "n" indicações disponíveis
- $E_{máx}$ erro máximo do sistema ou do processo de medição
- t coeficiente de Student para n – 1 graus de liberdade
- u incerteza-padrão calculada a partir das "n" indicações disponíveis.

A interpretação gráfica da Equação (6.6) é ilustrada na Figura 6.18.

Exemplo 6.5:

Medição da velocidade do vento.

Por mais estável que pareça, a velocidade do vento nunca é constante. Há períodos em que rajadas intensificam a velocidade do vento, normalmente intercalados por momentos nos quais a velocidade do vento é mais reduzida. Para um mesmo local, a velocidade do vento é, então, um mensurando variável. Para caracterizá-lo, é conveniente monitorar o seu valor por longos períodos. Para caracterizar a velocidade do vento na Lagoa da Conceição às 11 h da manhã desse domingo, um anemômetro de hélice (Figura 6.19) foi utilizado. Trata-se de um sistema de medição da velocidade do vento cujo erro máximo é de 0,20 m/s.

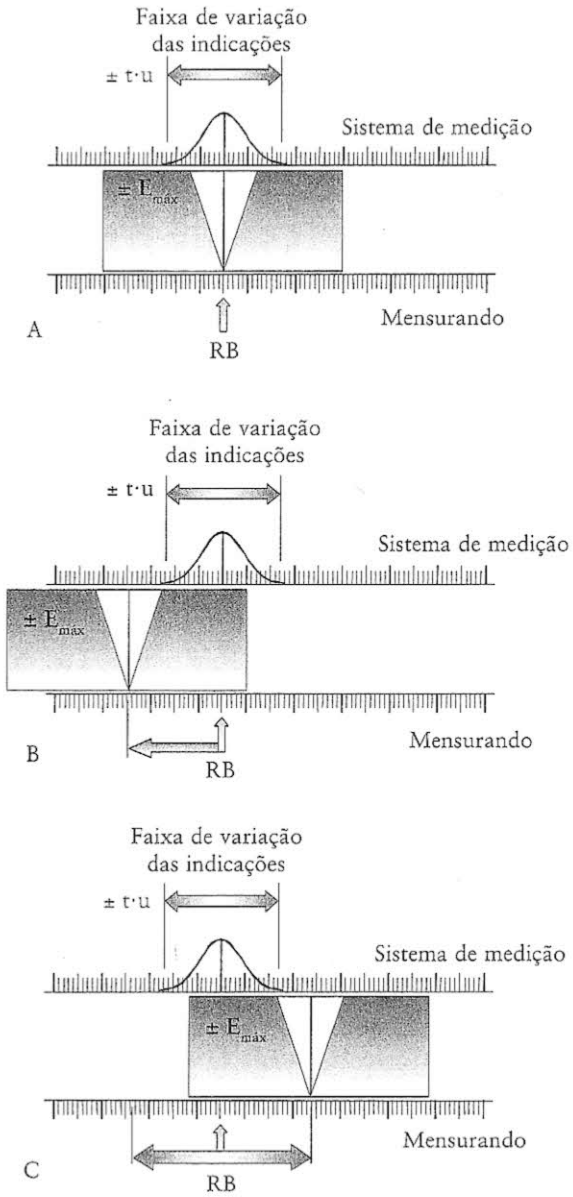


FIGURA 6.17 – Composição do resultado da medição quando o mensurando é variável e o erro sistemático não é corrigido.

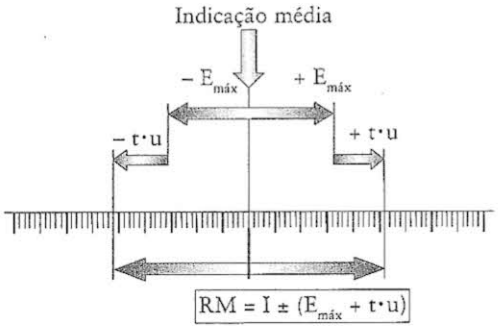


FIGURA 6.18 – Cálculo do resultado da medição quando o mensurando é variável e o erro sistemático não é corrigido.

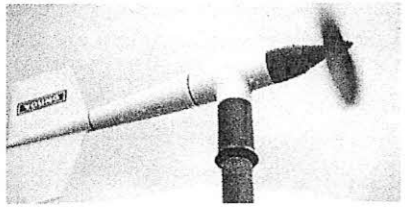


FIGURA 6.19 – Anemômetro de hélice.

Às 10 h 55 min, foi iniciado um período de 10 min de monitoração. A cada dez segundos, o valor da velocidade foi anotado. Às 11 h 05 min, a última anotação foi realizada.

A indicação média dos 60 pontos anotados foi 15,8 m/s e o desvio-padrão das indicações foi 1,9 m/s.

O resultado da medição da velocidade do vento é calculado pela Equação (6.6):

$$RM = \bar{I} \pm (E_{máx} + t \cdot u)$$
$$RM = 15{,}8 \pm (0{,}20 + 2{,}04 \cdot 1{,}90)$$
$$RM = 15{,}8 \pm (0{,}20 + 3{,}88)$$
$$RM = (15{,}8 \pm 4{,}1)\ m/s$$

Naturalmente, o resultado da medição confirma que a velocidade do vento não é constante, mas variável. Note que a incerteza do anemômetro é de 0,20 m/s, muito menor que a faixa de variação calculada a partir do desvio-padrão, correspondente a 3,88 m/s. A qualidade do anemômetro é adequada para caracterizar a velocidade do vento nessas condições. Certamente a análise da relação custo/benefício levaria à decisão de não investir na compra de um anemômetro de melhor qualidade. A correção dos erros sistemáticos poderia melhorar o resultado da medição, mas a análise da relação esforço/benefício certamente não identificaria essa medida como necessária.

No caso em que o erro sistemático não é corrigido, não é possível estimar a faixa de variação do mensurando separadamente dos erros aleatórios do sistema ou processo de medição. A razão para isto é que o erro máximo, que é a única informação conhecida sobre o comportamento metrológico do sistema ou processo de medição, contém a parcela de erro sistemática desconhecida e não compensada. Sem saber que parcela do erro máximo decorre dos erros aleatórios, não é possível fazer tal estimativa.

6.7 RESULTADO DA MEDIÇÃO NA PRESENÇA DE VÁRIAS FONTES DE INCERTEZA

Caminhos para determinar o resultado da medição foram estudados nas seções 6.4 e 6.6 na presença de uma fonte de incerteza dominante no processo de medição. A presente seção trata dos casos em que mais de uma fonte de incerteza têm contribuição expressiva no processo de medição e que só podem ser estimadas separadamente.

Para chegar ao resultado da medição, cada fonte de incerteza deve ser analisada, sua contribuição sistemática avaliada e sua correção estimada. A correção combinada, resultante da ação simultânea das contribuições sistemáticas de todas as fontes de incerteza, é então calculada. Analogamente, a incerteza-padrão de cada fonte de incerteza é também determinada separadamente. Na seqüência, as incertezas-padrão são combinadas e é calculado o número de graus de liberdade resultante. Finalmente, é estimada a incerteza de medição, também denominada de *incerteza expandida*.

6.7.1 IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

O processo de medição deve ser cuidadosamente analisado com base nas considerações da seção 6.2. Todas as fontes de incerteza que podem ter maior ou menor influência sobre o processo de medição devem ser enumeradas. É sempre interessante formar uma lista completa, sem desprezar nenhuma delas. Caso existam fontes de incerteza de pequena influência, elas serão claramente identificadas quando for montada uma tabela quantificando a influência de todas as fontes. Para melhor organizar o trabalho, é conveniente associar um nome e um símbolo que identifiquem claramente cada fonte.

6.7.2 CARACTERIZAÇÃO DA CORREÇÃO DE CADA FONTE DE INCERTEZA

Cada uma das fontes de incerteza identificadas deve ser analisada quanto à contribuição que possa trazer para os erros sistemáticos. A análise do fenômeno associado à fonte de incerteza, informações preexistentes ou mesmo experimentos, podem revelar e quantificar a influência sistemática da fonte de incerteza. Com base nessa avaliação, o valor da correção a ser aplicada deve ser individualmente estimado para cada fonte de incerteza. A correção de cada uma delas deve ser expressa na unidade do mensurando.

Há casos nos quais existe certa interdependência entre duas ou mais fontes de incerteza e torna-se mais fácil e conveniente estimar, de uma só vez, a ação combinada desse grupo.

6.7.3 CORREÇÃO COMBINADA

A correção combinada, resultante da ação simultânea de todas as fontes de incerteza, deve ser calculada a partir da soma algébrica de todas as correções individualmente determinadas para cada fonte de incerteza.

A **correção combinada** é o valor da correção a ser aplicada a um processo de medição. É formada a partir da soma algébrica das correções individualmente estimadas para cada fonte de incerteza.

Assim, a correção combinada é calculada por:

$$C_C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C \qquad (6.7)$$

sendo:

C_C correção combinada

C_i correção da i-ésima fonte de incerteza.

6.7.4 CARACTERIZAÇÃO DA INCERTEZA-PADRÃO DE CADA FONTE DE INCERTEZA (u)

A contribuição aleatória de cada fonte de incerteza deve ser individualmente quantificada pela sua incerteza-padrão. Dois caminhos são normalmente utilizados para quantificar a incerteza-padrão associada a uma fonte de incerteza: procedimentos estatísticos e procedimentos não-estatísticos.

Procedimentos estatísticos (tipo A)

Freqüentemente, a incerteza-padrão associada a uma ou mais fontes de incerteza é estimada a partir de medições repetidas do mesmo mensurando, conforme a Equação (6.8). Trata-se, então, de um procedimento estatístico, freqüentemente referido como procedimento "tipo A".

$$u(I) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(I_k - \bar{I})^2}{n-1}} \qquad (6.8)$$

sendo:

$u(I)$ incerteza-padrão das indicações calculada a partir de "n" medições repetidas

I_k k-ésima indicação

$\bar{I}$ a média das "n" indicações

n o número de indicações repetidas efetuadas.

Quando o mensurando é invariável e o seu valor é calculado a partir da média de "m" medições repetidas, a incerteza-padrão da média é utilizada. É calculada dividindo a incerteza-padrão pela raiz quadrada de "m", o número de medições repetidas usadas para calcular a média:

$$u(\bar{I}) = \frac{u(I)}{\sqrt{m}} \qquad (6.9)$$

sendo:

$u(\bar{I})$ incerteza-padrão da média de "m" indicações

m número de medições repetidas usadas para calcular a média.

Se o mensurando é variável, a incerteza-padrão deve sempre ser calculada pela Equação (6.8). A média de medições repetidas de um mensurando variável não reduz as variações do mensurando.

O número de graus de liberdade envolvidos na determinação da incerteza-padrão é sempre o número de dados usados para calcular o desvio-padrão menos um:

$$\nu = n - 1 \qquad (6.10)$$

sendo:

ν número de graus de liberdade com que a incerteza-padrão é determinada

n número de medições usadas para estimar a incerteza-padrão.

108

Procedimentos não-estatísticos (tipo B)

Nem sempre é prático, ou mesmo possível, usar procedimentos estatísticos para estimar a incerteza-padrão de uma determinada fonte de incerteza. Outras informações disponíveis devem ser utilizadas. Trata-se de procedimentos não-estatísticos, também denominados de procedimentos "tipo B".

Informações conhecidas *a priori* sobre o comportamento aleatório da fonte de incerteza ou deduzidas por observação das suas características são consideradas. Informações extraídas das especificações técnicas do sistema de medição, informações históricas obtidas de medições anteriores, de certificados de calibração e mesmo estimativas baseadas na experiência de especialistas, são exemplos de conhecimento *a priori* que podem ser levados em conta.

Freqüentemente, a amplitude e o tipo de distribuição de probabilidade esperada para a componente aleatória podem ser estimados ou mesmo deduzidos. Por exemplo, a resolução limitada de um dispositivo indicador digital é uma fonte de incerteza aleatória cuja distribuição de probabilidade pode ser deduzida com facilidade.

Pensemos em um sistema de medição cujo indicador digital só mostra indicações inteiras, isto é, sem nenhuma casa decimal. A parte fracionária da indicação é arredondada para o inteiro mais próximo. Por exemplo, a indicação que, sem o efeito da resolução seria 2,2, é arredondada para 2, tendo o seu valor reduzido de 0,2. A indicação 1,7 seria arredondada para 2, tendo o seu valor aumentado em 0,3. O erro introduzido pelo arredondamento seria de -0,2 e +0,3 em cada caso respectivamente. Se essa análise for repetida para cada possível valor, a curva de erros devido ao arredondamento assumiria o aspecto representado na Figura 6.20.

A distribuição de probabilidade dos erros decorrentes do arredondamento pode ser determinada. Para um indicador digital com resolução R = 1, os erros devidos ao arredondamento estarão sempre dentro dos limites –0,5 e +0,5, como é o caso da Figura 6.20. Pelo aspecto "dente de serra" da curva de erros, a probabilidade de que qualquer valor de erro entre –0,5 e +0,5 seja obtido é a mesma. A distribuição de probabilidade resultante assume o aspecto da Figura 6.21, denominada de distribuição *uniforme* ou *retangular*. Nesse caso, a quantidade "*a*" equivale a metade da resolução:

$$a = R/2 = 0{,}5$$

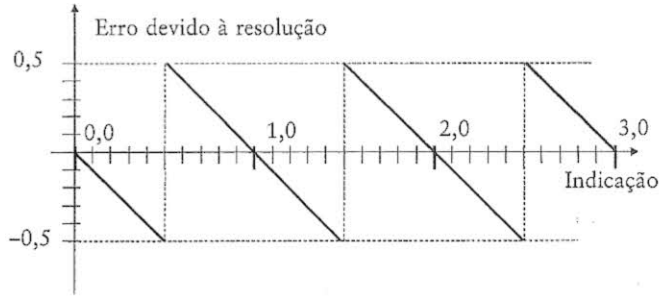


FIGURA 6.20 – Erro devido ao arredondamento provocado pela resolução de um indicador digital.

Por meio de uma análise do fenômeno foi possível determinar a extensão e a forma da distribuição de probabilidades decorrente dos erros induzidos pelo arredondamento. Para calcular a incerteza-padrão, é necessário utilizar uma propriedade da distribuição de probabilidades retangular: devido à simetria da distribuição, o valor médio da distribuição da Figura 6.21 é zero.

A incerteza-padrão é calculada pela expressão:

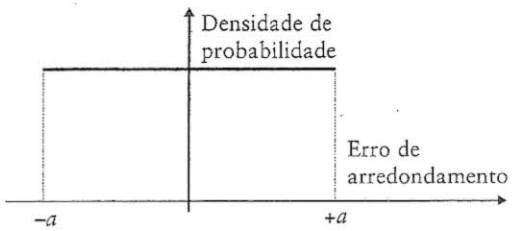


FIGURA 6.21 – Densidade de probabilidade para o erro de arredondamento devido à resolução limitada do dispositivo mostrador digital.

$$u = \frac{a}{\sqrt{3}} \qquad (6.11)$$

em que *a* corresponde à metade da resolução (a = R/2), então, a incerteza-padrão é:

$$u = \frac{R}{2\sqrt{3}}$$

Quando o tipo de distribuição de probabilidades é assumido como perfeitamente conhecido, o número de graus de liberdade envolvidos é sempre considerado *infinito*.

Quando a distribuição de probabilidades é conhecida, o número de graus de liberdade correspondente é considerado **infinito**.

Nem sempre o tipo de distribuição que melhor descreve o comportamento dos erros de um fenômeno associado a uma fonte de incerteza pode ser deduzido com tanta clareza. Sempre que possível, levantamentos experimentais devem ser usados para confirmar essas hipóteses. Na sua falta, não é raro que os conhecimentos e a experiência do analista sejam utilizados para estimar o tipo de distribuição esperado. Na dúvida, e para permanecer ao lado da segurança, freqüentemente a distribuição de probabilidades uniforme ou retangular é adotada tendo por valores extremos os limites esperados para as variações naturais do fenômeno. A incerteza-padrão assim estimada é cerca de 15% maior que o valor encontrado se uma distribuição normal, com os mesmos limites, fosse adotada.

Quando há mais informações sobre o fenômeno, outros tipos de distribuição podem ser mais adequados. A Figura 6.22 reúne as principais distribuições de probabilidade normalmente utilizadas para modelar fontes de incerteza. A distribuição A, uniforme ou retangular, é usada quando há as mesmas chances de que qualquer valor entre $-a$ e $+a$ venha a ocorrer ou, algumas vezes, por segurança, quando há dúvidas sobre que tipo de distribuição adotar. Na distribuição triangular B, os valores centrais apresentam maior probabilidade de ocorrer. É o tipo de distribuição que naturalmente resulta da soma ou da subtração de duas variáveis com mesma distribuição de probabilidade uniforme ou retangular. A distribuição normal ou gaussiana está representada na parte C da figura. Como a curva da distribuição normal é assintótica em relação ao eixo horizontal, deve ficar claro que as posições $-a$ e $+a$ não são os extremos da curva, mas correspondem aos limites que enquadram 95,45% da área abaixo da curva. Finalmente, a distribuição em "U", representada na parte D, melhor descreve fenômenos que são afetados por efeitos que variam segundo funções senoidais, como, por exemplo, sinais elétricos afetados por ruídos eletromagnéticos provocados pela rede elétrica. Um sinal que varia senoidalmente apresenta velocidades mais baixas nas regiões extremas, isto é, quando o sinal atinge os valores mínimo ou máximo, o que aumenta a probabilidade de que a perturbação ocorra nessas regiões, justificando a forma em "U" da distribuição.

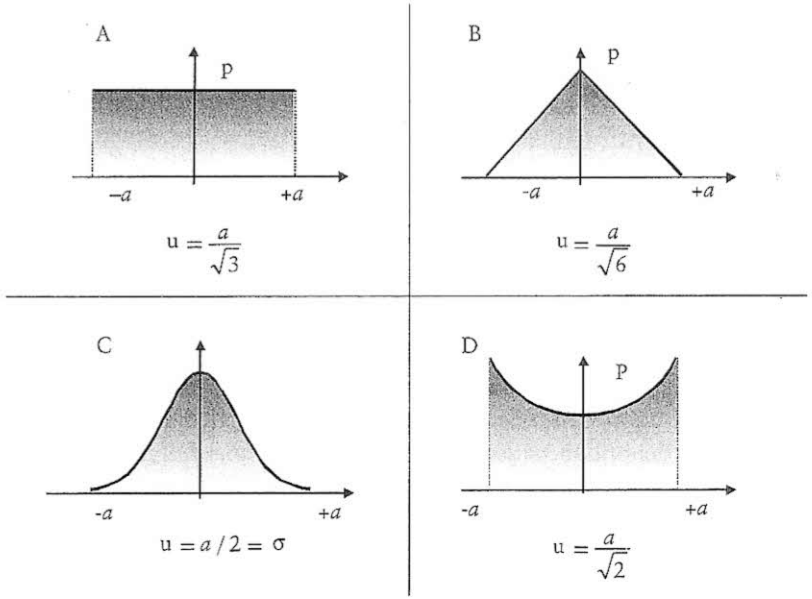


FIGURA 6.22 – Distribuições de probabilidade diversas e respectivas incertezas-padrão: (A) uniforme ou retangular, (B) triangular, (C) normal e (D) em "U".

6.7.5 INCERTEZA COMBINADA (u_c)

Os efeitos da ação combinada das várias fontes de incerteza devem ser quantificados pela *incerteza combinada*. A maneira de combiná-los depende do tipo de correlação existente entre as fontes de incerteza. Em medições diretas é muito comum que as fontes de incerteza sejam não-correlacionadas, isto é, que suas variações aleatórias não guardem nenhum tipo de sincronismo. A maneira de lidar com grandezas correlacionadas ou estatisticamente dependentes será detalhada no Capítulo 7.

Denomina-se **incerteza combinada** o desvio-padrão resultante da ação combinada das componentes aleatórias de todas as fontes de incerteza que afetam um processo de medição.

110

Para estimar a incerteza combinada da ação simultânea de "n" fontes de incerteza, todas estatisticamente independentes (não-correlacionadas), a Equação (6.12) deve ser usada:

$$u_C^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \ldots + u_n^2 \qquad (6.12)$$

sendo:

u_C incerteza combinada
u_i incerteza-padrão da i-ésima fonte de incerteza.

6.7.6 NÚMERO DE GRAUS DE LIBERDADE EFETIVOS (v_{ef})

Cada uma das incertezas-padrão, separadamente estimadas para cada fonte de incerteza, tem um certo número de graus de liberdade associado. Quando a incerteza combinada é calculada, o número de graus de liberdade equivalente da combinação deve ser calculado. O número resultante é denominado de *número de graus de liberdade efetivos*.

Denomina-se **número de graus de liberdade efetivos** o número de graus de liberdade correspondente à incerteza combinada.

O número de graus de liberdade efetivos deve ser calculado a partir dos valores do número de graus de liberdade e da incerteza-padrão de cada fonte de incerteza pela equação de Welch-Satterthwaite:

$$\frac{u_C^4}{\nu_{ef}} = \frac{u_1^4}{\nu_1} + \frac{u_2^4}{\nu_2} + \ldots + \frac{u_n^4}{\nu_n} \qquad (6.13)$$

sendo:

v_{ef} número de graus de liberdade efetivos
u_C incerteza combinada
u_i incerteza-padrão da i-ésima fonte de incerteza
v_i número de graus de liberdade da i-ésima fonte de incerteza.

6.7.7 INCERTEZA EXPANDIDA (U)

A incerteza combinada corresponde ao desvio-padrão da ação conjunta de todas as fontes de incerteza. Para obter a faixa de valores em que, com cerca de 95% de probabilidade, espera-se encontrar o erro aleatório do processo de medição, é necessário multiplicar a incerteza combinada pelo respectivo coeficiente de Student.[1] Determina-se, assim, uma quantidade equivalente à repetitividade da ação combinada de todas as fontes de incerteza, denominada de *incerteza expandida*, normalmente representada pelo símbolo "U".[2]

Incerteza expandida é o intervalo dentro do qual, para uma probabilidade de 95%, espera-se encontrar a componente aleatória dos erros de um processo de medição.

A incerteza expandida é calculada com base na incerteza combinada a partir da Equação 6.14:

$$U = t \cdot u_C \qquad (6.14)$$

sendo:

U incerteza expandida do processo de medição
t coeficiente de Student correspondente ao número de graus de liberdade efetivos e a 95% de probabilidade
u_C incerteza combinada.

Na Equação (3.9), a repetitividade é calculada multiplicando a incerteza-padrão pelo coeficiente de Student. A Equação (6.14) é equivalente à (3.9) quando a ação combinada da componente aleatória de várias fontes de incerteza é considerada.

6.7.8 PROCEDIMENTO PASSO A PASSO

A determinação da correção combinada e da incerteza expandida de um processo de medição pode ser sistematizada em um roteiro composto de oito passos. A Tabela 6.2 apresenta um modelo útil para manter um registro apropriado e organizado das várias componentes envolvidas em um balanço de incertezas. Contém um cabeçalho no qual devem ser registradas informações gerais sobre o processo de medição e

1. Para o cálculo da incerteza expandida, em alguns textos, o coeficiente de Student é denominado de *coeficiente de abrangência* e é representado pelo símbolo *k*. Neste texto, será mantida a denominação de coeficiente de Student por ser esta já consagrada na estatística e por uma questão de justiça histórica.
2. O uso do símbolo "U" é motivado pela denominação em Inglês: *expanded uncertainty*.

a unidade de medição envolvida. Uma linha é reservada para cada fonte de incerteza. Um símbolo deve ser adotado para cada fonte de incerteza e a sua descrição deve ser clara. Quando for o caso, a correção a ser aplicada para compensar os efeitos sistemáticos da fonte de incerteza, expressa na unidade do mensurando, deve ser preenchida na coluna correspondente aos efeitos sistemáticos. Vários dados devem ser informados para caracterizar os efeitos aleatórios: a quantidade "*a*" caracterizada pela Tabela 6.22 e o tipo de distribuição correspondente, a incerteza-padrão e o número de graus de liberdade de cada fonte de incerteza. As três últimas linhas são reservadas para apresentar as quantidades combinadas: correção combinada, incerteza combinada, número de graus de liberdade efetivos e, finalmente, a incerteza expandida.

TABELA 6.2 – Modelo de planilha para organizar um balanço de incertezas

Balanço de incertezas

Processo de medição: Unidade:

Fontes de incerteza:		Efeitos sistemáticos	Efeitos aleatórios			
Símbolo	Descrição	Correção	*a*	Distribuição	*u*	*v*
C_c	Correção combinada					
u_c	Incerteza combinada			Normal		
U	Incerteza expandida			Normal		

Os caminhos para a determinação da correção combinada e da incerteza expandida podem ser sintetizados em um algoritmo com os oito passos sintetizado seguintes.

Solucão:

Passo 1 – Análise do processo de medição

O processo de medição deve ser compreendido e analisado em profundidade. Os fenômenos envolvidos e os fatores que podem ter alguma influência sobre o processo de medição devem ser compreendidos. Leituras complementares e consulta a manuais e catálogos são recomendadas.

Passo 2 – Identificação das fontes de incerteza

Após a análise do processo de medição, as fontes de incerteza relevantes devem ser identificadas. Na dúvida se uma fonte de incerteza deve ou não ser incluída, é melhor incluí-la. Um símbolo e uma descrição clara de cada fonte de incerteza devem ser escritos nos campos correspondentes da tabela. É importante compreender o mecanismo de ação de cada fonte de incerteza no processo de medição.

Passo 3 – Quantificação dos efeitos sistemáticos

Os efeitos sistemáticos de cada fonte de incerteza devem ser avaliados. Quando for o caso, a correção a ser aplicada para corrigir os efeitos sistemáticos deve ser transcrita para a terceira coluna da tabela já na unidade de medida do mensurando. Nem sempre é possível determinar e corrigir totalmente os efeitos sistemáticos. Efeitos sistemáticos não corrigidos devem ser incorporados às componentes aleatórias.

Passo 4 – Quantificação dos efeitos aleatórios

A incerteza-padrão e o respectivo número de graus de liberdade de cada fonte de incerteza têm de ser estimados. Quando há dados apropriados e suficientes, o desvio-padrão de uma amostra pode ser usado para estimar a incerteza-padrão da fonte de incerteza pela Equação (6.8) ou, quando a média de "m" medições é efetuada, pela Equação (6.9). Na falta, outras informações podem ser usadas para estimar o tipo e os limites da distribuição de probabilidade que melhor descreve o comportamento das fontes de incerteza. A quantidade "*a*", conforme a interpretação da Figura 6.22, deve ser escrita na quarta coluna na unidade de medida do mensurando. O tipo de distribuição – normal, retangular, triangular ou tipo "U" – deve ser informado e a incerteza-padrão calculada e escrita na penúltima coluna, também na unidade de medida do mensurando. O número de graus de liberdade deve aparecer na última coluna, lembrando que quando distribuições retangulares, triangulares ou tipo "U" são assumidas, o número de graus de liberdade infinito deve ser preenchido.

Passo 5 – Cálculo da correção combinada

A correção combinada deve ser calculada a partir da soma algébrica das correções individualmente estimadas para cada fonte de incerteza pela Equação (6.7). Essa soma algébrica deve ser escrita no campo correspondente da terceira coluna da tabela.

Passo 6 – Cálculo da incerteza combinada e do número de graus de liberdade efetivos

A incerteza combinada deve ser calculada a partir das incertezas-padrão de cada fonte de incerteza pela Equação (6.12). O número de graus de liberdade efetivos deve ser calculado a partir da Equação (6.13). Esses parâmetros devem ser transcritos para os campos correspondentes da penúltima linha da Tabela 6.2.

Passo 7 – Cálculo da incerteza expandida

Finalmente, a incerteza expandida é calculada multiplicando a incerteza combinada pelo coeficiente de Student correspondente ao número de graus de liberdade efetivos previamente determinado. Se um número não inteiro for obtido para o número de graus de liberdade efetivos, adota-se apenas a parte inteira desse número. Por exemplo, se ν_{ef} = 17,6, adota-se o coeficiente de Student correspondente à 17 graus de liberdade. Valores para o coeficiente de Student podem ser encontrados no Anexo A.

Passo 8 – Expressão do resultado da medição

É importante apresentar de forma clara tanto o resultado-base quanto a incerteza de medição, que, nesse caso, coincide com a incerteza expandida. Quando os erros sistemáticos são compensados, a correção combinada deve ser somada à indicação ou à média das indicações.

6.7.9 MEMORIAL DE CÁLCULO

O registro de todas as considerações e decisões tomadas para completar o balanço de incertezas deve ser mantido. Quando relevantes, os cálculos e as interpretações dadas aos números devem também estar registrados. O conjunto desses registros compõe o *memorial de cálculo*. O acesso a essas informações pode ser extremamente útil para avaliar algum efeito estranho, confirmar alguma suspeita ou mesmo para facilitar a futura repetição do procedimento.

6.8 PROBLEMAS RESOLVIDOS

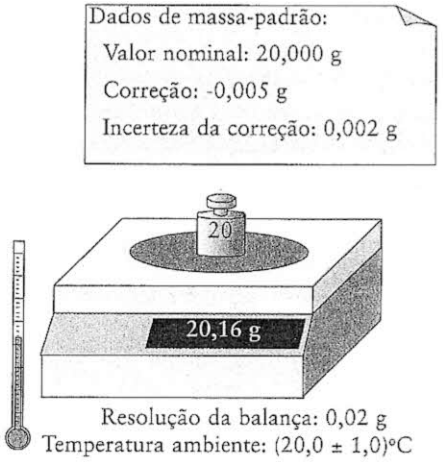
Três exemplos de aplicação desse roteiro serão apresentados na seqüência. O primeiro envolve a determinação da correção e a incerteza da correção em um ponto de um processo de calibração. O segundo envolve a utilização de um sistema de medição cujo certificado de calibração já existe. Finalmente, o terceiro exemplo envolve a determinação da faixa de valores que pode ser atribuída a um mensurando variável.

6.8.1 DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE UMA CALIBRAÇÃO

Ao calibrar um sistema de medição, devem ser obtidas informações sobre seu comportamento metrológico real nas condições em que é avaliado. Devido principalmente às limitações de tempo, ao operador, às imperfeições dos padrões e à impossibilidade de manter condições ambientais perfeitas, incertezas estão presentes e são incorporadas aos resultados da calibração. Este exemplo lida com alguns desses elementos.

Uma balança para pequenas massas deve ser calibrada para utilização em condições de laboratório, quando a temperatura permanece em (20 ± 1)°C. Dispõe-se de massas-padrão cujos respectivos valores verdadeiros convencionais devem ser usados como valor de referência. Para cada ponto de calibração deve ser determinada a correção a ser aplicada na balança para compensar seus erros sistemáticos. A incerteza da correção deve também ser determinada. Os dados e informações disponíveis sobre a balança e as massas-padrão estão sintetizados na Figura 6.23.

Embora vários pontos sejam envolvidos em uma calibração completa, para tornar o texto mais curto, este exemplo estará focado apenas no



Nº	Indicação
1	20,16
2	20,10
3	20,14
4	20,12
5	20,18
Média	20,140
S	0,0316

FIGURA 6.23 – Calibração de uma balança usando massas-padrão.

ponto de calibração correspondente a 20 g (ver Tabela 6.3). Para os demais pontos, o mesmo caminho deve ser repetido.

Será seguido o roteiro em oito passos sugerido neste texto a seguir.

Solução:

Passo 1 – Análise do processo de medição

Para melhor entender os cinco elementos que compõem o processo de medição apresentados na Figura 6.1, serão analisados: o mensurando, o procedimento de medição, as condições ambientais, o operador e o próprio sistema de medição. Fatores que afetem qualquer um desses elementos são potenciais fontes de incerteza.

Na calibração, o mensurando é a massa-padrão. Está bem definida. Deve estar limpa e em bom estado. É importante verificar que o seu certificado de calibração está dentro do prazo de validade. Há informações disponíveis sobre a correção que deve ser aplicada na massa-padrão e sobre a sua incerteza (expandida).

O procedimento de medição adotado consiste em ligar a balança, aguardar seu aquecimento por 30 min, limpar o prato de medição, verificar o seu zero e regulá-lo se necessário. A massa-padrão deve ser colocada com suavidade no centro do prato; o valor da indicação anotado. A massa-padrão deve ser retirada, novamente posicionada e o

procedimento repetido por mais quatro vezes. A média das cinco indicações será adotada.

A calibração está sendo realizada em laboratório, onde as condições ambientais são mantidas estáveis. A tensão e a freqüência da rede elétrica são mantidas dentro dos limites padronizados pelas normas. O local da calibração deve estar nivelado com a horizontal. A temperatura ambiente está sendo mantida dentro de (20 ± 1)°C.

O operador tem pouca influência sobre o processo de medição. A indicação da balança é digital e não há forças de medição envolvidas.

Nesse caso, o próprio sistema de medição é o objeto da calibração. Determinar seu comportamento metrológico é o objetivo da calibração. Sua resolução de 0,01 g é uma característica que deve ser anotada.

Passo 2 – Identificação das fontes de incerteza

Após melhor conhecer o processo de medição, é possível apontar as principais fontes de incerteza:

a) A repetitividade (Re) da balança, isto é, o fato de as indicações de medições repetidas não mostrarem sempre o mesmo valor. Essa fonte de incerteza possui, essencialmente, uma contribuição aleatória;
b) As limitações da massa-padrão (MP) são também fontes de incerteza. Após corrigir o seu valor, a incerteza da correção da massa-padrão deixará um resíduo que trará incerteza ao processo de medição. Sua contribuição deve ser contabilizada entre as componentes aleatórias;
c) A resolução (R) limitada da balança é outra fonte de incerteza. Indicações que poderiam conter milésimos de grama estão sendo arredondadas para o centésimo mais próximo. Como o arredondamento pode estar sendo feito para cima ou para baixo, dependendo do valor a ser indicado, esta é uma contribuição aleatória;

As influências do operador estão naturalmente se manifestando quando medições repetidas são efetuadas. Os efeitos da influência do operador estão embutidos na própria repetitividade e não serão considerados em separado.

114

Os efeitos das pequenas variações da temperatura sobre o desempenho metrológico da balança eletrônica são muito pequenos e foram desconsiderados nesta análise.

Uma linha foi acrescentada para cada uma dessas quantidades na tabela do balanço de incertezas.

Passo 3 – Quantificação dos efeitos sistemáticos

A repetitividade e a resolução são fontes de incerteza apenas com componentes aleatórias. A massa-padrão possui uma componente sistemática e sua incerteza. A correção de –0,005 g, a ser aplicada à massa-padrão, foi transcrita para a terceira coluna da tabela.

Passo 4 – Quantificação dos efeitos aleatórios

A incerteza-padrão da repetitividade da balança pôde ser estimada a partir das cinco indicações listadas na Figura 6.23. O desvio-padrão calculado para a amostra das cinco indicações é 0,0316 g. O número de graus de liberdade é igual ao número de medições menos um, portanto, $\nu_{Re} = 4$. Como a média das cinco medições está sendo considerada, a incerteza-padrão a ser adotada é a incerteza-padrão da média de cinco medições, calculada pela Equação (6.9). Assim:

$$u_{Re} = \frac{u}{\sqrt{5}} = \frac{0{,}0316}{\sqrt{5}} = 0{,}0141\,\text{g} \qquad \nu_{Re} = 4$$

A incerteza-padrão da massa-padrão deve ser obtida pela sua incerteza expandida da sua correção, que é conhecida e igual a 0,002 g. A incerteza-padrão é calculada dividindo a incerteza expandida pelo coeficiente de Student. Como não há informações sobre o coeficiente de Student, nem o número de graus de liberdade efetivos com que a incerteza da massa-padrão foi determinada, assume-se que t = 2,00, que é o menor valor possível para o coeficiente de Student, o que produz o maior valor possível para a incerteza-padrão. Nesse caso, o número de graus de liberdade é infinito. Assim:

$$u_{MP} = \frac{U_{MP}}{t} = \frac{0{,}002}{2} = 0{,}0010\,\text{g} \qquad \nu_{MP} = \infty$$

A incerteza-padrão do erro de arredondamento introduzido pela resolução limitada do dispositivo indicador pode ser determinada assumindo uma distribuição retangular (ou uniforme) com a = R/2. Como a distribuição retangular está sendo assumida, o número de graus de liberdade é infinito. Assim:

$$u_R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{R/2}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}01}{\sqrt{3}} = 0{,}00577\,\text{g} \qquad \nu_R = \infty$$

Estas informações foram transcritas para as quatro últimas colunas da tabela.

Passo 5 – Cálculo da correção combinada

A correção combinada, calculada a partir da soma algébrica das correções individualmente estimadas para cada fonte de incerteza, coincide com a correção da única fonte de incerteza com contribuição sistemática. Logo:

$$C_c = C_{MP} = -0{,}005\ \text{g}$$

Passo 6 – Cálculo da incerteza combinada e do número de graus de liberdade efetivos

A incerteza combinada é calculada, a partir das incertezas-padrão de cada fonte de incerteza, pela Equação (6.12):

$$u_C = \sqrt{u_{Re}^2 + u_{MP}^2 + u_R^2}$$

$$u_C = \sqrt{(0{,}0141)^2 + (0{,}0010)^2 + (0{,}00577)^2}$$

$$u_C = \sqrt{(198{,}8 + 1 + 33{,}3)\cdot 10^{-6}} = 0{,}0153\,\text{g}$$

A última linha desses cálculos mostra que a contribuição da repetitividade sobre a incerteza combinada é dominante em relação às demais fontes de incerteza.

O número de graus de liberdade efetivos é calculado por:

$$\frac{u_C^4}{\nu_{ef}} = \frac{u_{Re}^4}{\nu_{Re}} + \frac{u_{MP}^4}{\nu_{MP}} + \frac{u_R^4}{\nu_R}$$

$$\frac{(0{,}0153)^4}{\nu_{ef}} = \frac{(0{,}0141)^4}{4} + \frac{(0{,}0010)^4}{\infty} + \frac{(0{,}00577)^4}{\infty}$$

$$\nu_{ef} = 5{,}49$$

O valor inteiro imediatamente inferior foi adotado, isto é, $\nu_{ef} = 5$. Esse valor foi transcrito para a tabela.

Passo 7 – Cálculo da incerteza expandida (Tabela 6.3)

Finalmente, a incerteza expandida é calculada multiplicando a incerteza combinada pelo respectivo coeficiente de Student. Para cinco graus de liberdade, o coeficiente de Student para a probabilidade de 95,45% é t = 2,649. Assim:

$$U = t \cdot u_c = 2{,}649 \cdot 0{,}0153 = 0{,}0405 \text{ g}$$

TABELA 6.3 – Planilha do balanço de incertezas do exemplo focado no ponto de calibração correspondente a 20 g

Balanço de incertezas						
Processo de medição:	Calibração de uma balança digital – ponto 20 g		Unidade:		g	
Fontes de incerteza:		Efeitos sistemáticos	Efeitos aleatórios			
Símbolo	Descrição	Correção	a	Distribuição	u	ν
Re	Repetitividade natural	–		Normal	0,0141	4
MP	Massa-padrão	-0,005	0,002	Normal	0,0010	∞
R	Resolução do dispositivo mostrador	–	0,01	Retangular	0,00577	∞
C_C	Correção combinada	-0,005				
u_C	Incerteza combinada			Normal	0,0153	5
U	Incerteza expandida			Normal	0,0405	

Passo 8 – Expressão do resultado da medição

Com esses parâmetros é possível calcular o valor da correção da balança (C_B) e sua respectiva incerteza para esse ponto de calibração:

$$C_B = (MP + C_C) - \bar{I} \pm U$$
$$C_B = 20{,}000 + (-0{,}005) - 20{,}140 \pm 0{,}0405$$
$$C_B = (-0{,}15 \pm 0{,}04) \text{ g}$$

Assim, para esse ponto de calibração, a correção a ser aplicada na balança é de –0,15 g, conhecida com uma incerteza expandida de 0,04 g.

Se necessário, ainda é possível reduzir a incerteza expandida da correção. Analisando a composição da incerteza expandida da correção, é possível identificar a própria repetitividade da balança como a fonte de incerteza dominante. De fato, no cálculo da incerteza combinada ficou claro que a influência da repetitividade para a média de cinco indicações é cerca de seis vezes maior que a influência das demais contribuições combinadas. Para reduzir essa contribuição, é necessário aumentar o número de medições repetidas para, por exemplo, 30. Na prática, nem sempre é economicamente viável aumentar muito o número de medições repetidas: a calibração se tornaria muito demorada para os laboratórios de calibração e, conseqüentemente, mais cara para o usuário final. Assim, valores calculados a partir de três a cinco medições repetidas são prática comum dos laboratórios de calibração, exceto nas situações especiais que demandem menores incertezas para a correção.

6.8.2 DETERMINAÇÃO DO RESULTADO DA MEDIÇÃO DA MASSA DE UMA PEDRA PRECIOSA

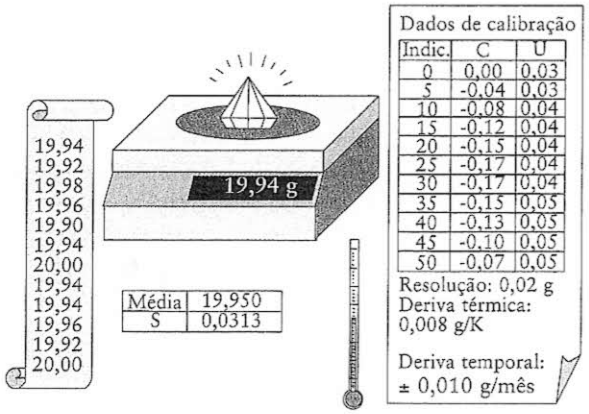
O Exemplo 6.6 envolve a determinação da massa de uma pedra preciosa usando a mesma balança digital de pequena capacidade do exemplo anterior (Tabela 6.4):

Exemplo 6.6:

Determine a incerteza da medição da massa de uma pedra preciosa realizada nas seguintes condições:

É usada uma balança eletrônica com certificado de calibração. Onze valores da correção e das respectivas incertezas expandidas estão disponíveis para vários pontos da faixa de medição e são apresentados na Figura 6.24.

Essa balança apresenta um indicador digital com resolução de 0,02 g.
A temperatura no local onde a medição foi efetuada oscila tipicamente entre 24,0 e 26,0°C.
Sabe-se que a balança apresenta deriva térmica, isto é, acresce o valor da indicação de +0,008 g para cada kelvin de variação da temperatura ambiente acima da temperatura de calibração (20,0°C).
A calibração da balança foi realizada há cinco meses. Sabe-se que a estabilidade do zero da balança em função do tempo permanece dentro dos limites de ± 0,01 g/mês, o que corresponde à sua deriva temporal.
Foram efetuadas as doze medições independentes listadas na figura.
Deve ainda ser acrescentado que se deseja compensar todos os efeitos sistemáticos possíveis, reduzindo ao máximo a incerteza. Esse problema está esquematicamente ilustrado na Figura 6.24.



Temperatura ambiente (25± 1)°C

FIGURA 6.24 – Determinação da massa de uma pedra preciosa usando uma balança digital.

Solução:

Passo 1 – Análise do processo de medição

A análise do processo de medição é feita com base nos cinco elementos principais que compõem o processo de medição: o mensurando, o procedimento de medição, as condições ambientais, o operador e o próprio sistema de medição.

A massa da pedra preciosa é um mensurando invariável cuja definição é muito clara. O procedimento de medição envolve doze medições

repetidas entre as quais a massa é retirada e novamente posicionada na balança. Como o certificado de calibração apresenta a tabela de correções determinadas nas condições de calibração, é possível compensar os erros sistemáticos. As respectivas incertezas de calibração também estão disponíveis. A temperatura no momento da medição não é a mesma de calibração, sendo necessário considerar seus efeitos no cálculo do resultado da medição. Quanto ao sistema de medição, deve-se notar que se passaram cinco meses entre a data de calibração da balança e o momento em que a pedra preciosa é medida, resultando em uma degradação das características metrológicas da balança. Desde que um cuidado mínimo com a limpeza e o posicionamento da pedra preciosa na balança seja tomado, o operador possui pouca influência no processo de medição.

Passo 2 – Identificação das fontes de incerteza

Com base na análise do processo de medição, cinco principais fontes de incerteza foram identificadas.

a) A repetitividade da balança (Re), isto é, o fato de as indicações não mostrarem sempre a mesma indicação para medições repetidas. Possui essencialmente uma contribuição aleatória;
b) A resolução limitada da balança (R) é outra fonte de incerteza. Indicações que poderiam conter milésimos de grama estão sendo arredondadas para o centésimo par mais próximo. O erro de arredondamento pela resolução limitada é uma fonte de incerteza com contribuição aleatória;
c) As correções levantadas na calibração (CCal) contribuem com uma parcela sistemática que será compensada, e a incerteza das calibrações, com uma componente aleatória;
d) A deriva temporal (DTmp) é a denominação dada ao efeito da degradação das características metrológicas da balança com o tempo;
e) Os efeitos da diferença de temperatura entre as condições de uso e de calibração são aqui denominados de deriva térmica (DTer). Possuem uma componente sistemática, decorrente da diferença entre a temperatura média e a temperatura de referência, na qual a calibração foi efetuada e outra componente aleatória, decorrente das variações naturais de temperatura no local das medições.

117

Estas informações foram transcritas para as duas primeiras colunas da tabela do balanço de incertezas, sendo uma linha reservada para cada fonte de incerteza.

Passo 3 – Quantificação dos efeitos sistemáticos

a) e b) A repetitividade e a resolução são fontes de incerteza que não possuem componentes sistemáticas;
c) a média das doze indicações resultou em 19,950 g, valor suficientemente próximo para que a correção tabelada para 20 g seja adotada. Assim, a correção de –0,15 g foi transcrita para a terceira coluna da tabela, na linha correspondente às correções levantadas na calibração (CCal);
d) a deriva temporal exprime a degradação das características da balança com o tempo. Como não é possível prever se a degradação trará erros sistemáticos positivos ou negativos, seus efeitos são considerados como essencialmente aleatórios;
e) a deriva térmica produz componentes sistemática e aleatória. A componente sistemática decorre de a temperatura média – que, segundo os dados do problema, é de 25°C – ser 5°C superior à temperatura de referência de 20°C. Tendo em vista que a diferença de 5°C equivale a 5 K, e que para cada kelvin a balança indica 0,008 g a mais, a tendência da balança devida à temperatura média pode ser calculada:

$$Td = 0{,}008\ g/K \cdot 5\ K = 0{,}040\ g$$

Para compensar essa tendência, a correção de –0,040 g deve ser considerada. Esta correção foi transcrita para a terceira coluna da tabela do balanço de incertezas, para a respectiva linha.

Passo 4 – Quantificação dos efeitos aleatórios

Todas as fontes de incerteza possuem contribuições aleatórias:

a) A incerteza-padrão da repetitividade da balança, para a média das doze indicações listadas na Figura 6.24, é calculada a partir da incerteza-padrão da média das doze indicações. A incerteza-padrão das indicações, calculada pela Equação (6.8), é 0,0313 g. A incerteza-padrão da média das 12 indicações é calculada pela Equação (6.9): a incerteza-padrão das indicações é dividida pela raiz quadrada de doze, que é o número de dados usados para calcular a média. O número de graus de liberdade é igual ao número de medições repetidas usadas para calcular a incerteza-padrão menos um, portanto, $\nu_{Re} = 12 - 1 = 11$.

$$u_{Re} = \frac{u}{\sqrt{12}} = \frac{0{,}0313}{\sqrt{12}} = 0{,}0090\ g \qquad \nu_{Re} = 11$$

b) A incerteza-padrão do erro de arredondamento introduzido pela resolução limitada do dispositivo indicador pode ser determinada assumindo uma distribuição retangular (ou uniforme) com $a = R/2$. Como a distribuição retangular está sendo assumida, o número de graus de liberdade é infinito. Assim:

$$u_R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{R/2}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}01}{\sqrt{3}} = 0{,}00577\ g \qquad \nu_R = \infty$$

c) A correção determinada na calibração para a indicação de 20 g possui incerteza expandida de U = 0,04 g, de acordo com a tabela da Figura 6.23. A incerteza-padrão é calculada dividindo a incerteza expandida pelo coeficiente de Student. Como não há informações na figura sobre o número de graus de liberdade efetivos com que a incerteza da calibração foi determinada, assume-se que seja infinito, o que resulta em t = 2,00, que é o menor valor possível para o coeficiente de Student, o que produz o maior valor possível para a incerteza-padrão. Assim:

$$u_{CCal} = \frac{U}{t} = \frac{0{,}04}{2} = 0{,}02\ g \qquad \nu_{CCal} = \infty$$

d) A deriva temporal produz, após cinco meses, degradação que deve situar-se dentro da faixa de:

$$\pm 5 \cdot 0{,}010 = \pm 0{,}050\ g$$

Como não há informações sobre o tipo de distribuição a que essa faixa de variação se refere, considera-se, por segurança, uma distribuição retangular tendo por limites esses valores ex-

tremos. A incerteza-padrão, portanto, será estimada com infinitos graus de liberdade por:

$$u_{DTmp} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}050}{\sqrt{3}} = 0{,}0033 \text{ g} \qquad \nu_{DTmp} = \infty$$

e) A deriva térmica provoca um aumento da indicação de 0,008 g para cada kelvin em que a temperatura excede a temperatura de referência de 20°C. Se for assumido que há uma mesma probabilidade de a temperatura situar-se em qualquer valor entre 24 e 26°C, uma distribuição retangular de probabilidades pode ser associada à temperatura. Os efeitos da variação de temperatura no erro da balança são mais bem compreendidos com auxílio da Figura 6.25. Note que os erros devidos à temperatura também possuem distribuição retangular, produzindo uma incerteza que pode ser calculada por:

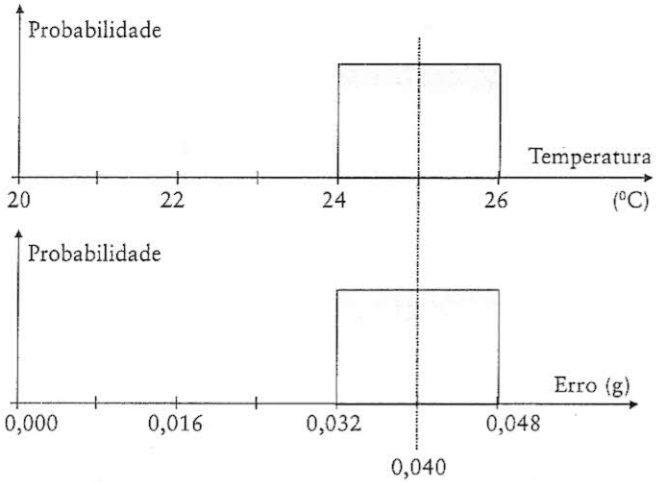


FIGURA 6.25 – Efeitos da variação de temperatura sobre o desempenho da balança.

$$u_{DTer} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}048 - 0{,}040}{\sqrt{3}} = 0{,}0040 \text{ g} \qquad \nu_{DTer} = \infty$$

Estas informações foram transcritas para as quatro últimas colunas da tabela do balanço de incertezas.

Passo 5 – Cálculo da correção combinada

A correção combinada, calculada pela Equação (6.7) a partir da soma algébrica das correções individualmente estimadas para cada fonte de incerteza, é dada por:

$$C_c = C_{CCal} + C_{DTer} = (-0{,}15) + (-0{,}04) = -0{,}19 \text{ g}$$

Passo 6 – Cálculo da incerteza combinada e do número de graus de liberdade efetivos

A incerteza combinada é calculada a partir das incertezas-padrão de cada fonte de incerteza pela Equação (6.12):

$$u_C = \sqrt{u_{Re}^2 + u_R^2 + u_{CCal}^2 + u_{DTmp}^2 + u_{DTer}^2}$$

$$u_C = \sqrt{(0{,}0090)^2 + (0{,}00577)^2 + (0{,}020)^2 + (0{,}0033)^2 + (0{,}0046)^2}$$

$$u_C = \sqrt{(81 + 33{,}3 + 400 + 10{,}9 + 21{,}1)\cdot 10^{-6}} = 0{,}0234 \text{ g}$$

A última linha desses cálculos mostra que a contribuição da incerteza da correção, vinda da calibração, é dominante em relação às demais fontes de incerteza. Essa constatação é claramente confirmada pelo gráfico da Figura 6.26, em que são representados os porcentuais de contribuição de cada fonte de incerteza na incerteza combinada. De fato, a incerteza proveniente da correção é quase cinco vezes mais intensa que a segunda fonte de incerteza mais influente. Caso seja necessário agir sobre o processo de medição para reduzir sua incerteza total, essa análise comparativa deixa claro que um esforço deve ser feito para reduzir a incerteza da correção obtida na calibração.

O número de graus de liberdade efetivos é calculado pela equação (6.13) por:

$$\frac{u_C^4}{\nu_{ef}} = \frac{u_{Re}^4}{\nu_{Re}} + \frac{u_R^4}{\nu_R} + \frac{u_{CCal}^4}{\nu_{CCal}} + \frac{u_{DTmp}^4}{\nu_{DTmp}} + \frac{u_{DTer}^4}{\nu_{DTer}}$$

$$\frac{(0{,}0234)^4}{\nu_{ef}} = \frac{(0{,}0090)^4}{11} + \frac{(0{,}00577)^4}{\infty} + \frac{(0{,}020)^4}{\infty} + \frac{(0{,}0033)^4}{\infty} + \frac{(0{,}0046)^4}{\infty}$$

$$\nu_{ef} = 503$$

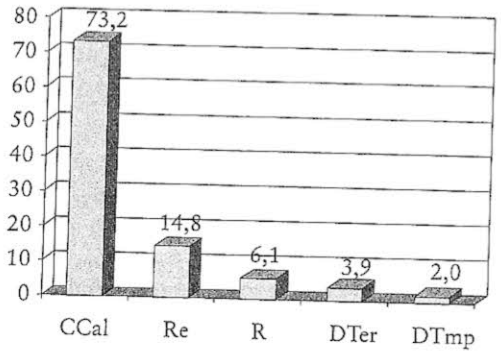


FIGURA 6.26 – Participação porcentual de cada fonte de incerteza na incerteza combinada.

O número de graus de liberdade efetivos é muito grande, e, para fins práticos, considerado infinito.

Passo 7 – Cálculo da incerteza expandida (Tabela 6.4)

Finalmente, a incerteza expandida é calculada multiplicando a incerteza combinada pelo respectivo coeficiente de Student. Para um número tão grande de graus de liberdade, o coeficiente de Student é muito próximo do valor limite: t = 2,00. Assim:

$$U = t \cdot u_C = 2{,}00 \cdot 0{,}0234 = 0{,}047 \text{ g}$$

Passo 8 – Expressão do resultado da medição

Com tais parâmetros, sendo este um mensurando invariável, o resultado da medição é calculado como:

$$RM = \bar{I} + C_C \pm U$$
$$RM = 19{,}95 + (-0{,}19) \pm 0{,}047$$
$$RM = (19{,}76 \pm 0{,}05) \text{ g}$$

TABELA 6.4 – Planilha do balanço de incertezas da medição da massa de uma pedra preciosa

Balanço de incertezas						
Processo de medição:	Medição da massa de uma pedra preciosa		Unidade:		g	
Fontes de incerteza:		Efeitos sistemáticos	Efeitos aleatórios			
Símbolo	Descrição	Correção	*a*	Distribuição	*u*	*v*
Re	Repetitividade natural	–		Normal	0,090	11
R	Resolução do dispositivo mostrador	–	0,01	Retangular	0,00577	∞
CCal	Correção detectada na calibração	-0,15	0,04	Normal	0,0200	∞
DTmp	Deriva temporal	–	0,05	Retangular	0,0033	∞
DTer	Deriva térmica	-0,04	0,08	Retangular	0,0461	∞
C_C	Correção combinada	-0,19				
u_C	Incerteza combinada			Normal	0,0234	503
U_C	Incerteza expandida			Normal	0,047	

Nessas condições, é possível afirmar que o valor da massa da pedra preciosa está dentro do intervalo (19,76 ± 0,05) g.

Se, por uma decisão tática, o processo de medição fosse estabelecido de forma que os erros sistemáticos não fossem corrigidos, o valor absoluto da correção combinada $C_C = -0{,}19$ g deveria ser algebricamente somado à incerteza de medição, produzindo o seguinte resultado:

$$RM = \bar{I} \pm (U + |C_C|)$$
$$RM = 19{,}95 \pm (0{,}047 + |-0{,}19|)$$
$$RM = (19{,}95 \pm 0{,}24) \text{ g}$$

Assim, sem que nenhum erro sistemático seja compensado, é possível afirmar que o valor da massa da pedra preciosa está dentro do intervalo (19,95 ± 0,24) g.

6.8.3 DETERMINAÇÃO DO RESULTADO DA MEDIÇÃO DE UM MENSURANDO VARIÁVEL

Neste terceiro exemplo, a mesma balança dos exemplos anteriores é usada para determinar a faixa dentro da qual são esperadas as massas dos parafusos produzidos por uma máquina automática. Um lote de 50 parafusos, representativo das variações naturais da produção, foi medido. A massa de cada um dos parafusos foi medida uma única vez pela balança digital nas mesmas condições descritas na Figura 6.24. A média encontrada para as massas dos 50 parafusos foi de 20,202 g e o desvio-padrão foi de 0,242 g. Deve ser determinada a faixa dentro da qual as massas dos parafusos produzidos pela máquina automática variam. Ver Tabela 6.5, p.226, para resultados.

Solução:

Passo 1 – Análise do processo de medição

A principal diferença do presente processo de medição em relação ao do segundo exemplo é o mensurando. São parafusos, cujas massas variam naturalmente em conseqüência de um processo produtivo imperfeito. Há interesse em determinar a faixa dentro da qual as massas dos parafusos produzidos se encontram. É, portanto, um mensurando variável, cuja faixa de variação deve fazer parte do resultado de medição.

Passo 2 – Identificação das fontes de incerteza

De forma similar, as mesmas fontes de incerteza detectadas e analisadas no segundo problema aqui se repetem. A única diferença é a repetitividade, que aumenta de intensidade ao acomodar as variações naturais das massas dos parafusos.

Passo 3 – Quantificação dos efeitos sistemáticos

Valem as mesmas considerações do segundo problema resolvido.

Passo 4 – Quantificação dos efeitos aleatórios

Valem as mesmas considerações do segundo problema resolvido, exceto para a repetitividade:

a) A incerteza-padrão para as cinqüenta indicações coincide com o desvio-padrão. Nesse caso, a incerteza-padrão não deve ser dividida pela raiz quadrada do número de medições efetuadas. O interesse não está na incerteza-padrão da média, mas, sim, na distribuição natural dos parafusos em si. O número de graus de liberdade continua igual ao número de medições usadas para calcular a incerteza-padrão menos um, portanto, $\nu_{Re} = 50 - 1 = 49$.

$$U_{Re} = 0{,}242 \text{ g} \qquad \nu_{Re} = 49$$

Passo 5 – Cálculo da correção combinada

Valem os mesmos cálculos do segundo problema resolvido:

$$C_C = C_{CCal} + C_{DTer} = (-0{,}15) + (-0{,}04) = -0{,}19 \text{ g}$$

Passo 6 – Cálculo da incerteza combinada e do número de graus de liberdade efetivos

A incerteza combinada é calculada a partir das incertezas-padrão de cada fonte de incerteza pela Equação (6.12):

$$u_C = \sqrt{u_{Re}^2 + u_R^2 + u_{CCal}^2 + u_{DTmp}^2 + u_{DTer}^2}$$

$$u_C = \sqrt{(0{,}242)^2 + (0{,}00577)^2 + (0{,}020)^2 + (0{,}0033)^2 + (0{,}0046)^2}$$

$$u_C = \sqrt{(58564 + 33{,}3 + 400 + 10{,}9 + 21{,}1)\cdot 10^{-6}} = 0{,}243 \text{ g}$$

O número de graus de liberdade efetivos é calculado por:

$$\frac{u_C^4}{\nu_{ef}} = \frac{u_{Re}^4}{\nu_{Re}} + \frac{u_R^4}{\nu_R} + \frac{u_{CCal}^4}{\nu_{CCal}} + \frac{u_{DTmp}^4}{\nu_{DTmp}} + \frac{u_{DTer}^4}{\nu_{DTer}}$$

$$\frac{(0{,}243)^4}{\nu_{ef}} = \frac{(0{,}242)^4}{49} + \frac{(0{,}00577)^4}{\infty} + \frac{(0{,}020)^4}{\infty} + \frac{(0{,}0033)^4}{\infty} + \frac{(0{,}0046)^4}{\infty}$$

$$\nu_{ef} = 50$$

Passo 7 – Cálculo da incerteza expandida (Tabela 6.5)

Finalmente, a incerteza expandida é calculada multiplicando a incerteza combinada pelo respectivo coeficiente de Student. Para 50 graus de liberdade, o coeficiente de Student é t = 2,051. Assim:

$$U = t \cdot u_C = 2{,}051 \cdot 0{,}243 = 0{,}498 \text{ g}$$

Passo 8 – Expressão do resultado da medição

O resultado da medição é calculado pela equação:

$$RM = \bar{I} + C_C \pm U$$
$$RM = 20{,}202 + (-0{,}19) \pm 0{,}498$$
$$RM = (20{,}0 \pm 0{,}5) \text{ g}$$

TABELA 6.5 – Planilha do balanço de incertezas da medição da massa de parafusos de uma máquina

Balanço de incertezas						
Processo de medição:	Medição da massa de parafusos de uma máquina		Unidade:		g	
Fontes de incerteza:		Efeitos sistemáticos	Efeitos aleatórios			
Símbolo	Descrição	Correção	*a*	Distribuição	*u*	*v*
Re	Repetitividade natural	–		Normal	0,242	49
R	Resolução do dispositivo mostrador	–	0,01	Retangular	0,00577	∞
CCal	Correção detectada na calibração	-0,15	0,04	Normal	0,0200	∞
DTer	Deriva temporal	–	0,05	Retangular	0,0033	∞
DTer	Deriva térmica	-0,04	0,08	Retangular	0,0461	∞
C_c	Correção combinada	-0,19				
u_C	Incerteza combinada			Normal	0,023	50
U_c	Incerteza expandida			Normal	0,498	

Com as informações disponíveis, é possível afirmar que as massas dos parafusos produzidos está dentro da faixa (20,0 ± 0,5) g.

6.9 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- Medições podem ser classificadas em diretas e indiretas. Nas medições diretas, o sistema de medição já indica naturalmente o valor do mensurando. Nas medições indiretas, o valor do mensurando é calculado a partir de operações matemáticas efetuadas envolvendo duas ou mais medidas associadas a diferentes características do mensurando.
- Processo de medição é o conjunto de fatores envolvidos em uma operação de medição. Abrange o meio de medição, o procedimento de medição, o agente que efetua a medição, o método de medição e a clara definição do mensurando.
- Fonte de incerteza é qualquer fator que dê origem a dúvidas no resultado de um processo de medição.
- O mensurando pode ser classificado como invariável ou variável. Será variável se suas variações naturais superarem a resolução do sistema de medição e invariável, caso contrário.
- Na presença de uma fonte de incerteza dominante ou equivalente, o resultado da medição é calculado pelas seguintes expressões, conforme Tabela 6.6:

TABELA 6.6 – Expressões para calcular o resultado da medição

Mensurando	Número de medições	Erros sistemáticos	Expressão	Equação
Invariável	n = 1	Compensando	$RM = I + C \pm Re$	(6.1)
Invariável	n > 1	Compensando	$RM = \bar{I} + C \pm \frac{Re}{\sqrt{n}}$	(6.2)
Invariável	n ≥ 1	Não compensando	$RM = I \pm E_{máx}$	(6.3)
Variável	n > 1	Compensando	$RM = \bar{I} + C \pm t \cdot u$	(6.4)
Variável	n > 1	Não compensando	$RM = \bar{I} \pm (E_{máx} + t \cdot u)$	(6.6)

- O número de algarismos significativos é contado percorrendo cada algarismo da esquerda para a direita. A contagem inicia quando o primeiro algarismo diferente de zero é encontrado. A contagem é incrementada para cada algarismo percorrido, até que o último algarismo da direita seja encontrado.
- Arredondamentos devem seguir as três regras da norma brasileira NBR 5891.

122

- Duas regras devem ser usadas para a grafia do resultado da medição: (a) a incerteza de medição deve ser arredondada para conter no máximo dois algarismos significativos. Não importa quantas casas decimais resultem; e (b) o resultado-base deve ser arredondado para conter o mesmo número de casas decimais da incerteza da medição. Não importa quantos algarismos significativos resultem.
- Quando várias fontes de incerteza estão envolvidas, o balanço de incertezas deve seguir oito passos:
- Passo 1 - Análise do processo de medição, visando a identificar os agentes e compreender a forma de ação dos fatores de influência.
- Passo 2 - Identificação das fontes de incerteza e seus mecanismos de ação sobre o processo de medição.
- Passo 3 - Quantificação dos efeitos sistemáticos de cada uma das fontes de incerteza e cálculo das respectivas correções a serem aplicadas. Devem ser expressas na unidade do mensurando.
- Passo 4 - Quantificação dos efeitos aleatórios de cada fonte de incerteza pelo cálculo das incertezas-padrão por procedimentos estatísticos ou sua determinação por outros meios, sempre na unidade do mensurando. O número de graus de liberdade, associado à determinação de cada incerteza-padrão, também deve ser quantificado.
- Passo 5 - Cálculo da correção combinada pela soma algébrica de cada correção calculada.
- Passo 6 - Cálculo da incerteza combinada a partir da raiz quadrada da soma dos quadrados das incertezas-padrão de cada fonte de incerteza e do número de graus de liberdade efetivos pela equação de Welch-Satterthwaite.
- Passo 7 - Cálculo da incerteza expandida multiplicando a incerteza combinada pelo coeficiente de Student referente ao número de graus de liberdade efetivos.
- Passo 8 - Apresentação clara do resultado da medição. O resultado-base coincide com a indicação ou a média das várias indicações, à qual deve ser somada a correção combinada no caso em que os erros sistemáticos sejam compensados. A incerteza de medição corresponde à incerteza expandida.

6.10 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E6.1 Quais são os cinco principais grupos de fatores que exercem grande influência sobre um processo de medição?

E6.2 Pretende-se verificar se uma criança está com febre medindo sua temperatura corpórea usando um termômetro clínico de bulbo. Analise o processo de medição da temperatura corpórea da criança e identifique potenciais fontes de incerteza e quais geram componentes sistemáticas e aleatórias.

E6.3 Para determinar a temperatura máxima atingida no galpão principal de uma fábrica em um dia de verão, cinco termômetros digitais foram espalhados em diversos pontos considerados "quentes" do galpão. Cinco funcionários participaram dessa avaliação, cada um anotando, em intervalos de 15 min, a temperatura indicada pelo termômetro sob sua guarda. No final do dia, o conjunto de todas as temperaturas anotadas foi avaliado e a temperatura máxima foi determinada. Para esse processo de medição, identifique potenciais fontes de incerteza e quais geram componentes sistemáticas e aleatórias.

E6.4 Da relação a seguir, identifique quais mensurandos devem ser tratados como invariáveis e quais devem ser considerados variáveis:

a) O tempo que o piloto Rubens Barrichello leva para dar uma volta no circuito de Interlagos;
b) A largura de um terreno supostamente retangular;
c) A massa de um peixe congelado à venda na peixaria;
d) O consumo de um modelo de automóvel expresso em quilômetros rodados por litro de combustível;
e) A distância entre uma galáxia distante e a Terra, expressa em anos-luz;
f) A altura de um muro medida com uma escala com valor da divisão de 1 mm;
g) A altura de um muro medida com uma escala com valor da divisão de 50 mm;
h) A salinidade da água do mar;
i) O diâmetro de uma moeda de R$ 0,50 medido com escala com valor da divisão de 1 mm;
j) A temperatura no interior da chaminé de uma fábrica enquanto as máquinas estão ligadas;
k) A massa de um adulto durante cinco minutos, medida em balança com incerteza ± 0,2 kg;
l) O diâmetro de um eixo cilíndrico desconhecido.

E6.5 Quando saboreava seu delicioso almoço no restaurante universitário, um estudante achou uma pepita de ouro no meio da sua comida. Dirigiu-se então a um laboratório com a finalidade de determinar o valor da sua massa por meio de uma balança. O aluno não conseguiu localizar a curva de erros da balança, mas o valor ± 2,0 g, correspondendo a seu erro máximo, estava escrito na bancada. O aluno, inicialmente, mediu apenas uma única vez, tendo obtido como indicação 32,4 g. Qual o valor da massa dessa pepita?

E6.6 Em relação ao problema anterior, não satisfeito com a incerteza da medição, o aluno obteve as nove indicações adicionais listadas a seguir (todas em gramas). Qual o novo resultado da medição ?

32,8 32,7 32,2 32,9 32,5 33,1 32,6 32,4 33,0

123

E6.7 Quando chegava ao trabalho após o período de almoço, o laboratorista, encontrando o felizardo aluno dos dois problemas anteriores ainda no laboratório, foi buscar o certificado de calibração da balança. Juntos constataram que, para valores do mensurando da ordem de 33 g a balança apresenta correção de +0,50 g e, após alguns cálculos, verificaram que a incerteza expandida para a média de 10 medições era 0,21 g. Para estas novas condições, qual o resultado da medição?

7

RESULTADOS DE MEDIÇÕES INDIRETAS

Este capítulo aborda procedimentos para estimar a incerteza associada ao resultado de medições nos casos em que o valor do mensurando não pode ser determinado diretamente a partir da indicação vinda de um único instrumento de medição, mas deve ser calculado por uma equação que relaciona duas ou mais medidas associadas a diferentes características do mensurando. Estimativas iniciais das incertezas padrão associadas a cada uma dessas características do mensurando devem ser conhecidas e são os pontos de partida para os procedimentos aqui apresentados.

7.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Antes de apresentar os modelos utilizados para a estimativa da incerteza combinada, é conveniente caracterizar adequadamente o que aqui está sendo entendido por *medições indiretas* e o conceito de correlação estatística.

7.1.1 MEDIÇÕES INDIRETAS

Nas *medições diretas*, o valor associado ao mensurando resulta naturalmente da aplicação do sistema de medição sobre ele. A medição de um diâmetro por um paquímetro, da temperatura de uma sala por um termômetro, da velocidade de um automóvel pelo seu velocímetro são exemplos de medições diretas.

Medições são ditas indiretas quando o valor do mensurando é calculado a partir de operações matemáticas efetuadas envolvendo duas ou mais medidas associadas a diferentes características do mensurando. As medidas associadas às diferentes características do mensurando, que são combinadas em uma medição indireta, são genericamente denominadas neste texto de *grandezas de entrada*.

Grandezas de entrada são as medidas associadas a diferentes características do mensurando que são combinadas para calcular o valor do mensurando em uma medição indireta.

A determinação da área de um terreno retangular, multiplicando a medida do seu comprimento pela medida da sua largura, é um exemplo de medição indireta. Outro exemplo é a velocidade média desenvolvida por um navio quando é determinada dividindo a distância percorrida pelo tempo necessário para percorrê-la. O mesmo sistema de medição, ou sistemas de medição distintos, podem estar envolvidos em medições indiretas.

Nas **medições indiretas**, o valor do mensurando é determinado a partir de operações matemáticas efetuadas envolvendo duas ou mais medidas associadas a diferentes grandezas de entrada.

Embora possa parecer menos atrativa que a medição direta, a medição indireta é utilizada com muita freqüência. A medição indireta é usada, principalmente, em casos nos quais: (a) por impossibilidade física não é viável fazer medições diretas; e (b) do ponto de vista econômico, operacional ou, no que diz respeito à incerteza possível de ser obtida, é mais vantajoso efetuar medições indiretas.

7.1.2 MODELO MATEMÁTICO

Para que o resultado de uma medição indireta possa ser determinado, é necessário dispor de um modelo matemático que relacione as grandezas de entrada com o valor do mensurando. Freqüentemente, equações simples, envolvendo as quatro operações aritméticas básicas, são envolvidas. A determinação da resistência (R) de um componente eletrônico dividindo a queda de tensão (V) pela intensidade da corrente elétrica (I) que passa por ele (R = V/I) é um exemplo. A massa total que age em um dos pratos de uma balança, calculada somando todas as massas presentes no prato, e o cálculo da área de uma parede multiplicando sua largura por sua altura, são também exemplos de medições indiretas.

Em outras aplicações, modelos matemáticos mais complexos podem ser envolvidos. O cálculo da distância entre dois pontos no espaço a partir das suas respectivas coordenadas (x_1, y_1 e z_1) e (x_2, y_2 e z_2), medidas por uma máquina de medir por coordenadas, é realizado pela equação:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

que envolve operações matemáticas mais complexas. Não é raro que funções trigonométricas, exponenciais e mesmo equações diferenciais sejam envolvidas. Em todos os casos, para que o resultado da medição, incluindo a sua incerteza, possa ser determinado, é necessário dispor de um modelo matemático que relacione as grandezas de entrada com o valor do mensurando.

7.1.3 DEPENDÊNCIA ESTATÍSTICA E CORRELAÇÃO

Na linguagem estatística, denomina-se *variável aleatória* uma função, ou variável, cujo valor não pode ser previsto exatamente, mas apenas em termos de probabilidade. A soma do valor de dois dados lançados ao acaso é um exemplo de variável aleatória: será sempre um número entre 2 e 12, pois o valor de um lançamento em particular não pode ser previsto exatamente.

Quando medições repetidas de um mensurando invariável são realizadas, as indicações obtidas apresentam variações em função do erro aleatório. Não é possível prever exatamente o valor da próxima indicação. A indicação obtida de um sistema de medição é também uma *variável aleatória*.

Duas variáveis aleatórias são ditas *não-correlacionadas* ou *estatisticamente independentes* quando as variações aleatórias da primeira não guardam nenhum tipo de sincronismo com as variações aleatórias da segunda. Em outras palavras, as variações aleatórias da segunda variável não são influenciadas pelas variações aleatórias da primeira. Um exemplo: a cotação do dólar e a temperatura da água do mar na praia da Joaquina, em Florianópolis. Ambas quantidades variam diariamente com uma componente aleatória. São *não-correlacionadas* ou *estatisticamente independentes* porque quando uma aumenta não há por que esperar que a outra também aumente. Não guardam nenhuma correlação.

Variáveis aleatórias não-correlacionadas ou **estatisticamente independentes** variam de forma completamente dessincronizada.

Variáveis aleatórias são ditas *correlacionadas* ou *estatisticamente dependentes* quando as variações aleatórias da primeira estão, de alguma

forma, sincronizadas com as variações aleatórias da segunda. A correlação pode ser *direta* quando o aumento da primeira está sincronizado com o aumento da segunda, e *inversa* quando o aumento da primeira acarreta redução da segunda.

Variáveis aleatórias **correlacionadas** ou **estatisticamente dependentes** variam de forma perfeitamente sincronizada. A correlação pode ser direta ou inversa.

Um exemplo de duas grandezas com correlação direta é a temperatura da água do mar na praia da Joaquina e a temperatura da água do mar na praia do Campeche, duas praias próximas em Florianópolis. Embora ambas variem de forma aleatória a cada dia, como são fortemente influenciadas pelas correntes marítimas, pelo nível de insolação e pelos ventos dominantes, que são praticamente os mesmos nas duas praias, é natural esperar que a temperatura da água do mar varie de forma sincronizada nas duas: quando a água está mais fria (ou mais quente) em uma delas, também estará na outra.

Um exemplo de correlação inversa envolve a divisão de um pacote de 2 kg de feijão em duas embalagens com supostamente 1 kg em cada. Ao cometer naturalmente um erro que resulte em uma quantidade um pouco maior de feijão na primeira embalagem, na segunda embalagem inevitavelmente estará presente uma quantidade menor de feijão. Assim, quando o erro aleatório na quantidade de feijão da primeira embalagem for positivo o erro aleatório na quantidade de feijão da segunda embalagem será negativo, e vice-e-versa, caracterizando uma correlação inversa.

O *coeficiente de correlação* é um índice que revela a existência e o tipo de correlação entre duas variáveis aleatórias. É calculado pela Equação 7.1:

$$\rho(X,Y) = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sqrt{\sigma_X \cdot \sigma_Y}} \qquad (7.1)$$

sendo:

$\rho(X,Y)$	coeficiente de correlação entre as variáveis aleatórias X e Y
cov(X, Y)	covariância entre X e Y
σ_X	desvio-padrão da variável aleatória X
σ_Y	desvio-padrão da variável aleatória Y.

O coeficiente de correlação é um número real que varia entre –1 e +1. Se o coeficiente de correlação é nulo, as duas variáveis aleatórias são totalmente não-correlacionadas ou estatisticamente independentes. O valor +1 indica correlação direta. Quando X e Y possuem correlação inversa, o coeficiente de correlação é –1. Valores reais intermediários entre –1 e 0 indicam correlação inversa parcial. Quando há correlação direta parcial, valores reais entre 0 e 1 são obtidos. Por exemplo, se o coeficiente de correlação é 0,20, a correlação entre as duas variáveis é direta, porém muito fraca.

A Equação (7.1) envolve o cálculo exato do coeficiente de correlação a partir do pleno conhecimento da covariância e de ambos os desvios-padrão. Freqüentemente esses parâmetros devem ser estimados a partir dos dados experimentais. A Equação (7.2) é mais apropriada para estimar o coeficiente de correlação quando "n" pares de dados experimentais estão disponíveis para as variáveis X e Y:

$$r(X,Y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \qquad (7.2)$$

sendo:

$r(X, Y)$	estimativa do coeficiente de correlação para as variáveis X e Y
x_i e y_i	i-ésimo par de valores das variáveis X e Y
$\bar{x}$ e $\bar{y}$	valores médios das variáveis X e Y
n	número total de pares de pontos das variáveis X e Y.

O tipo de correlação entre duas ou mais medições distintas, que são combinadas para determinar o resultado de uma medição indireta, afeta a forma com que a incerteza da combinação é estimada. O cálculo do coeficiente de correlação é uma maneira segura de determinar o tipo de dependência estatística existente e deve ser realizado sempre que possível.

É possível analisar algumas situações de interesse prático nas quais as condições apontam para a possível forma de correlação esperada. Os casos aqui indicados devem ser entendidos como *de caráter orientativo* e, sempre que possível, devem ser confirmados pelo cálculo do coeficiente de correlação.

A presença de erros sistemáticos não-corrigidos é o fator mais freqüentemente associado à existência de correlação. Normalmente, duas

medições de grandezas de entrada distintas têm boas chances de serem *correlacionadas* nas seguintes condições:

- quando há erros sistemáticos intencionalmente não compensados;
- quando ambos os processos de medição são fortemente afetados por uma mesma grandeza de influência como, por exemplo, a temperatura e a tensão da rede elétrica, ou mesmo pelo operador. Flutuações aleatórias das grandezas de influência podem provocar erros aleatórios em cada processo de medição, e esses erros estarão correlacionados;
- quando as medições de ambas grandezas de entrada são realizadas pelo mesmo sistema de medição em condições muito distintas das condições de calibração. Nesse caso, as mesmas componentes sistemáticas de erro podem estar presentes em ambas as medições, provocando a correlação;
- quando ambas as medições são realizadas pelo mesmo sistema de medição, depois de um longo período após a última calibração. A degradação do desempenho do sistema de medição pode dar origem a componentes sistemáticas de erro em ambas as medições que estarão correlacionadas.

Normalmente, duas medições de grandezas de entrada distintas são *não-correlacionadas* quando as condições permitem assegurar que os erros sistemáticos foram eficazmente corrigidos e não há uma mesma grandeza de influência afetando fortemente os processos de medição. Podem ser enumeradas as seguintes condições:

- quando ambos os sistemas de medição foram recentemente calibrados e estão operando em condições próximas das condições de calibração e as respectivas correções estão sendo aplicadas;
- quando distintos sistemas de medição são utilizados em condições em que não há uma mesma grandeza de influência presente que possa afetar significativamente ambos os processos de medição.

Embora as situações extremas de correlação plena ($|r(X,Y)| = 1$) ou a total falta de correlação ($r(X, Y) = 0$) sejam raras na natureza, para fins de estimativa de incertezas é prática comum tratar os casos de correlação parcial pela situação extrema mais próxima. Quando o módulo do coeficiente de correlação é superior a 0,8, é razoável considerar correlação plena. Se o módulo é menor que 0,2, a total falta de correlação é uma boa aproximação.

Em um processo de medição direta, as contribuições aleatórias de cada fonte de incerteza são freqüentemente não-correlacionadas. A independência entre os efeitos das fontes de incerteza de diferentes naturezas geralmente resulta na ausência de correlação. É preciso estar alerta para a existência de correlação nos casos especiais em que exista uma mesma fonte de incerteza com forte efeito sincronizado sobre outras fontes de incerteza.

7.2 ESTIMATIVA DA INCERTEZA COMBINADA DE MEDIÇÕES NÃO-CORRELACIONADAS

O resultado de uma medição indireta, obtida a partir da combinação de duas ou mais medições de grandezas de entrada não-correlacionadas, pode ser estimado com base na combinação das incertezas das medições envolvidas. Como não há nenhum tipo de sincronismo entre os erros aleatórios associados às medições das diferentes grandezas de entrada, a forma de combinar essas quantidades é baseada na lei de combinação das variâncias, válida para variáveis estatisticamente independentes.

Embora exista uma expressão geral para a estimativa da incerteza resultante da combinação de medições não-correlacionadas, há casos particulares, de grande interesse prático, em que as equações são drasticamente simplificadas. Na seqüência, casos particulares serão progressivamente abordados até que o caso geral seja atingido.

7.2.1 SOMA E SUBTRAÇÃO

Pode-se demonstrar que a variância da soma entre duas variáveis aleatórias não-correlacionadas é calculada a partir da soma das variâncias:

$$\sigma^2_{X+Y} = \sigma^2_X + \sigma^2_Y \tag{7.3}$$

O desvio-padrão resultante da soma entre X e Y, calculado pela Equação (7.3), é um número menor que a soma algébrica simples entre os dois desvios-padrão de X e Y. Essa propriedade não é estranha, mas uma conseqüência natural da independência entre as variações aleató-

rias de X e Y. A soma algébrica dos desvios-padrão corresponderia à situação extrema e pouco provável em que ambas as variáveis assumiriam os valores máximos ou mínimos simultaneamente.

Também é possível demonstrar que, no caso da subtração de variáveis aleatórias não-correlacionadas, a mesma lei de soma das variâncias é válida:

$$\sigma^2_{X-Y} = \sigma^2_X + \sigma^2_Y \qquad (7.4)$$

As Equações (7.3) e (7.4) podem ser estendidas para qualquer número de termos aditivos ou subtrativos, ou mesmo combinações entre somas e subtrações, e a variância resultante será sempre calculada pela soma das variâncias.

As leis de combinação de variâncias das Equações (7.3) e (7.4) são a base para a estimativa da incerteza combinada de medições indiretas obtidas por soma e subtração de medições não-correlacionadas das grandezas de entrada. A incerteza-padrão associada a cada medição corresponde à estimativa do próprio desvio-padrão. Assim, é possível escrever que:

$$u^2(X_1 \pm X_2 \pm \ldots \pm X_n) = u^2(X_1) + u^2(X_2) + \ldots + u^2(X_n) \qquad (7.5)$$

sendo:

$u^2(X_1 \pm X_2 \pm \ldots \pm X_n)$	quadrado da incerteza combinada
$u^2(X_i)$	quadrado da incerteza-padrão da medição da i-ésima grandeza de entrada.

A equação (7.5) pode ser sintetizada na seguinte regra:

O quadrado da incerteza-padrão da soma e/ou subtração de medições não-correlacionadas é obtido a partir da soma dos quadrados das incertezas-padrão associadas a cada grandeza de entrada.

Exemplo 7.1:

Duas massas-padrão são colocadas no mesmo prato de uma balança para compor a massa resultante apropriada. A primeira massa-padrão possui (500,0 ± 0,8) g e a segunda, (200,0 ± 0,6) g. Estime o valor resultante da soma de ambas as massas sabendo que as medições que levaram a seus valores verdadeiros convencionais podem ser consideradas não-correlacionadas.

Solução:

A incerteza combinada resultante da soma das duas massas-padrão deve ser calculada a partir da Equação (7.5). Para aplicar essa equação, é necessário calcular as respectivas incertezas-padrão.

As incertezas associadas aos valores verdadeiros convencionais das massas combinadas são, normalmente, as respectivas incertezas expandidas. Para determinar a incerteza-padrão de cada massa, é necessário dividir a incerteza expandida pelo correspondente coeficiente de Student. Quando o número de graus de liberdade é conhecido, o valor correspondente do coeficiente de Student deve ser usado. Se não há informações sobre o número de graus de liberdade efetivos, é comum assumir que ele é muito alto e adotar o valor 2,00 para o coeficiente de Student, o que resulta no maior valor possível para a incerteza-padrão.

No exemplo, a incerteza-padrão de cada massa é estimada por:

$u(m_1) = U(m_1)/2{,}00 = 0{,}8/2{,}00 = 0{,}4\ g$

$u(m_2) = U(m_2)/2{,}00 = 0{,}6/2{,}00 = 0{,}3\ g$

A incerteza combinada da soma é calculada por:

$$u(m_1 + m_2) = \sqrt{u^2(m_1) + u^2(m_2)}$$

$$u(m_1 + m_2) = \sqrt{(0{,}4)^2 + (0{,}3)^2} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5\ g$$

Finalmente, a incerteza expandida da soma das duas massas é calculada multiplicando-se a incerteza combinada pelo coeficiente de Student. Também aqui, por falta de outra informação, o valor t = 2,00 será usado:

$U(m_1 + m_2) = 2{,}00 \cdot 0{,}5 = 1{,}0\ g$

Assim, o valor da massa resultante da soma das duas massas-padrão será:

$m_1 + m_2 = (700{,}0 \pm 1{,}0)\ g$

7.2.2 MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

O quadrado da incerteza combinada relativa de medições indiretas, obtidas por multiplicações e/ou divisões de medições não-correlacionadas, é estimada pela soma dos quadrados das *incertezas-padrão relativas* associadas a cada grandeza de entrada.

Denomina-se **incerteza-padrão relativa** o cociente entre a incerteza-padrão e o resultado base de uma medição. Por exemplo, $\mu_R(a) = u(a)/a$ é a incerteza-padrão relativa de "a".

A incerteza-padrão relativa da multiplicação de duas medições não-correlacionadas é dada por:

126

$$\left[\frac{u(X_1.X_2)}{X_1.X_2}\right]^2 = \left[\frac{u(X_1)}{X_1}\right]^2 + \left[\frac{u(X_2)}{X_2}\right]^2$$

que pode ser escrita de forma mais compacta por:

$$u_R^2(X_1 . X_2) = u_R^2(X_1) + u_R^2(X_2)$$

Para a divisão entre X_1 e X_2, a expressão é similar:

$$\left[\frac{u(X_1/X_2)}{X_1/X_2}\right]^2 = \left[\frac{u(X_1)}{X_1}\right]^2 + \left[\frac{u(X_2)}{X_2}\right]^2$$

ou

$$u_R^2(X_1/X_2) = u_R^2(X_1) + u_R^2(X_2)$$

Essas expressões podem ser generalizadas para qualquer número de multiplicações e/ou divisões, ou ainda, combinações entre multiplicações e divisões. É, então, possível escrever:

$$u_R^2(X_1^{\pm1}.X_2^{\pm1}...X_n^{\pm1}) = u_R^2(X_1) + u_R^2(X_2) + ... + u_R^2(X_n) \qquad (7.6)$$

sendo:

$u_R^2(X_1^{\pm1}.X_2^{\pm1}...X_n^{\pm1})$ quadrado da incerteza relativa da combinação

$u_R^2(X_i)$ quadrado da incerteza padrão relativa da medição da i-ésima grandeza de entrada.

Obs: o expoente ±1 foi a forma geral encontrada para simbolizar multiplicações e/ou divisões

Exemplo 7.2:

Determine a incerteza-padrão associada à corrente elétrica que passa por um resistor R previamente conhecido de 500,0 Ω com incerteza-padrão u(R) = 0,5 Ω, sobre o qual mediu-se, em ambiente de laboratório, a queda de tensão de V = 150,0 V com uma incerteza-padrão de u(V) = 1,5 V.

Solução:

A expressão para o cálculo da corrente é dada por I = V/R. Esse caso envolve apenas divisão de duas grandezas de entrada que, como foram medidas independentemente por instrumentos diferentes e em ambiente de laboratório, podem ser tratadas como não-correlacionadas. O valor esperado para a corrente é dado por:

I = 150/500 = 0,30 A

Sua incerteza pode ser estimada por:

$$u_R^2(I) = u_R^2(V) + u_R^2(R)$$

ou

$$\left(\frac{u(I)}{I}\right)^2 = \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2 + \left(\frac{u(R)}{R}\right)^2$$

$$\left(\frac{u(I)}{0,3}\right)^2 = \left(\frac{1,5}{150}\right)^2 + \left(\frac{0,5}{500}\right)^2$$

$$\left(\frac{u(I)}{0,3}\right)^2 = (0,01)^2 + (0,001)^2 = 0,0001 + 0,000001$$

u(I)/0,3 = 0,01005

u(I) = 0,003 A

Assim:

I = 0,300 A e sua incerteza-padrão u(I) = 0,003 A

ou, calculando o valor da corrente considerando a incerteza expandida, chega-se a:

I = (300 ± 2*3)mA = (300 ± 6)mA

Note que, nesse caso, a contribuição na incerteza associada à tensão elétrica tem uma influência cem vezes maior que a incerteza da resistência sobre a incerteza da corrente. É óbvio que, se for desejável reduzir a incerteza do valor da corrente, a incerteza associada à medição da tensão precisa ser reduzida. De nada adiantaria reduzir apenas a incerteza da resistência elétrica.

7.2.3 CASO GERAL

Quando medições não-correlacionadas de diversas grandezas de entrada são combinadas por uma função matemática contínua e derivável, seja ela qual for, é possível estimar a incerteza da combinação por uma expressão geral. Seja a grandeza G indiretamente determinada pela função:

$$G = f(X_1, X_2, ..., X_n)$$

sendo:

G grandeza a ser determinada por uma medição indireta

f função matemática contínua e derivável

X_i i-ésima grandeza de entrada que está sendo combinada.

A incerteza combinada da grandeza G pode ser estimada por:

$$u^2(G) = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1} u(X_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2} u(X_2)\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n} u(X_n)\right)^2 \qquad (7.7)$$

sendo:

- $u^2(G)$ quadrado da incerteza combinada da grandeza a ser determinada por medição indireta
- f função matemática contínua e derivável que relaciona G com as grandezas de entrada
- $\frac{\partial f}{\partial X_i}$ derivada parcial da função f em relação à grandeza de entrada X_i. Também denominado coeficiente de sensibilidade associado à grandeza de entrada X_i
- $u(X_i)$ incerteza-padrão da i-ésima grandeza de entrada que está sendo combinada.

É fácil verificar que as Equações (7.5) e (7.6) são casos particulares da Equação (7.7).

Exemplo 7.3:

Na determinação da massa específica (ρ) de um material, usou-se um processo indireto, medindo-se com uma balança, em laboratório, a massa (m) de um cilindro cujo diâmetro (D) e altura (h) foram determinados por um micrômetro e um paquímetro respectivamente. Após a compensação dos erros sistemáticos, foram encontrados os seguintes resultados para cada grandeza de entrada e os respectivos números de graus de liberdade para cada grandeza de entrada:

Para a massa:	m = (1580 ± 22) g	$\nu_m = 14$
Para o diâmetro:	D = (25,423 ± 0,006) mm	$\nu_D = \infty$
Para a altura:	h = (77,35 ± 0,11) mm	$\nu_h = 14$

Considerando que as medições foram efetuadas em condições de laboratório e as componentes sistemáticas foram compensadas, é muito provável que as medidas das três grandezas sejam não-correlacionadas. Será usada a Equação (7.7) para estimar a incerteza da massa específica.

A incerteza-padrão associada a cada grandeza envolvida será calculada dividindo-se a incerteza expandida pelo coeficiente t de Student:

$u(m) = U(m)/t_{14} = 22/2{,}20 = 10$ g

$u(D) = U(D)/t_{\infty} = 0{,}0060/2{,}00 = 0{,}0030$ mm

$u(h) = U(h)/t_{14} = 0{,}11/2{,}20 = 0{,}050$ mm

A massa específica é calculada por:

$$\rho = \frac{m}{Vol} = \frac{4m}{\pi D^2 h} = f(m, D, h)$$

Aplicando a Equação (7.7):

$$u^2(\rho) = \left(\frac{\partial f}{\partial m} u(m)\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial D} u(D)\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h} u(h)\right)^2$$

$$u^2(\rho) = \left(\frac{4}{\pi D^2 h} u(m)\right)^2 + \left(\frac{-8m}{\pi D^3 h} u(D)\right)^2 + \left(\frac{-4m}{\pi D^2 h^2} u(h)\right)^2$$

Essa equação pode tornar-se mais simples se for rearranjada dividindo ambos os membros por ρ:

$$\left(\frac{u(\rho)}{\rho}\right)^2 = \left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(2\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(h)}{h}\right)^2$$

Substituindo os valores de cada grandeza e as respectivas incertezas-padrão:

$$\left(\frac{u(\rho)}{\rho}\right)^2 = \left(\frac{10}{1580}\right)^2 + \left(2\frac{0{,}0030}{25{,}423}\right)^2 + \left(\frac{0{,}050}{77{,}35}\right)^2$$

$$u_R^2(\rho) = \left(\frac{u(\rho)}{\rho}\right)^2 = (4005{,}8 + 5{,}57 + 41{,}8) \cdot 10^{-8} = 4053{,}2 \cdot 10^{-8}$$

Note que a contribuição da incerteza da massa é muito maior que as contribuições das demais incertezas. Caso se deseje reduzir a incerteza da massa específica do material, deve ser feito um esforço para reduzir a incerteza da medição da massa do corpo de prova.

O resultado-base da massa específica é:

$$\rho = \frac{4 \cdot m}{\pi \cdot D^2 \cdot h} = \frac{4 \cdot 1580}{3{,}14159 \cdot (25{,}423)^2 \cdot 77{,}35} = 0{,}040239 \text{ g/mm}^3$$

Finalmente, a incerteza-padrão combinada da massa específica é:

$$u(\rho) = \rho \cdot u_R(\rho) = 0{,}040239 \cdot \sqrt{4053{,}2 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0002562 \text{ g/mm}^3$$

Para calcular o resultado da medição da massa específica, é necessário calcular o número de graus de liberdade efetivos e a incerteza expandida. A Equação (6.13) de Welch-Satterthwaite deve ser usada para calcular o número de graus de liberdade efetivos. Porém, como há grandezas de entrada com diferentes unidades, a incerteza-padrão relativa, que é adimensional, deverá ser usada na equação de Welch-Satterthwaite em lugar da incerteza-padrão expressa em termos absolutos:

$$\frac{u_R^4(\rho)}{\nu_{ef}} = \frac{u_R^4(m)}{\nu_m} + \frac{u_R^4(D)}{\nu_D} + \frac{u_R^4(h)}{\nu_h}$$

$$\frac{\left(\frac{0{,}0002562}{0{,}040239}\right)^2}{\nu_{ef}} = \frac{\left(\frac{10}{1580}\right)^4}{14} + \frac{\left(\frac{0{,}0030}{25{,}423}\right)^4}{\infty} + \frac{\left(\frac{0{,}050}{77{,}35}\right)^4}{14}$$

$\nu_{ef} = 14{,}3 \approx 14$

O coeficiente de Student para 14 graus de liberdade é 2,20. Assim, a incerteza expandida é calculada:

$U(\rho) = 2{,}20 \cdot u(\rho)$

$U(\rho) = 2{,}20 \cdot 0{,}0002562 = 0{,}000564$ g/mm³

Finalmente, o resultado da medição da massa específica é:

$\rho = (0{,}04024 \pm 0{,}00056)$ g/mm³

7.3 ESTIMATIVA DA INCERTEZA COMBINADA DE MEDIÇÕES CORRELACIONADAS

Quando o resultado de uma medição indireta é obtido a partir da combinação de duas ou mais medições correlacionadas ou estatisticamente dependentes, a incerteza combinada deve ser estimada de forma distinta. Deve-se levar em conta que as variações aleatórias associadas às medições das grandezas de entrada que estão sendo combinadas estarão agindo de forma sincronizada. É mais provável que estas possam assumir, ao mesmo tempo, os valores extremos dentro de suas respectivas faixas de variação.

Os caminhos para estimar a incerteza combinada de medições correlacionadas são influenciados pelo tipo de correlação existente: direta ou indireta. Na seqüência, os casos particulares mais simples serão tratados progressivamente, até que o caso geral seja atingido.

7.3.1 SOMA DE MEDIÇÕES CORRELACIONADAS

a) Com correlação direta

Quando duas medições com correlação direta são somadas, a componente aleatória da soma resultante pode variar consideravelmente em função do sincronismo. Quando a primeira aumenta aleatoriamente, a segunda também aumentará. Similarmente, quando uma é

reduzida, a outra também. Como ambas podem assumir os valores extremos ao mesmo tempo, a incerteza combinada da soma deve ser calculada a partir da soma das incertezas-padrão:

$$u(X_1 + X_2) = u(X_1) + u(X_2) \tag{7.8}$$

sendo:

$u(X_1 + X_2)$ incerteza combinada

$u(X_i)$ incerteza-padrão da medição da i-ésima grandeza de entrada.

b) Com correlação inversa

Quando duas medições com correlação inversa são somadas, a componente aleatória da soma resultante varia muito pouco em função do sincronismo contrário. Quando a primeira aumenta aleatoriamente, a segunda será reduzida. Similarmente, quando a primeira é reduzida, a outra aumenta. A soma dessas componentes aleatórias, que variam em sentido contrário, tende a manter-se mais estável. Nesse caso, a incerteza combinada da soma deve ser calculada a partir do valor absoluto da diferença das incertezas:

$$u(X_1 + X_2) = |u(X_1) - u(X_2)| \tag{7.9}$$

sendo:

$u(X_1 + X_2)$ incerteza combinada

$u(X_i)$ incerteza padrão da medição da i-ésima grandeza de entrada.

A incerteza calculada pela Equação (7.9) resulta em um valor menor que as incertezas originais, calculado pelo valor absoluto da diferença entre as incertezas. No caso extremo em que as incertezas sejam iguais, a incerteza resultante pode mesmo ser zero. Embora seja um resultado estranho, é estatisticamente sustentável, desde que o coeficiente de correlação entre as duas grandezas seja, de fato, igual a −1,00. Nos casos em que não há absoluta certeza se o coeficiente de correlação é mesmo −1,00, a Equação (7.5) fornece uma estimativa mais segura para a incerteza combinada.

c) Soma de múltiplos termos

Freqüentemente a medição indireta resulta da soma de três ou mais medições de grandezas de entrada distintas. Nesses casos, é necessário

tratar as múltiplas somas por partes. Suponha, por exemplo, que a medição da grandeza "Z" seja obtida pela soma das medições de quatro grandezas, isto é: Z = A + B + C + D. Se "A" e "B" possuem correlação inversa, quando as variações aleatórias de "A" são positivas, necessariamente as variações aleatórias de "B" serão negativas, e vice-versa, o que sugere a representação da "gangorra" da Figura 7.1: lados opostos da "gangorra" representam correlação inversa. Se "C" possui correlação direta com "A", necessariamente terá correlação inversa com "B". Ainda, nessa representação, fica claro que, se "D" possui correlação inversa com "A", também apresentará correlação inversa com "C" e direta com "B". Em síntese, variáveis que estão do mesmo lado da "gangorra" possuem correlação direta entre si. Variáveis que estão em lados opostos apresentam correlação inversa.

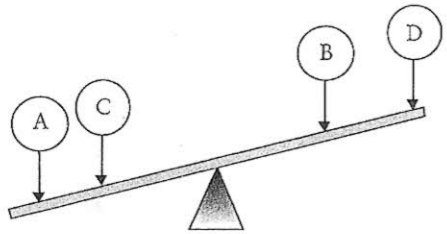


FIGURA 7.1 – Relação entre variáveis correlacionadas.

Para estimar a incerteza de "Z", sejam as novas variáveis:

$$E = A + C$$
$$F = B + D$$

Como "A" e "C" possuem correlação direta entre si e também "B" e "D" possuem correlação direta, as incertezas combinadas de "E" e "F" são:

$$u(E) = u(A) + u(C)$$
$$u(F) = u(B) + u(D)$$

"E" e "F" resultam de somas que estão em lados opostos da "gangorra" da Figura 7.1 e, portanto, apresentam correlação inversa. Assim, a incerteza combinada de "Z" é:

$$u(Z) = |u(E) - u(F)|$$

o que equivale a: $u(Z) = |u(A) - u(B) + u(C) - u(D)|$

7.3.2 SUBTRAÇÃO DE MEDIÇÕES CORRELACIONADAS

a) Com correlação direta

Quando duas medições com correlação direta são subtraídas, a componente aleatória da diferença resultante será atenuada em função do sincronismo. Quando a primeira aumenta aleatoriamente, a segunda também aumentará. Similarmente, quando uma é reduzida, a outra também. Em função do sincronismo, a diferença entre elas não varia tanto. Assim, a incerteza combinada da diferença deve ser calculada a partir do valor absoluto da diferença entre as duas incertezas-padrão:

$$u(X_1 - X_2) = |u(X_1) - u(X_2)| \qquad (7.10)$$

sendo:

$u(X_1 - X_2)$ incerteza combinada

$u(X_i)$ incerteza-padrão da medição da i-ésima grandeza de entrada.

A incerteza calculada pela Equação (7.10) resulta em um valor menor que as incertezas originais, calculado pelo valor absoluto da diferença entre as incertezas. No caso extremo em que as incertezas sejam iguais, a incerteza resultante pode mesmo ser zero. Embora seja um resultado estranho, é estatisticamente sustentável, desde que o coeficiente de correlação entre as duas grandezas seja, de fato, igual a 1,00. Nos casos em que não há absoluta certeza se o coeficiente de correlação é mesmo 1,00, a Equação (7.5) fornece uma estimativa mais segura para a incerteza combinada.

b) Com correlação inversa

Quando duas medições com correlação inversa são subtraídas, a componente aleatória da diferença resultante varia muito mais em função do sincronismo contrário. Quando a primeira aumenta aleatoriamente, a segunda será reduzida. Similarmente, quando a primeira é reduzida, a outra aumenta. A diferença entre essas componentes aleatórias, que variam em sentido contrário, tende a ser amplificada. Neste caso, a incerteza combinada da diferença deve ser calculada a partir da soma das incertezas-padrão:

130

$$u(X_1 - X_2) = u(X_1) + u(X_2) \tag{7.11}$$

sendo:

$u(X_1 - X_2)$ incerteza combinada

$u(X_i)$ incerteza-padrão da medição da i-ésima grandeza de entrada.

c) Somas e subtrações de múltiplos termos

Seja a grandeza "Z" obtida por Z = A – B – C – D. Suponha que as quatro grandezas "A", "B", "C" e "D" sejam correlacionadas da mesma forma representada na Figura 7.1, isto é, "A" e "C" possuem correlação direta, "B" e "D" também têm correlação direta e "A" e "C" possuem correlação inversa com "B" e "D".

Para estimar a incerteza de "Z", sejam as novas variáveis:

$$G = A - C$$
$$H = D + B \text{ e}$$
$$Z = G - H$$

Como "A" e "C" possuem correlação direta entre si e também "B" e "D" possuem correlação direta, as incertezas combinadas de "G" e "H" são:

$$u(G) = |u(A) - u(C)|$$
$$u(H) = u(B) + u(D)$$

"G" e "H" resultam de uma subtração e de uma soma que estão em lados opostos da "gangorra" da Figura 7.1 e, portanto, apresentam correlação inversa. Assim, a incerteza combinada de "Z" é:

$$u(Z) = u(G) + u(H)$$

o que resulta em: $u(Z) = |u(A) - u(C)| + u(B) + u(D)$.

7.3.3 MULTIPLICAÇÃO DE MEDIÇÕES CORRELACIONADAS

A combinação das incertezas na multiplicação é feita por meio das incertezas relativas dos fatores. Também aqui, a maneira de combiná-las depende do tipo de correlação existente.

a) Com correlação direta

Quando duas medições com correlação direta são multiplicadas, a componente aleatória do produto resultante será intensificada em função do sincronismo. Quando a primeira aumenta aleatoriamente, a segunda também aumentará e o produto será ampliado. Similarmente, quando uma é reduzida, a outra também e o produto também o será. Assim, a incerteza relativa combinada do produto entre duas medições com correlação direta deve ser calculada a partir da soma entre as duas incertezas padrão relativas:

$$\frac{u(X_1 \cdot X_2)}{X_1 \cdot X_2} = \frac{u(X_1)}{X_1} + \frac{u(X_2)}{X_2} \tag{7.12}$$

$$u_R(X_1 \cdot X_2) = u_R(X_1) + u_R(X_2)$$

sendo:

$u_R(X_1 \cdot X_2)$ incerteza relativa combinada do produto

$u_R(X_i)$ incerteza-padrão relativa da medição da i-ésima grandeza de entrada.

b) Com correlação inversa

Quando duas medições com correlação inversa são multiplicadas, a componente aleatória do produto resultante varia muito pouco em função do sincronismo contrário. Quando o primeiro fator aumenta aleatoriamente, o segundo é reduzido. Similarmente, quando o primeiro fator é reduzido, o outro aumenta. O produto dessas componente aleatórias, que variam em sentido contrário, tende a se manter mais estável. Nesse caso, a incerteza combinada relativa do produto de dois fatores com correlação inversa deve ser calculada a partir do módulo da diferença das incertezas relativas:

$$u_R(X_1 \cdot X_2) = |u_R(X_1) - u_R(X_2)| \tag{7.13}$$

sendo:

$u_R(X_1 \cdot X_2)$ incerteza relativa combinada do produto

$u_R(X_i)$ incerteza-padrão relativa da medição da i-ésima grandeza de entrada.

A incerteza relativa calculada pela Equação (7.13) resulta em um valor menor que as incertezas originais, calculado pelo valor absoluto da diferença entre as incertezas relativas. No caso extremo em que as in-

131

certezas relativas sejam iguais, a incerteza resultante pode mesmo ser zero. Embora seja um resultado estranho, é estatisticamente sustentável, desde que o coeficiente de correlação entre as duas grandezas seja, de fato, igual a –1,00. Nos casos em que não há absoluta certeza se o coeficiente de correlação é mesmo –1,00, a Equação (7.6) fornece uma estimativa mais segura para a incerteza relativa combinada.

c) Produto de múltiplos fatores

Seja a grandeza "Z" obtida por Z = A · B · C · D. Suponha que as quatro grandezas "A", "B", "C" e "D" sejam correlacionadas da mesma forma representada na Figura 7.1, isto é, "A" e "C" possuem correlação direta, "B" e "D" também têm correlação direta e "A" e "C" possuem correlação inversa com "B" e "D".

Para estimar a incerteza de "Z", sejam as novas variáveis:

$$K = A \cdot C$$
$$L = B \cdot D \text{ e}$$
$$Z = K \cdot L$$

Como "A" e "C" possuem correlação direta entre si e também "B" e "D" possuem correlação direta, as incertezas combinadas relativas de "K" e "L" são:

$$u_R(K) = u_R(A) + u_R(C)$$
$$u_R(L) = u_R(B) + u_R(D)$$

"K" e "L" resultam de multiplicações que estão em lados opostos da "gangorra" da Figura 7.1 e, portanto, apresentam correlação inversa. Assim, a incerteza combinada de "Z" é:

$$u_R(Z) = |u_R(K) - u_R(L)|$$

o que resulta em: $u_R(Z) = |u_R(A) - u_R(B) + u_R(C) - u_R(D)|$.

7.3.4 DIVISÃO DE MEDIÇÕES CORRELACIONADAS

A combinação das incertezas na divisão é feita por meio das incertezas relativas. Também aqui, a maneira de combiná-las depende do tipo de correlação existente.

a) Com correlação direta

Quando duas medições com correlação direta são divididas, a componente aleatória da razão será atenuada em função do sincronismo. Quando o numerador aumenta aleatoriamente, o denominador também aumentará e a razão pouco se alterará. Similarmente, quando o numerador é reduzido, o denominador também é reduzido e a razão será pouco alterada. Assim, a incerteza relativa combinada da divisão entre duas medições com correlação direta deve ser calculada a partir do valor absoluto da diferença entre as duas incertezas-padrão relativas:

$$\frac{u(X_1/X_2)}{X_1/X_2} = \left|\frac{u(X_1)}{X_1} - \frac{u(X_2)}{X_2}\right|$$
$$u_R(X_1/X_2) = |u_R(X_1) - u_R(X_2)| \qquad (7.14)$$

sendo:

$u_R(X_1/X_2)$ incerteza relativa combinada da divisão

$u_R(X_i)$ incerteza-padrão relativa da medição da i-ésima grandeza de entrada.

A incerteza relativa calculada pela Equação (7.14) resulta em um valor menor que as incertezas originais, calculado pelo valor absoluto da diferença entre as incertezas relativas. No caso extremo em que as incertezas relativas sejam iguais, a incerteza resultante pode mesmo ser zero. Embora seja um resultado estranho, é estatisticamente sustentável, desde que o coeficiente de correlação entre as duas grandezas seja, de fato, igual a 1,00. Nos casos em que não há absoluta certeza se o coeficiente de correlação é mesmo 1,00, a Equação (7.6) fornece uma estimativa mais segura para a incerteza relativa combinada.

b) Com correlação inversa

Quando duas medições com correlação inversa são divididas, o efeito da componente aleatória na razão resultante intensifica-se em função do sincronismo contrário. Quando o numerador aumenta aleatoriamente, o denominador é reduzido. Similarmente, quando o numerador é reduzido, o denominador aumenta. A razão entre essas componentes aleatórias, que variam em sentido contrário, tende a se intensificar. Nesse caso, a incerteza combinada relativa da divisão, quando há correlação inversa, deve ser calculada a partir da soma das incertezas relativas:

$$u_R(X_1/X_2) = u_R(X_1) + u_R(X_2) \qquad (7.15)$$

132

sendo:

$u_R(X_1/X_2)$ incerteza relativa combinada da divisão

$u_R(X_i)$ incerteza-padrão relativa da medição da i-ésima grandeza de entrada.

c) Multiplicações e divisões de múltiplos fatores

Seja a grandeza "Z" obtida por Z = A · B / (C · D). Suponha que as quatro grandezas "A", "B", "C" e "D" sejam correlacionadas da mesma forma representada na Figura 7.1, isto é, "A" e "C" possuem correlação direta, "B" e "D" também têm correlação direta e "A" e "C" possuam correlação inversa com "B" e "D".

Para estimar a incerteza de "Z", sejam as novas variáveis:

$$M = A / C$$
$$N = B / D \text{ e}$$
$$Z = M \cdot N$$

Como "A" e "C" possuem correlação direta entre si e também "B" e "D" possuem correlação direta, as incertezas combinadas relativas de "M" e "N" são:

$$u_R(M) = |u_R(A) - u_R(C)|$$
$$u_R(N) = |u_R(B) - u_R(D)|$$

"M" e "N" resultam de divisões que estão em lados opostos da "gangorra" da Figura 7.1 e, portanto, apresentam correlação inversa. Assim, a incerteza combinada de "Z" é:

$$u_R(Z) = |u_R(M) - u_R(N)|$$

o que resulta em:

$$u_R(Z) = |\,|u_R(A) - u_R(C)| - |u_R(B) - u_R(D)|\,|$$

7.3.5 CASO GERAL PARA A INCERTEZA MÁXIMA POSSÍVEL

Quando medições correlacionadas de diversas grandezas de entrada são combinadas por uma função matemática contínua e derivável, seja esta qual for, é possível estimar a incerteza máxima possível da combinação por uma expressão geral. O valor determinado corresponde ao da combinação

menos favorável, isto é, ao valor mais elevado possível da combinação, considerando se a forma de dependência é direta ou indireta. Seja a grandeza G indiretamente determinada pela função:

$$G = f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

sendo:

G grandeza a ser determinada por uma medição indireta

f função matemática contínua e derivável

X_i i-ésima grandeza de entrada que está sendo combinada.

A incerteza combinada máxima possível da grandeza G pode ser estimada por:

$$u(G) = \left|\frac{\partial f}{\partial X_1}\right| u(X_1) + \left|\frac{\partial f}{\partial X_2}\right| u(X_2) + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial X_n}\right| u(X_n) \qquad (7.16)$$

sendo:

$u(G)$ incerteza combinada máxima possível da grandeza a ser determinada por medição indireta

f função matemática contínua e derivável que relaciona G com as grandezas de entrada

$\frac{\partial f}{\partial X_i}$ derivada parcial da função f em relação à grandeza de entrada X_i. Também denominado de coeficiente de sensibilidade associado à grandeza de entrada X_i

$u(X_i)$ incerteza-padrão da i-ésima grandeza de entrada que está sendo combinada.

O valor estimado pela Equação (7.16) será sempre correspondente ao pior caso possível. Pode vir a superestimar a incerteza combinada em alguns casos. Entretanto, seu valor deve ser sempre adotado na falta de informações adicionais seguras que permitam uma outra conclusão. Se o coeficiente de correlações entre as variáveis é conhecido, os procedimentos apresentados no item 7.4 devem ser seguidos.

Para ilustrar essas características, considere a grandeza G calculada pela simples soma de duas outras grandezas de entrada:

$$G = f(A, B) = A + B$$

Considere ainda u(A) = 3 e u(B) = 4 como as respectivas incertezas-padrão. A incerteza-padrão combinada de G resultará em diferentes valores, dependendo do tipo de correlação existente:

133

(a) Se A e B forem não-correlacionadas:

$$u(G) = \sqrt{u^2(A) + u^2(B)} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

(b) Se A e B possuem correlação direta:

$$u(G) = u(A) + u(B) = 3 + 4 = 7$$

(c) Se A e B possuem correlação inversa:

$$u(G) = |u(A) - u(B)| = |3 - 4| = 1$$

(d) Cálculo pela Equação (7.16):

$$u(G) = \left|\frac{\partial f}{\partial A}\right| u(A) + \left|\frac{\partial f}{\partial B}\right| u(B) = 1.u(A) + 1.u(B) = 3 + 4 = 7$$

Os cálculos confirmam que, no caso da soma, a estimativa feita pela Equação (7.16) corresponde à situação mais desfavorável. Essa conclusão também pode ser verificada para qualquer outra combinação de operações matemáticas.

7.4 ESTIMATIVA DA INCERTEZA COMBINADA DE MEDIÇÕES QUANDO O COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO É CONHECIDO

Se o coeficiente de correlação das medições entre cada par de grandezas de entrada é conhecido, é possível calcular de forma segura a incerteza da combinação. Além de envolver as incertezas-padrão, a expressão para o cálculo da incerteza combinada também envolve o coeficiente de correlação entre cada par de grandezas. A expressão geral é dada por:

$$u^2(G) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 u^2(X_i) + 2\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \frac{\partial f}{\partial X_i} \frac{\partial f}{\partial X_j} u(X_i).u(X_j).r(X_i, X_j) \quad (7.17)$$

sendo:

$u(G)$	quadrado da incerteza combinada da grandeza a ser determinada por medição indireta
f	função matemática contínua e derivável que relaciona G com as grandezas de entrada
$\frac{\partial f}{\partial X_i}$	derivada parcial da função f em relação à grandeza de entrada X_i. Também denominado de coeficiente de sensibilidade associado à grandeza de entrada X_i

$u(X_i)$	incerteza-padrão da i-ésima grandeza de entrada que está sendo combinada
$r(X_i, X_j)$	estimativa do coeficiente de correlação entre as medições das grandezas de entrada X_i e X_j.

Todas as demais equações para estimativa da incerteza, apresentadas neste capítulo, são casos particulares dessa equação. A Equação (7.7) é obtida quando o coeficiente de correlação é nulo, o que anula o termo do somatório duplo, tornando a Equação (7.17) idêntica à (7.7). Quando há correlação, direta ou inversa, a Equação (7.17) torna-se um quadrado perfeito e é reduzida aos casos apresentados no item 7.3 para as quatro operações. Se outras expressões matemáticas são envolvidas e o coeficiente de correlação é conhecido, a Equação (7.17) estima um valor mais realista que o da Equação (7.16).

A Equação (7.17) permite também estimar incertezas quando há combinações entre medições de grandezas de entrada correlacionadas e não-correlacionadas e também lidar com os casos nos quais há correlação parcial.

7.4.1 COMBINAÇÃO DE GRANDEZAS CORRELACIONADAS E NÃO-CORRELACIONADAS

Seja, por exemplo, a grandeza G calculada por:

$$G = f(A, B, C, D) = A + B + C + D$$

Suponha que "A" e "B" possuam correlação direta, "A" e "C" e "B" e "C" possuam correlação inversa e ainda que D seja não-correlacionada com as demais. As estimativas dos respectivos coeficientes de correlação são:

r(A, B) = 1	r(A, C) = -1	r(A, D) = 0
r(B, C) = -1	r(B, D) = 0	r(C, D) = 0

As relações entre as correlações dessas variáveis estão esquematicamente representadas na "gangorra" da Figura 7.2.

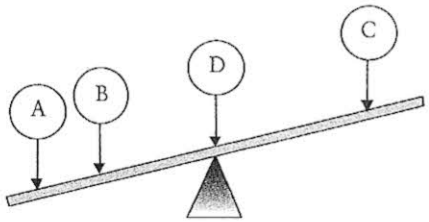


FIGURA 7.2 – Relação entre as variáveis correlacionadas.

A Equação (7.17) torna-se, neste caso:

$$u^2(G) = \frac{\partial f}{\partial A}^2 u^2(A) \quad \frac{\partial f}{\partial B}^2 u^2(B) \quad \frac{\partial f}{\partial C}^2 u^2(C) \quad \frac{\partial f}{\partial D}^2 u^2(D) +$$
$$+ 2\frac{\partial f}{\partial A}\frac{\partial f}{\partial B} u(A)\cdot u(B)\cdot r(A,B) + 2\frac{\partial f}{\partial A}\frac{\partial f}{\partial C} u(A)\cdot u(C)\cdot r(A,C) + 2\frac{\partial f}{\partial A}\frac{\partial f}{\partial D} u(A)\cdot u(D)\cdot r(A,D) +$$
$$+ 2\frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial f}{\partial C} u(B)\cdot u(C)\cdot r(B,C) + 2\frac{\partial f}{\partial B}\frac{\partial f}{\partial D} u(B)\cdot u(D)\cdot r(B,D) + 2\frac{\partial f}{\partial C}\frac{\partial f}{\partial D} u(C)\cdot u(D)\cdot r(C,D)$$

Cada derivada parcial resulta no valor unitário. Substituindo os valores dos coeficientes de correlação, essa expressão torna-se:

$$u^2(G) = u^2(A) + u^2(B) + u^2(C) + u^2(D) +$$
$$+ 2u(A)\cdot u(B)\cdot 1 + 2u(A)\cdot u(C)\cdot(-1) + 2u(A)\cdot u(D)\cdot 0 +$$
$$+ 2u(B)\cdot u(C)\cdot(-1) + 2u(B)\cdot u(D)\cdot 0 + 2u(C)\cdot u(D)\cdot 0$$

Esta depois é simplificada para:

$$u^2(G) = u^2(A) + u^2(B) + u^2(C) + u^2(D) + 2u(A)\cdot u(B) - 2u(A)\cdot u(C) - 2u(B)\cdot u(C)$$

Finalmente, a Equação pode ser fatorada para:

$$u^2(G) = [u(A) + u(B) - u(C)]^2 + u^2(D)$$

Note que esse resultado também poderia ser obtido se uma outra variável "E" fosse definida por E = A + B + C e sua incerteza calculada pelos procedimentos do item 7.2.1. Posteriormente, a combinação entre as incertezas das variáveis "E" e "D", que são não correlacionadas, levaria ao mesmo resultado.

7.4.2 CORRELAÇÃO PARCIAL

Para ilustrar um caso de correlação parcial, considere a grandeza G determinada indiretamente através da expressão:

$$G = f(h,\alpha) = 2h\ sen(\alpha)$$

e que as medições de h e α tenham correlação parcial inversa com $r(h, \alpha) = -0{,}5$. A estimativa da incerteza da grandeza G pode ser calculada por aplicação direta da Equação (7.17):

$$u^2(G) = \left(\frac{\partial f}{\partial h}\right)^2 u^2(h) + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2 u^2(\alpha) + 2\frac{\partial f}{\partial h}\frac{\partial f}{\partial \alpha} u(h).u(\alpha).r(h,\alpha)$$

As derivadas parciais são:

$$\frac{\partial f}{\partial h} = 2\ sen(\alpha)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = 2h\ cos(\alpha)$$

Assim, a incerteza combinada de G pode ser calculada por:

$$u^2(G) = (2sen(\alpha))^2 u^2(h) + (-2h\ cos(\alpha))^2 u^2(\alpha) +$$
$$+ 2(2sen(\alpha))\cdot(-2h\ cos(\alpha))u(h)\cdot u(\alpha)\cdot(-0{,}5)$$

ou

$$u^2(G) = 4[sen^2(\alpha)u^2(h) + h^2cos^2(\alpha)u^2(\alpha) +$$
$$+ h\ sen(\alpha)\ cos(\alpha)u(h)u(\alpha)]$$

7.5 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- Medições podem ser classificadas em diretas e indiretas. Nas medições diretas, o sistema de medição já indica naturalmente o valor do mensurando. Nas medições indiretas, o valor do mensurando é calculado a partir de operações matemáticas efetuadas envolvendo duas ou mais medidas associadas a diferentes características do mensurando.
- Duas variáveis aleatórias são ditas *não-correlacionadas*, ou *estatisticamente independentes*, quando as variações aleatórias da primeira não guardam nenhum tipo de sincronismo com as variações aleatórias da segunda.

- Duas variáveis aleatórias são ditas *correlacionadas*, ou *estatisticamente dependentes*, quando há algum tipo de sincronismo entre as variações aleatórias da primeira e as variações aleatórias da segunda. A correlação pode ser direta, quando o sincronismo se dá no mesmo sentido, ou inversa, quando o sincronismo se dá em sentidos opostos.
- O coeficiente de correlação (ρ) é uma medida do grau de correlação existente entre duas variáveis aleatórias. Quando ρ = 0 não há correlação. Se ρ = 1, há correlação direta. Se ρ = -1, a correlação é inversa. Valores intermediários de ρ indicam correlação parcial.
- Na metrologia, a presença de erros sistemáticos não-corrigidos é o fator mais freqüentemente associado à existência de correlação.
- Para medições não-correlacionadas, ou estatisticamente independentes, valem as seguintes expressões para o cálculo da incerteza-padrão combinada, conforme Tabela 7.1 a seguir.
- Para medições correlacionadas, ou estatisticamente dependentes, a expressão para o cálculo da incerteza-padrão combinada depende ainda do tipo de correlação existente, conforme Tabela 7.2 a seguir:

TABELA 7.1 – Incertezas em medições indiretas não-correlacionadas

Operação matemática	ρ	Expressão para o cálculo da incerteza-padrão combinada
Soma/ subtração	0	$u^2(X_1 \pm X_2 \pm \ldots \pm X_n) = u^2(X_1) + u^2(X_2) + \ldots + u^2(X_n)$
Multiplicação/ divisão	0	$u_R^2(X_1^{\pm 1} \cdot X_2^{\pm 1} \ldots X_n^{\pm 1}) = u_R^2(X_1) + u_R^2(X_2) + \ldots + u_R^2(X_n)$
Caso geral	0	$u^2(G) = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1} u(X_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2} u(X_2)\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n} u(X_n)\right)^2$

TABELA 7.2 – Incertezas em medições indiretas correlacionadas

Operação matemática	ρ	Expressão para o cálculo da incerteza-padrão combinada
Soma	1	$u(X_1 + X_2) = u(X_1) + u(X_2)$
Soma	-1	$u(X_1 + X_2) = \lvert u(X_1) - u(X_2) \rvert$
Subtração	1	$u(X_1 - X_2) = \lvert u(X_1) - u(X_2) \rvert$
Subtração	-1	$u(X_1 - X_2) = u(X_1) + u(X_2)$
Multiplicação	1	$u_R(X_1 . X_2) = u_R(X_1) + u_R(X_2)$
Multiplicação	-1	$u_R(X_1 . X_2) = \lvert u_R(X_1) - u_R(X_2) \rvert$
Divisão	1	$u_R(X_1 / X_2) = \lvert u_R(X_1) - u_R(X_2) \rvert$
Divisão	-1	$u_R(X_1 / X_2) = u_R(X_1) + u_R(X_2)$
Caso geral (máxima incerteza possível)		$u(G) = \left\lvert \frac{\partial f}{\partial X_1} \right\rvert u(X_1) + \left\lvert \frac{\partial f}{\partial X_2} \right\rvert u(X_2) + \ldots + \left\lvert \frac{\partial f}{\partial X_n} \right\rvert u(X_n)$

- A Equação (7.17) é a expressão geral a partir da qual todas as demais são derivadas. Pode ser usada para qualquer função matemática, envolvendo combinações de grandezas de entrada correlacionadas, não-correlacionadas, e/ou com correlação parcial.

7.6 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E7.1 A Tabela 7.3 representa um conjunto de dez medições repetidas para cinco grandezas de entrada (A, B, C, D e E). Calcule o coeficiente de correlação entre cada par de variáveis e identifique o tipo de correlação existente entre cada par:

136

TABELA 7.3 – Dados para o exercício E7.1

Medida	A	B	C	D	E
1	12,211	7,895	4,042	7,412	2,789
2	12,583	7,708	4,117	7,525	2,417
3	11,556	8,222	3,911	7,448	3,444
4	12,792	7,604	4,158	7,402	2,208
5	12,654	7,673	4,131	7,477	2,346
6	11,863	8,069	3,973	7,508	3,137
7	12,082	7,959	4,016	7,482	2,918
8	11,819	8,090	3,964	7,467	3,181
9	12,070	7,965	4,014	7,486	2,930
10	11,543	8,228	3,909	7,436	3,457

E7.2 Analise estas situações e, com base nas considerações do item 7.1.3, identifique o tipo de correlação provável entre cada grandeza de entrada:

a) As medidas da largura e do comprimento de um terreno retangular, feitas com uma mesma trena, em um dia muito quente.

b) As medidas do diâmetro e do comprimento de um pino de alumínio feitas por um micrômetro e por um paquímetro, respectivamente, em ambiente com temperatura de (20 ± 1)/°C.

c) As medidas do diâmetro e do comprimento de um pino de alumínio feitas por um micrômetro e por um paquímetro, respectivamente, em ambiente com temperatura de (32 ± 3)/°C.

d) As medidas das massas de açúcar e de farinha de trigo, feitas por uma dona de casa, usando uma mesma balança de cozinha.

e) As medidas dos tempos dos dois primeiros corredores de uma maratona, feitas por um cronômetro eletrônico, nas últimas olimpíadas.

f) As medidas de dois resistores elétricos, efetuadas pelo mesmo ohmímetro digital, em ambiente de laboratório, realizadas seis meses após a última calibração do aparelho.

g) As medidas das temperaturas da água do mar, efetuadas em dois dias consecutivos pelo mesmo termômetro de bulbo, em boas condições de uso e recentemente calibrado.

E7.3 Determine o valor da resistência, e sua respectiva incerteza, da associação em série de dois resistores elétricos de (1500 ± 75) Ω e (480 ± 48) Ω. Considere ambas medições não-correlacionadas.

E7.4 Uma massa-padrão de (500,2 ± 3,0) g foi colocada no prato esquerdo de uma balança. Outra massa-padrão, de (200,1 ± 2,0) g, foi colocada no prato direito. Açúcar foi colocado no prato direito até que o equilíbrio da balança fosse atingido. Desprezando as demais fontes de incerteza da balança em si, qual o valor da massa de açúcar e sua respectiva incerteza?

E7.5 Um químico precisava adicionar 650 g de ciclopentanoperhidrofenantreno a uma certa mistura. Por não dispor de um conjunto completo de massas-padrão, a medição da massa da substância foi efetuada por meio de uma balança de prato que atingiu equilíbrio nas seguintes condições: (a) no prato esquerdo estavam duas massas-padrão de (201,0 ± 0,3) g e (500,2 ± 0,6) g e (b) no prato direito encontrava-se, além do ciclopentanoperhidrofenantreno, uma massa-padrão de (49,9 ± 0,1) g. O que pode ser dito acerca da massa de ciclopentanoperhidrofenantreno assim obtida? Considere os valores dessas massas como estatisticamente independentes e despreze as demais fontes de incerteza da balança.

E7.6 Para calcular o consumo médio na estrada de um automóvel, um engenheiro que trabalha para uma revista automotiva procedeu da seguinte forma: após encher o tanque do automóvel, a indicação do odômetro foi anotada e uma viagem de 798,6 km foi efetuada. Num determinado trecho da viagem, o veículo foi reabastecido com (40,0 ± 0,2) l de combustível e, durante o trajeto, o veículo foi novamente abastecido até completar o tanque, quando foram consumidos (22, 8 ± 0,1) l adicionais. Sabendo que a incerteza (expandida) do odômetro é de 0,5% do valor indicado, o que se pode afirmar sobre o consumo médio desse automóvel? Para obter uma medida do consumo médio com menor incerteza, o que é necessário reduzir: a incerteza da medição da distância ou do volume de combustível?

E7.7 Para determinar a altura de uma árvore, um sábio do século VI ensinou a seus discípulos um método em que aplicava trigonometria. A distância entre o tronco da árvore e o ponto de observação foi determinada como (15,2 ± 0,2) m. O ângulo que o ponto mais alto da árvore formava com a horizontal, medido junto ao solo, foi de (48,6 ± 0,8)°. O que pode ser dito acerca da altura dessa árvore? O que deve ser feito para reduzir a incerteza da medição da sua altura: melhorar a incerteza da medição da distância até a árvore ou do ângulo?

E7.8 Para determinar a energia cinética ($Ec = ½ m V^2$) de um veículo em um teste de impacto, dois sensores foram dispostos nos últimos 10 m da pista antes da colisão. Com as informações adicionais seguintes, responda: (a) Qual o resultado da medição da energia cinética desse veículo? (b) O que deve ser feito para reduzir a incerteza associada à energia cinética?

- massa do veículo: (1,53 ± 0,08) t
- distância entre sensores consecutivos: (10,00 ± 0,03) m
- intervalo de tempo transcorrido entre a passagem pelos dois sensores: (2,635 ± 0,002) s

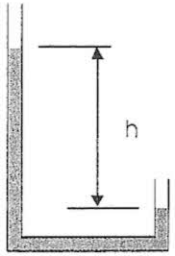
E7.9 Como padrão de calibração de manômetros pretende-se utilizar o manômetro de coluna de líquido ilustrado na figura. Determine: (a) a expressão para o valor da pressão em Pa em função da diferença de altura "h" medida em mm. (b) a expressão que estima a incerteza da pressão medida em Pa em função da diferença de altura "h".

Seja/onde $P = d \cdot g \cdot h$:

g a aceleração da gravidade local: $g = (9{,}81 \pm 0{,}08)\ m/s^2$

d a massa específica do fluido: $d = (1235 \pm 7)\ kg/m^3$

h a diferença de altura da coluna, podendo variar entre 0 e 5000 mm, determinada com incerteza expandida de 0,2%.



E7.10 Determine em que condições e qual o valor da incerteza mínima na medição da velocidade de uma bala, determinada a partir do tempo que esta leva para percorrer a distância que separa dois sensores optoeletrônicos. A distância entre esses dois sensores pode ser ajustada livremente entre 0 e 50 m, porém pode apresentar incerteza expandida de 1 milímetro por metro. O sistema de medição do tempo transcorrido apresenta incerteza expandida dada por:

$$Ut = \pm (0{,}05 + 0{,}01\ t),$$

sendo,
t o tempo transcorrido [s]
Ut a incerteza expandida [ms]

Esta expressão inclui também os erros combinados dos dois sensores optoeletrônicos.
Nota: a velocidade esperada para a bala é da ordem de 750 m/s.

E7.11 Em um restaurante que vende comida por quilo, a massa de um prato vazio foi determinada, com uma balança eletrônica com erro máximo de ± 4,0 g, como sendo de 315 g. Após um consumidor encher o seu prato, a massa do prato cheio foi medida pela mesma balança, levando à indicação de 805 g. O que se pode dizer acerca da massa de comida consumida e de sua incerteza?

8

PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS ATRAVÉS DE MÓDULOS

Freqüentemente distintos módulos são interligados para compor sistemas de medição e assim atender a necessidades específicas. Transdutores de diferentes tipos e características metrológicas são interligados a unidades de tratamento de sinais que, por sua vez, são conectadas a dispositivos indicadores ou registradores. Separadamente, cada módulo possui limitações metrológicas e dá origem a erros de medição. As incertezas presentes no sinal de saída do transdutor são propagadas através da unidade de tratamento de sinais que, por sua vez, também introduz incertezas no sinal de medição. Finalmente, o sinal de medição atinge o dispositivo mostrador, ou registrador, que também deteriora o sinal com os efeitos das suas imperfeições.

O comportamento metrológico do sistema de medição composto dessa forma pode ser avaliado por dois caminhos. O primeiro, através de uma simples calibração, tratando o sistema de medição composto como um único sistema, aplicando os procedimentos detalhados no Capítulo 5. O segundo caminho envolve a determinação das características metrológicas do sistema composto a partir das características metrológicas individuais de cada módulo.

Esse segundo caminho é muito conveniente, especialmente nas fases de especificação de um sistema de medição, composto de vários módulos interligados, cujo desempenho do conjunto deve ser avaliado a partir de informações extraídas de catálogos de fabricantes de cada módulo. Caso o desempenho do conjunto não seja satisfatório, um ou mais módulos devem ser substituídos.

Esse problema aparece de forma tão freqüente na experimentação que deve ser tratado em detalhes. É um caso particular da análise de incertezas denominado de *propagação de incertezas*. Esse capítulo apresenta considerações e procedimentos recomendados para estimar a incerteza combinada do sistema de medição a partir das características metrológicas dos módulos interligados.

8.1 COMPOSIÇÃO DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO

A interligação de diversos módulos para compor um sistema de medição é esquematicamente representada na Figura 8.1:

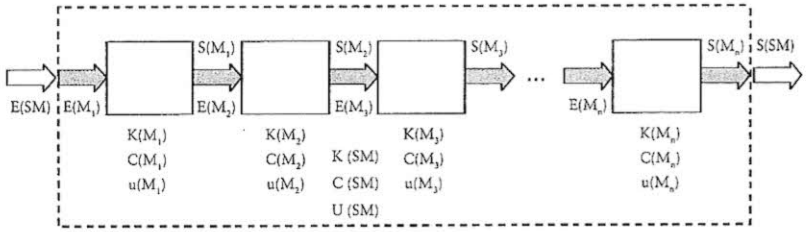


FIGURA 8.1 – Composição de um sistema de medição através da interligação de módulos.

O comportamento metrológico individual de cada um dos módulos é conhecido, *a priori*, por meio de três parâmetros: *sensibilidade*, *correção* e *incerteza-padrão*. A sensibilidade do i-ésimo módulo, representada por $K(M_i)$, é a constante que, quando multiplicada pelo sinal de entrada do módulo, produz o respectivo sinal de saída. A incerteza-padrão do módulo, representada por $u(M_i)$, corresponde ao desvio-padrão da componente aleatória introduzida no sinal de saída pelo módulo. Finalmente, a correção, representada por $C(M_i)$, corresponde à constante aditiva que, quando somada à saída do módulo, compensa os erros sistemáticos originados pelo módulo.

8.2 MODELO MATEMÁTICO

Para avaliar o comportamento metrológico do sistema de medição, composto pela interligação dos módulos, é necessária a utilização de um modelo matemático. Seja $E(M_1)$ o sinal de entrada do módulo 1 e $S(M_1)$ o seu respectivo sinal de saída. Sejam ainda conhecidas a sensibilidade desse módulo, K(M1), a correção $C(M_1)$ e a incerteza padrão $u(M_1)$, conforme representado na Figura 8.2.

O sinal de saída do primeiro módulo está relacionado com a entrada pela Equação (8.1):

$$S(M_1) = E(M_1)\cdot K(M_1) - C(M_1) \pm u(M_1) \qquad (8.1)$$

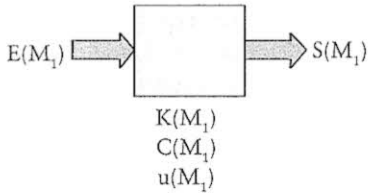


FIGURA 8.2 – Relações entre os sinais de entrada e saída do módulo 1.

Normalmente a correção é somada ao sinal de medição para compensar os erros sistemáticos. Na Equação (8.1), a correção $C(M_1)$ aparece com sinal negativo porque a saída do módulo é calculada em função da entrada, que é o caminho contrário ao usual. Note ainda que, uma faixa de dispersão, equivalente a uma incerteza-padrão do primeiro módulo, está presente no sinal de saída. Analogamente, para o módulo 2:

$$S(M_2) = E(M_2)\cdot K(M_2) - C(M_2) \pm u(M_2) \qquad (8.2)$$

Quando o módulo 2 é interligado ao módulo 1, a saída do módulo 1 passa a coincidir com a entrada do módulo 2, da forma mostrada na Figura 8.3.

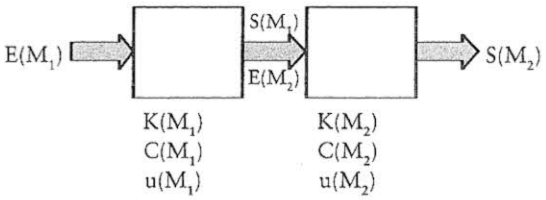


FIGURA 8.3 – Conexão entre os módulos 1 e 2.

Para este caso, a Equação (8.2), quando combinada com a (8.1), leva a:

$$S(M_2) = E(M_1)\cdot K(M_1).K(M_2) - [C(M_1)\cdot K(M_2) + C(M_2)] \pm [u(M_1)\cdot K(M_2) + u(M_2)]$$

O lado direito da equação acima foi agrupado em três blocos: o primeiro corresponde ao sinal de saída nominal, livre de qualquer tipo de

139

erros. O segundo decorre da ação dos erros sistemáticos. O terceiro está relacionado com a componente aleatória, composta a partir das incertezas-padrão de cada módulo.

Se esta análise for estendida a um conjunto de *n* módulos, a equação cresce em complexidade. Porém, já é possível notar a existência de um certo padrão que pode ser extrapolado para *n* módulos. Note que a entrada do primeiro bloco $E(M_1)$ coincide com a entrada do sistema de medição E(SM). Por sua vez, a saída do bloco *n*, $S(M_n)$, que é o último bloco, coincide com a saída do sistema de medição, S(SM).

8.3 DETERMINAÇÃO DA SENSIBILIDADE EQUIVALENTE

A sensibilidade equivalente, resultante da ação combinada de todos os *n* módulos interligados, pode ser calculada a partir do simples produto entre as sensibilidades de cada módulo:

$$K(SM) = K(M_1)\cdot K(M_2)\cdot K(M_3)\ldots K(M_n) \qquad (8.3)$$

sendo:

K(SM) sensibilidade equivalente do sistema de medição composto
$K(M_i)$ sensibilidade do i-ésimo módulo.

8.4 DETERMINAÇÃO DA CORREÇÃO RELATIVA EQUIVALENTE

Estendendo o modelo matemático para a interligação de *n* módulos, é possível calcular a correção resultante da ação combinada de todos os *n* módulos por:

$$C(SM) = (\ldots(((C(M_1)\cdot K(M_2) + C(M_2))\cdot K(M_3) + C(M_3))\cdot K(M_4) + C(M_4))\ldots)\cdot K(M_n)$$

Após algumas manipulações e simplificações algébricas, a correção equivalente do sistema de medição pode ser escrita em termos relativos como:

$$C_R(SM) = C_R(M_1) + C_R(M_2) + C_R(M_3) + \ldots + C_R(M_n) \qquad (8.4)$$

sendo:

$C_R(SM) = C(SM)/S(SM)$ correção relativa equivalente do sistema de medição
$C_R(M_i) = C(M_i)/S(M_i)$ correção relativa do i-ésimo módulo

Assim, a correção relativa equivalente do sistema de medição, composto pela interligação dos *n* módulos, pode ser calculada a partir da soma das correções relativas de todos os módulos.

8.5 ESTIMATIVA DA INCERTEZA-PADRÃO RELATIVA EQUIVALENTE

Quando o modelo matemático é estendido para *n* módulos, a incerteza-padrão resultante da combinação pode ser estimada por:

$$u(SM) = \pm\,(\ldots(((u(M_1)\cdot K(M_2) + u(M_2))\cdot K(M_3) + u(M_3))\cdot K(M_4) + u(M_4))\ldots)\cdot K(M_n)$$

Considerando que as componentes aleatórias de cada módulo são não-correlacionadas, partindo da expressão acima, após algumas manipulações algébricas e simplificações, é possível estimar a incerteza-padrão equivalente em termos relativos por:

$$u_R^2(SM) = u_R^2(M_1) + u_R^2(M_2) + u_R^2(M_3) + \ldots + u_R^2(M_n) \qquad (8.5)$$

sendo:

$u_R(SM) = u(SM)/S(SM)$ incerteza-padrão relativa equivalente do sistema de medição
$u_R(M_i) = u(M_i)/S(M_i)$ incerteza-relativa do i-ésimo módulo.

Assim, o quadrado da incerteza-padrão relativa equivalente do sistema de medição, composto pela interligação dos *n* módulos, pode ser calculado a partir da soma dos quadrados das incertezas-padrão relativas de cada módulo.

Uma vez determinada a incerteza-relativa combinada do sistema de medição, é necessário determinar a incerteza expandida. Para tal, deve ser utilizada a equação de Welch-Satterwaite para estimar o número de graus de liberdade efetivos envolvido e, a partir deste, determinar o respectivo coeficiente de Student:

$$\frac{u_R^4(SM)}{\nu(SM)} = \frac{u_R^4(M_1)}{\nu(M_1)} + \frac{u_R^4(M_2)}{\nu(M_2)} + \ldots + \frac{u_R^4(M_n)}{\nu(M_n)} \qquad (8.6)$$

140

sendo:

$v(SM)$ número de graus de liberdade efetivos do sistema de medição

$u_R(SM)$ incerteza-padrão relativa combinada do sistema de medição

$u_R(M_i)$ incerteza-padrão relativa do i-ésimo módulo

$v(M_i)$ número de graus de liberdade da incerteza-padrão relativa do i-ésimo módulo.

8.6 CÁLCULO DOS PARÂMETROS EM TERMOS ABSOLUTOS

As Equações (8.3), (8.4) e (8.5) permitem calcular os parâmetros que caracterizam o comportamento do sistema de medição, composto pela interligação dos *n* módulos, a partir das características metrológicas de cada módulo individualmente. Tudo se passa como se o desempenho metrológico de um sistema de medição equivalente tivesse sido determinado, como representado na Figura 8.4.

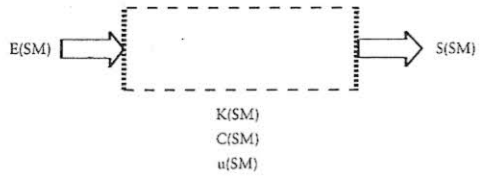


FIGURA 8.4 – Sistema de medição equivalente.

Os valores nominais dos sinais de entrada e saída do sistema de medição estão relacionados pela equação (8.7):

$$S(SM) = K(SM) \cdot E(SM) \tag{8.7}$$

sendo:

S(SM) valor nominal do sinal de saída do sistema de medição

K(SM) sensibilidade equivalente do sistema de medição

E(SM) sinal de entrada do sistema de medição.

A correção relativa e a incerteza-padrão relativa equivalente ainda não estão no formato usual. É conveniente exprimir esses parâmetros em termos absolutos. Para isso, é suficiente multiplicá-los pelo sinal na entrada do sistema de medição, no caso usual em que o interesse está em corrigir e estimar a incerteza do mensurando. Em alguns casos especiais pode ser conveniente exprimir a correção e a incerteza-padrão em termos do sinal de saída, casos em que os parâmetros relativos são multiplicados pelo sinal de saída.

Na entrada do sistema de medição, a correção e a incerteza-padrão são calculadas por:

$$C_E(SM) = C_R(SM) \cdot E(SM) \tag{8.8}$$
$$u_E(SM) = u_R(SM) \cdot E(SM)$$

sendo:

$C_E(SM)$ correção equivalente calculada na entrada do sistema de medição

$C_R(SM)$ correção relativa equivalente do sistema de medição

E(SM) sinal de entrada do sistema de medição

$u_E(SM)$ incerteza-padrão equivalente calculada na entrada do sistema de medição

$u_R(SM)$ incerteza-padrão relativa equivalente do sistema de medição.

Analogamente, na saída do sistema de medição, a correção e a incerteza-padrão são calculadas por:

$$C_S(SM) = C_R(SM) \cdot S(SM) \tag{8.9}$$
$$u_S(SM) = u_R(SM) \cdot S(SM)$$

sendo:

$C_S(SM)$ correção equivalente calculada na saída do sistema de medição

$C_R(SM)$ correção relativa equivalente do sistema de medição

S(SM) sinal de saída do sistema de medição

$u_S(SM)$ incerteza-padrão equivalente calculada na saída do sistema de medição

$u_R(SM)$ incerteza-padrão relativa equivalente do sistema de medição.

É fácil verificar que a relação existente entre os parâmetros calculados na entrada e na saída do sistema de medição é também governada pela Equação (8.7). Assim, são válidas as relações:

$$C_S(SM) = K(SM) \cdot C_E(SM) \qquad (8.10)$$
$$u_S(SM) = K(SM) \cdot u_E(SM)$$

8.7 PROBLEMA RESOLVIDO

A indicação de um voltímetro é de 2,500 V. Determine o resultado da medição do deslocamento, efetuado com o sistema de medição especificado a seguir, composto de:

a) Transdutor indutivo de deslocamentos
   faixa de medição: 0 a 20 mm
   sensibilidade: 5 mV/mm
   correção: –1 mV
   incerteza-padrão 2 mV, estimada com ν = 16

b) Unidade de tratamento de sinais
   faixa de medição: ± 200 mV na entrada
   amplificação: 100 × (amplifica 100 vezes)
   correção: 0,000 V
   incerteza padrão: 0,2 %, estimada com ν = 20

c) Dispositivo mostrador: voltímetro digital
   faixa de medição: ± 20 V
   resolução: 5 mV
   correção: + 0,02% do valor indicado
   incerteza padrão: 5 mV, estimada com ν = 96

Essas especificações estão representadas na Figura 8.5:

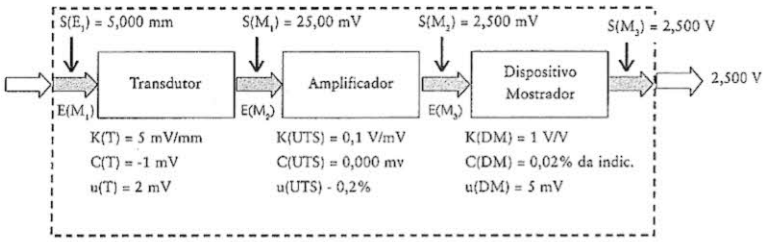


FIGURA 8.5 – Características do sistema de medição composto.

Para determinar o valor nominal do deslocamento, é necessário, primeiramente, calcular a sensibilidade equivalente pela equação (8.3), utilizando a sensibilidade de cada módulo:

Transdutor:	K(T) = 5 mV/mm
UTS:	K(UTS) = 100 X = 100 mV/mV = 0,1 V/mV
Mostrador	K(DM) = 1 V/V

Usando a equação (8.3):

$$K(SM) = K(T) \cdot K(UTS) \cdot K(DM)$$
$$K(SM) = 5 \text{ mm} \cdot 0{,}1 \text{ V/mV} \cdot 1 \text{ V/V}$$
$$K(SM) = 0{,}5 \text{ mm/V}$$

O valor nominal do sinal de entrada é calculado aplicando-se a equação (8.7) sobre o valor indicado no voltímetro:

$$S(SM) = K(SM) \cdot E(SM)$$
$$2{,}500 \text{ V} = E(SM) \cdot 0{,}5 \text{ mm/V}$$

onde:
E(SM) = 5,000 mm

Para determinar a correção relativa e a incerteza-padrão relativa de cada módulo, é necessário determinar o valor de saída de cada um:

$$S(T) = K(T) \cdot E(T) = 5 \text{ mV/mm} \cdot 5{,}000 \text{ mm} = 25{,}000 \text{ mV}$$
$$S(UTS) = K(UTS) \cdot E(UTS) = 0{,}1 \text{ mV/V} \cdot 25{,}000 \text{ mV} = 2{,}500 \text{ V}$$
$$S(DM) = K(DM) \cdot E(DM) = 1 \text{ V/V} \cdot 2{,}500 \text{ V} = 2{,}500 \text{ V}$$

A correção expressa em termos relativos para cada módulo é calculada por:

$$C_R(T) = C(T) / S(T) = -1 \text{ mV}/25{,}000 \text{ mV} = -0{,}04$$
$$C_R(UTS) = C(UTS)/S(UTS) = 0{,}000 \text{ V}/2{,}500 \text{ V} = 0{,}000$$
$$C(DM) = 0{,}02\% \cdot 2{,}500 \text{ V} = 0{,}5 \text{ mV}$$
$$C_R(DM) = C(DM)/S(DM) = 0{,}5 \text{ mV}/2500 \text{ mV} = 0{,}0002$$

As incertezas-padrão relativas são determinadas:

$$u_R(T) = u(T) / S(T) = 2 \text{ mV}/25{,}000 \text{ mV} = 0{,}08$$

142

$u(UTS) = 0{,}2\% \cdot 20\ V = 0{,}04\ V$
$u_R(UTS) = u(UTS) / S(UTS) = 0{,}04\ V/2{,}500\ V = 0{,}016$

$u_R(DM) = u(DM) / S(DM) = 5\ mV/2500\ mV = 0{,}002$

A correção relativa equivalente do sistema de medição é calculada pela Equação (8.4):

$C_R(SM) = -0{,}04 + 0{,}000 + 0{,}0002 = -0{,}0398$

que, calculada pela equação (8.8) em termos absolutos na entrada do sistema de medição, resulta em:

$C_E(SM) = C_R(SM) \cdot E(SM) = -0{,}0398 \cdot 5{,}000\ mm = -0{,}199\ mm$

A incerteza-padrão relativa equivalente do sistema de medição é calculada pela equação (8.5):
$u_R(SM) = (0{,}08^2 + 0{,}016^2 + 0{,}002^2)^{1/2}$
$u_R(SM) = 0{,}01 \cdot (64 + 2{,}56 + 0{,}04)^{1/2}$
$u_R(SM) = 0{,}0815$

que, segundo a Equação (8.8), na entrada do sistema de medição, resulta em:

$u_E(SM) = u_R(SM) \cdot E(SM) = 0{,}0815 \cdot 5{,}000\ mm = 0{,}4075\ mm$

A incerteza expandida equivalente deve ser obtida pela multiplicação da incerteza padrão combinada pelo coeficiente de Student. O número de graus de liberdade envolvidos é calculado pela Equação (8.6):

$$\frac{u_R^4(SM)}{\nu(SM)} = \frac{u_R^4(T)}{\nu(T)} + \frac{u_R^4(UTS)}{\nu(UTS)} + \frac{u_R^4(DM)}{\nu(DM)}$$

$$\frac{(0{,}0815)^4}{\nu(SM)} = \frac{(0{,}080)^4}{16} + \frac{(0{,}016)^4}{20} + \frac{(0{,}002)^4}{96}$$

$$\nu(SM) = 17{,}2$$

Logo, t = 2,17 e:

$U_E(SM) = t \cdot u_E(SM)$
$U_E(SM) = 2{,}17 \cdot 0{,}4075\ mm = 0{,}88\ mm$

Assim, finalmente, o resultado da medição do deslocamento é calculado por:

$RM = I + C \pm U$
$RM = (5{,}000 - 0{,}199 \pm 0{,}88)\ mm$
$RM = (4{,}8 \pm 0{,}9)\ mm$

Tendo em vista que a parcela sistemática do erro de medição pode ser compensada através da correção, neste exemplo, fica claro que o módulo que mais afeta a incerteza do sistema global é o transdutor, que tem a maior incerteza padrão relativa. Para diminuir a incerteza de medição do resultado, deve-se substituir esse transdutor por outro de melhor qualidade. A incerteza expandida do sistema de medição não seria melhorada em nada se, por exemplo, o voltímetro fosse substituído por outro melhor. Este tipo de análise é de grande valia para dimensionar e balancear um sistema de medição composto por diversos módulos.

8.8 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- Os parâmetros que caracterizam o desempenho metrológico de um sistema de medição, composto pela interligação de distintos módulos, podem ser calculados a partir dos parâmetros que caracterizam o desempenho individual de cada módulo.
- Esses parâmetros são a sensibilidade, a correção e a incerteza-padrão.
- A sensibilidade equivalente do sistema de medição composto pela interligação de *n* módulos é calculada por:

$$K(SM) = K(M_1) \cdot K(M_2) \cdot K(M_3) \ldots K(M_n)$$

- A correção relativa equivalente do sistema de medição composto pela interligação de *n* módulos é calculada por:

$$C_R(SM) = C_R(M_1) + C_R(M_2) + C_R(M_3) + \ldots + C_R(M_n)$$

- A incerteza padrão relativa equivalente do sistema de medição composto pela interligação de *n* módulos é calculada por:

$$u_R^2(SM) = u_R^2(M_1) + u_R^2(M_2) + u_R^2(M_3) + \ldots + u_R^2(M_n)$$

- O número de graus de liberdade efetivos da incerteza padrão relativa, equivalente do sistema de medição composto pela interligação de *n* módulos, é calculada por:

$$\frac{u_R^4(SM)}{\nu(SM)} = \frac{u_R^4(M_1)}{\nu(M_1)} + \frac{u_R^4(M_2)}{\nu(M_2)} + \ldots + \frac{u_R^4(M_n)}{\nu(M_n)}$$

- Os sinais de entrada e saída do sistema de medição composto são relacionados por:
  $S(SM) = K(SM) \cdot E(SM)$
- Na entrada do sistema de medição, a correção e a incerteza padrão são calculadas por:
  $C_E(SM) = C_R(SM) \cdot E(SM)$
  $u_E(SM) = u_R(SM) \cdot E(SM)$

8.9 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E8.1 Que módulo você substituiria para reduzir para um terço a incerteza do sistema do problema resolvido na seção 8.7? Especifique as características metrológicas do novo módulo.

E8.2 Para medir a velocidade instantânea de um automóvel, é usado um sistema composto de três elementos: (a) um transdutor, formado por um gerador de corrente contínua, adaptado a uma roda de bicicleta, (b) um amplificador de tensão elétrica e (c) um mostrador digital. A sensibilidade do transdutor é fixa e tem o valor nominal de 2,000 mV / (km/h) com erro máximo de 3 km / h. A taxa nominal de amplificação do amplificador é de 50,00 X, sua tendência é desprezível e sua repetitividade é de 0,02 % da tensão amplificada (na saída). O dispositivo mostrador digital apresenta erro máximo de 0,02 V. O que pode ser dito acerca da velocidade instantânea do automóvel quando a indicação direta do sistema montado é de 8,00 V?

Dica: quando apenas o erro máximo de um módulo é conhecido, considere a correção como nula; a incerteza padrão deve corresponder à de uma distribuição retangular com $a = E_{máx}$.

E8.3 Que módulo você substituiria para reduzir pela metade a incerteza do sistema da questão anterior? Especifique as características metrológicas do novo módulo.

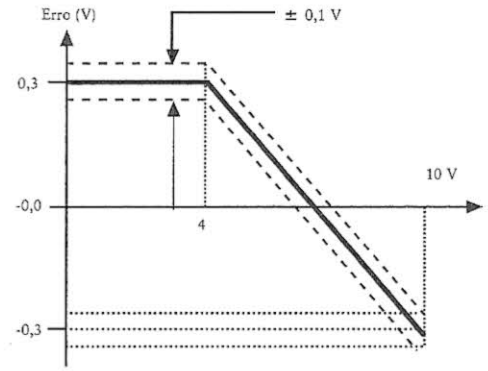
E8.4 Dentro de quais faixas de valores seria esperada a indicação do novo sistema de medição de velocidade (de acordo com as modificações que você sugeriu), quando usado em um automóvel com velocidade de 80,00 km/h?

E8.5 Para vender por um preço justo sua produção de melancias, um agricultor improvisou a seguinte balança: a melancia é colocada em um cesto, que é suspenso por um longo fio de nylon. O fio se estica, aumentando seu comprimento de forma proporcional ao peso da melancia. Um segundo fio é também amarrado na cesta e sua outra extremidade é conectada em uma pequena polia, na qual foi fixado um ponteiro, que gira de forma solidária com a polia. Uma escala angular foi desenhada na região

descrita pelo movimento da extremidade do ponteiro. O fio estica na proporção de 2,00 mm/kg, porém um erro máximo de até ± 0,05 mm é esperado na deflexão do fio. O conjunto polia/ponteiro amplifica em cinco vezes a deflexão, porém há um erro sistemático constante da ordem de 0,30 mm na extremidade do ponteiro e as folgas dão origem a erros aleatórios, cuja repetitividade é de ± 0,20 mm na extremidade do ponteiro. Não há erro sistemático expressivo no conjunto ponteiro/escala, mas a repetitividade com que se consegue fazer a leitura é de ± 1 mm. Pergunta-se: (a) com que incerteza é possível medir uma melancia cuja massa é da ordem de 10 kg? (b) para melhorar o desempenho desse sistema, que elemento deve ser substituído?

E8.6 Um manômetro foi construído com estes módulos:

(i) Transdutor extensométrico	
faixa de medição:	0 a 20 bar
sensibilidade:	2 mV/bar
erro máximo do transdutor:	± 0,02 mV
(ii) Amplificador	
faixa de medição:	± 100 mV (sinal de entrada)
fator de amplificação:	100
nível de ruído (95%):	± 0,1% do VFE
(iii) Indicador digital	
faixa de indicação:	± 9,98 V
resolução:	0,02 V
curva de erros:	figura



Determine:
a) qual o valor esperado para a indicação direta ao ser aplicada uma pressão estável de 10 bar?

b) se a indicação direta for de 2,00 V, qual o valor da pressão?
c) qual o erro máximo do manômetro?

E8.7 Montou-se um tacômetro (medidor de rotação) com os elementos a seguir descritos. Pergunta: qual a rotação quando a indicação direta é 1260 mV?

a) Gerador (gera tensão elétrica proporcional à rotação)

Sensibilidade:	0,02 mV/rpm
Td	0,12 mV
Re	± 0,02 mV

b) Amplificador

Amplificação:	10,00 X
Tensão de saída:	0 a 5 V
Td	0,00 V
Re	± 0,1%

c) Indicador digital

Faixa de indicação:	0 a 1999 mV
$E_{máx}$	± 4 mV

E8.8 Considere o seguinte sistema de medição:

a) Transdutor (termopar FeKo com gelo eletrônico)

Faixa de medição:	± 200 °C
Sensibilidade:	53 μV/K
Em toda a faixa de medição:	
$E_{máx}$	± 80 μV

b) Amplificador de sinal

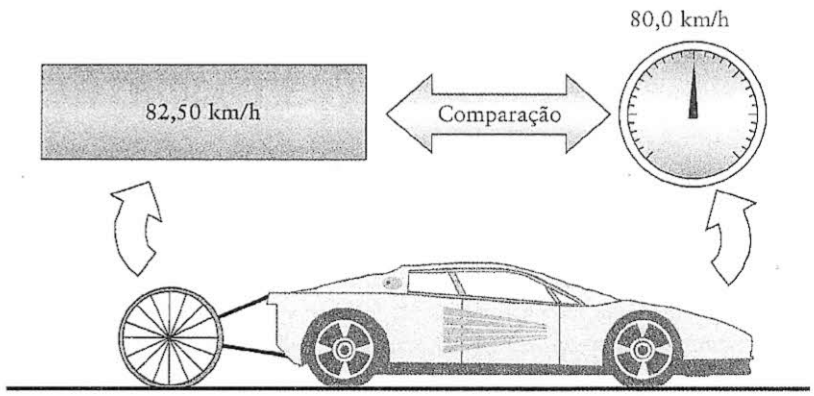
Faixa de medição:	± 50 mV na entrada
Amplificação:	2000 X
Td:	0,0 mV
Ruído:	± 0,2%
Estabilidade da sensibilidade:	– 0,1%/K

c) Indicador digital

Faixa de medição:	± 20 V na entrada
Erro máximo:	± 150 mV
Estabilidade do zero:	– 20 mV/K
Resolução:	0,002 V

Qual a temperatura medida quando a indicação direta é de 9,896 V sabendo que o local onde se encontra o sistema de medição está sujeito a variações não controladas de temperatura dentro da faixa (20 ± 10)°C?

E8.9 Em função de dezenas de reclamações de motoristas, que estariam sendo injustamente multados por excesso de velocidade ao passar por uma mesma lombada eletrônica, cuja velocidade máxima é de 60 km/h, o Detran contratou uma empresa para fazer uma verificação. Para tal, foi usado um automóvel equipado com um sistema para medição de velocidade do tipo "quinta roda", ilustrado na figura, composto dos seguintes elementos:



a) Gerador elétrico acoplado à quinta roda com:

Sinal proporcional à velocidade de:	10 mV/(km/h)
Faixa de medição:	0 a 120 km/h
Erro máximo de:	0,5%

b) Amplificador com ganho de 10 vezes

Correção:	–0,10 V na saída
Ruído:	± 0,05 V na saída

c) Dispositivo mostrador digital:

Erro máximo:	± 0,02 V

Sabendo que o Detran aplica multas somente quando a velocidade supera o limite nominal em 10% e que, a indicação direta do sistema tipo "quinta roda" era de 6,60 V quando a lombada eletrônica indicava 66 km/h, responda:

(a) O que é possível afirmar sobre o funcionamento da lombada? Os motoristas que reclamaram tinham razão?

(b) Para reduzir pela metade a incerteza do sistema tipo quinta roda, o que deveria ser feito? Que módulo(s) deveria(m) ser melhorado(s)? E de quanto?

9

CONTROLE DE QUALIDADE

Uma das operações mais importantes da metrologia industrial é o *controle de qualidade*. Cada produto[1] deve atender plenamente as especificações técnicas definidas pelo projetista de forma que possa cumprir com qualidade as funções para as quais foi desenhado. O *controle de qualidade* envolve um conjunto de operações de medição desenhado para assegurar que, apenas os produtos que atendam plenamente as especificações técnicas sejam comercializados. A qualidade de produtos ou serviços é um requisito fundamental para a sobrevivência de qualquer empresa.

Entretanto, fica uma pergunta no ar: se não existem processos de medição perfeitos, como é possível assegurar que certo produto atende às especificações? Esse assunto será tratado neste capítulo.

9.1 TOLERÂNCIAS

No dia-a-dia, o ser humano lida com muita naturalidade com imperfeições de vários tipos: as maçãs não são esféricas e freqüentemente apresentam pequenas manchas na casca, mas podem ser muito saborosas. Ao olhar de perto e com muita atenção, é possível perceber pequenas falhas na pintura de um automóvel novo. Há pequenos defeitos no reboco das paredes de uma casa. O asfalto da rodovia sempre apresenta pequenas ondulações, muitas vezes não-perceptíveis. Um microscópio pode revelar pequenas falhas no tecido da roupa que usamos. Até uma certa quantidade de microrganismos é aceitável na água que bebemos. Não é possível evitar essas imperfeições. Elas são naturais.

Da mesma forma, quando são fabricados produtos, as imperfeições estão presentes. Deve ser tomado cuidado para manter as imperfeições

1. O termo "produto" está aqui sendo usado de forma ampla para denominar componentes, subsistemas e sistemas completos.

146

dentro de faixas toleráveis, que não comprometam a função do produto. Por exemplo, o diâmetro de um cabo de vassoura normalmente é de 22 mm. Entretanto, se um cabo de vassoura possuir 23 mm de diâmetro, para o consumidor final a função de "segurar com firmeza e conforto" não será comprometida. É igualmente confortável e aceitável varrer com uma vassoura com cabo de 21 ou 23 mm de diâmetro. Não seriam aceitáveis cabos com 5 mm ou com 50 mm de diâmetro, mas qualquer diâmetro dentro da faixa de (22 ± 1) mm seria *tolerável* para o consumidor final. Assim, a faixa (22 ± 1) mm constitui a *tolerância* para o diâmetro do cabo da vassoura, considerando apenas o ponto de vista do consumidor final.

Tolerância é a faixa de variação aceitável para uma característica de um produto, definida de forma a garantir a qualidade com que ele realiza a função para a qual foi desenhado.

A definição da tolerância a ser atendida por um produto deve ser feita com base em uma análise ampla. Embora a tolerância do cabo de vassoura de (22 ± 1) mm seja aceitável do ponto de vista do usuário final, ela é inaceitável para o produto quando é levado em conta que o cabo de vassoura deve ser montado de forma firme na base da vassoura, sem folgas. Para que qualquer cabo de vassoura monte bem em qualquer base, é necessário definir convenientemente as tolerâncias para o diâmetro do cabo e do furo da base de vassoura. Assim, as tolerâncias mais estreitas devem ser estabelecidas para esses diâmetros de forma que a montagem sempre se dê de forma adequada, levando a uma vassoura em que o cabo não se solte com o uso e nem a base apresente fissuras.

Porém, tolerâncias demasiadamente estreitas envolvem processos de fabricação muito mais caros. A produção de cabos de vassoura com tolerância no diâmetro de (22,000 ± 0,001) mm seria caríssima. Seria também desnecessária considerando sua função. Visando encontrar um bom equilíbrio técnico-econômico, os projetistas então definem as *maiores tolerâncias possíveis* que, ao mesmo tempo, *preservem a qualidade* com que o produto realiza a sua função e *barateiem a produção*. O equilíbrio favorável da relação custo-qualidade deve ser sempre buscado.

Tolerâncias podem também ser estabelecidas por motivos comerciais. Por exemplo, ao comprar um saco de 500 g de café moído, o consumidor espera levar para casa 500 g de café moído. A máquina automática que

ensaca café não é perfeita. Pode produzir sacos com um pouco mais ou um pouco menos de 500 g. É algo natural. Os órgãos de fiscalização estabelecem, então, um limite: por exemplo, se o conteúdo de cada saco de café for mantido dentro do limite (500 ± 10) g, a pequena diferença, ora para mais, ora para menos, será aceitável para o consumidor final e para o fabricante. Nenhuma das partes estaria sendo severamente lesada. Outro exemplo é a tensão da rede de energia elétrica quando mantida, dentro do patamar (110,0 ± 5,5) V para evitar problemas nos equipamentos elétricos.

A faixa de variação aceitável embutida na tolerância pode, ou não, ser simétrica em torno do valor nominal. A especificação T = (110,0 ± 5,5) V é simétrica, como também T = 110 V ± 10% também o é. Há casos nos quais a faixa de variação não deve ser simétrica. Por exemplo, as tolerâncias,

$$T1 = 110V^{+5\%}_{-10\%}$$

e

$$T2 = 22^{+0,20}_{+0,00}$$

não são simétricas. A tolerância "T1" define como aceitável qualquer valor de tensão entre 110,0 V – 10% = 110,0 – 11,0 V = 99,0 V e o limite superior de 110,0 V + 5% = 110,0 + 5,5 V = 115,5 V. A tolerância "T2" acima é muito comum em desenhos mecânicos onde, por convenção, as dimensões são todas expressas em milímetros. A faixa de variação aceitável inicia-se em 22,00 mm e está limitada ao valor máximo de 22,20 mm.

Similarmente ao resultado de uma medição, a tolerância também é uma faixa de valores. Quando é simétrica, sua notação assemelha-se à do resultado de uma medição. É importante não confundi-las. A quantidade que segue o "±" de uma tolerância exprime a faixa de variação aceitável para uma característica de um produto. No resultado da medição, a incerteza é a faixa de dúvidas presente em uma medição.

9.2 ASPECTOS ECONÔMICOS DO CONTROLE DE QUALIDADE

Empresas são freqüentemente movidas por vários objetivos, entre eles, o de se manter no mercado, e, para tanto, é necessário gerar lucro. Empresas dependem da existência de clientes dispostos a comprar os seus produtos ou serviços, em vez de escolher os da concorrência. Para conquis-

147

tar clientes, é necessário oferecer produtos ou serviços com características competitivas em termos de qualidade e de custo, que mostrem vantagens em relação aos concorrentes. Qualidade e competitividade estão fortemente relacionadas. A competitividade de uma empresa expressa a sua capacidade de sobreviver e crescer no mercado à frente da concorrência.

O sucesso de uma empresa depende da sua capacidade em oferecer ao mercado produtos e serviços que atendam, ou superem, as expectativas dos consumidores a um preço competitivo e, muitas vezes, que satisfaçam condições impostas por normas ou barreiras técnicas. Para atingir uma boa condição no binômio custo-qualidade, é necessário um esforço em múltiplas frentes que passam por um projeto adequado, por meios e procedimentos de fabricação e de inspeção convenientemente dimensionados, pela identificação e o credenciamento de bons fornecedores, pelos aspectos organizacionais internos bem desenvolvidos, pelas ações de relacionamento com o mercado e atendimento ao cliente, entre outros.

O esforço pela qualidade tem um custo. A não-qualidade também custa muito caro. O ponto ótimo da política de qualidade de uma empresa deve ser encontrado entre os dois extremos formados por uma postura perfeccionista e uma postura completamente relaxada quanto à qualidade.

9.2.1 CUSTOS DA NÃO-QUALIDADE

A qualidade percebida pelo cliente final no produto ou serviço é um item essencial para manter a competitividade da empresa frente à concorrência. No entanto, por maior que seja o esforço pela qualidade, é praticamente impossível garantir que 100% das etapas dos processos produtivos, dos produtos e serviços, ocorram em plena conformidade. Em maior ou menor número, não-conformidades em processos, produtos e serviços ocorrerão e, de várias formas, provocarão *custos da não-qualidade*.

Os custos decorrentes de falhas nos produtos e processos, ocorridas internamente (dentro da empresa) e externamente (fora da empresa), são conhecidos como **custos da não-qualidade**.

São exemplos de custos da não-qualidade:

- desperdício de energia, matéria-prima e mão-de-obra gastas com itens reprovados no controle de qualidade;

- rejeição errônea de produtos de boa qualidade por erros de classificação no controle de qualidade;
- aprovação errônea de produtos fora das especificações por erros de classificação no controle de qualidade que chegarão até o consumidor final;
- atrasos na produção;
- custos com retrabalho de produtos defeituosos ou serviços mal executados;
- indenizações por perdas e danos a pessoas e ao meio ambiente;
- *recall* de produtos para troca ou conserto;
- perda de clientes para a concorrência;
- prejuízo na imagem da empresa.

Alguns desses custos podem reduzir significativamente a margem de lucro da empresa. Outros podem vir a ser fatais para a sua sobrevivência. Não são raros os casos de *recall* (chamada para troca gratuita) de itens de má qualidade, só detectados após a venda de um grande número de produtos, o que pode acabar custando muito caro. Indenizações milionárias para clientes lesados, ou multas milionárias por danos ao meio ambiente, podem ser suficientes para "quebrar" uma empresa.

A construção de uma boa imagem requer um grande e persistente esforço da empresa. São necessários anos de bons serviços e muito investimento em marketing para formar no consumidor uma associação entre a qualidade e a marca de uma empresa. Porém, a destruição dessa imagem pode vir a ocorrer com velocidade extremamente elevada, bastando um descuido com um aspecto da qualidade que seja impactante para o cliente. Um modelo de telefone celular problemático, a gasolina adulterada, a comida estragada em um restaurante, são alguns exemplos que podem afastar os consumidores de estabelecimentos comerciais.

9.2.2 CUSTOS DA QUALIDADE

Nos caminhos para minimizar os problemas da não-qualidade, empresas investem em pessoas, equipamentos e métodos de trabalho, que levem a uma melhoria na qualidade dos produtos. São exemplos:

- adquirir sistemas de produção novos, com melhor desempenho e automatizados;

- implementar mais estações de inspeção em várias fases do processo;
- adquirir sistemas de medição mais sofisticados para o controle de qualidade;
- calibrar mais freqüentemente os sistemas de medição;
- contratar pessoal mais especializado ou treinar melhor o pessoal para as operações de medição e controle de qualidade;
- adequar ambientes de medição, criando salas e laboratórios mais protegidos de influências ambientais.

Ao fazer esse investimento, a empresa estará agregando novos custos ao sistema produtivo. São os chamados *custos da qualidade*, que incluem todos os custos relacionados à avaliação e prevenção de não-conformidades.

Custos da qualidade são os custos relacionados com a avaliação e prevenção de não conformidades.

São exemplos de custos da qualidade:

- investimentos com a aquisição de novos sistemas de medição para o controle de qualidade;
- elevação de custos com inspeções mais freqüentes e demoradas;
- elevação de custos com mais pessoas envolvidas na área de qualidade;
- imobilização de capital com os equipamentos e salas de medição;
- elevação de custos com a manutenção e calibração de instrumentos.

9.2.3 CUSTOS TOTAIS DA QUALIDADE

A soma dos custos da qualidade com os custos da não-qualidade resulta nos custos totais da qualidade. A postura "relaxada" quanto à qualidade gera expressivos gastos com a não-qualidade: desperdícios, retrabalho, atrasos na produção e os efeitos indiretos relacionados à degradação da imagem da empresa. Esses custos tendem a ser maiores quanto maior for o "grau de relaxamento". Nesta condição, pequenos investimentos em qualidade tendem a reduzir muito os custos da não-qualidade. No outro extremo, está a postura perfeccionista, que almeja produzir 100% dos produtos dentro das especificações, o que eleva sensivelmente os custos da qualidade sem uma sensível redução nos custos da não-qualidade. Um equilíbrio deve ser obtido em uma região que minimiza os custos totais da qualidade. A Figura 9.1, a seguir, representa a composição dos custos totais da qualidade. Note que o ponto de mínimo não está em nenhum dos extremos. É nessa condição, de mínimos custos, que as empresas almejam trabalhar.

FIGURA 9.1 – Custos totais da qualidade calculados como a soma dos custos da qualidade com os custos da não-qualidade.

Os custos da qualidade englobam duas categorias: avaliação e prevenção. Cada uma dessas categorias proporciona ganhos diferentes em termos de redução de problemas. Investimentos em avaliação (compra de novos equipamentos, aumento da freqüência de inspeções, etc.) tendem a reduzir rapidamente custos com falhas externas. Isso se explica pelo fato de que produtos ruins são detectados de forma mais eficiente dentro da empresa e não vão para o mercado. No entanto, os custos com falhas internas não se alteram significativamente, se o investimento não for acompanhado da prevenção de não-conformidades.

Ao se investir na prevenção de problemas (novos equipamentos, otimização do processo, treinamento de pessoal, etc.), os custos com falhas externas reduzem-se ao longo do tempo, sendo também reduzidos os custos com falhas internas, pois os processos se tornarão mais capazes de produzir bons produtos. Embora os investimentos em prevenção não possuam efeitos tão imediatos quanto os investimentos em avaliação, promovem uma redução de custos bem maior a longo prazo. É o velho ditado sempre válido: "é melhor prevenir do que remediar".

9.3 ASPECTOS TÉCNICOS DO CONTROLE DE QUALIDADE

Há duas classes principais de controle de qualidade praticadas na indústria: controle por variáveis e controle por atributos. O controle de qualidade por variáveis compara numericamente um parâmetro quantitativo, associado à característica de qualidade do produto a avaliar, com a tolerância. Se estiver dentro da faixa especificada pela tolerância, o componente ou sistema é aprovado. A obtenção do parâmetro quantitativo é normalmente o resultado de uma operação de medição. O controle de qualidade de peças cujo diâmetro deva estar dentro da tolerância (12,50 ± 0,05) mm, quando realizado a partir de medições do diâmetro, é um exemplo de *controle de qualidade por variáveis*.

No **controle de qualidade por variáveis**, o valor numérico de um parâmetro do produto é comparado com os limites definidos pela tolerância.

No controle de qualidade por atributos, verifica-se uma ou mais características do componente ou sistema está presente ou ausente. Por exemplo, na etapa final do controle de qualidade de uma fábrica de geladeiras, deve-se verificar a existência de falhas perceptíveis na pintura. O resultado de uma inspeção visual será "sim" ou "não". Esse tipo de controle é denominado de *controle de qualidade por atributo*. Não envolve valores numéricos, apenas valores lógicos (verdadeiro ou falso).

No **controle de qualidade por atributos**, verifica-se a presença ou ausência de certas características do produto.

9.3.1 LIMITES DE ESPECIFICAÇÃO E INTERVALO DE TOLERÂNCIA

No controle de qualidade por variáveis, a tolerância representa a faixa de valores aceitáveis. Seus limites extremos são denominados de *Limites de Especificação*: o Limite Inferior da Especificação (LIE) e o Limite Superior da Especificação (LSE). Cada componente, cujas características estiverem dentro destes limites, deve ser aprovado pelo controle de qualidade por estar em conformidade com as especificações. A faixa delimitada pelos limites de especificação é também denominada de *zona de conformidade*.

Zona de conformidade é a faixa de valores compreendida entre os limites de especificação, definidos pela tolerância. Se a característica do produto avaliado estiver dentro da zona de conformidade, o produto é aprovado.

O valor numérico do intervalo, calculado pela diferença entre os limites superior e inferior de especificação, é denominado de *intervalo de tolerância*. A Figura 9.2 mostra esses três parâmetros para a tolerância de (500 ± 10) g. A zona de conformidade está entre 490 g e 510 g.

FIGURA 9.2 – Limite inferior da especificação (LIE), limite superior da especificação (LSE) e intervalo de tolerância (IT) para a tolerância de (500 ± 10) g.

9.3.2 LIMITES DE ACEITAÇÃO

As decisões no controle de qualidade por variáveis são tomadas com base nos resultados de medições da(s) característica(s) de interesse do produto. Entretanto, a qualquer resultado de medição estão associadas incertezas. São necessários alguns cuidados para evitar que a incerteza de medição possa levar à tomada de decisões erradas no controle de qualidade.

Por exemplo, a tolerância de (500 ± 10) g que deve ser obedecida para a quantidade líquida de café em pó deve estar presente em cada saco produzido. Para o controle de qualidade, foi selecionada uma balança, capaz de medir a massa líquida de café, que produz resultados com incerteza de medição de 4 g. Suponha que a massa líquida de um determinado saco de café foi medida, e encontrado o resultado de (493 ± 4) g. Para poder afirmar que esse saco de café está em conformidade com a tolerância, considere a representação gráfica da Figura 9.3. Note que a faixa correspondente ao resultado da medição está, em boa par-

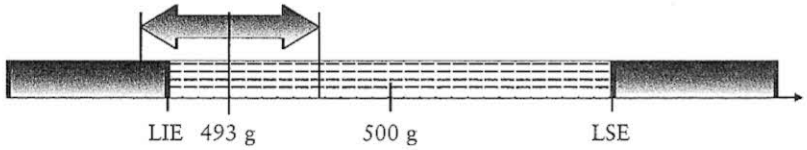


FIGURA 9.3 – Verificando se o saco de café com (493 ± 4) g atende à tolerância de (500 ± 10) g.

te, dentro da zona de conformidade, mas há uma parte que ultrapassa o limite inferior da especificação. Como o valor verdadeiro da massa líquida do saco de café pode ser qualquer valor dentro da faixa a que corresponde o resultado da medição, não é possível afirmar com segurança se o saco medido está em conformidade com a tolerância. Na dúvida, o saco de café deve ser reprovado pelo controle de qualidade.

A massa líquida de um segundo saco de café é medida. O resultado (502 ± 4) g é obtido. A Figura 9.4 deixa claro que, neste caso, a tolerância é obedecida com segurança e o saco pode ser classificado pelo controle de qualidade como em conformidade com a tolerância. Foi possível chegar a esta conclusão porque toda a faixa correspondente ao resultado da medição está integralmente dentro da zona de conformidade.

O conjunto de valores do resultado-base, para os quais todo o resultado da medição permanece integralmente dentro da zona de conformidade, é denominado de *zona de aceitação*. A Figura 9.5 representa a zona de aceitação. Seus limites são denominados de Limite Inferior de Aceitação (LIA) e Limite Superior de Aceitação (LSA). Note que a zona de aceitação é menor que a zona de conformidade de uma quantidade igual a duas vezes a incerteza de medição.

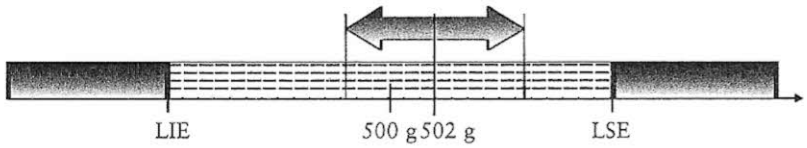


FIGURA 9.4 – Verificando se o saco de café com (502 ± 4) g atende à tolerância de (500 ± 10) g.

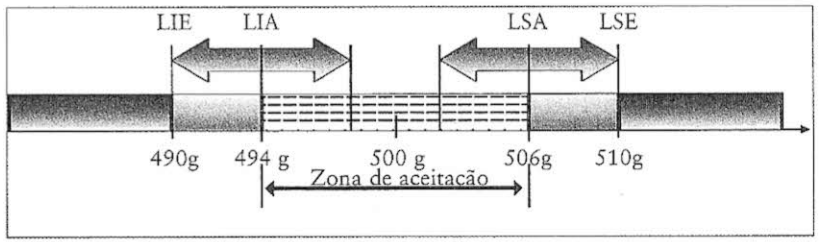


FIGURA 9.5 – Zona de conformidade para a tolerância (500 ± 10) g usando um processo de medição com incerteza de medição de 4 g.

Zona de aceitação é a faixa de valores dentro da qual o resultado-base deve se situar para que o produto seja aprovado no controle de qualidade.

Os limites da zona de aceitação são calculados a partir dos limites de especificação por

$$\begin{aligned} LIA &= LIE + IM \\ LSA &= LSE - IM \end{aligned} \qquad (9.1)$$

sendo:

LIA limite inferior de aceitação
LIE limite inferior de especificação
IM incerteza de medição
LSA limite superior de aceitação
LSE limite superior de especificação.

Do ponto de vista da produção, é interessante que a zona de aceitação se aproxime ao máximo da zona de conformidade. O número de peças com classificação duvidosa seria menor, o que reduziria a probabilidade de reprovação de componentes e sistemas que ainda atendam às especificações, ou seja, reduziria os custos na não-qualidade. A receita para isto é a melhora da incerteza do processo de medição, o que envolve custos adicionais: os custos da qualidade.

O ponto de equilíbrio que minimiza os custos totais da qualidade está entre dois extremos: o perfeccionismo e o relaxamento. Sua posição exata depende de cada caso. Entretanto, a experiência mostra que, em boa parte das situações de interesse industrial, a condição de equilíbrio é atingida quando a incerteza do processo de medição é da ordem de um décimo do intervalo de tolerância, isto é,

$$IM = \frac{IT}{10} \qquad (9.2)$$

sendo:

IM incerteza de medição do processo de medição
IT intervalo de tolerância ($IT = LSE - LIE$).

O valor calculado pela Equação (9.2) deve ser considerado como orientativo. Há situações nas quais o equilíbrio que minimiza os custos totais da qualidade é encontrado com proporções ligeiramente superiores ou inferiores às dadas pela Equação (9.2).

Considerando ainda a tolerância de (500 ± 10) g, a incerteza do processo de medição recomendada para o controle de qualidade é calculada pela Equação (9.2):

IM = IT/10 = 20/10 = 2 g.

A balança a ser usada no controle de qualidade deveria permitir a determinação do resultado da medição com incerteza de medição de 2 g. Se essa condição for atingida, calcula-se:

LIA = LIE + IM = 490 + 2 = 492 g
LSA = LSE − IM = 510 − 2 = 508 g.

A massa líquida de cada saco é medida e o seu resultado-base obtido. A condição de aceitação é a comparação do resultado-base com os limites de aceitação:

Se LIA ≤ RB ≤ LSA, o produto é aceito,
se RB < LIA ou RB > LSA, o produto é rejeitado.

Essa condição está ilustrada na Figura 9.6. Note que, também neste caso, o tamanho da zona de aceitação é menor que a zona de conformidade. Alguns componentes ou sistemas ainda estarão na zona de dúvidas, mas serão em proporção muito menor que o esperado no esquema da Figura 9.5.

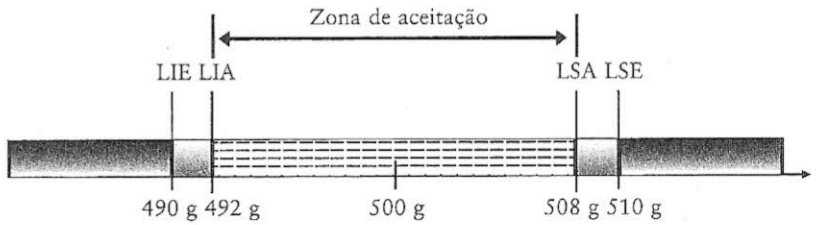


FIGURA 9.6 – Zona de aceitação para a tolerância (500 ± 10) g considerando a melhor relação custo-benefício.

9.3.3 LIMITES DE REJEIÇÃO

No controle de qualidade, os produtos que não estiverem dentro da zona de aceitação são rejeitados. Entre os rejeitados há alguns que claramente não atendem às especificações. Outros permanecem suficientemente próximos dos limites de especificação, de forma que ainda existam dúvidas se atendem ou não às especificações.

Define-se então os *limites de rejeição*, que estabelecem os limites para o resultado-base fora dos quais não há dúvidas sobre a não-conformidade dos componentes ou sistemas. A Figura 9.7 ilustra graficamente a construção desses limites.

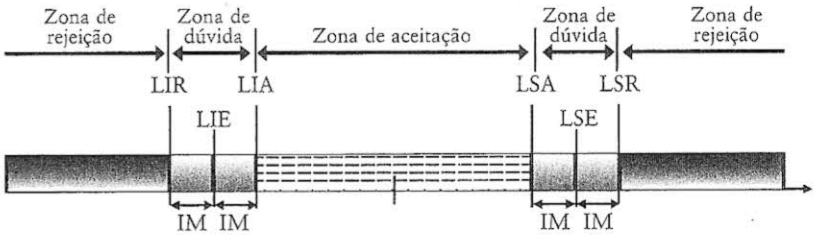


FIGURA 9.7 – Composição das zonas de aceitação, rejeição e dúvida.

Os **limites de rejeição** definem faixas nas quais não há dúvidas de que o produto não obedece à tolerância.

Os limites de rejeição são calculados a partir dos limites de especificação pelas seguintes equações:

$$LIR = LIE - IM \qquad (9.3)$$
$$LSR = LSE + IM$$

sendo:

LIR limite inferior de rejeição
LIE limite inferior de especificação
IM incerteza de medição
LSR limite superior de rejeição
LSE limite superior de especificação.

Para os produtos cujos resultados-base estiverem além dos limites de rejeição, não resta dúvida que não obedecem à tolerância. Entretanto, deve ficar claro que somente serão aprovados os produtos cujo respectivo resultado base esteja dentro da zona de aceitação.

9.3.4 ZONAS DE DÚVIDA

Os produtos cujas medições levarem a resultados-base situados dentro das zonas de dúvidas podem ou não obedecer à tolerância. Como há dúvida, não podem ser aceitos pelo controle de qualidade. Em um processo de fabricação bem balanceado e sob controle, o número de produtos que resultam dentro das faixas de dúvida é normalmente muito pequeno.

Em processos produtivos críticos pode ser interessante voltar a medir os produtos que se situarem dentro das zonas de dúvida. Nesses casos, é necessário utilizar um processo de medição que produza resultados de melhor qualidade. Assim, com a redução das incertezas do resultado, as zonas de dúvida também reduzirão seu tamanho. Como conseqüência, alguns produtos poderão vir a sair das zonas de dúvida para a nova zona de aceitação, ou de rejeição. Outros produtos ainda permanecerão dentro das zonas de dúvida. O uso de sistemas de medição de melhor qualidade, ambientes com melhor controle e mais estáveis, a correção dos erros sistemáticos ou a execução de medições repetidas, são recursos válidos para reduzir a incerteza do processo de medição.

Uma prática condenável, algumas vezes erroneamente adotada, é a medição repetida do produto que caiu em uma das faixas de dúvida, usando o mesmo processo de medição. Repetições são feitas até que, por obra do acaso, uma das medições caia dentro dos limites de aceitação, quando o produto é prontamente aceito. Esta prática não pode ser feita porque a probabilidade de aceitar erroneamente um produto que não atenda às especificações aumenta artificialmente para níveis inaceitáveis. Para reclassificar componentes que caem dentro das faixas de dúvida, é necessário utilizar outro processo de medição que resulte em melhores incertezas.

9.4 CONTROLE DE QUALIDADE EM 100% E CONTROLE DE QUALIDADE POR AMOSTRAGEM

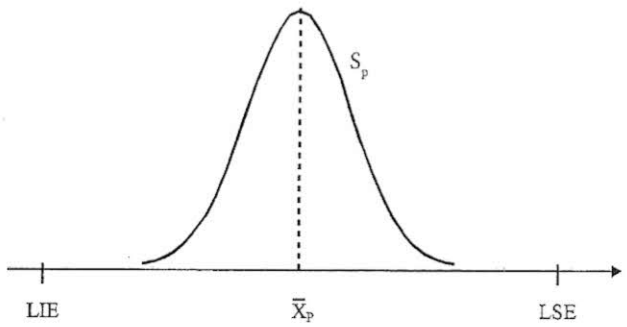
Seria ideal que toda a produção de uma unidade, ou de uma indústria, estivesse rigorosamente em conformidade com suas especificações. Há uma tendência de que cada produto seja individualmente submetido ao controle de qualidade e sua conformidade atestada. Efetua-se, então, o controle de qualidade de 100% da produção, às vezes denominado de *inspeção 100% da produção*.

No **controle de qualidade de 100% da produção**, todos os itens produzidos são individualmente avaliados e a sua conformidade verificada.

Quando a produção envolve um volume muito grande, ou quando algumas especificidades do produto assim o definirem, a inspeção em 100% da produção pode tornar-se técnica e/ou economicamente inviável. O investimento necessário, os tempos envolvidos e o volume de trabalho podem ser proibitivos.

Alguns processos produtivos são estáveis o suficiente para viabilizar o controle de qualidade por amostragem. A distribuição da Figura 9.8 representa as características naturais de um processo de fabricação de excelente capacidade. Os valores naturalmente obtidos para o parâmetro de interesse se dispersam muito pouco em torno do valor médio. A probabilidade é praticamente zero de que produtos sejam fabricados fora dos limites de especificação. Neste caso, não há necessidade de aplicar o controle de qualidade em 100% da produção.

A capacidade do processo é um índice que permite avaliar sua habilidade de, naturalmente, produzir dentro dos limites das especificações.



$$C_P = \frac{LSE - LIE}{6\ s_P} > 1{,}33$$

FIGURA 9.8 – Processo de fabricação com elevada capacidade (CP > 1,33).

Para calculá-lo, é necessário estimar a média e o desvio-padrão natural do processo, s_p. Sendo a distribuição do processo aproximadamente normal, há uma probabilidade de 99,7% de que as peças produzidas estejam dentro dos limites dados por $-3\ s_p$ e $+3\ s_p$. O índice de capacidade do processo é calculado dividindo o tamanho da faixa compreendida entre os limites de especificação por seis vezes o desvio padrão do processo,

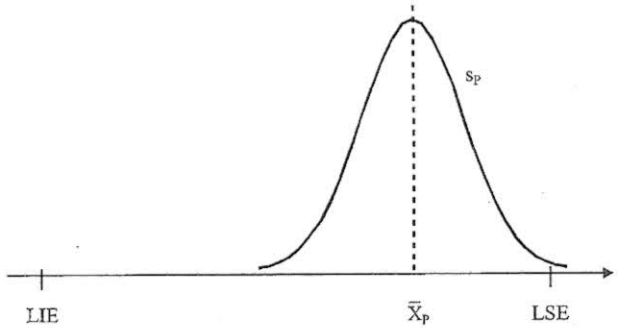
$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\ s_p} \qquad (9.4)$$

sendo:

C_p	índice de capacidade do processo
LIE e LSE	limites inferior e superior da especificação a ser atendida
s_p	estimativa do desvio-padrão natural do processo.

O índice de capacidade C_p é um número adimensional. Quando o seu valor supera 1,33, o processo é suficientemente capaz de operar sem o controle de qualidade em 100% da produção. A probabilidade de que peças sejam produzidas fora dos limites de especificações é tão pequena que pode ser desprezada.

Porém, não é prudente esperar que o processo continue eternamente estável e comportado. Variações naturais das condições de operação, como as variações de temperatura, das características da matéria-prima, da ação do operador e a degradação natural dos meios de produção, como o desgaste das ferramentas e das máquinas, podem trazer o processo para uma condição desfavorável, que leve à produção de um número acentuado de produtos fora das especificações. A Figura 9.9 mostra uma situação extrema. Embora a dispersão do processo seja pequena, o valor médio produzido está muito próximo do limite superior das especificações, elevando a probabilidade de que um número inaceitavelmente grande de peças possa ser produzido acima dos limites definidos pelas especificações.



$$C_P = \frac{LSE - LIE}{6\ s_P} > 1{,}33 \qquad C_{PK} = \frac{LSE - \bar{X}_P}{3\ s_P} < 1{,}00$$

FIGURA 9.9 – Processo com grande capacidade, porém, com valor médio afastado do valor central das especificações.

Embora a condição da situação ilustrada na Figura 9.9 seja inaceitável, o índice de capacidade C_p calculado é superior a 1,33, indicando uma condição favorável. Para quantificar o desvio da média do processo em relação ao valor médio da faixa de especificações, define-se outro índice de capacidade, o C_{PK}, calculado pela seguinte expressão:

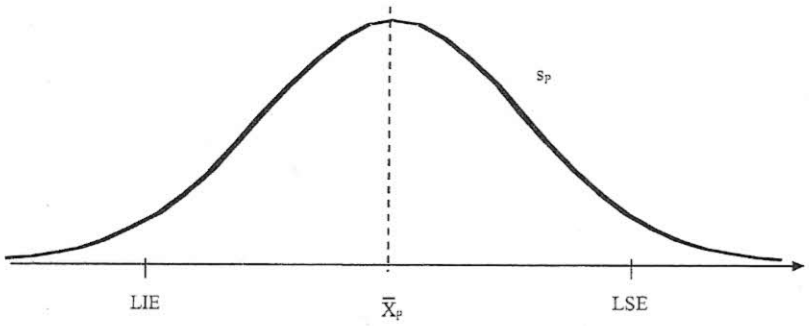
$$C_{PK} = \min\left(\frac{LSE - \bar{X}_P}{3\ s_P}, \frac{\bar{X}_P - LIE}{3\ s_P}\right) \qquad (9.5)$$

sendo:

C_{PK}	índice de capacidade para processos não centrados
LIE e LSE	limites inferior e superior da especificação a ser atendida
$\bar{X}_p$	estimativa da média natural do processo
s_p	estimativa do desvio-padrão natural do processo.

Se ambos os índices de capacidade C_p e C_{pK} superam o limite de 1,33, o processo é capaz e o controle de qualidade pode ser efetuado por amostragem.

A Figura 9.10 ilustra um processo cujo índice C_p é inferior a 1,00. Neste caso, a dispersão natural do processo é muito elevada. A probabilidade de que produtos sejam produzidos fora dos limites de especificações é muito grande, atingido níveis inaceitáveis. Nessas condições, o controle de qualidade tem de ser efetuado em 100% da produção. Deve-se avaliar as viabilidades técnica e econômica de investir no processo para reduzir a sua variabilidade. A aquisição de novas máquinas, a melhoria das condições ambientais, das ferramentas e da matéria-prima, bem como o treinamento de operadores, são aspectos a se considerar. Se melhorias suficientes não puderem ser efetuadas, não há outra alternativa que não seja o controle de qualidade em 100% da produção.



$$C_P = \frac{LSE - LIE}{6\, s_P} < 1{,}00$$

FIGURA 9.10 – Processo produtivo com baixa capacidade (CP < 1,00).

O controle de qualidade por amostragem envolve um esquema estatisticamente bem planejado. Normalmente, está associado a técnicas de *controle estatístico de processos*. Em essência, são extraídas amostras de produtos do processo em uma freqüência bem estabelecida, que pode variar de poucas peças por dia a várias peças por hora. Seus parâmetros de interesse são medidos e estatisticamente avaliados. Se o processo produtivo permanece estável, em uma situação próxima à da Figura 9.8, a produção deverá continuar sem intervenção. No momento em que são

detectadas tendências do processo em se aproximar da condição da Figura 9.9, uma intervenção deve ser efetuada no processo antes que peças fora das especificações venham a ser produzidas.

A estabilidade e as tendências do processo são normalmente detectadas através de dois tipos de gráficos denominados *gráficos de controle*: o *gráfico das médias* e o *gráfico das amplitudes*. O gráfico das médias registra a história evolutiva das médias do processo produtivo ao longo do tempo. Se fatores como o desgaste de ferramentas, a desregulagem de máquinas e os efeitos das condições ambientais estiverem degenerando as peças produzidas, essas causas provocarão alterações nos valores das médias que serão detectadas no gráfico. O gráfico das amplitudes mede, indiretamente, as variações do processo. Súbitos aumentos das variações do processo indicam a ação de uma causa atípica que perturba o processo. O fator que está causando tais variações deve ser identificado e corrigido para evitar que os produtos venham a ser produzidos fora das especificações.

A forma como o controle por amostragem age assemelha-se à de um malabarista-equilibrista. Procura-se manter o objeto equilibrado e age-se sobre ele cada vez que é percebida uma tendência em desequilibrar-se. Como resultado, o objeto equilibrado não cai.

9.5 POSICIONAMENTO DO CONTROLE DE QUALIDADE

O controle de qualidade pode estar situado em várias posições dentro de um processo produtivo. Pode ser realizado apenas no final do processo produtivo, entre as várias etapas de fabricação e mesmo durante a operação fabril. A decisão sobre a melhor estratégia de controle de qualidade depende das características do processo produtivo e possui grande impacto no custo total da qualidade.

No passado, era freqüente localizar o controle de qualidade apenas no final do processo produtivo. A Figura 9.11 representa essa opção. O produto acabado é medido e comparado com os limites de aceitação. Se aprovado, o produto é encaminhado ao cliente. Se reprovado, o produto pronto é refugado.

Há vantagens e desvantagens em situar o controle de qualidade apenas no final do processo produtivo. É comum que essa estratégia de controle envolva menor investimento inicial, uma vez que apenas uma estação é utilizada. O custo da qualidade é menor. Entretanto, aumentam os custos da não-qualidade. Embora em alguns casos o produto refugado possa

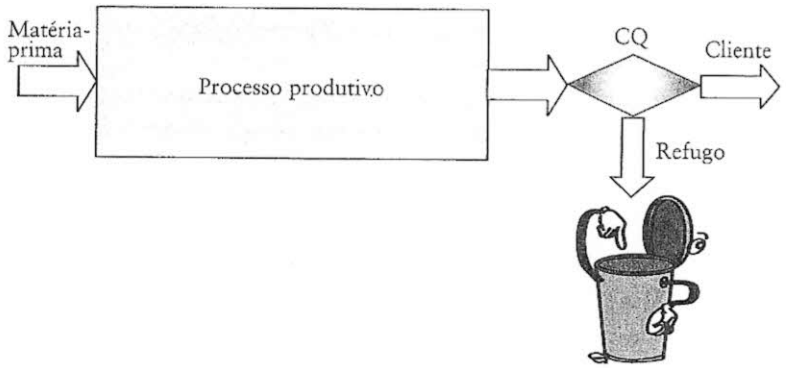


FIGURA 9.11 – Controle de qualidade (CQ) no final do processo produtivo.

ser remanufaturado ou sua matéria-prima reaproveitada, em muitos outros o produto refugado é uma perda total. Não somente a matéria-prima inutilizada é perdida, mas também todo o esforço necessário ao beneficiamento do produto, como a mão-de-obra, hora de máquina, desgaste de ferramentas e outros insumos. Essa estratégia pode ser uma boa opção para processos altamente capazes e produtos com baixo valor agregado pelo processo produtivo.

Além de separar os produtos que não atendem à tolerância, o controle de qualidade fornece informações importantes para ajustar e manter sob controle o processo produtivo. Por exemplo, se uma máquina de ensacar café produz embalagens com quantidades sistematicamente acima do valor especificado, essa informação, detectada no controle de qualidade, deve ser usada para regular a máquina e para regularizar a produção. Essa idéia, válida para o produto acabado, também pode ser estendida para as várias operações intermediárias de beneficiamento dentro de um processo produtivo. Surge assim o controle de qualidade entre as etapas de um processo produtivo, esquematizado na Figura 9.12.

O controle de qualidade é efetuado após cada etapa crítica do processo produtivo. O produto, ainda inacabado, é submetido ao controle de qualidade. As características do produto beneficiadas na etapa imediatamente anterior são medidas e comparadas com as tolerâncias internas do processo. Se aprovado, o produto inacabado segue em frente para as próximas etapas. Se refugado, é descartado, evitando os gastos que existiriam com o processamento nas etapas posteriores do processo produtivo. Muito importante ainda é a utilização das informações obti-

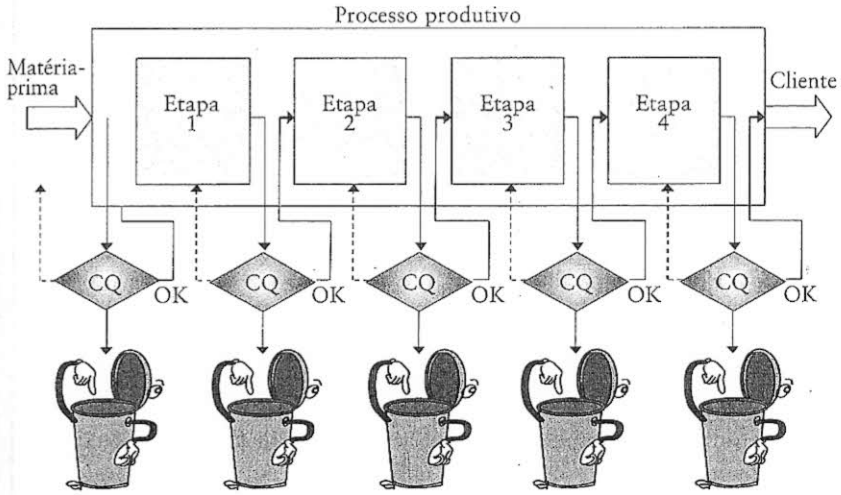


FIGURA 9.12 – Controle de qualidade (CQ) entre as várias etapas do processo produtivo.

das no controle de qualidade em uma etapa intermediária para detectar tendências no processo produtivo e agir sobre os meios de produção, atuando sobre regulagens e ajustes das máquinas para evitar que os produtos subseqüentes também estejam fora das especificações. Nesta modalidade, o controle de qualidade pode também existir na recepção da matéria-prima, realimentando o fornecedor em caso de não-conformidades. Pode também existir na etapa final do processo produtivo, aprovando ou não o produto acabado.

O custo da qualidade pode elevar-se consideravelmente com o investimento necessário para implantar as várias estações de controle de qualidade. Em algumas plantas industriais, o controle de qualidade pode ser efetuado em uma sala de medição, longe das máquinas produtoras. Os produtos devem ser transportados até o ambiente de medição, medidos e posteriormente transportados para a próxima etapa do processo produtivo. Essa estratégia é adequada para o controle por amostragem ou quando o volume de produção é muito pequeno. Nos demais casos, é necessário efetuar o controle de qualidade junto ao processo produtivo, o que pode envolver a aquisição ou desenvolvimento de sistemas e dispositivos de medição especializados.

Os custos da não-qualidade são reduzidos. O melhor controle sobre as etapas do processo produtivo leva à redução do número de produtos

acabados não-conformes. A economia efetuada quando evita-se que um produto já fora das especificações passe pelas etapas posteriores de beneficiamento pode ser substancial. No conjunto, as necessidades técnicas e as relações custo-benefício devem ser analisadas para que seja tomada uma decisão sobre quais etapas do processo produtivo devem ser seguidas de uma operação de controle de qualidade e qual o tipo de inspeção a ser praticado: envolvendo amostragem ou 100% da produção.

A medição dentro do processo produtivo é uma alternativa muito atrativa. Algumas máquinas produtoras são equipadas com sistemas de medição integrados, permitindo medições freqüentes durante o processo produtivo. As medições efetuadas são usadas para realimentar a própria máquina, contribuindo fortemente para manter as características de interesse do produto dentro da faixa de tolerância. Alguns sistemas de medição operam de forma intermitente, isto é, períodos de fabricação são intercalados com momentos nos quais a fabricação é interrompida para que o sistema de medição atue. Outros podem operar de forma simultânea com a operação de fabricação.

A Figura 9.13 ilustra um exemplo de medição contínua dentro do processo produtivo. O eixo, representado em corte na figura, está sendo usinado com o auxílio de um rebolo cilíndrico. O eixo e o rebolo giram no sentido anti-horário. O material do eixo é gradativamente removido por abrasão pelo rebolo, reduzindo progressivamente seu diâmetro. O diâmetro do eixo é continuamente monitorado por um par de sensores com contato mecânico, providos de pontas de contato especiais, fortemente resistentes ao desgaste. O valor do diâmetro é medido e comparado com o valor alvo. O resultado da comparação é analisado pelo processador do sistema que controla o avanço do rebolo para aproximar o diâmetro do eixo do valor desejado. O movimento do rebolo deverá ser proporcional à diferença entre o valor medido e o valor-alvo. Este sistema tem a capacidade de automaticamente compensar o desgaste natural do rebolo, mantendo as características da peça produzida sempre estáveis, estando o processo de medição em boas condições. Com esta estratégia, é teoricamente possível produzir com refugo zero.

Ainda é pequeno o número de meios de produção que possuem sistemas de medição integrados, mas há uma tendência crescente. O investimento inicial é consideravelmente maior. Porém, a operação automática dispensa o uso intensivo de mão-de-obra, o que reduz os custos da qualidade, e, ao mesmo tempo, aumenta a confiabilidade do processo, o que reduz os custos da não-qualidade. O balanço dos custos totais da qualidade deve ser realizado e usado como parâmetro para a tomada de decisão sobre a viabilidade em adotar a estratégia de controle de qualidade dentro dos meios de produção.

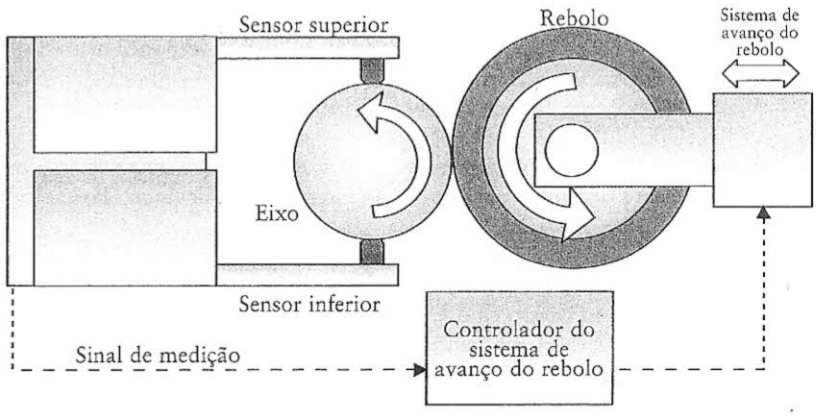


FIGURA 9.13 – Medição contínua dentro do processo produtivo.

A decisão sobre a melhor estratégia de posicionamento do controle de qualidade dentro de um processo produtivo é balizada por aspectos técnicos e econômicos. Seja qual for a alternativa adotada, não se pode abrir mão da garantia de que o produto atenda plenamente as especificações e as tolerâncias. A viabilidade técnica de realizar o controle de qualidade dentro da unidade fabril pode ser um fator restritivo que impeça esta alternativa. Economicamente, os custos totais da qualidade devem ser comparativamente avaliados em todas as configurações possíveis. O investimento inicial, o custo operacional e a economia com a minimização de refugos e retrabalhos devem ser cuidadosamente avaliados.

9.6 PROBLEMAS RESOLVIDOS

Exemplo 9.1:

Em um processo produtivo, resistores elétricos de 1500 Ω devem ser produzidos dentro da tolerância de ± 5%. Defina as características recomendadas para um ohmímetro indicado para efetuar o controle de qualidade e defina os limites de aceitação que devem ser adotados no controle de qualidade.

157

Solução:
A tolerância a ser obedecida em termos absolutos corresponde a:
$T = (1500 \pm 150)\ \Omega$
O intervalo de tolerância é calculado por:
$IT = LSE - LIE = 1650 - 1350 = 300\ \Omega$
É recomendável que a incerteza de medição do processo de medição a ser usado seja da ordem de um décimo do intervalo de tolerância. Portanto:
$IM = IT/10 = 300/10 = 30\ \Omega$
Assim, o ohmímetro a ser usado deve permitir medir resistências e produzir um resultado com incerteza de medição de 30 Ω. Uma boa alternativa é utilizar um ohmímetro cujo erro máximo seja dessa ordem, o que evitará a necessidade de efetuar cálculos adicionais para corrigir os erros sistemáticos.
Para estas condições, os limites de aceitação serão:
$LIA = LIE + IM = 1350 + 30 = 1380\ \Omega$
$LSA = LSE - IM = 1650 - 30 = 1620\ \Omega$
A estratégia de controle deve envolver a comparação do resultado-base com esses limites e:
aprovar o resistor se $1380\ \Omega \leq RB \leq 1620\ \Omega$,
rejeitar o resistor se $RB < 1380\ \Omega$ ou se $RB > 1620\ \Omega$.

Exemplo 9.2:
Um radar automotivo deve ser regulado para fotografar automaticamente e aplicar multas em automóveis que trafeguem acima da velocidade máxima permitida em um trecho, no qual ela é de 60 km/h. Esse tipo de radar mede a velocidade do automóvel com incerteza máxima de 5 km/h. Considera-se ainda que velocímetros de automóveis possam apresentar incertezas que cheguem a 10% do valor indicado no máximo. De que forma o radar deve ser regulado para aplicar multas?
Solução:
Em função da incerteza de ± 10% do velocímetro, é possível que um automóvel, cujo velocímetro indique exatamente 60 km/h, esteja, de fato, trafegando a 66 km/h. O motorista, neste caso, não deveria ser multado se a falha for apenas do velocímetro. Esse deverá ser o limite superior da velocidade permissível para o trecho.
Por sua vez, o radar mede a velocidade de automóveis com incertezas de até 5 km/h. Para afirmar com segurança que a velocidade de um automóvel supera o limite superior da velocidade permissível, é necessário adicionar o valor da incerteza a ele:
$66 + 5 = 71$ km/h
Assim, as multas devem ser aplicadas aos automóveis cujo resultado-base da medição da velocidade pelo radar supere os 71 km/h.

9.7 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- O controle de qualidade é o conjunto de operações desenhadas para assegurar que produtos atendam plenamente as especificações técnicas.
- Tolerância é a faixa de variação aceitável para uma característica de um produto, definida de forma a garantir a qualidade com que ele realiza a função para a qual foi desenhado.
- Qualidade gera custos. A não-qualidade também gera custos. A soma desses dois custos forma os custos totais da qualidade, que devem ser minimizados.
- Os custos decorrentes de falhas nos produtos e processos ocorridas internamente (dentro da empresa) e externamente (fora da empresa) são conhecidos como custos da não-qualidade.
- Custos da qualidade são os custos relacionados com a avaliação e prevenção de não-conformidades.
- O controle de qualidade pode ser realizado por variáveis ou por atributos.
- No controle de qualidade por variáveis, o valor numérico de um parâmetro do produto é comparado com os limites definidos pela tolerância.
- No controle de qualidade por atributos, verifica-se a presença ou ausência de certas características do produto.
- Zona de conformidade é a faixa de valores compreendida entre os limites de especificação, definidos pela tolerância. Se a característica do produto avaliado estiver dentro da zona de conformidade, o produto é aprovado.
- Uma boa condição de equilíbrio na relação custo-benefício no controle de qualidade é atingida quando a incerteza de medição é da ordem de um décimo do intervalo de tolerância.
- Zona de aceitação é a faixa de valores dentro da qual o resultado-base deve se situar para que o produto seja aprovado no controle de qualidade. É definida pelos dois limites:
$$LIA = LIE + IM$$
$$LSA = LSE - IM$$
- Produtos só devem ser aprovados se o resultado-base da medição estiver dentro dos limites da zona de aceitação, isto é, se a seguinte desigualdade for satisfeita:
$$LIA \leq RB \leq LSA$$
- A capacidade do processo é um índice que permite avaliar a habilidade do processo para naturalmente produzir produtos dentro dos limites das especificações.
Há dois índices que medem a capacidade do processo: CP e CPK, calculados por:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\,s_p} \quad \text{e} \quad C_{PK} = \min\left(\frac{LSE - \overline{X}_p}{3\,s_p}, \frac{\overline{X}_p - LIE}{3\,s_p}\right)$$

- Se $C_p > 1{,}33$ e $C_{PK} > 1{,}33$, o processo é dito capaz.
- Processos produtivos capazes podem ter o controle de qualidade realizado por amostragem. Análises estatísticas são realizadas com base em amostras regularmente retiradas do processo produtivo.
- Processos produtivos não capazes devem ter o controle de qualidade realizado para 100% da produção.
- O controle de qualidade pode ser posicionado no final do processo produtivo, entre etapas do processo produtivo ou simultaneamente ao processo produtivo.
- O controle de qualidade no final do processo aprova ou refuga a peça pronta. O custo da qualidade é menor, mas aumenta o custo da não-qualidade.
- O posicionamento do controle de qualidade entre as etapas do processo produtivo permite detectar e corrigir causas especiais de problemas as quais afetam a qualidade do produto nas etapas intermediárias.
- Alguns meios de produção permitem a medição simultânea ao processo produtivo.
- A decisão sobre a melhor estratégia de posicionamento do controle de qualidade depende de aspectos técnicos e econômicos.

9.8 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E9.1 Com a intenção de efetuar o controle de qualidade do processo produtivo apresentado no Exemplo 9.1 do item 9.6, dispõe-se de um ohmímetro capaz de medir resistências elétricas da ordem de 1500 Ω com repetitividade de 15 Ω e para o qual deve ser aplicada uma correção de C = -20 Ω. Pergunta-se:

a) Esse ohmímetro pode ser usado para efetuar o controle de qualidade? É necessário aplicar a correção ou esta pode ser ignorada?
b) Defina os limites da zona de aceitação e o procedimento a ser usado para fazer o controle de qualidade dos resistores.
c) Um resistor cuja indicação direta mostrada pelo ohmímetro é de 1490 Ω deveria ser aprovado ou rejeitado?

E9.2 Um fabricante de pregos deve garantir que o diâmetro de um certo modelo de prego sempre esteja dentro da tolerância (3,20 ± 0,08) mm.

a) Especifique as características metrológicas de um sistema de medição apropriado para verificar se pregos atendem a essa tolerância.

b) Defina os limites das zonas de aceitação, rejeição e dúvida para este caso.
c) Especifique detalhadamente os passos de um procedimento a ser seguido por operários para verificar se um dado prego atende à tolerância.

E9.3 A polia de um motor de toca-discos deve possuir dimensões dentro da tolerância de (15,00 ± 0,02) mm. Especifique as características necessárias a um processo de medição adequado para classificar as peças disponíveis como dentro ou fora da tolerância (incerteza necessária ao processo de medição, limites das zonas de aceitação, dúvida e rejeição e os procedimento para fazer o controle de qualidade).

E9.4 Para controlar o teor alcoólico de duas modalidades de vinhos tintos, uma vinícola dispõe de um medidor capaz de indicar o teor volumétrico de álcool no vinho com incerteza de 2 mL/L. A especificação do teor alcoólico do vinho A é de 100 a 130 mL/L e do vinho B de 110 a 120 mL/L. Pergunta-se se esse medidor é apropriado para medir o teor alcoólico dos dois tipos de vinhos produzidos. Caso positivo, estabeleça os limites de aceitação. Caso negativo, indique que características seriam necessárias ao sistema de medição e, nessas condições, quais devem ser os limites de controle?

E9.5 Uma empresa produtora de latas de óleo vegetal foi multada porque o volume de óleo constante em uma das latas retiradas de um lote de produção foi medido como (880 ± 12) ml quando a tolerância para esse tipo de embalagem é de 900 ml ± 1%. Pergunta-se: a multa foi justa? Justifique a sua resposta.

10

SELEÇÃO DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO

O panorama tecnológico atual da área de metrologia é marcado pela existência de uma grande diversidade de sistemas de medição. Para um mesmo mensurando, é possível encontrar no mercado vários sistemas de medição com diferenças em relação ao princípio de operação, ao nível de incerteza de medição que pode ser atingido, ao grau de automatização e sofisticação operacional, à robustez, aos fabricantes e marcas e, obviamente, com expressivas diferenças em relação ao custo inicial e ao custo operacional.

Essa diversidade de opções traz, ao mesmo tempo, um conforto e um desconforto para o metrologista. Por um lado, dá a oportunidade de que o processo de medição seja configurado de modo otimizado para atender necessidades específicas. Por outro lado, com tantas opções disponíveis, chegar à melhor escolha pode não ser uma tarefa muito simples. Sem uma análise criteriosa, aumentam e muito as chances de que o metrologista selecione m sistema de medição com características inadequadas ao processo de medição. Longe da pretensão de ser um guia completo para selecionar sistemas de medição, este capítulo apresenta alguns aspectos e reflexões que ajudam o metrologista na difícil tarefa de selecionar um sistema de medição adequado às necessidades específicas da tarefa de medição.

10.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Especificar um único sistema de medição de uso geral, destinado a uma oficina ou um laboratório para atender uma possível futura demanda, é uma tarefa que exige reflexão e demanda um certo investimento inicial. Especificar um conjunto de sistemas de medição para atender às necessidades específicas de um processo produtivo, no qual um expressivo volume de peças deva ser medido com grande velocidade, é

J60

uma tarefa que requer reflexões e avaliações muito mais aprofundadas. O montante de investimento inicial, os custos operacionais, a confiabilidade metrológica, a produtividade e a manutenibilidade, são alguns dos fatores técnicos, econômicos e logísticos de grande impacto que decorrem da seleção efetuada (Figura 10.1).

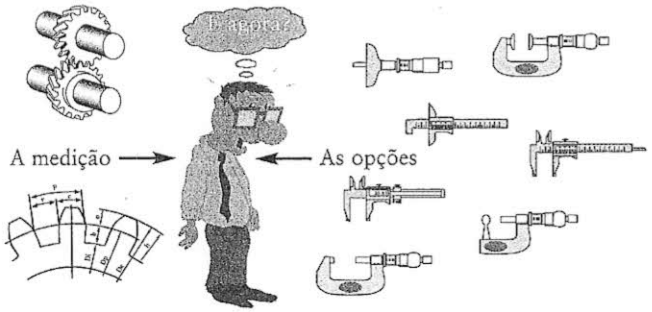


FIGURA 10.1 – Confrontação dos requisitos da medição com os sistemas de medição disponíveis.

A seleção de um sistema inadequado para uma tarefa de medição pode levar a problemas como:

- resultados com incerteza de medição incompatível com as necessidades;
- manutenções muito freqüentes nos sistemas de medição e vida útil mais curta;
- operação difícil, cara e/ou demorada;
- difícil integração com sistemas computacionais ou outros sistemas preexistentes;
- custos de aquisição e/ou de manutenções e calibrações excessivamente elevados;
- assistência técnica deficiente ou inexistente;
- erros de classificação excessivos no controle de qualidade ou do processo;
- má qualidade final dos produtos.

O ponto de partida para a seleção de um sistema de medição é a ampla caracterização da tarefa de medição. Sem definir claramente o

que se pretende, não é possível fazer uma seleção consciente, que atenda aos múltiplos aspectos da aplicação.

A seleção de um sistema de medição deve levar em conta aspectos técnicos, econômicos e logísticos. Os aspectos técnicos são norteados pelas necessidades técnicas do processo para o qual as medições são realizadas. A análise dos custos e benefícios de uma dada seleção de um sistema de medição são aspectos envolvidos na avaliação econômica. Aspectos logísticos envolvem a observação de itens como os prazos de entrega, a assistência técnica, manutenções, calibrações e possibilidade de atualizações.

Neste capítulo, cada um desses aspectos será detalhado. A seleção deverá ser influenciada pela avaliação conjunta de todos os aspectos simultaneamente.

10.2 CARACTERIZAÇÃO DA TAREFA DE MEDIÇÃO

As principais características requeridas para a tarefa de medição a realizar devem ser muito bem definidas. A especificação clara de um conjunto de parâmetros irá ser decisiva para a seleção de um sistema de medição adequado. A Tabela 10.1 apresenta uma sugestão de doze itens que ajudam a especificar melhor a tarefa de medição a ser realizada. Parâmetros adicionais podem vir a ser convenientes para ajudar na seleção de sistemas de medição para aplicações muito específicas. Cada um desses parâmetros será comentado na seqüência.

TABELA 10.1 – Parâmetros que caracterizam a tarefa de medição

Aspecto a considerar	Descrição
O que medir	Caracterizar plenamente o mensurando. Deve ficar claro o porquê de medir, o que medir, em que posição medir e quantas vezes repetir. Deve também ser definido se há interesse no valor médio do mensurando ou no valor em um momento ou posição predefinida.
Por que medir	Explicar as razões por que as medições são necessárias e qual a sua utilidade no contexto da aplicação.
Onde medir	Onde as medições devem ser efetuadas: no laboratório de medição? Integradas ao processo produtivo? Ao lado do processo produtivo? Em locais variáveis (requerem sistema portátil)?

(continua)

TABELA 10.1 – (*Continuação*) Parâmetros que caracterizam a tarefa de medição

Aspecto a considerar	Descrição
Como medir	Descrever particularidades ou técnicas especiais relativas à forma de efetuar a medição. Deixar claro se algum período de tempo ou condição devem ser observados antes de a medição ser efetuada
Faixa de medição	De acordo com as características do processo produtivo, descrever a faixa de valores esperada para o mensurando. Considerar a presença de peças fora das faixas de tolerância. Se conveniente, considerar atuais e possíveis futuros modelos de peças a medir
Incerteza de medição	Especificar os níveis de incerteza necessários ao processo de medição. Considerar um décimo do intervalo de tolerância como valor alvo típico
Resolução	Definir a resolução necessária ao indicador do sistema de medição
Velocidade de medição	Especificar o número de medições que devem ser realizadas por unidade de tempo ou, alternativamente, o tempo necessário para completar a medição de um item
Taxa de medição	No caso de grandezas dinâmicas, especificar o número de medições seqüenciais que devem ser adquiridas por segundo.
Condições de medição	Especificar as condições do ambiente de medição como a faixa de temperatura, a presença de vibrações, a existência de sujeira ou outros contaminantes, a presença de campos eletromagnéticos, etc. Outras condições de uso relevantes devem também ser especificadas
Nível de automação	Especificar se é desejada medição totalmente computadorizada, parcialmente computadorizada ou totalmente manual
Recursos de processamento	Caso medições total ou parcialmente automatizadas venham a ser utilizadas, especificar os recursos de processamento e representação de resultados requeridos. Gráficos, base de dados, relatórios e controle estatístico de processos são alguns exemplos
Outros requisitos	Incluir alguma outra particularidade específica

10.2.1 O QUE MEDIR?

Clareza é uma virtude. É melhor correr o risco de pecar por excesso de clareza do que pela sua falta, logo, a definição do mensurando deve ser muito clara. Muitas vezes, o mensurando é facilmente definido, como são os casos da massa bruta de um saco de café, da tensão elétrica de uma pilha, ou da corrente elétrica que flui pelo filamento de uma lâmpada 30 s após ela ser submetida a uma tensão contínua de 12 V.

A temperatura de um congelador, a espessura de uma chapa de plástico laminada e o pH de um produto químico são exemplos de mensurandos que precisam de uma definição mais completa. Como todos apresentam valores que podem variar em função da posição ou do tempo, é necessário definir se há interesse sobre o valor médio, no valor em um dado tempo ou em uma posição no espaço, ou se há interesse em um dos valores extremos (mínimo ou máximo). Sem uma definição clara, há margem para múltiplas interpretações.

Ao especificar a tarefa de medição, deve-se resistir à tentação de definir um número desnecessariamente grande de parâmetros, que exceda o conjunto mínimo necessário para caracterizar o produto medido. A tarefa de medição pode se complicar desnecessariamente.

10.2.2 POR QUE MEDIR?

Quando deixa-se bem claro o porquê de se realizar a medição, torna-se mais fácil definir qual(ais), o(s) parâmetro(s) que realmente são importantes para o processo produtivo e que devem ter maior peso no processo de seleção. A utilidade que se pretende dar aos resultados das medições deve ser clara. Por exemplo, poderão ser usados no controle de qualidade de um processo produtivo, em uma pesquisa científica para comprovar a existência de um novo efeito ou em campo para avaliar a gravidade e extensão de um acidente ecológico.

10.2.3 ONDE MEDIR?

Precisa ficar claro o local onde as medições devem ser realizadas. Pode ser no laboratório de metrologia, que deverá estar em condições favoráveis. Há casos nos quais é conveniente que a medição possa ser feita

em locais variados, requerendo um sistema de medição portátil. Pode ser necessário medir ao lado da máquina que fabrica o produto a ser medido. É possível até que seja necessário medir dentro da máquina produtora de forma intermitente ou mesmo simultânea, com a produção.

10.2.4 COMO MEDIR?

O procedimento de medição deve ser bem definido. Pode ser muito óbvio em grande parte dos casos, e nem tanto em outros. A definição precisa do procedimento de medição é condição necessária para que as medições possam ser reproduzidas com confiabilidade por diferentes pessoas, e em diferentes locais e momentos.

Em função das particularidades do mensurando, pode ser conveniente aguardar um certo tempo, ou uma dada condição, antes de a medição ser efetuada. Por exemplo, para medir a potência máxima que um motor de combustão interna produz, é necessário aguardar vários minutos até que o motor atinja a temperatura usual de funcionamento. Em uma outra hipótese, pode ser necessário um procedimento especial, como seria o caso de desengraxar uma peça mecânica com um certo solvente antes de medir uma característica dimensional.

Em alguns casos, é conveniente descrever o próprio "algoritmo" de medição. Exemplo: medir o diâmetro interno do cilindro, a 5 mm do topo, em quatro posições angulares formando 0°, 45°, 90° e 135° com o eixo X e registrar o valor médio, as posições e valores do mínimo e máximo diâmetro encontrados.

10.2.5 FAIXA DE MEDIÇÃO

Em função das características e particularidades da aplicação, deve ser especificada a faixa de valores esperada para o mensurando. Quando o sistema de medição é destinado a controlar uma tolerância, é conveniente especificar a faixa de medição como um intervalo ligeiramente maior que os limites da tolerância, prevendo a provável ocorrência de itens a medir abaixo e acima dos limites, conforme Figura 10.2.

Em uma empresa onde muitas medições devem ser realizadas, pode ser conveniente avaliar o conjunto de todas as medições necessárias.

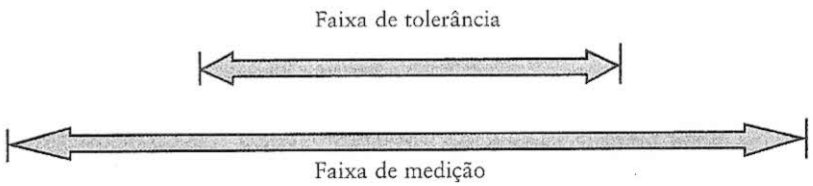


FIGURA 10.2 – A extensão da faixa de medição deve ser maior que a da faixa de tolerância.

Não é raro que a faixa de medição possa ser especificada de forma que o mesmo sistema de medição atenda a outra faixa de tolerância, com limites próximos à primeira. Esta observação vale para atuais e futuras aplicações que possam vir a se configurar.

Ao especificar a extensão da faixa de medição, é preciso estar consciente da relação de compromisso existente entre três aspectos: (a) a extensão da faixa de medição; (b) a incerteza de medição que pode ser obtida; e (c) o custo do sistema de medição. Faixas de medição pequenas normalmente estão associadas a um excelente desempenho metrológico do sistema de medição e a um custo aceitável. Um sistema de medição com faixa de medição extensa e capaz de medir com incertezas excelentes é muito caro.

10.2.6 INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Nas aplicações envolvendo controle de qualidade, a incerteza de medição, resultante do processo de medição, deve estar em acordo com a Equação (9.2), que estabelece que seja da ordem de um décimo do intervalo de tolerância. Deve ser esse o valor alvo:

$$IM = \frac{IT}{10}$$

sendo:

IM incerteza do processo de medição
IT intervalo de tolerância.

Em aplicações não destinadas ao controle de qualidade, a incerteza necessária ao processo de medição pode ser fixada em função de requisitos técnicos ou com base em normas e recomendações técnicas.

10.2.7 RESOLUÇÃO

A resolução requerida para o dispositivo mostrador do sistema de medição deve ser especificada. Se for excessivamente grosseira, não será adequada para registrar pequenas variações significativas do mensurando e degradará a incerteza do processo de medição. Se for excessivamente pequena, poderá dificultar ou tornar cansativa a leitura do dispositivo mostrador, nos casos em que a leitura não seja feita de forma automatizada, e trazer algarismos adicionais que não possuem significância. Embora não exista uma regra rígida que defina o valor adequado da resolução, é razoável adotar resolução da ordem de 1/20 do intervalo de tolerância, isto é:

$$R = \frac{IT}{20}$$

sendo:

R resolução do dispositivo mostrador do sistema de medição
IT intervalo de tolerância.

10.2.8 VELOCIDADE DE MEDIÇÃO

Deve ser especificado o tempo máximo admissível para completar a medição de uma peça, de acordo com as necessidades do processo produtivo. Alternativamente, o número de peças medidas por minuto, hora ou segundo, pode ser especificado. Esse parâmetro deve ser definido com muito cuidado, pois possui grande impacto econômico na seleção do sistema. Se o tempo de medição for excessivamente curto, poderá ser necessária a utilização de mais de um sistema para operar em paralelo.

10.2.9 TAXA DE MEDIÇÃO

Quando o mensurando varia ao longo do tempo, o sistema de medição deve ter capacidade de acompanhá-lo e registrá-lo. Nesses casos, a taxa de medição deve ser compatível com a taxa de variação do mensurando. Em alguns processos de medição esse requisito pode ser crítico.

Seja, por exemplo, um teste de impacto de veículos denominado de *crash-test*. O veículo é instrumentado com diversos sensores, é posto em

alta velocidade e colide contra uma barreira fixa. Durante as frações de segundo em que o impacto ocorre, os sistemas de medição precisam registrar, de forma detalhada, como evolui cada grandeza avaliada (forças, deslocamentos, acelerações). Para isso, a resposta dinâmica e a taxa de medição dos sistemas precisam ser rápidas o suficiente, caso contrário muita informação deixará de ser registrada, omitindo aspectos que podem ser importantes.

Quando o mensurando varia ao longo do tempo, é necessário especificar o número de medições que devem ser realizadas por unidade de tempo. Para sinais periódicos, normalmente utiliza-se o teorema de Nyquist, o qual especifica que a taxa de medição deve ser pelo menos o dobro da freqüência do harmônico de maior freqüência presente no sinal a medir. Por exemplo, para medir um sinal senoidal periódico de 60 Hz, o teorema de Nyquist especifica que é necessário amostrar o sinal com pelo menos 120 medições por segundo (120 Hz). Já em um sinal quadrado de 60 Hz estão presentes vários harmônicos de ordens mais altas, cujas freqüências são múltiplos inteiros de 60 Hz. Para registrar até o décimo harmônico, cuja freqüência é de 600 Hz, é necessário amostrar o sinal em pelo menos 1200 Hz.

Alternativamente, é possível tomar algumas decisões com base em uma análise gráfica. Para isso, é necessário dispor de um registro prévio e fiel da forma de variação de um sinal dinâmico, obtido com um sistema de medição com características dinâmicas muito superiores. A taxa de medição adequada pode ser definida com base no número de subdivisões aceitáveis para reproduzir suficientemente bem a forma do sinal a medir.

10.2.10 CONDIÇÕES DE MEDIÇÃO

Devem ser especificadas as condições em que as medições serão realizadas. Condições ambientais, como a faixa de temperatura, são muito importantes para a medição de comprimentos, mas podem também ter grande influência na medição de outras grandezas. A presença de contaminantes como partículas em suspensão, óleos e gases agressivos deve ser relatada. Os níveis de vibrações existentes devem ser informados. Se há níveis expressivos de campos eletromagnéticos, seus valores devem ser especificados.

Deverão também ser registradas particularidades das condições de uso que possam afetar o desempenho ou a vida do sistema de medição.

São exemplos a suscetibilidade do sistema de medição a forças de medição variável ou excessiva, a exposição a fatores agressivos que possam acelerar o desgaste e a velocidade de degradação da qualidade do sistema de medição.

10.2.11 NÍVEL DE AUTOMAÇÃO

Alguns processos de medição podem ocorrer de forma completamente manual, sem que isso cause algum retardo na produção ou comprometa a incerteza de medição. No extremo oposto, para controlar processos de fabricação com elevada produtividade podem ser necessários sistemas com elevado grau de automação para possibilitar, entre outras vantagens, rapidez no registro e um histórico de resultados para permitir análises estatísticas diversas ou realimentar o processo produtivo.

O nível de automação conveniente para uma aplicação depende, principalmente, do volume e da velocidade requeridos para as medições realizadas. Para um grande volume é, em geral, inviável empregar sistemas manuais. Embora com a popularização da microeletrônica e da informática o custo dos sistemas automatizados tenha caído, a escolha por um desses sistemas ainda representa um investimento inicial consideravelmente mais elevado do que a adoção de um sistema manual.

Para bem caracterizar a tarefa de medição, deve ser definido o grau de automação desejado. Medições podem ser realizadas de forma totalmente manual, semi-automática ou totalmente automática. Medições manuais englobam a operação manual do sistema e o registro manual das indicações em planilhas, feito em papel. Uma situação intermediária envolve a digitação das indicações obtidas em uma planilha de cálculo em um computador. Operando de forma semi-automática, é possível especificar sistemas de medição para serem operados manualmente, mas que estejam conectados a computadores, evitando a necessidade de digitar as indicações obtidas, diminuindo o cansaço do operador, o tempo de medição e afastando a possibilidade do erro de leitura ou digitação. Finalmente, a automação plena envolve a operação de medição, a aquisição, o processamento e a análise dos resultados efetuados inteiramente pelo computador. É preciso ter em mente que distintos custos de aquisição e custos operacionais estarão envolvidos na definição aqui selecionada. É conveniente que essa decisão não seja tomada de forma isolada, mas leve em consideração os impactos econômicos daí decorrentes.

10.2.12 RECURSOS DE PROCESSAMENTO

Caso medições semi-automatizadas ou plenamente automatizadas sejam utilizadas, devem ser especificados os recursos de processamento e representação de resultados desejados. Várias alternativas são possíveis, envolvendo desde a geração de diversos tipos de gráficos, o registro de medições em base de dados, a emissão de vários tipos de relatórios de medição, análise estatística de dados e controle estatístico de processos. Deve ser especificado de forma clara o conjunto de recursos requerido.

10.2.13 OUTROS REQUISITOS

Em função de particularidades específicas do processo a que as medições se destinam ou da tarefa de medição, outros requisitos adicionais podem ser estabelecidos.

10.3 SELEÇÃO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO

No conjunto, os parâmetros que caracterizam a tarefa de medição trazem informações fundamentais para nortear a seleção de um sistema. Não é raro que vários sistemas disponíveis no mercado atendam plenamente aos requisitos técnicos de uma tarefa de medição relativamente simples. Nesses casos, a seleção será fortemente influenciada por critérios econômicos e/ou logísticos. Há casos em que os requisitos técnicos de uma tarefa mais complexa podem mesmo não vir a ser plenamente satisfeitos por nenhum sistema disponível no mercado. Nesses casos, a revisão de algumas das exigências estabelecidas para a tarefa pode vir a ser necessária. A busca ou o desenvolvimento de um sistema de medição especial pode ser uma alternativa conveniente.

De posse dos requisitos da tarefa de medição sintetizados na Tabela 10.1, é possível iniciar o processo de seleção em si. Para organizar o processo de seleção, sugere-se aqui a utilização de uma planilha de avaliação similar à apresentada na Tabela 10.2. Uma planilha de avaliação deve ser montada para cada sistema de medição candidato a ser selecionado. Nessa tabela, há campos para comportar informações técnicas, econômicas e logísticas.

TABELA 10.2 – Avaliação de sistema de medição

Avaliação de sistema de medição

Identificação do SM — Identificar o sistema de medição avaliado

Atendimento a aspectos técnicos

	Pleno	Bom	Razoável	Ruim	Não atende	Observações
Adequação ao mensurando						
Faixa de medição						
Incerteza de medição						
Resolução						
Velocidade de medição						
Taxa de medição						
Robustez operacional						
Praticidade operacional						
Nível de automação						
Recursos de processamento						
Outros aspectos particulares						
Pontuação obtida						

Atendimento a aspectos logísticos

	Pleno	Bom	Razoável	Ruim	Não atende	Observações
Prazo de entrega						
Atendimento pós-venda						
Atualizações						
Aspectos adicionais						
Pontuação obtida						

(continua)

TABELA 10.2 – (*Continuação*) Avaliação de sistema de medição

Avaliação de sistema de medição

Identificação do SM — Identificar o sistema de medição avaliado

Aspectos econômicos

Investimento inicial:	Custo por unidade	Nº	Custo total	Observações
Custos de aquisição				
Custos de preparação				
Total do investimento				

Custos operacionais	Custo por unidade	Nº	Custo total	Observações
a) Estabilização do ambiente				
b) Mão-de-obra				
c) Insumos				
d) Manutenções e calibrações				
e) Depreciação				
f) Imobilização de capital				
Custo operacional total				

O preenchimento deve se iniciar pela verificação do atendimento aos critérios técnicos. Na seqüência, aspectos econômicos e logísticos devem ser avaliados. A decisão deve ser tomada com base na avaliação do conjunto.

Os principais elementos a observar estão reunidos na Tabela 10.2. Cada um destes aspectos será discutido em detalhes.

JGG

10.3.1 ASPECTOS TÉCNICOS

a) Adequação do sistema de medição ao mensurando

É necessário avaliar se o sistema candidato é capaz de naturalmente realizar a medição do mensurando especificado na tarefa de medição. O sistema deve ser apropriado para a forma como o mensurando se apresenta e permitir sua medição da maneira pela qual esta tem que ser feita, segundo o algoritmo de medição. Corresponde à avaliação ao atendimento dos itens "o que medir" e "como medir" da tarefa.

Por exemplo, o sistema de medição dedicado a uma dimensão interna em uma peça requer uma concepção física muito diferente da necessária para a medição de dimensões externas. A Figura 10.3 ilustra três tipos de micrômetros, cada um apropriado para medir comprimentos que se apresentam de formas distintas. O sistema de medição tem que ser fisicamente adequado para as características do mensurando.

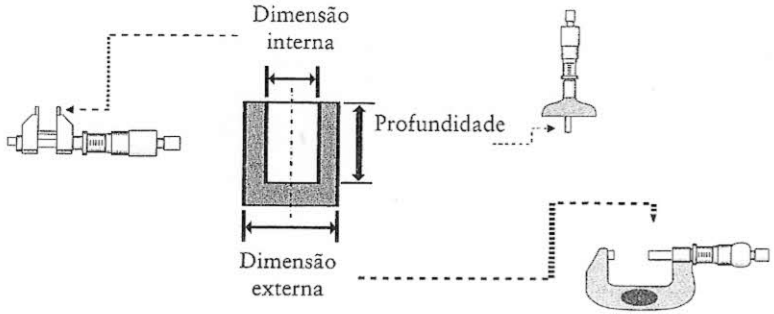


FIGURA 10.3 – Adequação física do sistema de medição ao mensurando.

Da mesma forma, a medição do nível de tanques e reservatórios pode envolver sistemas muito distintos. Para determinar o nível de grãos em um silo de armazenagem de produtos agrícolas, é necessário buscar um sistema com características específicas, que serão muito distintas das características adequadas a um sistema de medição do nível de líquidos em um tanque de combustíveis.

A adequação física do sistema de medição ao mensurando é normalmente a primeira análise que se faz. Funciona como um primeiro filtro, no qual várias opções inadequadas são eliminadas, e ajuda a focar a seleção do sistema nas opções que se mostrarem viáveis.

Em função da capacidade do "candidato" em atender aos requisitos estabelecidos para este item, a avaliação resultante deve ser assinalada com um "X" no campo correspondente da Tabela 10.1. A capacidade do sistema de medição em atender esse requisito deve ser classificada como "plenamente", "bom", "razoavelmente", "ruim" ou "não atende". Observações podem ser incluídas no campo apropriado sempre que necessárias. Obviamente, os sistemas de medição candidatos classificados neste item como "não atende" ou, possivelmente, "ruim", já estão automaticamente descartados.

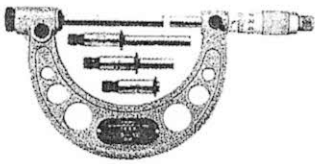
b) Adequação da faixa de medição

A faixa de medição do sistema de medição candidato deve ser ampla o suficiente para cobrir toda a faixa especificada na tabela que descreve a tarefa de medição. Faixas mais amplas que o necessário podem ser usadas, desde que não elevem demasiadamente o preço ou deteriorem outras características importantes do desempenho do sistema.

Em algumas situações, por limitações técnicas e/ou critérios econômicos, para cobrir toda a faixa de medição, pode ser necessário, ou vantajoso, selecionar uma coleção de sistemas de medição, cada qual cobrindo faixas menores, em lugar de especificar somente um único sistema com uma grande faixa. No conjunto, os sistemas de medição disponíveis devem cobrir toda a faixa.

Outro aspecto a analisar é a flexibilidade operacional. Existem no mercado sistemas de medição dedicados, direcionados para uma ou poucas tarefas, em faixas bem específicas. Normalmente, são muito eficientes para a classe de tarefas para as quais são desenhados. Já há outros sistemas muito mais flexíveis operacionalmente, que podem ser aplicados na medição de diversas grandezas, em muitas faixas, em diversos ambientes, etc. Um exemplo clássico de sistema de medição flexível é o multímetro digital, que pode ser usado para a medição de diversas grandezas elétricas (tensão, corrente e resistência, etc.). Outro exemplo pode ser observado na Figura 10.4, onde o micrômetro convencional da esquerda possui faixa de medição de somente 0 a 25 mm. Já o micrômetro da direita com hastes intercambiáveis permite que, trocando algumas partes do sistema, essa faixa possa ser estendida para 0 a 100 mm. Com essa flexibilidade, o micrômetro pode ser utilizado em um número bem maior de situações do que o modelo convencional.

Micrômetro convencional
Faixa de medição: 0 a 25 mm
Incerteza de medição: ± 0,002 mm



Micrômetro com hastes intercambiáveis
Faixa de medição: 0 a 100 mm
Incerteza de medição: ± 0,010 mm

FIGURA 10.4 – Sistemas de medição com diferentes níveis de flexibilidade operacional.

Deve-se observar, no entanto, que normalmente o grau de flexibilidade operacional é inversamente proporcional ao custo e à incerteza de medição que pode ser obtida. Quanto mais dedicado for um sistema de medição, normalmente melhor é a incerteza de medição que pode ser obtida.

c) Adequação da incerteza de medição

É fundamental que o sistema de medição selecionado seja capaz de produzir resultados com incertezas de medição compatíveis com as necessidades da tarefa. A incerteza do processo de medição não depende apenas do sistema, mas é resultante da ação combinada de diversos fatores como o procedimento, condições ambientais, operador e características do mensurando. Um balanço de incertezas deve ser realizado, considerando todas as condições de medição. A incerteza expandida resultante do balanço de incertezas, que é a própria incerteza do processo de medição, deve ser confrontada com a incerteza requerida.

O resultado da avaliação dessa característica deve ser anotado no campo correspondente da tabela.

d) Resolução do mostrador

A resolução do indicador do sistema de medição candidato também deve ser observada e comparada com o valor alvo de 5% do intervalo de tolerância. É conveniente selecionar um sistema de medição com resolução adequada e que permita a leitura da indicação com certo conforto, uma vez que este é um aspecto de grande impacto na fadiga operacional a que estará exposto o operador no caso de medições não automatizadas. Devem ser evitados sistemas de medição com resolução mais grosseira que o valor-alvo.

O resultado da avaliação dessa característica deve ser anotado no campo correspondente da tabela.

e) Velocidade de medição

Os tempos necessários para preparação do sistema para iniciar a medição (tempo de *setup*) e para efetuar a própria medição devem ser observados. Devem ser compatíveis com a quantidade de medições a serem completadas em um determinado período.

Sistemas de medição pouco práticos operacionalmente devem ser evitados. Esses sistemas tendem a tornar a medição demorada e cansativa. Com o uso continuado, provocam fadiga no operador, aumentando as chances de que ocorram erros.

Deve-se avaliar se a velocidade de medição requerida pode ser atingida sem causar fadiga no operador. Em alguns casos, em lugar de procurar um sistema de elevadíssimo desempenho, pode ser mais interessante atingir a velocidade de medição requerida considerando o uso em conjunto de alguns sistemas operando em paralelo.

O resultado da avaliação deste quesito para o sistema de medição candidato deve ser transcrito para o campo correspondente da tabela de avaliação.

f) Taxa de medição

Para os casos em que medições dinâmicas venham a ser realizadas, deve-se verificar se o sistema candidato tem condições de atender a taxa especificada na planilha da tarefa de medição. O fabricante ou seu representante técnico deve ser consultado sobre a existência de eventuais modelos capazes de medir com taxas mais apropriadas. Normalmente, este é um item com grande impacto no preço final do sistema de medição.

g) Robustez operacional

A robustez operacional do sistema de medição deve ser adequada às condições do ambiente onde o sistema vai operar. Há sistemas cujo princípio de medição e de concepção construtiva os torna relativamente resistentes e insensíveis às agressões do meio onde vai trabalhar. Choques mecânicos, vibrações, poeira, ruídos eletromagnéticos, excesso de força, alta temperatura e mau uso pelo operador são alguns dos fatores que podem estar presentes no ambiente de medição.

Existem, porém, sistemas de medição mais delicados que precisam operar em condições bem mais controladas e "seguras". São sistemas

que não funcionam adequadamente em ambientes mais agressivos, podendo causar grandes erros ou mesmo sofrer avarias.

É necessário verificar a capacidade do sistema de medição candidato em operar nas condições reais de uso. Freqüentemente, sistemas mais robustos apresentam incerteza de medição pior, em contraponto com sistemas de excelente nível de incerteza, estes últimos normalmente muito delicados.

O fabricante do sistema de medição candidato deve apresentar informações sobre as condições de uso do seu produto, que devem ser avaliadas com cuidado. Realizar testes experimentais pode ser uma boa forma de confirmar a adequação ou não do sistema de medição.

h) Praticidade operacional

As características operacionais do sistema de medição candidato devem ser avaliadas com vistas a julgar a facilidade de uso e o conforto operacional na relação sistema *versus* operador. No caso de medições repetitivas e não automatizadas, esses aspectos possuem forte influência na fadiga operacional que o sistema pode causar no operador e, conseqüentemente, na degradação progressiva da incerteza das medições à medida que o cansaço instala-se no operador. A técnica de aplicação do sistema de medição sobre o mensurando, a resolução e o conforto visual do dispositivo mostrador são itens de forte impacto sobre a praticidade operacional. Sempre que possível, testes experimentais devem ser realizados como forma de avaliar adequadamente essas características. A correspondente avaliação deve ser assinalada com um "X" na Tabela 10.2.

i) Grau de automação

Entre os sistemas disponíveis no mercado, é possível encontrar uma grande variedade de situações em relação à automação da medição. Alguns sistemas já são concebidos para operar de forma totalmente automática e integrada. Outros fornecem sinais de saída compatíveis com sistemas de aquisição de sinais disponíveis no mercado, isto é, de *arquitetura aberta*, o que torna a sua integração e automação relativamente simples e flexível. Há sistemas de medição de *arquitetura fechada* que só podem ser automatizados usando módulos de uma linha que pertença a um único fabricante. É possível ainda encontrar sistemas que não estão preparados para serem usados de forma automática, mas que podem permitir operação manual, com excelente nível de conforto e desempenho para a tarefa de medição.

Atualmente, quando sistemas de medição automatizados precisam ser usados, sistemas de *arquitetura aberta* têm sido preferidos. Em virtude da adesão de grandes empresas fabricantes de sistemas e módulos de medição a padrões desse tipo, torna-se muito mais fácil compor sistemas de medição automáticos, reunindo módulos de diferentes fabricantes. A flexibilidade é favorecida, a manutenibilidade facilitada e as possibilidades de atualização do sistema automático com a substituição de antigos módulos por novos são em muito ampliadas. A comunicação do sistema de medição automatizado com computadores, realizada por meio de interfaces padronizadas (paralela, serial, USB, firewire, etc.), permite o uso, ou desenvolvimento, de programas de computador apropriados para gerenciar o grande volume de dados oriundo da medição na forma de planilhas, gráficos e registro em base de dados.

Há uma grande variedade de sistemas de medição de operação autônoma que podem ser conectados a módulos capazes de adquirir, armazenar e registrar dados. Paquímetros e micrômetros com indicação digital, freqüentemente são dotados dessa capacidade. Esta pode ser uma alternativa conveniente para uma dada tarefa de medição.

O sistema de medição a ser selecionado deve ser compatível com a estratégia de controle de qualidade adotada: inspeção no final da cadeia produtiva, inspeção após cada etapa do processo produtivo ou inspeção durante o processo produtivo.

Deve-se verificar se o sistema de medição candidato tem condições de, naturalmente, atender ao grau de automação desejado pelo usuário com satisfação.

j) Recursos de processamento

Caso medições semi-automatizadas ou automatizadas sejam selecionadas, deve-se verificar se o programa que acompanha o sistema de medição tem condições de cumprir plenamente as funções desejadas pelo usuário. Capacidade de armazenamento, registro numérico, vários tipos de gráficos, análise de tolerâncias, análises estatísticas, emissão de relatórios e controle estatístico de processo são itens a serem observados. Programas flexíveis, que podem ser amplamente configurados pelo usuário, são uma excelente alternativa para atender às necessidades atuais e futuras de uma aplicação.

O resultado dessa avaliação deve ser transcrito para o campo correspondente da Tabela 10.2.

k) Outros requisitos

A observância dos requisitos especiais, eventualmente registrados na planilha de especificação da tarefa de medição, deve ser examinada. O resultado da avaliação deve ser transcrito para o campo correspondente da Tabela 10.2.

l) Pontuação dos aspectos técnicos

A avaliação do atendimento às especificações requeridas para a tarefa de medição pode ser realizada em duas etapas: eliminatória e classificatória. A etapa eliminatória retira da lista dos sistemas de medição candidatos aqueles que não atendem, ou atendem mal, a qualquer aspecto técnico importante. Dependendo do rigor da fase eliminatória, especialmente nos casos em que há várias opções de escolha, também podem ser eliminados sistemas que atendam apenas razoavelmente a algum aspecto técnico importante.

A etapa classificatória depende também dos aspectos econômicos e logísticos. Porém, para facilitar a avaliação do conjunto, pode ser conveniente pontuar o atendimento de cada aspecto técnico, atribuindo um grau variando entre 4, para quando o sistema de medição atende *plenamente* ao aspecto, 3 para quando atende *bem*, 2 para atendimento *razoável*, 1 para *ruim* e zero para os casos em que *não atende* a esse aspecto. Pesos diferenciados podem ser atribuídos para cada aspecto técnico, respeitando a sua importância para as particularidades do processo de medição, sempre tendo em vista o porquê da medição. A pontuação resultante é calculada e transposta para a tabela. O índice obtido se prestará para ordenar os sistemas de medição candidatos na etapa classificatória.

10.3.2 ASPECTOS LOGÍSTICOS

É importante também analisar os vários sistemas de medição candidatos quanto a aspectos logísticos como o prazo de entrega, o atendimento pós-venda e as possibilidades de atualização. O prazo de entrega é um aspecto conhecido e negociável durante a aquisição. O atendimento pós-venda deve ser muito bem verificado *antes* da aquisição definitiva para evitar futuras surpresas desagradáveis. A possibilidade de atualizar o sistema de medição substituindo módulos obsoletos por lançamentos, é outro aspecto importante a observar.

a) Conveniência do prazo de entrega

Como elemento de comparação entre os sistemas de medição candidatos, deve-se observar o prazo entre o pedido e a entrega do sistema de medição. O fabricante e alguns fornecedores normalmente mantêm em estoque sistemas de medição de uso geral, reduzindo consideravelmente o prazo de entrega. Sistemas de medição muito especializados, por sua vez, freqüentemente requerem prazos consideravelmente maiores. Nos casos de sistemas de medição importados, além dos prazos de entrega do fabricante, é necessário considerar os prazos necessários para efetuar as importações e o desembaraço alfandegário. O atendimento às expectativas quanto ao prazo de entrega deve ser avaliado como *pleno*, *bom*, *razoável*, *ruim* ou *não atende*, e a avaliação transposta para a linha correspondente da tabela.

b) Atendimento pós-venda

Após o recebimento de um novo sistema de medição, podem ser necessárias várias providências para operacionalizá-lo. Alguns sistemas podem requerer adaptações ou a introdução de acessórios nas máquinas ou demais meios de produção. Em alguns casos, programas de medição dedicados têm de ser usados. Vários ajustes podem vir a ser necessários até que a operação do sistema atinja a condição de regime normal. Deve-se verificar se o fabricante, ou seu representante técnico, possui condições de efetuar a instalação e os procedimentos para operacionalizar o novo sistema de medição.

O treinamento de operadores e supervisores para a correta utilização do novo sistema de medição é um item importante. Sistemas mais complexos podem requerer cursos específicos para que seus operadores tirem pleno proveito das suas potencialidades.

Problemas podem aparecer durante as primeiras semanas ou meses de utilização do novo sistema. Deve-se verificar se o fabricante, ou representante técnico, tem condições de dar orientações em casos de problemas operacionais. A facilidade de efetuar manutenções de rotina e emergenciais no sistema de medição é outro aspecto logístico importante a ser observado, especialmente se sistemas importados ou sofisticados estão envolvidos, em função da demora e de dificuldades para importar peças de reposição. Ouvir a opinião e as impressões de usuários atuais de sistemas de medição semelhantes é uma medida muito salutar para subsidiar a decisão.

Finalmente, a existência de laboratórios especializados em condições de realizar calibrações periódicas no sistema de medição a adquirir deve ser verificada. Os prazos e preços de calibração são itens importantes. Pode ser conveniente adotar programas de manutenção e calibrações preventivos, especialmente em processos produtivos que não podem parar.

Certamente, a história e a reputação de fabricantes e representantes técnicos já estabelecidos no mercado são itens que podem ajudar na tomada de decisões. Fabricantes ainda não consolidados estão mais suscetíveis à falência, o que poderia dificultar a assistência técnica e a manutenção do sistema de medição. Entretanto, é também importante estar atento para novidades, pois o mercado de sistemas de medição é muito dinâmico e surgem novas tecnologias a todo momento, algumas extremamente competitivas.

Também aqui o atendimento pós-venda deve ser avaliado e o resultado transposto para o campo correspondente da tabela.

c) Atualizações

Com o avanço tecnológico, muitos sistemas de medição tornam-se obsoletos. Novos sistemas, com melhor desempenho técnico e operacional, surgem no mercado regularmente. Chegará sempre o momento em que o sistema previamente adquirido deverá ser substituído. É interessante verificar a política de atualização tecnológica do fabricante. É conveniente dar preferência a fabricantes cuja política permita atualizações de forma modular, isto é, a troca de módulos obsoletos com o reaproveitamento de boa parte dos módulos do sistema de medição antigo. Módulos de processamento eletrônico de sinais e programas de computador são alvos freqüentes de atualizações.

Da mesma forma, a avaliação da capacidade do sistema de medição candidato em atender a esse aspecto deve ser julgada e o resultado transcrito para a tabela. Comentários relevantes devem ser transcritos para a coluna relativa às observações.

d) Aspectos adicionais

Aspectos logísticos adicionais e relevantes, que não se enquadrem nos anteriores, podem ser incluídos na avaliação e nesta linha da tabela. Por exemplo, se a entidade que fará a aquisição do novo sistema de medição já possuir uma grande quantidade de outros modelos, todos de um certo fabricante, e estiver satisfeita, pode ser conveniente adquirir o novo sistema de medição do mesmo fabricante. Será mais fácil manter em estoque um conjunto de acessórios e peças de reposição que atenda a toda uma linha de um mesmo fabricante.

Como nos casos anteriores, também aqui uma avaliação da capacidade de o sistema de medição candidato atender os aspectos adicionais deve ser realizada e transcrita para a tabela.

e) Pontuação geral dos aspectos logísticos

Para facilitar a avaliação do conjunto, pode ser conveniente manter o mesmo esquema de pontuação adotado para o grau de atendimento dos aspectos técnicos atribuindo um grau variando entre 4 para quando o sistema de medição atende *plenamente* o aspecto, 3 para quando atende *bem*, 2 para um atendimento *razoável*, 1 para *ruim* e 0 para os casos em que *não atende* ao aspecto. Pesos diferenciados podem ser atribuídos para cada aspecto logístico, respeitando a sua importância para as particularidades do processo de medição e para a entidade que o está adquirindo. A pontuação resultante é calculada e transposta para a tabela. O índice obtido se prestará para ordenar os sistemas de medição candidatos na etapa classificatória.

10.3.3 ASPECTOS ECONÔMICOS

Quando vários sistemas de medição candidatos satisfazem tecnicamente às necessidades da tarefa de medição, e os aspectos logísticos são adequados, os aspectos econômicos devem então ser analisados para nortear a seleção do sistema mais conveniente. O custo de aquisição é um aspecto importante a ser observado e comparado, mas há outros aspectos econômicos que também devem ser cuidadosamente analisados: os custos de preparação, de manutenção e operação, e a relação custo-benefício. Na seqüência, cada uma dessas características é analisada.

a) Investimento inicial

Corresponde aos investimentos necessários para adquirir e preparar o ambiente, os operadores e, em alguns casos, a linha de produção para pôr o sistema de medição em operação. É composto de duas parcelas: os custos de aquisição e os custos de preparação, que, somados, compõem os custos totais do investimento.

a.1) Custos de aquisição

Correspondem aos valores a serem pagos por ocasião da compra do sistema de medição. Devem ser incluídos os eventuais custos adicionais relativos a dispositivos e acessórios fornecidos pelo fabricante, de módulos adicionais e dos programas de computador necessários à tarefa de medição. No caso de sistemas importados, além dos impostos de importação devem ser considerados os gastos com seguro, frete e desembaraço alfandegário.

O custo do sistema de medição aumenta sensivelmente com o seu grau de automatização e nível de exatidão. Alguns sistemas tornam-se proibitivamente caros quando se opta por níveis de incerteza de medição muito exigentes. Neste item, é possível perceber, com muita clareza, que é necessário especificar os níveis de incerteza requeridos de forma equilibrada e compatível com as necessidades reais. Perfeccionismos excessivos e desnecessários são muito caros.

O custo do sistema de medição deve ser transposto para o campo na tabela correspondente ao custo por unidade. Caso seja necessário adquirir mais de um sistema para atender à demanda total de medição, o número de sistemas a adquirir deve ser informado e o custo total de aquisição calculado. Quando pertinente, observações podem ser incluídas.

a.2) Custos de preparação

Para que possam operar plenamente, alguns sistemas de medição mais sofisticados podem requerer um grande esforço de preparação do ambiente onde vão operar. A disponibilização de uma sala climatizada, fundações especiais isoladas de vibrações, rede elétrica estabilizada, suprimento de ar comprimido seco e limpo são alguns exemplos de requisitos necessários para instalar uma máquina de medir por coordenadas, por exemplo. Ignorar esses cuidados com a intenção de reduzir custos não é uma decisão inteligente, pois se o sistema de medição operar em condições de funcionamento inadequadas, seu desempenho será muito inferior ao possível, levando ao subaproveitamento da sua capacidade, e poderá estar exposto a condições de deterioração acelerada. Os custos com a preparação do ambiente podem resultar em uma parcela significativa do investimento total da aquisição do sistema de medição, que não pode ser ignorada.

Em algumas aplicações, principalmente quando o sistema de medição destina-se a operar em uma linha de produção, dispositivos especiais e adaptações nos meios de produção podem ser necessários. Intercalar uma estação de medição na linha de produção, ou dentro de uma máquina, pode envolver modificações e a incorporação de diversos dispositivos e módulos adicionais. Os custos envolvidos devem ser avaliados.

Outra parcela dos custos de preparação é o treinamento e a qualificação técnica dos operadores. Quanto mais sofisticado o sistema de medição, maiores os custos com capacitação e atualização dos operadores. Operadores mal qualificados não só cometem mais erros como submetem o sistema a uso inadequado, o que compromete o desempenho metrológico e, fatalmente, acelera a velocidade de deterioração do sistema, o que irá requerer manutenções e calibrações mais freqüentes. Também aqui uma aparente "economia" com o treinamento e a capacitação de operadores pode resultar em custos de manutenção bem mais elevados.

Os custos de preparação devem ser transpostos para a tabela. Caso seja necessário preparar mais de um ambiente ou máquina ou equipe de operadores, para atender a demanda total de medição, o número de ambientes preparados, máquinas adaptadas ou equipes de operadores treinados deve ser informado. O custo total de preparação deve ser calculado, se pertinente, utilizando uma planilha à parte.

b) Custos operacionais

Os custos operacionais de um sistema de medição compreendem os gastos necessários para mantê-lo funcionando em plenas condições. Para fins de comparação, é conveniente exprimir cada componente dos custos operacionais por unidade medida ou, alternativamente, por unidade de tempo. Desta forma, os custos operacionais totais são facilmente calculados considerando diferentes regimes de produção. São compostos de seis componentes:

b.1) Estabilização do ambiente onde é operado o sistema de medição

Inclui todos os custos necessários para manter o ambiente nas condições adequadas à operação do sistema de medição. São exemplos os custos com a climatização (temperatura e umidade), suprimento de ar comprimido limpo e seco, fornecimento de energia elétrica estabilizada, manutenção de ambiente limpo, etc.

b.2) Mão-de-obra

Inclui os custos com pessoal técnico, envolvendo os custos diretos com salários e encargos e os custos adicionais com cursos e treinamentos técnicos periódicos. Normalmente, os sistemas de medição de operação manual requerem uso mais intensivo da mão-de-obra do que os

172

sistemas automatizados. O custo da hora da mão-de-obra para os sistemas de medição de operação mais simples é muito menor do que o custo da hora de técnicos capacitados para operar sistemas sofisticados.

b.3) Insumos

Envolve gastos como o consumo de energia elétrica e itens diversos, nos casos em que o sistema de medição utilize regularmente materiais de consumo.

b.4) Manutenções e calibrações

Manutenções preventivas e calibrações devem ser planejadas dentro dos intervalos recomendados pelo fabricante. Isso pode representar uma parcela razoável do custo operacional, mas são gastos planejados dentro de uma base regular. É conveniente verificar com o fabricante, ou com o representante técnico, a freqüência, a duração e os custos das operações regulares de manutenção e calibração. Custos de manutenções emergenciais tendem a crescer de forma acentuada, especialmente quando decorrem de acidentes ou do uso do sistema de forma inadequada.

b.5) Depreciação

É a parcela do custo decorrente da degradação natural do sistema de medição com o uso regular. Pode ser comparada à parcela mensal destinada a um fundo de reserva que deve ser mantido para a compra de um novo sistema após o esgotamento da vida útil do atual. Se o sistema opera em ambiente agressivo sem a devida proteção, a sua depreciação será acelerada.

b.6) Imobilização de capital

Reflete a perda de receita que a empresa experimenta ao adquirir o sistema de medição, comparando-se com o que ganharia se os recursos imobilizados fossem investidos no mercado financeiro.

10.3.4 JUNTANDO TUDO

Com uma ampla avaliação dos vários aspectos dos sistemas de medição candidatos, torna-se mais fácil fazer uma seleção consciente. A melhor forma de utilizar essas informações pode variar de caso para caso. É aqui apresentada uma sugestão com base na sensibilidade dos autores.

A análise deve ser iniciada pelos aspectos técnicos. Sua análise prévia pode eliminar da disputa os sistemas de medição candidatos que não tenham condições de atender a um ou mais dos aspectos técnicos exigidos pela aplicação. O atendimento dos itens "adequação ao mensurando", "faixa de medição", "incerteza de medição", "resolução" e "robustez operacional" é essencial e dele não se pode prescindir. A "praticidade operacional" é também um aspecto importante e altamente desejável. Porém, certa flexibilidade pode ser concedida para alguns itens, por exemplo, se a avaliação da "velocidade de medição" for desfavorável, pode-se considerar a hipótese de utilização em paralelo de mais de um sistema de medição, mas é preciso estar consciente do impacto dessa decisão sobre os custos fixos e operacionais. Sistemas com nível de automação aquém, ou além, das exigências da tarefa de medição podem ainda ser considerados na avaliação global, uma vez que trarão contribuições significativamente diferentes nos custos fixos e operacionais. A nota média resultante deve ser calculada, devendo ser atribuídos pesos diferentes a cada item da avaliação técnica de acordo com a importância do item para a aplicação.

Na seqüência, a análise dos aspectos logísticos deve ser realizada. Alguns itens, como a inexistência de entidades no país capazes de efetuar manutenções e calibrações periódicas em um sistema de medição candidato, podem desclassificá-lo. Se os aspectos logísticos forem satisfatórios, a nota média correspondente deve ser calculada. O prazo de entrega pode ser um item crítico em algumas situações, mas, na maioria dos casos, o maior peso deve ser normalmente atribuído ao atendimento pós-venda.

A avaliação dos aspectos econômicos é realizada com base nas duas parcelas do custo: o *investimento inicial* e o *custo operacional total*. Para esta análise, pode ser conveniente considerar um período de referência ou um lote com uma certa quantidade de itens produzidos, como base para efetuar cálculos comparativos. Os sistemas de medição candidatos avaliados devem ser classificados por ordem crescente em relação ao custo total.

O sistema de medição selecionado deverá ser aquele que melhor atenda aos três grupos de critérios simultaneamente. A pontuação obtida nos grupos de aspectos técnicos e logísticos e o investimento inicial e os custos operacionais totais podem ser usados para formar um índice que defina a ordem de classificação final. Diferentes pesos podem ser atribuídos a cada grupo de acordo com as particularidades da aplicação. Por exemplo, se o investimento e os custos operacionais forem na-

turalmente muito elevados, maior peso pode ser dado a este aspecto, desde que os aspectos técnicos e logísticos tenham sido satisfatoriamente atendidos (Tabela 10.3).

TABELA 10.3 – Análise comparativa dos sistemas de medição candidatos

Sistema de medição candidato	Aspectos técnicos	Aspectos logísticos	Investimento inicial	Custos operacionais	Observações

10.4 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- A seleção de um sistema de medição para uma dada tarefa deve ser feita com muito cuidado, considerando aspectos técnicos, logísticos e econômicos.
- O ponto de partida é a definição, de forma muito clara, dos aspectos técnicos da tarefa de medição. Deve-se especificar: o que medir, por que medir, onde medir, como medir, a faixa de medição, a incerteza de medição, a resolução, a velocidade de medição, quando pertinente a taxa de medição, as condições de medição, o nível de automação desejado, os recursos de processamento embutidos e outras particularidades, quando for o caso.
- O processo de seleção inicia-se com a avaliação dos vários sistemas de medição candidatos quanto aos critérios técnicos. O atendimento a cada critério deve ser individualmente valorado numa escala em que o atendimento ao critério seja pleno, bom, razoável, ruim ou não seja atendido.
- Sistemas de medição candidatos que não atendam ou atendam mal a um ou mais aspectos técnicos relevantes devem ser desclassificados.
- O atendimento a aspectos logísticos deve ser verificado e valorado segundo a mesma escala. São observados: o prazo de entrega, o atendimento pós-venda, a política de atualização tecnológica do fabricante e outros aspectos adicionais.
- Os aspectos econômicos envolvem os investimentos e os custos operacionais.
- Os investimentos envolvem os custos de aquisição e de preparação.
- Os custos operacionais são formados pela soma dos custos necessários para manter o ambiente de medição estável, mão-de-obra, insumos, manutenções e calibrações regulares, depreciação e imobilização do capital.

- A seleção final deve ser feita com base na avaliação conjunta dos três aspectos. A pontuação obtida em cada item pode ser usada para formar uma ordem de classificação para cada aspecto. A decisão final deve ser ponderada pela importância que os três aspectos têm para a aplicação.

11

CONFIABILIDADE DE PROCESSOS DE MEDIÇÃO NA INDÚSTRIA

Medições realizadas em ambientes de produção industrial ocorrem sob condições bem menos controladas do que as existentes por ocasião da calibração do sistema de medição em um laboratório de metrologia. Instabilidades ambientais, diferenças entre operadores, características do mensurando e outros aspectos da produção são fortes fatores de influência que podem levar a incerteza do processo de medição para níveis muito acima dos encontrados nas condições de calibração.

No entanto, mesmo sob as condições mais severas, sistemas de medição têm de ser capazes de fornecer medições confiáveis ao longo do tempo, sem as quais não é possível garantir a qualidade dos processos de produção. Nesse contexto, é conveniente observar a medição como um processo industrial, cujas características podem se modificar com o tempo, mas devem ser mantidas dentro de limites aceitáveis (Figura 11.1). Assim como um processo de produção deve produzir bens de qualidade, um processo de medição deve produzir medições de qualidade, isto é, medições confiáveis.

A confiabilidade das medições pode sempre ser verificada pelos balanços de incerteza estudados no Capítulo 6. Esse capítulo trata de um outro caminho para verificar a confiabilidade das medições através da análise da *capacidade estatística* realizada com base em análises estatísticas das medições obtidas nas condições de produção. O processo de medição é analisado com conceitos e ferramentas estatísticas já consagrados na área de controle estatístico de processos de produção (CEP), sobre o qual recomenda-se uma leitura prévia para melhor entendimento das análises a serem descritas neste capítulo.

Esse tipo de enfoque é freqüentemente empregado na área de metrologia dimensional em empresas que atuam na cadeia produtiva da indústria automobilística. Entretanto, os mesmos conceitos podem ser aplicados a qualquer processo de medição que atue na produção seriada.

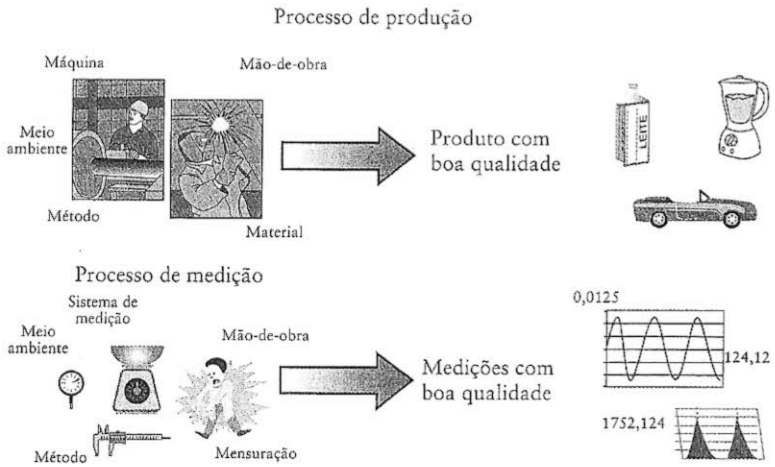


FIGURA 11.1 – A medição como um processo industrial.

Os resultados obtidos nessas análises são úteis:

- Como critério de aceitação de novos sistemas de medição.
- Para comparação entre sistemas de medição nas condições de uso.
- Para investigação de um sistema de medição sob suspeita de problema.
- Para comparar o desempenho do mesmo sistema de medição antes e depois de uma ajustagem ou regulagem.
- Para avaliar os potenciais riscos de erros de classificação de peças do sistema de medição.

Os procedimentos de análise estatística do desempenho de sistemas de medição são objeto de várias normas e diretrizes como a ISO/TS 16949 e normas ISO 9001, 10.012 e 14.253. Neste capítulo, são apresentados aspectos e conceitos básicos que norteiam essas análises sem a pretensão de esgotar o assunto ou de dispensar a leitura dessas normas especializadas.

11.1 RECOMENDAÇÕES DE NORMAS DE GARANTIA DA QUALIDADE

Várias normas de garantia da qualidade trazem recomendações e definem os requisitos para verificar a confiabilidade metrológica de sistemas de medição que operam na produção. Algumas das normas são baseadas em análise de balanços de incerteza do processo de medição.

Em outras, a confiabilidade metrológica é comprovada através de análises da *capacidade estatística* do processo de medição.

A norma **ISO 9001** define de forma abrangente que a incerteza da medição nas atividades de inspeção e testes deve ser conhecida e compatível com as exigências de confiabilidade requeridas.

A norma **ISO 10012** traz a recomendação de que, ao medir e utilizar resultados, devem ser levadas em consideração todas as contribuições significativas na incerteza do processo de medição, incluindo aquelas atribuídas ao sistema e às influências dos operadores, dos procedimentos e do ambiente.

A norma **ISO 14253-1** define que a incerteza do processo de medição deve ser levada em consideração quando é analisada a conformidade de um processo ou de um produto diante da sua especificação. Essa recomendação leva em conta a redução da faixa de aceitação provocada pela presença da incerteza do processo no controle de qualidade. A Parte 2 dessa norma (**ISO 14253-2**) define uma metodologia para determinar a incerteza do sistema de medição na calibração e a incerteza do processo em operação.

A **ISO/TS 16949** é uma norma de garantia da qualidade do setor automotivo criada pelas grandes montadoras americanas. Ao contrário das normas da série ISO que trazem os requisitos de confiabilidade através da análise de incerteza de medição, a ISO/TS 16949 define os requisitos de confiabilidade metrológica através de análises da *capacidade estatística* do processo de medição. A confiabilidade dos processos deve ser evidenciada através de análises estatísticas considerando a variabilidade dos resultados de cada sistema e de cada tipo de medição. Os estudos apresentados a partir do item a seguir estão baseados nessa norma.

11.2 VARIABILIDADES DE PROCESSOS DE PRODUÇÃO E DE MEDIÇÃO

Se existissem processos de produção perfeitos, as características dos produtos seriam exatamente iguais às especificadas no projeto. Não existiriam erros dos processos, das máquinas, dos operadores ou de qualquer outra influência. Infelizmente, processos perfeitos não existem. Todo e qualquer processo de produção sofre a influência de vários fatores e, como resultado, os parâmetros que caracterizam os produtos apresentam desvio em relação ao valor alvo. Os desvios normalmente possuem uma componente sistemática e outra aleatória, que podem ser estáveis ou não ao longo do tempo (Figura 11.2).

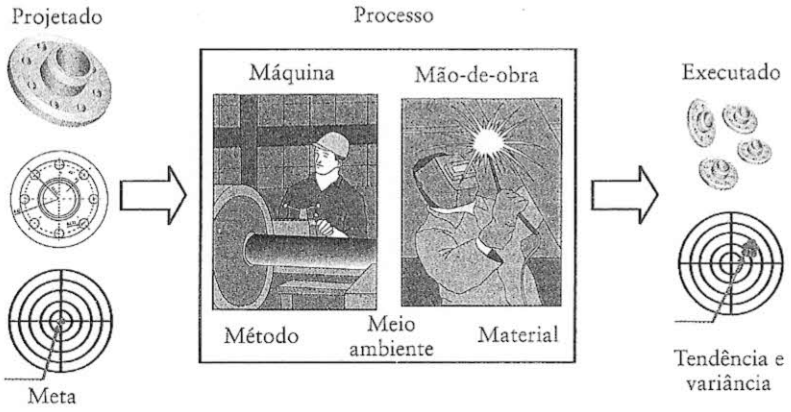


FIGURA 11.2 – Variabilidade do processo produtivo.

O comportamento do processo pode ser analisado através de técnicas de *controle estatístico de processos* (CEP). Um processo é dito sob controle estatístico quando suas variações naturais são estáveis e situam-se dentro de limites previsíveis. A operação nessas condições leva a produtos com qualidade previsível em relação às tolerâncias. A fuga do processo das condições de controle é um problema que pode levar à produção de quantidades inaceitáveis de itens fora das especificações. As ferramentas estatísticas usadas no CEP denunciam a fuga das condições de controle e a necessidade de aplicar medidas corretivas para trazer novamente o processo para a condição desejada de controle. Essas técnicas são aplicadas para garantir a qualidade dos produtos mediante monitoramento contínuo e ações corretivas sobre os processos.

Um processo está sob **controle estatístico** quando suas variações naturais são estáveis e se situam dentro de limites previsíveis.

Um processo está sob controle estatístico quando apresenta comportamento previsível. É dito *capaz* quando, além de ser previsível, produz dentro das especificações de projeto. A Figura 11.3 ilustra essas possibilidades. É necessário, então, desenvolver o processo de produção para reduzir a sua tendência e variância, e manter suas propriedades ao longo do tempo.

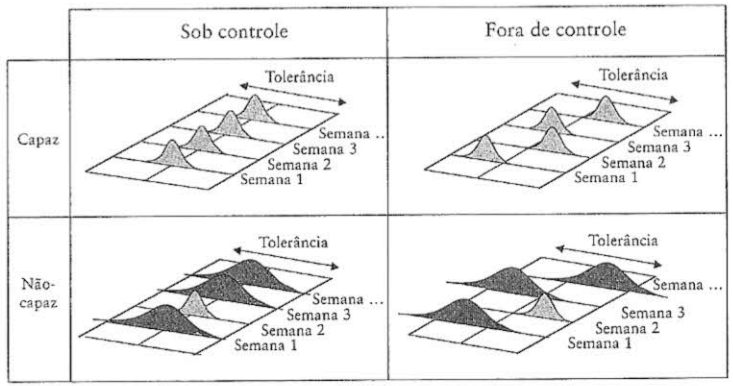


FIGURA 11.3 – Estabilidade e capacidade de processos.

Um processo é dito **capaz** quando está sob controle estatístico e produz dentro das tolerâncias de projeto.

Quando um processo está sob controle estatístico, as variações existentes devem-se somente a causas comuns (ou naturais) e não a causas especiais. As causas comuns são aquelas que ocorrem inevitavelmente e de forma aleatória nos processos, pois fazem parte intrínseca deles, e afetam todos os produtos. Por exemplo, as oscilações normais da temperatura ambiente em uma unidade fabril são causas comuns de variação, pois fazem parte do processo.

Já as causas especiais são fatores de influência que não fazem parte do processo e que provocam mudanças indesejáveis no seu comportamento. Por exemplo, na fabricação de peças por usinagem, o desgaste excessivo da ferramenta de corte provoca alterações que evoluem progressivamente nas dimensões das peças produzidas à medida que o desgaste se intensifica (Figura 11.4). As causas especiais devem ser determinadas e corrigidas.

Os processos de medição também apresentam comportamentos semelhantes a esse, descrito para o processo de produção. Variações estão presentes nos processos, uma vez que não existem sistemas de medição perfeitos, operadores perfeitos, ambientes de medição ideais e nem mensurando perfeitamente definido e estável (Figura 11.5). Os vários fatores de influência geram instabilidades, provocando erros e incertezas de medição, que podem ser estáveis ou não ao longo do tempo.

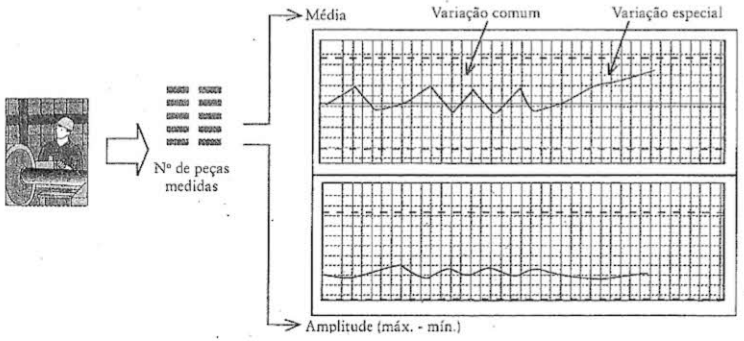


FIGURA 11.4 – Identificação de causas especiais com o controle estatístico de processos.

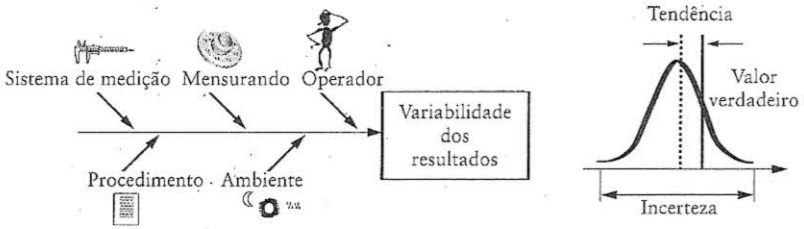


FIGURA 11.5 – Variabilidade do processo de medição.

No ambiente da indústria, os dois processos coexistem: o produtivo e o de medição. Se o processo de medição fosse perfeito, a análise estatística das medições levaria à formação de um retrato fiel das características do processo produtivo. Quando as variabilidades de processos de medição imperfeitos estão presentes, a análise estatística das medições obtidas revela características que são resultantes da combinação das variações dos dois processos. Se as variações do processo de medição são excessivas, podem ocorrer problemas de diagnósticos errados acerca da qualidade dos produtos e tomadas de ações incorretas para o controle dos processos (Figura 11.6). O processo produtivo real é enxergado de forma errada e essa informação aparente não possibilita melhorias de qualidade nos produtos.

Dada a importância da medição para o controle dos processos produtivos, é necessário que o comportamento do processo de medição seja

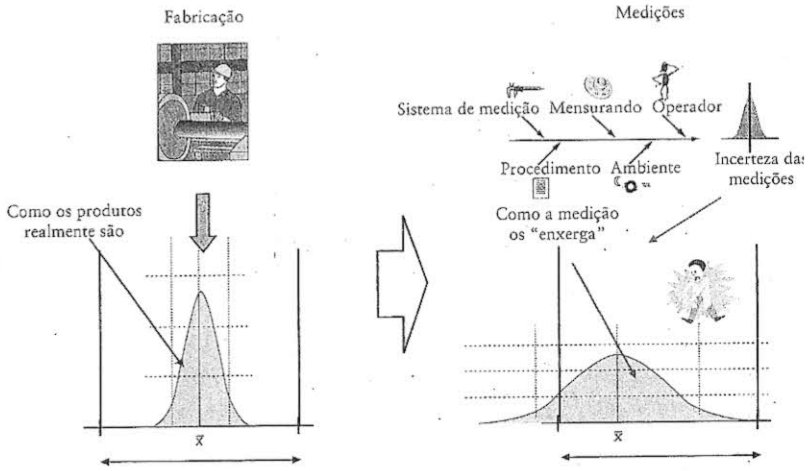


FIGURA 11.6 – Influência da incerteza de medição excessivamente grande na capacidade do processo.

bem conhecido e atenda às necessidades de controle do processo produtivo. Em outras palavras, é necessário que o próprio processo de medição esteja sob controle estatístico para que seja capaz de controlar o processo produtivo. A tendência e a incerteza do processo de medição precisam ser pequenos o suficiente quando comparados com a variabilidade dos processos de produção, e suas características devem permanecer estáveis ao longo do tempo.

Para investigar as propriedades do processo de medição e torná-lo confiável, é necessário realizar alguns testes e analisar as medições obtidas, no intuito de identificar e corrigir causas especiais de variação. A confiabilidade do sistema de medição é inferida por análises estatísticas das indicações que ele produz em condições controladas.

A análise das medições obtidas deve revelar algumas condições básicas para que o processo de medição possa ser considerado adequado para o monitoramento e controle dos processos e produtos:

- o processo de medição deve ser capaz de identificar pequenas variações nas características medidas nos produtos;
- a variabilidade do processo de medição (erros aleatórios) deve ser pequena quando comparada com a variabilidade do processo produtivo e com os limites de especificação das tolerâncias do produto;

178

- o processo de medição deve estar sob controle estatístico, o que significa que as variações do processo de medição são devidas somente às causas comuns e não às causas especiais.

11.3 PARÂMETROS UTILIZADOS NA ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS PROCESSOS DE MEDIÇÃO

Algumas características de um processo de medição podem ser quantificadas por parâmetros estatísticos relacionados ao valor médio e à dispersão. Para caracterizar o comportamento do valor médio do sistema de medição são utilizadas a *tendência*, a *estabilidade* e o *desvio linear da tendência*. Para caracterizar a sua dispersão, são utilizados os parâmetros *repetitividade* e *reprodutibilidade*. A estabilidade e o desvio linear da tendência são parâmetros novos. Os demais possuem os mesmos significados estudados no Capítulo 3:

11.3.1 TENDÊNCIA

A tendência corresponde à diferença entre a média das indicações obtidas de um processo de medição e um valor de referência. O valor de referência pode se originar de um padrão ou de um exemplar do próprio produto a medir que tenha sido previamente medido por outro processo de medição que resulte em incerteza dez vezes melhor (Figura 11.7).

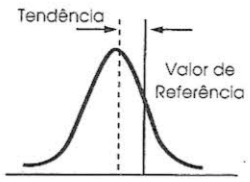


FIGURA 11.7 – Tendência.

11.3.2 REPETITIVIDADE

A repetitividade corresponde à faixa dentro da qual as indicações do processo de medição são esperadas quando é envolvido um mesmo operador, medindo uma mesma característica do produto e em condições operacionais idênticas (Figura 11.8).

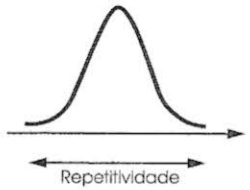


FIGURA 11.8 – Repetitividade.

11.3.3 REPRODUTIBILIDADE

A reprodutibilidade corresponde à faixa dentro da qual as indicações do processo de medição são esperadas quando são envolvidos diferentes operadores, medindo uma mesma característica do produto nas condições operacionais naturais do processo de medição (Figura 11.9).

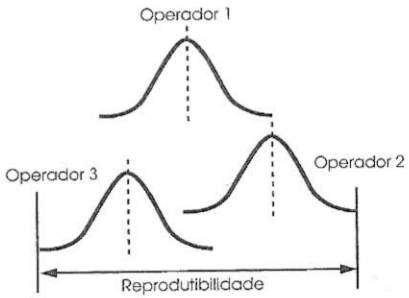


FIGURA 11.9 – Reprodutibilidade.

11.3.4 ESTABILIDADE

O parâmetro estabilidade está associado à capacidade do sistema de medição em manter suas características estatísticas ao longo do tempo. De modo prático, corresponde à faixa de variação da tendência ao longo do tempo (Figura 11.10).

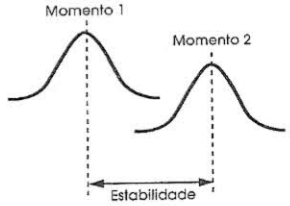


FIGURA 11.10 – Estabilidade.

11.3.5 DESVIO LINEAR DA TENDÊNCIA[1]

Idealmente, a tendência de um processo de medição deveria ser nula. Há casos nos quais a tendência não é nula, mas é praticamente a mesma para toda a faixa de medição. Há outros casos em que o valor da tendência cresce ou decresce em função do valor da indicação. O desvio linear da tendência está associado à forma como varia a tendência em função do valor da indicação

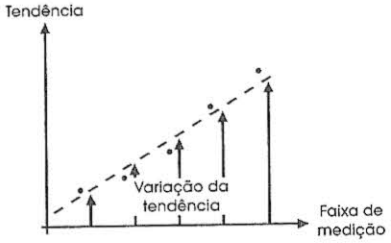


FIGURA 11.11 – Desvio linear da tendência.

1. Este parâmetro é algumas vezes denominado de "linearidade". Neste texto, "desvio linear da tendência" foi preferido por, no entendimento dos autores, ser uma denominação mais claramente relacionada ao efeito.

179

(Figura 11.11). Corresponde à inclinação da reta da figura. Se o valor da tendência não varia significativamente ao longo da faixa de medição, o desvio linear da tendência será nulo. Se a tendência aumenta com o valor da indicação, o desvio linear da tendência será um valor positivo.

No conjunto, esses cinco parâmetros são a base para a realização da análise da confiabilidade de processos de medição. A análise é normalmente realizada em duas etapas: (a) por meio de um ensaio de capacidade do processo de medição é estatisticamente verificado se ele é *capaz* de controlar a variável de interesse e (b) através da análise de repetitividade e reprodutibilidade calculam-se índices que atestam a adequabilidade do processo de medição em função das necessidades do processo produtivo.

11.4 AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DE PROCESSOS DE MEDIÇÃO

O melhor local para avaliar o desempenho de um processo de medição destinado a controlar um dado processo produtivo está no próprio processo produtivo. As condições em que o sistema estará sendo usado, os operadores típicos, os procedimentos e demais peculiaridades do processo de medição estarão presentes e de forma natural. Por meio de métodos estatísticos é possível inferir várias características que espelham o desempenho do processo de medição. A capacidade, a estabilidade, a repetitividade e a reprodutibilidade do processo de medição são os mais importantes.

11.4.1 PREPARAÇÃO DOS ENSAIOS

Para caracterizar de forma confiável os parâmetros que avaliam o desempenho dos processos de medição, são necessários ensaios objetivos e bem planejados. A falta de planejamento adequado pode gerar retrabalho ou, o que é pior, levar a conclusões erradas. Devem ser observados alguns cuidados básicos:

a) Planejamento dos experimentos

Devem ser definidos parâmetros que delimitam a abrangência dos ensaios. São exemplos: o número de operadores envolvidos, o número de amostras a serem coletadas, o número de repetições dentro de cada amostra e o período de coleta de dados. Sempre que importante, aspectos especiais do processo de medição podem ser abrangidos pelos testes.

b) Seleção das amostras

Alguns ensaios devem ser realizados com amostras retiradas da produção. As amostras devem ser aleatoriamente selecionadas de forma que representem bem as características naturais do processo produtivo. Dessa forma, serão coletadas amostras com dimensões dentro da faixa de variação que o processo normalmente apresenta. Se o processo produz peças fora das tolerâncias, na amostra possivelmente existirão também peças fora da tolerância. Uma vez selecionadas, as amostras devem ser numeradas.

c) Medição e registro

O procedimento de realização dos testes depende do parâmetro a ser determinado. Alguns ensaios empregam somente um operador medindo uma peça calibrada (padrão). Outros ensaios são realizados com vários operadores medindo várias peças não calibradas.

As medições realizadas nos ensaios devem ser conduzidas segundo os mesmos procedimentos naturalmente empregados durante as medições na produção. No caso de medir amostras da produção, essas devem ser ordenadas de forma aleatória e cada operador avaliado medirá o conjunto de amostras em ordem diferente dos outros operadores. As medições são registradas, bem como informações importantes comuns a qualquer ensaio (como as condições do ambiente, a ocorrência de anormalidades etc.). Após as medições e o registro de dados, são realizadas análises numéricas e gráficas para determinar os parâmetros de interesse do processo de medição.

Para o melhor entendimento das análises descritas nos próximos itens, é importante ter conhecimentos básicos sobre ferramentas e cartas utilizadas em controle estatísticos de processos (CEP), como cartas de controle de média e de amplitude.

11.4.2 AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE PROCESSOS DE MEDIÇÃO

Um processo produtivo é dito *capaz* se tem condições de naturalmente produzir sempre dentro dos limites de tolerância. Sempre que uma proporção significativa da produção resulta fora dos limites estabelecidos pelas tolerâncias, diz-se que o processo é *incapaz*. A Figura 11.12 ilustra três situações quanto à capacidade do processo produtivo.

Dois índices são normalmente usados para exprimir numericamente a capacidade de um processo: o índice de capacidade bilateral (C_p) e o ín-

180

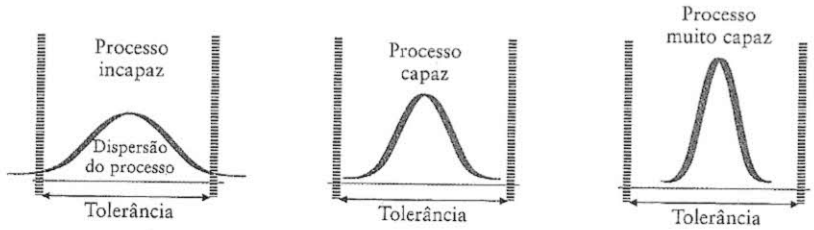


FIGURA 11.12 – Diferentes níveis de capacidade de um processo produtivo.

dice de capacidade para processos não centrados (C_{pk}). O índice de capacidade bilateral é obtido dividindo o intervalo de tolerância por seis vezes o desvio-padrão do processo na Equação (11.1). Se o processo apresenta pequena dispersão, o denominador da Equação (11.1) será menor, resultando em um valor maior para C_p. Logo, quanto maior o valor de C_p, mais capacidade terá o processo. Na prática, se $C_p \geq 1{,}33$ o processo é considerado capaz. A fórmula é expressa da seguinte maneira:

$$C_p = \frac{IT}{6 \cdot s} \qquad (11.1)$$

sendo:

- C_p índice de capacidade bilateral
- IT intervalo de tolerância, calculado pela diferença entre os dois limites de tolerância
- s estimativa do desvio-padrão associado à característica de interesse do processo.

Em alguns processos, a distribuição obtida não está centrada. Sua média não corresponde ao valor médio do campo de tolerâncias, mas está deslocada para uma das extremidades. Para esses casos, o coeficiente C_p não é conveniente. Utiliza-se então o coeficiente C_{pk}, que é calculado pela Equação (11.2). O valor do C_{pk} deverá ser sempre o menor dos valores calculados. Também aqui o valor crítico de 1,33 é o separador entre processos capazes e incapazes. Caso não tenha certeza se o processo está centrado, tanto o C_p quanto o C_{pk} devem ser calculados e o menor deles usado para caracterizar a capacidade do processo.

$$C_{pk} = min\left(\frac{\bar{x} - LIT}{3.s}, \frac{LST - \bar{x}}{3.s}\right) \qquad (11.2)$$

sendo:

- C_{pk} índice de capacidade para processos não centrados
- $\bar{x}$ estimativa da média do processo
- LIT limite inferior do campo de tolerância
- LST limite superior do campo de tolerância
- s estimativa do desvio-padrão associado à característica de interesse do processo.

Quando é feito um paralelo entre o processo de medição e um processo produtivo, é possível também classificar um processo de medição como *capaz* ou *incapaz*. Um processo é dito *capaz* se os erros de medição estão todos dentro da incerteza de medição admissível para uma dada aplicação. Quanto menores forem os erros de medição comparativamente à incerteza admissível, melhor será a capacidade do sistema, como ilustra a Figura 11.13. É comum considerar a incerteza de medição admissível para valores entre 1/10 a 1/20 do intervalo de tolerância.

FIGURA 11.13 – Diferentes níveis de capacidade de um processo de medição.

Dois índices são usados para exprimir numericamente a capacidade do processo de medição: o índice de capacidade bilateral (C_g) e o índice de capacidade para processos de medição não centralizados (C_{gk}). O primeiro é utilizado quando o processo não apresenta erros sistemáticos significativos. É calculado pela equação (11.3), dividindo a incerteza de medição admissível por seis vezes o valor da estimativa do desvio-padrão associado ao processo de medição. Freqüentemente um décimo do intervalo de tolerância (IT) é especificado como incerteza admissível.

$$C_g = \frac{IM_{adm}}{6 \cdot s} \qquad (11.3)$$

sendo:

- C_g índice de capacidade bilateral do processo de medição

183

IM_{adm} incerteza de medição admissível
s estimativa do desvio-padrão associado ao processo de medição.

O índice de capacidade para processos de medição não centralizados é mais adequado para caracterizar processos que apresentam erros sistemáticos não compensados. Através de medições repetidas de um mensurando com valor de referência conhecido, é possível estimar o erro sistemático através da tendência. A incerteza de medição admissível é freqüentemente adotada como um décimo do intervalo de tolerância (IT). O índice C_{gk} é calculado pela Equação (11.4):

$$C_{gk} = \frac{IM_{adm} - |Td|}{3 \cdot s} \qquad (11.4)$$

sendo:

C_{gk} índice de capacidade do processo de medição não centralizado
IM_{adm} incerteza de medição admissível
s estimativa do desvio-padrão associado ao processo de medição.

Em ambos os casos, o valor crítico de 1,33 é usado para distinguir os processos de medição capazes dos não capazes. Um processo de medição será considerado capaz se $C_g > 1{,}33$ e $C_{gk} > 1{,}33$.

Para realizar um ensaio de capacidade do processo de medição, é necessário dispor de um mensurando com valor de referência conhecido, com incerteza pelo menos dez vezes menor que a esperada para o processo de medição. Pode ser usado um padrão com valor de referência bem conhecido ou um exemplar do produto, cujo valor de referência tenha sido determinado por outro sistema de medição com incerteza adequada. Esse padrão, ou produto, é medido repetidas vezes, permitindo calcular a tendência e a dispersão do processo.

O procedimento para determinar a capacidade de um processo de medição é melhor compreendido mediante um exemplo:

Exemplo 11.1:

Foi realizado um ensaio de capacidade de um processo de medição a ser utilizado no controle do diâmetro interno de (100,00 ± 0,04) mm. Para o ensaio, foi utilizado como referência um anel-padrão com diâmetro calibrado de (100,000 ± 0,001) mm, representado na Figura 11.14. Nesse anel, foram realizadas vinte medições pelo mesmo operador, obtendo-se as vinte indicações da Tabela 11.1 e as respectivas diferenças em relação ao valor de referência.

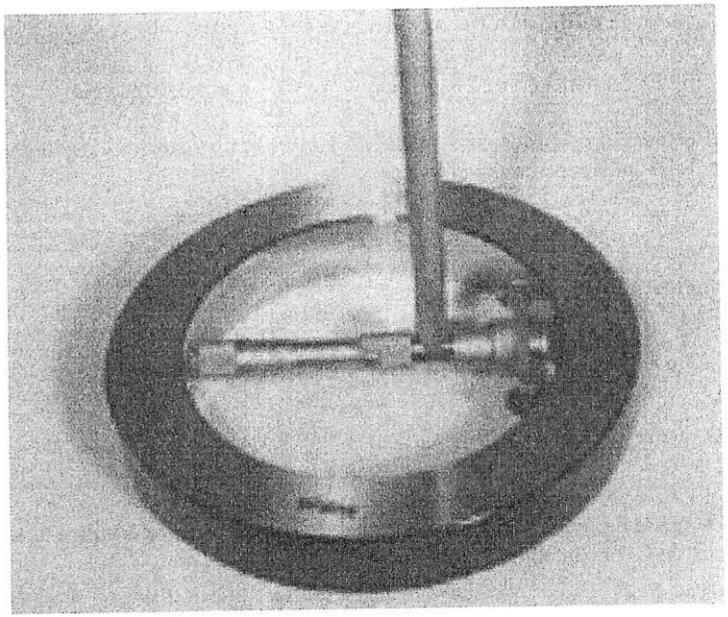


FIGURA 11.14 – Anel-padrão usado como referência para ensaio de capacidade do processo de medição de diâmetros internos.

TABELA 11.1 – Medições repetidas de um anel-padrão

Nº	Indicação (mm)	Diferença (mm)	Nº	Indicação (mm)	Diferença (mm)
1	99,998	-0,002	11	99,999	-0,001
2	99,996	-0,004	12	99,997	-0,003
3	99,998	-0,002	13	99,999	-0,001
4	99,998	-0,002	14	99,998	-0,002
5	99,996	-0,004	15	99,999	-0,001
6	99,997	-0,003	16	99,997	-0,003
7	99,998	-0,002	17	99,999	-0,001
8	99,996	-0,004	18	99,998	-0,002
9	99,996	-0,004	19	99,997	-0,003
10	99,998	-0,002	20	99,999	-0,001

182

A partir da média de todas as diferenças encontradas, calcula-se a tendência:

$$\text{Tendência} = \frac{\sum \text{diferenças}}{n} = \frac{-0{,}047}{20} = -0{,}0024 \text{ mm}$$

A dispersão do processo de medição é estimada através do desvio-padrão (s_g) das indicações, calculado por:

$$s_g = \sqrt{\frac{\sum (I_i - \bar{I})^2}{n-1}}$$

sendo:

I_i i-ésima indicação
$\bar{I}$ média de todas as indicações
n número de medições realizadas.

O que resulta em:

$$s_g = 0{,}0011 \text{ mm}$$

De posse da tendência e da estimativa do desvio-padrão, o índice de capacidade C_{gk} é calculado através da equação:

$$C_{gk} = \frac{IM_{adm} - |Td|}{3 \cdot s_g}$$

sendo:

IM_{adm} faixa de incerteza admissível para a característica medida
Td tendência do processo de medição
s_g desvio-padrão das indicações.

Considerando a incerteza admissível como 1/10 do intervalo de tolerância da característica medida, o índice C_{gk} resulta em:

$$C_{gk} = \frac{0{,}1 \cdot IT - |Td|}{3 \cdot s_g} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}080 - |-0{,}0024|}{3 \cdot 0{,}0011} = 1{,}70$$

Como C_{gk} = 1,70 > 1,33, o processo de medição é considerado capaz e pode ser utilizado na aplicação.

O fluxograma da Figura 11.15 sintetiza os passos do procedimento típico de um ensaio de capacidade de um processo de medição.

Caso o processo de medição não se mostre capaz, algumas ações podem ser tomadas. O fluxograma mostrado na Figura 11.16 representa três grupos de ações.

O primeiro grupo de ações envolve a melhoria do processo de medição sem a troca do sistema de medição. Com base na análise do balanço

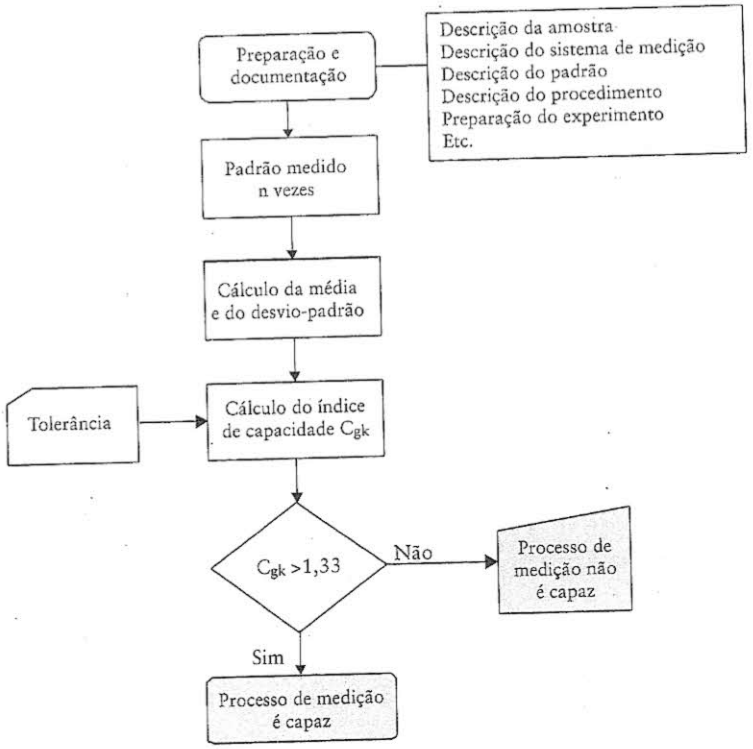


FIGURA 11.15 – Fluxograma de um ensaio de capacidade de um sistema de medição.

de incertezas, deve-se agir sobre a fonte de incerteza mais significativa, o que pode resultar em:

- melhorar o procedimento de medição;
- calibrar e ajustar o sistema de medição;
- melhorar condições ambientais;
- treinar os operadores;
- reduzir a incerteza do padrão (limpeza, re-calibração, maior tempo de estabilização etc.).

Uma vez que os resultados dessas ações não sejam suficientes para tornar o processo de medição capaz, pode ser conveniente selecionar um

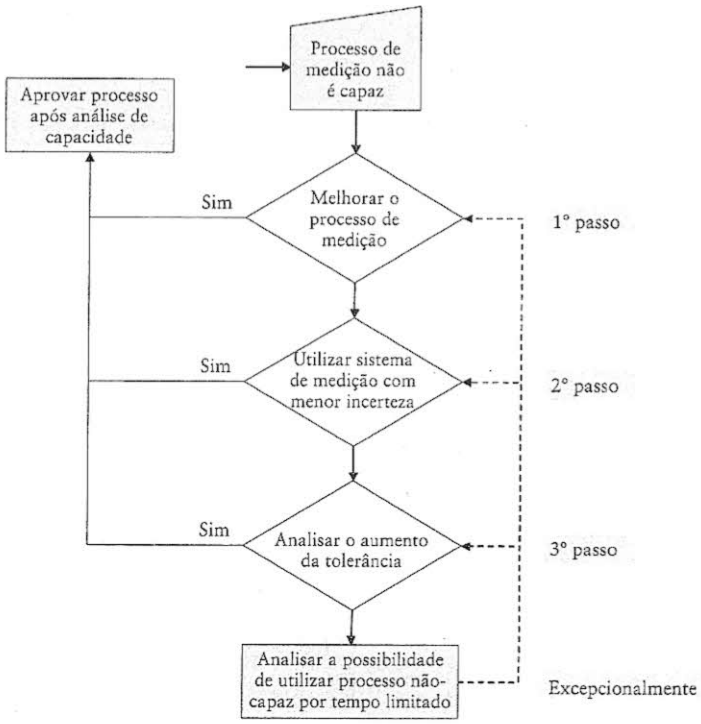


FIGURA 11.16 – Ações corretivas para tornar o processo de medição capaz.

outro sistema de medição de melhor qualidade que resulte em menor incerteza para o processo. Esse segundo grupo de ações pode envolver:

- selecionar um sistema de medição similar, mas com incerteza menor;
- mudar o método de medição (por exemplo, da indicação para zeragem);
- utilizar um sistema de medição mais robusto diante das condições ambientais e de utilização;
- selecionar um sistema de medição que opere de forma automatizada, sem interferência do operador;

- selecionar um sistema de medição que utilize outro princípio de medição.

Caso o processo de medição ainda permaneça incapaz, a terceira e última frente de ações recai sobre a reavaliação da necessidade de se manter tolerâncias tão apertadas. Obviamente, qualquer alteração nos valores de tolerância só pode ser efetuada após ampla análise dos múltiplos aspectos do produto e em comum acordo com os departamentos de engenharia, fabricação e qualidade, e após estabelecer acordos com clientes e fornecedores.

Caso nenhuma dessas estratégias de otimização consiga tornar o processo de medição capaz, não será possível garantir a qualidade da produção. É preciso ter uma idéia dos riscos e das conseqüências decorrentes de utilizar um processo de medição não capaz. São medidas que, embora não resolvam estas limitações, podem atenuar a gravidade da situação:

- checar freqüentemente a estabilidade do processo de medição;
- estabelecer controles adicionais no produto que utiliza esse componente medido pelo processo não capaz;
- levar periodicamente amostras de produtos para serem medidos em um laboratório de metrologia de referência;
- estabelecer um tempo limite em que o processo de medição vai operar nessa condição, de comum acordo com o departamento de engenharia, fabricação e qualidade; estabelecer acordos com clientes e fornecedores;
- reavaliar continuamente os três primeiros passos para verificar a possibilidade de tornar o processo capaz.

11.4.3 ENSAIO DE ESTABILIDADE DE LONGO PRAZO

A estabilidade do processo de medição é um aspecto muito importante a ser avaliado. A estabilidade é a chave para a previsibilidade do comportamento do processo de medição. É avaliada através de um ensaio periódico, utilizando um padrão ou uma amostra de referência. Medições repetidas são realizadas em momentos distintos para determinar a tendência. A variação da tendência ao longo do tempo é utilizada para diagnosticar a estabilidade do processo de medição. Uma carta de controle com as médias e amplitudes de cada ensaio, com os seus res-

pectivos limites de controle, deve ser utilizada para o registro dos resultados (Figura 11.17). Na impossibilidade de utilizar uma amostra calibrada, pode-se utilizar uma amostra não-calibrada, desde que essa seja estável ao longo do tempo.

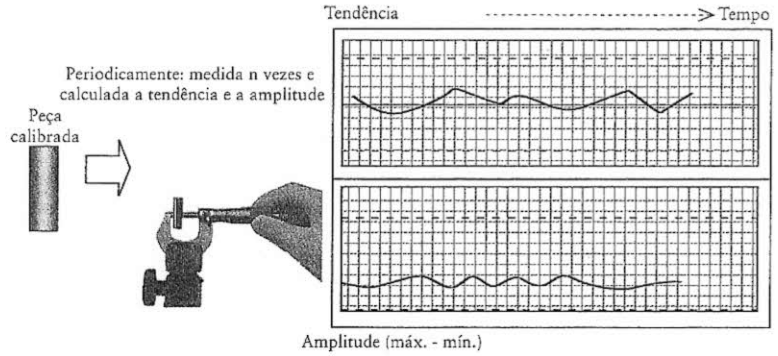


FIGURA 11.17 – Avaliação da estabilidade do processo de medição com uma amostra calibrada.

Os gráficos de controle da média e da amplitude são ferramentas muito usadas para o controle estatístico de processos (CEP). São freqüentemente denominados de *cartas de controle*. Há várias formas de construir essas cartas. No caso, "n" medições repetidas do padrão foram realizadas em um dia predefinido, formando um grupo de medições. Outros grupos de "n" medições repetidas foram formados em diferentes dias dentro do período de duração do ensaio. A média de cada grupo diário foi subtraída do valor de referência do padrão e a tendência das medições do grupo diário foi calculada. Seu valor é representado como um ponto seqüencial na carta das médias. A carta da amplitude representa a diferença entre a maior e a menor indicação dentro de um mesmo grupo diário. Os limites de controle, representados em cada carta por linhas tracejadas, definem as regiões dentro das quais os pontos calculados podem estar contidos. São calculados com base na dispersão natural do processo de medição.

Tanto a calibração quanto a análise da reprodutibilidade e repetitividade de um processo de medição avaliam apenas a sua estabilidade de curto prazo. Não permitem um diagnóstico detalhado de como o processo de medição varia ao longo do tempo. Assim, é muito importante

antes de iniciar uma ampla análise fazer uma verificação da sua estabilidade. Se o processo de medição não é estável nas condições naturais de uso, não é possível usá-lo de forma confiável para assegurar a qualidade de um processo produtivo.

A duração do ensaio e o período entre as coletas dos grupos de medições dependem das condições em que o processo de medição é realizado e do conhecimento prévio de sua estabilidade. Processos de medição menos controlados, com maior incidência de causas especiais, devem ser testados mais freqüentemente.

As análises da carta de controle são idênticas ao controle estatístico de processos (CEP). Devem ser avaliados não somente pontos fora dos limites de controle, mas também outros comportamentos que possam estar associados a causas especiais. São exemplos: (a) um conjunto de "k" pontos seqüenciais, todos com valores crescentes, denominado de "tendência crescente"; (b) idem com valores decrescentes; (c) uma seqüência com "k" pontos de um mesmo lado da linha central (Figura 11.18).

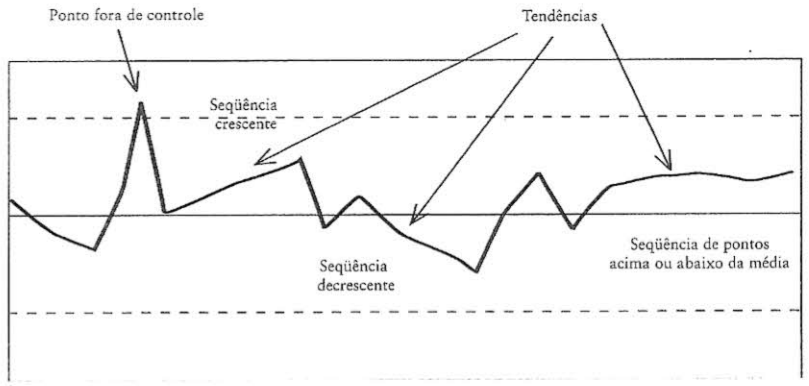


FIGURA 11.18 – Identificação de causas especiais de variação.

A análise destas cartas pode levar a conclusões importantes:

- valores elevados na carta de amplitudes indicam que a incerteza do processo de medição não é estável. O ensaio está sendo conduzido sob efeito de fortes influências aleatórias, por exemplo, a fixação indevida de uma peça no momento da medição, operador inabilitado, etc.;
- instabilidades na carta das médias indicam que o processo de medição sofreu uma mudança que alterou a sua tendência. Algum fator

185

de influência sistemática alterou o processo, como o desgaste do sistema de medição, a temperatura ambiente, etc.

11.4.4 ENSAIO DE ESTABILIDADE DE CURTO PRAZO

A estabilidade de um processo de medição deve ser obtida, idealmente, de uma avaliação de longo prazo (Figura 11.19). No dia-a-dia da indústria, porém, existem situações em que é difícil, ou mesmo impossível, realizar um estudo de estabilidade de longo prazo. Nessas situações, para não deixar de ter alguma indicação de estabilidade do processo de medição, parte-se para uma avaliação de curto prazo. Essa análise é realizada com base na amplitude dos resultados de vários operadores medindo amostras da produção (não-calibradas), adotando-se os mesmos critérios de estabilidade descritos para o ensaio de longo prazo, envolvendo observação de pontos fora de controle e tendências. A carta das amplitudes é preferida porque os valores das amostras extraídas da produção não são conhecidos, impedindo o uso da carta das médias. Esse procedimento pode ser mais bem entendido observando o exemplo a seguir, que voltará a ser utilizado também para o cálculo de outros parâmetros neste capítulo.

Exemplo 11.2:
Um experimento foi realizado com o objetivo de analisar a estabilidade de curto prazo de um processo de medição. Foram coletadas dez peças do processo produtivo, e dois operadores foram envolvidos, cada um medindo cada peça repetidamente por três vezes. As peças possuem uma tolerância dimensional de ± 0,08 mm.
Os resultados foram registrados, obtendo-se a Tabela 11.2. Para cada peça, foi calculada a média e a amplitude dos resultados das medições repetidas. Todos os dados estão em mm.

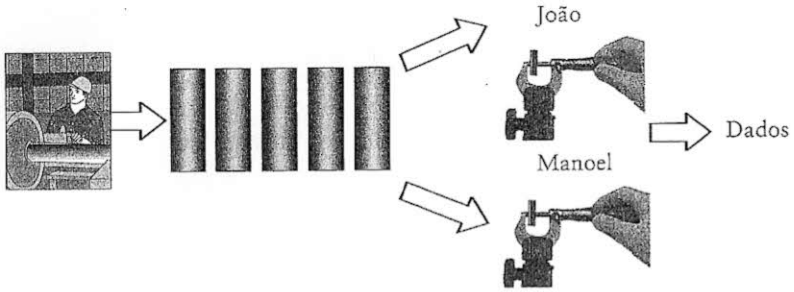


FIGURA 11.19 – Ensaio de estabilidade de curto prazo.

TABELA 11.2 – Medições repetidas de dez peças por dois operadores

Operadores		Peças 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
João	Medição 1	20,010	20,003	20,018	20,011	20,012	20,016	20,008	20,013	20,012	20,005
	Medição 2	20,012	20,004	20,016	20,012	20,013	20,014	20,007	20,011	20,014	20,006
	Medição 3	20,011	20,006	20,017	20,010	20,010	20,014	20,008	20,010	20,012	20,007
	Média	*20,011*	*20,004*	*20,017*	*20,011*	*20,012*	*20,015*	*20,008*	*20,011*	*20,013*	*20,006*
	Amplitude	*0,002*	*0,003*	*0,002*	*0,002*	*0,003*	*0,002*	*0,001*	*0,003*	*0,002*	*0,002*
Manoel	Medição 1	20,011	20,003	20,015	20,013	20,014	20,014	20,004	20,010	20,014	20,004
	Medição 2	20,011	20,003	20,015	20,011	20,015	20,013	20,005	20,014	20,013	20,003
	Medição 3	20,010	20,005	20,017	20,011	20,012	20,015	20,007	20,011	20,011	20,006
	Média	*20,011*	*20,004*	*20,016*	*20,012*	*20,014*	*20,014*	*20,005*	*20,012*	*20,013*	*20,004*
	Amplitude	*0,001*	*0,002*	*0,002*	*0,002*	*0,003*	*0,002*	*0,003*	*0,004*	*0,003*	*0,003*

Com esses dados, elabora-se uma carta de controle das amplitudes. Os limites superior e inferior de controle – LSC e LIC, respectivamente – são calculados com base na estimativa do desvio-padrão, obtida a partir da amplitude de variação usando coeficientes especialmente calculados para essa finalidade. São usadas as seguintes equações:

$$LIC = \bar{R} \cdot D_3 \qquad (11.5)$$
$$LSC = \bar{R} \cdot D_4$$

sendo:
- LIC limite inferior de controle da carta de amplitudes
- LSC limite superior de controle da carta de amplitudes
- $\bar{R}$ amplitude média entre todas as amplitudes
- D_3 e D_4 constantes da Tabela 11.3.

TABELA 11.3 – Constantes para o cálculo dos limites de controle da carta da amplitude

Nº de observações por grupo	A_2	D_3	D_4
2	1,880	0	3,267
3	1,023	0	2,575
4	0,729	0	2,282
5	0,577	0	2,115
6	0,483	0	2,004
7	0,419	0,076	1,924
8	0,373	0,136	1,864
9	0,337	0,184	1,816
10	0,308	0,223	1,777
11	0,285	0,256	1,744
12	0,266	0,284	1,716
13	0,249	0,308	1,692
14	0,235	0,329	1,671
15	0,223	0,348	1,652

Com os dados do exemplo, calcula-se a amplitude média como:

$$\bar{R} = 0{,}00235 \text{ mm}$$

Os limites de controle são calculados pelas Equações (11.5):

$$LIC = 0{,}00235 * 0{,}000 = 0{,}0000 \text{ mm}$$
$$LSC = 0{,}00235 * 2{,}575 = 0{,}0060 \text{ mm}$$

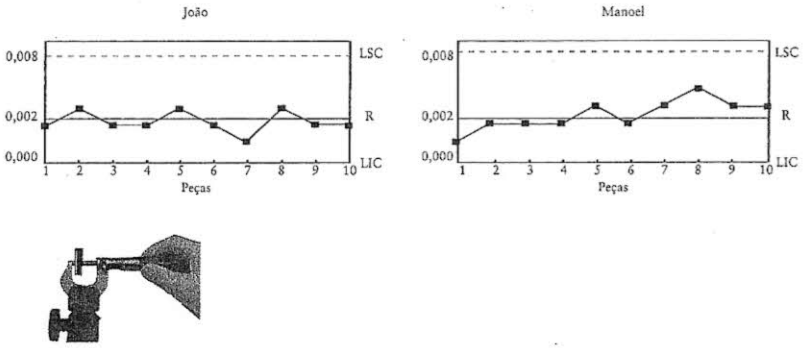


Figura 11.20 – Cartas de controle da amplitude.

Com esses dados, elabora-se a carta de controle das amplitudes para os dois operadores em cada uma das peças.

A análise dessas cartas de controle não revela sinais de instabilidade como pontos fora dos limites de controle ou tendências. Dessa forma, o processo de medição pode ser considerado sob controle e com boa estabilidade de curto prazo.

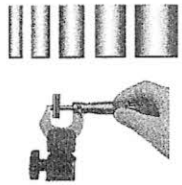
11.4.5 ENSAIO DE DESVIO LINEAR DA TENDÊNCIA

O ensaio de desvio linear da tendência levanta a componente linear da variação da tendência associada ao processo ao longo da faixa de medição. Portanto, consiste em um conjunto de ensaios de tendência, realizados com padrões de diferentes dimensões, de forma a verificar o valor da tendência em diferentes pontos da faixa de medição.

A Tabela 11.4 traz o resultado de um ensaio de desvio linear da tendência de um sistema de medição. Foram utilizadas amostras calibradas

para avaliar a tendência do sistema em cinco posições da sua faixa de medição. Cada peça foi medida dez vezes, sendo calculada uma média. Todos os valores estão em mm.

Tabela 11.4 – Resultado de ensaio de desvio linear da tendência de um sistema de medição



Valor de referência	Indicação média	Tendência
5,000	5,002	+0,002
10,500	10,508	+0,008
15,000	15,012	+0,012
20,500	20,521	+0,021
25,000	25,020	+0,020

Figura 11.21 – Peças calibradas cobrindo a faixa de medição do sistema.

Os valores calculados para as tendências e os valores de referência são utilizados para ajustar uma reta de regressão pelo método dos mínimos quadrados. A inclinação dessa reta representa o desvio linear da tendência do processo de medição. Deve-se ressaltar que é a inclinação da reta, e não a qualidade do ajuste, que determina o valor do desvio linear da tendência do processo de medição.

Os coeficientes da reta de regressão, cuja equação é: $y = a\,x + b$, são calculados por:

$$a = \frac{n\cdot(\sum x\cdot y)-(\sum x)\cdot(\sum y)}{n\cdot(\sum x^2)-(\sum x)^2} \quad \text{e} \quad b = \frac{(\sum y)-a\cdot(\sum x)}{n}$$

Para o caso estudado, esses coeficientes assumem os valores:

$$a = 0{,}00092 \quad \text{e} \quad b = -\,0{,}00113$$

O desvio linear da tendência, dado pela inclinação da reta de regressão, é igual a 0,00092 mm/mm.

A equação da reta de regressão que representa o desvio da tendência em função da indicação, expressa em µm, é:

$$DT = (0{,}92 \cdot I) - 1{,}13$$

sendo:

DT desvio da tendência

I valor da indicação.

Quando a calibração do sistema de medição é realizada em laboratório, o desvio linear da tendência é bem determinado. Com o uso, as características do sistema se degradam e, sob a ação das demais fontes de incerteza no processo de medição, o desvio linear da tendência pode aparecer e se intensificar. A monitoração do seu valor é um meio para verificar indiretamente a qualidade de uma componente do processo de medição.

11.4.6 ENSAIO DE REPETITIVIDADE

A repetitividade representa a variabilidade natural inerente ao processo de medição, sempre avaliada em condições de medição semelhantes. Envolve medições repetidas da mesma amostra, realizadas pelo mesmo operador, e em um período curto. É comum que a amostra seja retirada e reposicionada no sistema de medição entre as medições repetidas.

A repetitividade pode ser estimada a partir do desvio-padrão das medições repetidas, da forma estudada no Capítulo 3. Em alguns ensaios realizados em ambientes industriais, para facilitar as operações matemáticas, a repetitividade também pode ser estimada com base nas amplitudes dos resultados das medições repetidas de cada amostra.

Para exemplificar esse procedimento, considere ainda o exemplo do ensaio realizado para determinar a estabilidade de curto prazo (item 11.4.4), de onde foram obtidas as amplitudes aqui reproduzidas:

TABELA 11.5 – Amplitudes obtidas para determinar estabilidade de curto prazo

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
João	Amplitude	0,002	0,003	0,002	0,002	0,003	0,002	0,001	0,003	0,002	0,002
Manoel	Amplitude	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003	0,002	0,003	0,004	0,003	0,003

A amplitude média deve ser calculada. Com esse valor médio, é possível estimar o desvio-padrão para as condições de repetitividade por:

$$s_{Re} = \frac{\overline{R}}{d_2} \qquad (11.6)$$

sendo:

s_{Re} estimativa do desvio-padrão para as condições de repetitividade

$\overline{R}$ amplitude média entre todas as amplitudes

d_2 constante obtida da Tabela 11.6 em função do número de ciclos (m) e do produto do número de amostras pelo número de operadores (g).

TABELA 11.6 – Valores da constante d_2 para estimativa do desvio-padrão a partir da amplitude média

g \ m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,41	1,91	2,24	2,48	2,67	2,83	2,96	3,08	3,18
2	1,28	1,81	2,15	2,40	2,60	2,77	2,91	3,02	3,13
3	1,23	1,77	2,12	2,38	2,58	2,75	2,89	3,01	3,11
4	1,21	1,75	2,11	2,37	2,57	2,74	2,88	3,00	3,10
5	1,19	1,74	2,10	2,36	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10
6	1,17	1,73	2,09	2,35	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10
7	1,17	1,73	2,09	2,35	2,55	2,72	2,87	2,99	3,10
8	1,16	1,72	2,08	2,35	2,55	2,72	2,87	2,98	3,09
9	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09
10	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09
11	1,15	1,71	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09
12	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,72	2,85	2,98	3,09
13	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,71	2,85	2,98	3,09
14	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08
15	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08
>15	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078

m = número de ciclos g = número de amostras × número de operadores

No exemplo, foram realizadas três medições por peça, sendo m = 3 o número de ciclos. Dois operadores foram envolvidos e dez amostras (peças) foram medidas, fazendo com que g = 10 x 2 = 20. Da Tabela 11.6, obtém-se d_2 = 1,693. O valor da amplitude média, já previamente calculada, é de 0,00235 mm. Assim, o desvio-padrão para as condições de repetitividade é estimado como:

$$s_{Re} = \frac{\overline{R}}{d_2} = \frac{0{,}00235}{1{,}693} = 0{,}00139$$

A praxe adotada nos ensaios de repetitividade para quantificá-la envolve um formato distinto do estudado no Capítulo 3. São duas as principais mudanças: (a) a probabilidade de enquadramento utilizada é de 99%

em lugar de 95%, e (b) em lugar de exprimir a semilargura da faixa simétrica em torno do valor central, toda a extensão da faixa é utilizada.

Para obter uma faixa que contenha 99% da área sobre a distribuição normal, é necessário fixar os limites em ± 2,576 σ em torno do valor médio. Assim, a largura total da faixa é 2 x 2,576 σ = 5,152 σ. Assim, para esse tipo de ensaio, a repetitividade é calculada por:

$$\text{Repe} = 5{,}152 s_{Re} \tag{11.7}$$

sendo:

s_{Re} estimativa do desvio-padrão para as condições de repetitividade

Repe faixa de repetitividade para 99% de probabilidade de enquadramento.

Portanto, para o exemplo Repe = 5,152 x 0,00139 = 0,0072 mm, este resultado indica que, com 99% de probabilidade, os erros aleatórios associados ao processo de medição nas condições de repetitividade estarão contidos dentro de uma faixa total de 0,0072 mm, ou ± 0,0036 mm em torno do valor médio.

11.4.7 ENSAIO DE REPRODUTIBILIDADE

A reprodutibilidade do processo de medição representa a variabilidade natural inerente ao seu processo, quando realizada em condições variadas que espelham a realidade do processo de medição. Envolve medições com distintos operadores e pode envolver períodos mais longos e variações ambientais típicas do processo de medição.

Se existe influência significativa do operador, as médias globais das medições feitas por cada operador envolvido serão significativamente diferentes entre si. Isso pode ser denunciado pela carta de controle das médias e pelas diferenças entre as médias dos operadores para cada peça.

Retomando ao mesmo exemplo em que foi avaliada a estabilidade de curto prazo do processo de medição, para melhor avaliar a influência dos operadores, é conveniente traçar a carta de controle para as médias de cada grupo de três medições repetidas. Nesse caso, é conveniente calcular os limites da carta de controle da média com base na média de todas as medições e na amplitude média, considerando todos os grupos de três medições repetidas por:

$$\begin{aligned} \text{LIC} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \\ \text{LSC} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \end{aligned} \tag{11.8}$$

sendo:

LIC valor do limite inferior de controle

LSC valor do limite superior de controle

$\bar{\bar{X}}$ média das médias de todas as medições disponíveis

$\bar{R}$ amplitude média dos diversos grupos

A_2 constante obtida da Tabela 11.3 em função do número de medições dentro do grupo.

Com os dados do problema, é construída a carta de controle mostrada na Figura 11.22.

As linhas correspondentes a cada operador estão representadas por estilos diferentes: contínua e traço-ponto, evidenciando pequenas diferenças entre medições efetuadas pelos diferentes operadores. Note a existência de vários pontos fora dos limites de controle. Isso se deve à forma como os limites de controle foram calculados, tendo por base a repetitividade do processo de medição, que não leva em conta a variabilidade do processo produtivo. A existência de pontos fora de controle é um indício de que a variabilidade do sistema é bem menor do que a variabilidade do processo produtivo, o que é uma boa notícia. Se, ao contrário, nenhum ponto nessa carta estivesse fora dos limites de controle, significaria que a variabili-

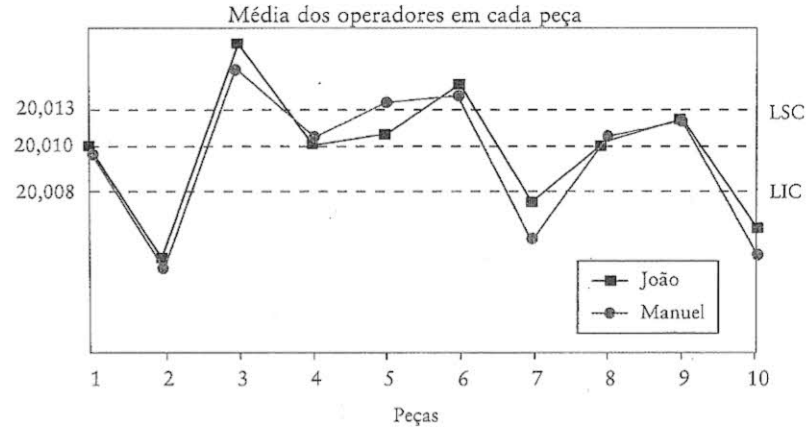


FIGURA 11.22 – Carta de controle das médias usada para comparar os dois operadores.

189

dade do processo de medição seria muito grande quando comparada com a do processo produtivo. Nessa hipótese, o sistema de medição seria inaceitável para o propósito de analisar o processo produtivo.

A reprodutibilidade também pode ser estimada numericamente. O ponto de partida é a determinação da média global para cada operador. A diferença entre a maior e a menor média representa a amplitude entre operadores (R_{OP}):

$$R_{OP} = \text{Maior Média} - \text{Menor Média} \qquad (11.9)$$

sendo:

R_{OP} amplitude entre operadores.

A amplitude entre operadores é utilizada para determinar o desvio-padrão associado à reprodutibilidade (s_{op}), dado por:

$$s_{OP} = \frac{\overline{R}_{OP}}{d_2} \qquad (11.10)$$

sendo:

s_{OP} estimativa do desvio-padrão associado à reprodutibilidade
R_{OP} amplitude entre operadores
d_2 constante obtida da Tabela 11.6 em função do número de ciclos (m) e do produto do número de amostras pelo número de operadores (g).

De forma análoga à faixa de repetitividade, a faixa de reprodutibilidade é calculada para a probabilidade de enquadramento de 99% por:

$$\text{Repro}_C = 5{,}152_{OP} \qquad (11.11)$$

sendo:

s_{OP} estimativa do desvio-padrão associado à reprodutibilidade
Repro_C faixa de reprodutibilidade contaminada para 99% de probabilidade de enquadramento.

Entretanto, da forma como foi determinada, a estimativa da reprodutibilidade está contaminada pela repetitividade do processo de medição. Para corrigir esse efeito, a variância decorrente da contribuição da repetitividade deve ser subtraída da variância da reprodutibilidade contaminada, o que é realizado através da Equação (11.2):

$$\text{Repro} = \sqrt{\left[5{,}152 \cdot \frac{R_{OP}}{d_2}\right]^2 - \left[\frac{(5{,}152 \cdot s_{Re})^2}{n \cdot r}\right]} \qquad (11.12)$$

sendo:

Repro faixa de reprodutibilidade corrigida para 99% de probabilidade de enquadramento
s_{Re} estimativa do desvio-padrão para as condições de repetitividade
s_{OP} estimativa do desvio-padrão associado à reprodutibilidade
n número de amostras medidas
r número de operadores envolvidos
d_2 constante obtida da Tabela 11.6 em função do número de ciclos (m) e do produto do número de amostras medidas (n) pelo número de operadores (r).

Se os cálculos resultarem em um número negativo dentro da raiz quadrada, assume-se que a reprodutibilidade é zero.

Para o exemplo estudado, é necessário calcular as médias das medições de cada operador:

Operador	Média global
João	20,0107
Manoel	20,0103

$$R_{OP} = 20{,}0107 - 20{,}0103 = 0{,}0004\,\text{mm}$$

$$s_{OP} = \frac{0{,}0004}{1{,}693} = 0{,}00024\,\text{mm}$$

$$\text{Repro} = \sqrt{\left[5{,}152 \cdot \frac{0{,}0004}{1{,}693}\right]^2 - \left[\frac{(5{,}152 \cdot 0{,}00139)^2}{10 \cdot 2}\right]} = \sqrt{-0{,}000001}$$

Como o número dentro da raiz quadrada é negativo, a faixa de reprodutividade corrigida é assumida como zero. Conclui-se que a influência dos operadores sobre o processo de medição não é significativa.

11.4.8 ANÁLISE DA VARIAÇÃO PEÇA A PEÇA

A variação peça a peça (VP) pode ser visualizada na carta de controle das médias (Figura 11.22). Essa variação traz informações importantes sobre a parcela de variabilidade atribuída ao processo de fabricação.

190

O cálculo da variação peça a peça (VP) inicia-se com o cálculo das médias de cada peça. A seguir, determina-se a amplitude de variação das peças (R_p), com a qual é calculado o desvio-padrão de peça a peça (s_p). São usadas as equações:

$$s_P = \frac{R_P}{d_2} \qquad (11.13)$$

sendo:

- s_p estimativa do desvio-padrão associado à variação peça a peça
- R_p amplitude entre as peças
- d_2 constante obtida da Tabela 11.6 em função do número de ciclos (m) e do produto do número de amostras pelo número de operadores (g).

Finalmente, a faixa de variação peça a peça é determinada com 99% de enquadramento por:

$$VP = 5{,}152 s_p \qquad (11.14)$$

sendo:

- VP faixa de variação peça a peça para 99% de probabilidade de enquadramento
- s_p estimativa do desvio-padrão associado à variação peça a peça.

Para o exemplo, as médias de cada peça são:

TABELA 11.7 – Valores médios obtidos para dez peças medidas por dois operadores

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
João	Média	20,011	20,004	20,017	20,011	20,012	20,015	20,008	20,011	20,013	20,006
Manoel	Média	20,011	20,004	20,016	20,012	20,014	20,014	20,005	20,012	20,013	20,004
Média da peça		20,011	20,011	20,004	20,016	20,011	20,013	20,014	20,006	20,011	20,013

A diferença entre a maior e a menor peça é:

$R_p = 20{,}016 - 20{,}004 = 0{,}012$ mm

O desvio-padrão associado à variação peça a peça é calculado como:

$$s_p = \frac{0{,}012}{1{,}693} = 0{,}0071 \text{ mm}$$

e

$$VP = 5{,}152 \cdot s_p = 5{,}152 \cdot 0{,}0071 = 0{,}036 \text{ mm}$$

Esse número confirma que a variação peça a peça é muito mais intensa que as variações provocadas pelo processo de medição.

11.4.9 ANÁLISE DA VARIAÇÃO TOTAL DO PROCESSO

Um índice envolvendo as variações totais (VT) do processo produção-medição pode ser estimado. Esse índice engloba a variabilidade do processo de medição (sistema de medição e operador) e do processo de fabricação (variação peça a peça). É estimado a partir das estimativas dos desvios-padrão associados à repetitividade (s_{Re}), à reprodutibilidade (s_{OP}) e ao processo de fabricação (s_p), através da Equação (11.5):

$$s_T = \sqrt{s_{Re}^2 + s_{OP}^2 + s_P^2} \qquad (11.15)$$

sendo:

- s_T estimativa do desvio-padrão associado à variação total do processo produção-medição
- s_{Re} estimativa do desvio-padrão para as condições de repetitividade
- s_{OP} estimativa do desvio-padrão associado à reprodutibilidade
- s_p estimativa do desvio-padrão associado à variação peça a peça.

A partir desse desvio-padrão, calcula-se a faixa de variação total do processo produção-medição:

$$VT = 5{,}152 s_T \qquad (11.16)$$

sendo:

- VT faixa de variação total do processo para 99% de probabilidade de enquadramento
- s_T estimativa do desvio-padrão associado à variação total do processo produção-medição.

Para o exemplo, a variação total do processo produção-medição é calculada por:

$$s_T = \sqrt{(0{,}0014)^2 + (0{,}0012)^2 + (0{,}0071)^2} = 0{,}0073 \text{ mm}$$

$$VT = 5{,}152 \times 0{,}0073 = 0{,}038 \text{ mm}$$

11.4.10 ANÁLISE DO PARÂMETRO R&R

O parâmetro denominado R&R é muito usado na indústria de forma conclusiva para verificar a adequabilidade do processo de medição. O parâmetro R&R resulta da combinação da Repetitividade com a Reprodutibilidade. Freqüentemente é considerada como a variabilidade total da medição, excluindo a variação devida à própria peça e a tendência do processo.

Existem três métodos para a determinação do R&R: (a) o método da amplitude, (b) o método da média e amplitude e (c) o método baseado na análise de variâncias (ANOVA). Neste texto é apresentado apenas o roteiro do método da média e amplitude.

O R&R pode ser expresso de forma absoluta, mas na maioria das vezes é expresso de forma relativa, como um percentual da tolerância ou como percentual da variação total do processo.

De forma absoluta, o cálculo do R&R é efetuado pela equação:

$$R\,\&R = \sqrt{Repe^2 + Repro^2} \qquad (11.17)$$

sendo:

- R&R — parâmetro R&R (repetitividade & reprodutibilidade)
- Repe — faixa de repetitividade para 99% de probabilidade de enquadramento
- Repro — faixa de reprodutibilidade corrigida para 99% de probabilidade de enquadramento.

Entretanto, é mais comum exprimir o índice R&R de forma relativa como um porcentual do intervalo de tolerância do produto ou da faixa de variação total do processo. Isso é feito, respectivamente, através das seguintes equações:

$$\%R\,\&\,R_{TOL} = \frac{R\,\&\,R}{IT} \qquad (11.18)$$

sendo:

- $\%R\&R_{TOL}$ — parâmetro R&R expresso em termos relativos em relação ao intervalo de tolerância
- IT — intervalo de tolerância do processo

e

$$\%R\&R_{VT} = \frac{R\&R}{VT} \qquad (11.19)$$

sendo:

- $\%R\&R_{VT}$ — parâmetro R&R expresso em termos relativos em relação à faixa de variação total do processo produção-medição
- VT — faixa de variação total do processo produção-medição.

Os critérios para a aprovação dos processos de medição através desses índices estão resumidos na Tabela 11.8:

TABELA 11.8 – Critérios para aprovação dos processos de medição por meio do parâmetro R&R

%R&R	Conclusão
%R&R < 10%	Processo de medição aceitável
10% ≤ %R&R ≤ 30%	O processo de medição pode ser aceitável, dependendo da importância da aplicação, custo do sistema de medição e dos custos para obter melhorias
%R&R > 30%	O processo de medição não é aceitável e precisa ser melhorado. Devem ser feitos esforços para identificar os problemas e minimizá-los

No exemplo estudado, o parâmetro R&R é calculado de forma absoluta por:

$$R\,\&R = \sqrt{Repe^2 + Repro^2} = \sqrt{(0{,}0072)^2 + 0^2} = 0{,}0072 \text{ mm}$$

Em termos relativos, os dois valores obtidos são:

$$\%R\,\&R_{TOL} = 100 \cdot \frac{R\&R}{IT} = 100 \cdot \frac{0{,}0072}{0{,}16} = 4{,}5\%$$

$$\%R\,\&R_{VT} = 100 \cdot \frac{R\&R}{VT} = 100 \cdot \frac{0{,}0072}{0{,}038} = 18{,}9\%$$

Portanto, sob esses dois aspectos, o processo de medição é aceitável para a tarefa de medição.

Resultados como esses são indícios positivos de que o processo de medição está bem dimensionado. No dia-a-dia da indústria, é importan-

te verificar periodicamente a estabilidade do processo de medição ao longo do tempo para mantê-lo sob controle, identificando e corrigindo causas especiais de variação e minimizando as variações por causas comuns.

11.4.11 ANÁLISE DE VARIÂNCIA

A análise de variância, ANOVA, é uma técnica estatística muito útil para compreender e explicar as relações existentes entre várias fontes de variação que agem sobre um mesmo fenômeno. Entre várias outras aplicações, essa técnica pode ser utilizada para analisar o erro de medição e outras fontes de variação do processo de medição. Apresenta vantagens como a de poder lidar com qualquer arranjo experimental, poder estimar as variâncias com maior exatidão, além de extrair mais informações da análise do processo de medição.

Por tratar-se de um modelo mais abrangente, sua aplicação é mais difícil, normalmente realizada através de programas de computador específicos. O usuário precisa ter conhecimentos mais aprofundados dos modelos estatísticos e testes de hipóteses para interpretar corretamente os resultados. Neste item, será dada apenas uma idéia de como essa técnica pode ser aplicada através de um exemplo. Há várias obras dedicadas ao assunto, como, por exemplo, o livro de Montgomery citado na bibliografia, capazes de dar ao leitor a fundamentação estatística necessária para melhor compreender esse assunto.

Para exemplificar uma aplicação da análise de variância, serão considerados dados do mesmo experimento usado para determinar a estabilidade de curto prazo do processo de medição. Nesse experimento, as variações presentes no processo de produção-medição serão decompostas em quatro fontes de variação: (a) repetitividade do processo de medição, (b) peças, (c) operadores e (d) a interação entre peças e operadores. Este último fator avalia os efeitos que podem ser explicados pela diferença de comportamento entre operadores ao lidar com diferentes dimensões de peças.

Os dados coletados no experimento são processados computacionalmente. A variância de cada um desses fatores é calculada, resultando na Tabela 11.9.

Na tabela, vários fatores estão calculados. A coluna GL corresponde ao número de graus de liberdade de cada fonte de variação. SQ é a soma dos resíduos quadrados. MQ é a média quadrática, obtida dividindo SQ por GL. O fator F é a estatística de teste, obtida dividindo-se MQ da fonte de variação pela MQ da repetitividade. Finalmente, P sin-

TABELA 11.9 – Resultados da análise de variância do problema

Fonte de variação	GL	SQ	MQ	F	P
Peça	9	0,0213477	0,0023720	1260,7	0,00%
Operador	1	0,0000001	0,0000001	0,04	85,5%
Interação peça × operador	9	0,0000169	0,0000019	0,71	70,0%
Repetitividade	40	0,0001067	0,0000027	–	–
Total	59	0,0214713	–	–	–

tetiza o resultado final da análise, fornecendo a probabilidade de errar ao afirmar que a respectiva fonte de variação ou interação tem impacto significativo sobre a variância do processo.

Dos resultados obtidos com o presente exemplo, é possível tirar algumas conclusões. Note que a média quadrática (MQ) das variações da peça é claramente dominante. Sua intensidade é 1260 vezes maior que a da repetitividade.

- É praticamente nula a probabilidade de errar ao se afirmar que a peça possui impacto significativo na variância do estudo. As variações peça a peça, decorrentes do processo produtivo, são claramente a principal fonte de variação detectada;
- fica também claro que o fator operador não possui impacto significativo na variância do estudo, bem como a interação entre peça e operador.

Os resultados podem ser também apresentados de forma a expressar a participação percentual que cada fonte de variação possui sobre a variabilidade total do processo produção-medição. A Tabela 11.10 sintetiza os resultados apresentados nesse formato:

TABELA 11.10 – Contribuição de cada fonte de variação na variação total do processo

Fonte de variação	Variância	Desvio-padrão	Contribuição
Repetitividade	0,052	0,2280	1,16%
Reprodutibilidade	0,01475	0,1214	0,33%
Operador	0,001028	0,03206	0,02%
Interação peça × operador	0,01372	0,1171	0,31%
Peça	4,410	2,100	98,51%
Total	4,477	2,116	100,00%

Os resultados confirmam a conclusão de que a principal fonte de variação vem das variações peça a peça. As contribuições do processo de medição são todas muito pequenas quando comparadas a do processo produtivo, indicando que o processo está adequado.

Estão disponíveis no mercado vários programas de computador dedicados a aplicar e interpretar a técnica da análise de variância. O tratamento dos dados, a emissão de relatórios e o diagnóstico são realizados de forma automatizada.

11.4.12 ANÁLISES COM RECURSOS GRÁFICOS

Gráficos são muito convenientes para representar resultados. Além de grande poder de síntese, eles permitem visualizar alguns efeitos e características de um fenômeno que não seriam facilmente percebidos de outra forma. Além das cartas de controle da média e da amplitude, existem outras formas de representação gráfica, muito convenientes para a análise de processos de medição, que são elencadas nesse item.

a) Peça versus operador (Figura 11.23)

É o gráfico onde as médias das medições obtidas por cada operador são representadas para cada peça medida. Permite avaliar:

- reprodutibilidade, avaliando para cada peça se há diferenças significativas entre as médias dos vários operadores;
- interação entre alguma peça e o operador.

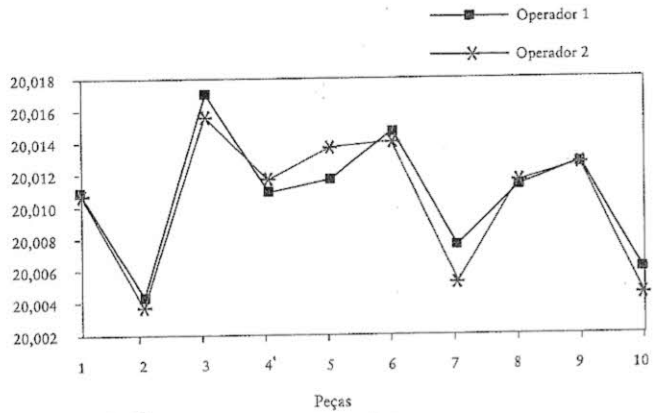


FIGURA 11.23 – Gráfico peça *versus* operador.

Um exemplo de interação peça × operador existiria caso um dos operadores usasse uma técnica de medição inadequada que levasse a obter indicações ainda menores para as peças com dimensões pequenas, embora peças com dimensões médias e grandes fossem medidas sem problemas.

b) Medições *versus* operador (Figura 11.24)

Mostra a média e a dispersão das medições de todas as peças realizadas por cada operador. As médias são unidas com uma reta.

Esse tipo de medição permite identificar:

- presença de desvios entre as médias dos operadores;
- diferenças das dispersões dos resultados.

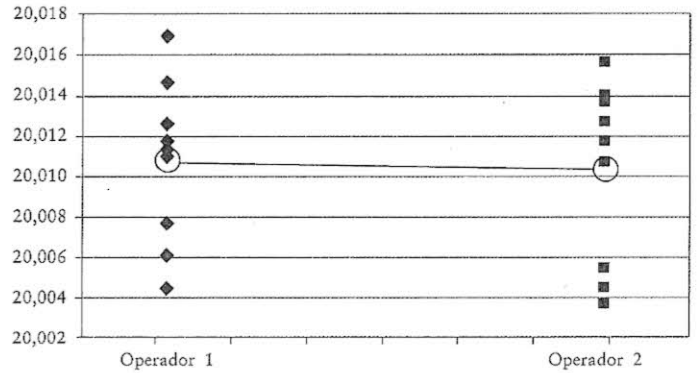


FIGURA 11.24 – Gráfico medições *versus* operador.

c) Medições *versus* peça (Figura 11.25)

Mostra as médias obtidas por cada operador para cada uma das peças medidas. As médias de cada operador são representadas por símbolos distintos no gráfico. Permite avaliar variações localizadas na dispersão, indicando a existência de interação entre peça e operador.

d) Gráfico de erros (Figura 11.26)

Os desvios individuais de cada operador em relação aos valores de referência são dispostos nesse tipo de gráfico. Dos resultados mostrados na Figura 11.26, podem ser identificadas algumas anormalidades:

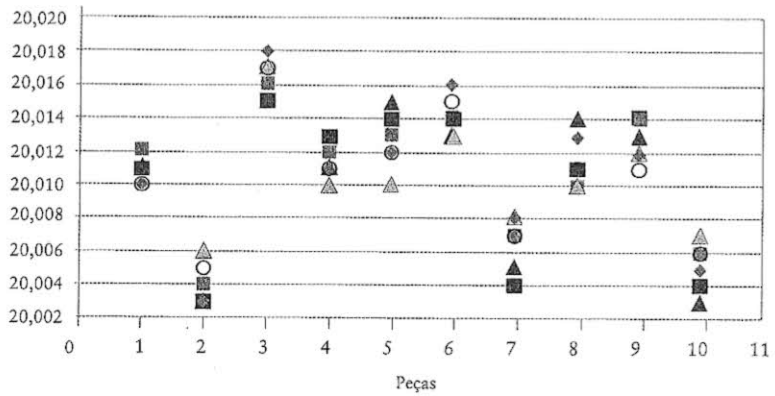


FIGURA 11.25 – Gráfico medições *versus* peça.

- a média do operador C é superior às médias dos demais operadores;
- as segundas medições do operador B resultam em indicações sistematicamente maiores do que as primeiras;
- a amplitude do operador B é superior às demais;
- as peças 1 e 8 apresentam um padrão de variação significativamente diferente das demais, sendo difícil medi-las de forma consistente;
- para todas as observações identificadas, devem ser avaliados os motivos.

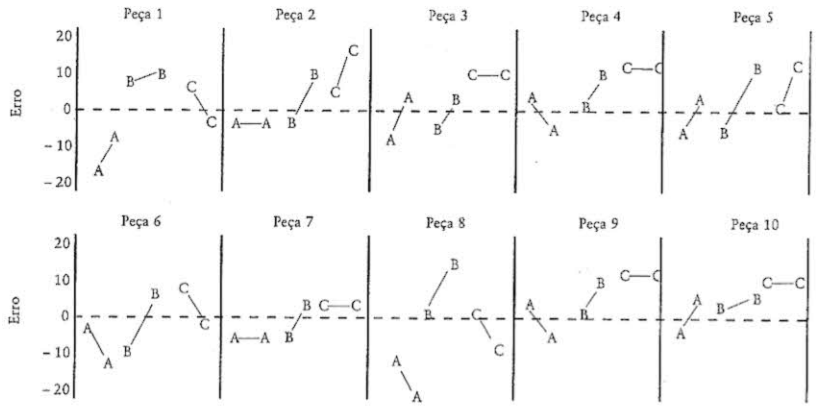


FIGURA 11.26 – Gráfico de erros.

e) Carta de indivíduos normalizada

Os dados representados são leituras individuais menos a média global de todas as leituras. São agrupados por operador, podendo mostrar repetições, como na Figura 11.27. Permite observar:

- reprodutibilidade;
- consistência entre operadores;
- existência de pontos anormais;
- interações entre peça e operador.

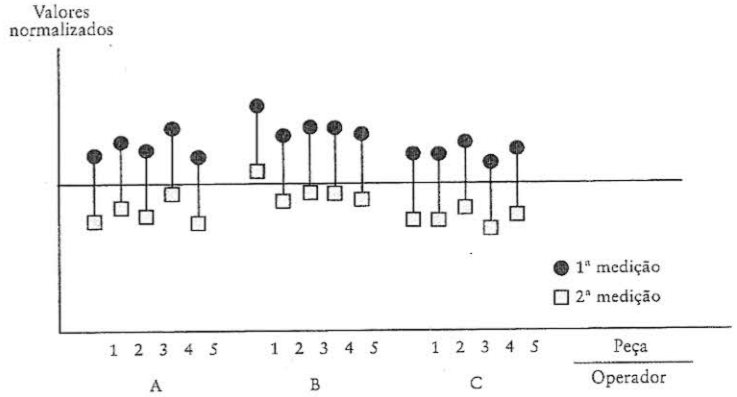


FIGURA 11.27 – Carta de indivíduos normalizada.

f) Carta de bigodes (Figura 11.28)

São mostrados os valores máximo e mínimo junto com a média, por peça e por operador. Os dados são ligados entre si. Permite observar:

- consistência entre operadores;
- existência de pontos anormais;
- interações entre peça e operador.

g) Gráfico de correlação (Figura 11.29)

São mostradas as médias das medições efetuadas por um operador comparadas com as médias das medidas por outro operador. Cada ponto do gráfico corresponde a uma peça diferente. Se houvesse uma perfeita concordância dos resultados dos operadores, os pontos marcados estariam sobre uma mesma linha reta com um ângulo de 45°.

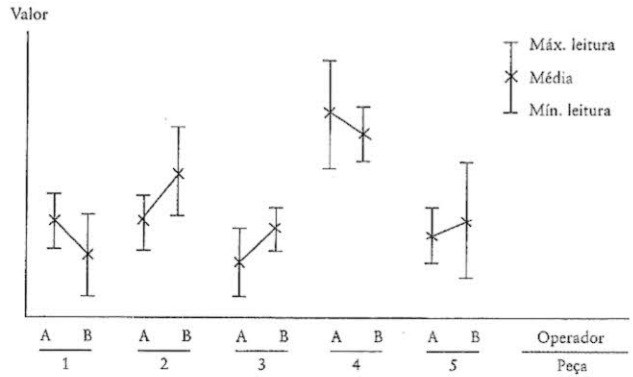


FIGURA 11.28 – Carta dos bigodes.

Uma reta com inclinação diferente de 45° indica problema de reprodutibilidade nas medições. A dispersão dos pontos em torno da reta de regressão indica falta de consistência entre operadores e/ou a existência de interação entre peça e operador.

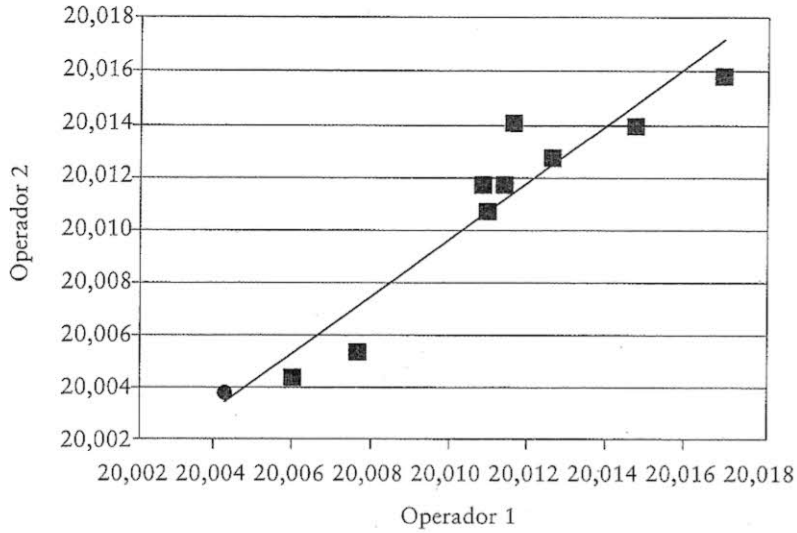


FIGURA 11.29 – Gráfico de correlação entre operadores.

Diversos caminhos foram apresentados neste capítulo para verificar a adequabilidade de processos de medição destinados a controlar processos produtivos. A seleção inicial do sistema de medição, a estabilização do ambiente, a especificação dos procedimentos e o treinamento de operadores são providências necessárias com grande impacto sobre a confiabilidade dos processos de medição. Entretanto, isso não é suficiente. É preciso ter em mente a necessidade da contínua verificação da confiabilidade do processo de medição. Somente com um processo de medição controlado é possível controlar um processo produtivo.

11.5 PROBLEMAS RESOLVIDOS

11.5.1 CAPACIDADE DE PROCESSO DE MEDIÇÃO

Exemplo 11.3:

Para analisar a capacidade de um processo de medição de comprimentos, uma peça com dimensão calibrada de (250,004 ± 0,002) mm foi medida vinte vezes, obtendo-se o conjunto de dados tabelado a seguir. Com base nesses dados, determine o índice de capacidade C_{gk} do processo de medição, e verifique se este se mostra capaz de controlar o mensurando. A incerteza de medição máxima admissível para essa aplicação é de ± 10 μm.

TABELA 11.11 – Medições repetidas de uma peça calibrada

	Indicação (mm)		Indicação (mm)
1	250,008	11	250,009
2	250,009	12	250,008
3	250,010	13	250,010
4	250,009	14	250,010
5	250,010	15	250,009
6	250,008	16	250,008
7	250,009	17	250,008
8	250,007	18	250,009
9	250,010	19	250,010
10	250,011	20	250,009

Solução:

A solução desse problema inicia-se com o cálculo de uma estimativa da média das indicações ($\bar{I}$) e de uma estimativa do desvio-padrão (s_g) desse conjunto de dados:

$$\bar{I} = \frac{\sum \text{Indicações}}{n} = \frac{5000{,}181}{20} = 250{,}009 \text{ mm}$$

$$s_g = \pm\sqrt{\frac{\sum (I_i - \bar{I})^2}{n-1}} = 0{,}001\ \text{mm}$$

Após isso, é calculada a tendência do processo de medição, determinada pela diferença entre a média das indicações ($\bar{I}$) e o valor de referência do mensurando (V_R):

$$Td = \bar{I} - V_R = 250{,}009 - 250{,}004 = 0{,}005\ \text{mm}$$

Conhecendo a tendência (Td), uma estimativa do desvio-padrão (s_g) e a incerteza admissível (IM), pode-se determinar o índice de capacidade C_{gk} pela equação (11.4):

$$C_{gk} = \frac{IM - |Td|}{3 \cdot s_g} = \frac{0{,}010 - |0{,}005|}{3 \cdot 0{,}001} = 1{,}67$$

Como o índice resultou em um valor superior a 1,33, o processo de medição é considerado capaz para controlar o processo de produção desta peça. Observe que, ao contrário do exemplo do item 11.4.2, a incerteza máxima admissível já era conhecida previamente (± 10 µm). Naquele exemplo, a incerteza foi determinada como uma fração (1/10) do intervalo de tolerância da peça (0,1 · IT).

11.5.2 ESTABILIDADE DE LONGO PRAZO

Exemplo 11.4:

Com o objetivo de analisar a estabilidade de longo prazo de um processo de medição, uma série de medições foi planejada e executada, periodicamente, durante doze semanas. Nos ensaios, uma mesma peça não calibrada foi medida periodicamente, sendo repetida a operação três vezes. Os resultados foram registrados, obtendo-se a Tabela 11.12. Todos os dados estão em mm. O que pode ser dito acerca da estabilidade do processo de medição?

TABELA 11.12 – Medições realizadas ao longo de doze semanas

Semana	Indicações		
1	25,001	25,000	25,001
2	25,003	25,006	25,008
3	25,003	25,004	25,002
4	25,000	25,000	25,000
5	25,000	25,000	25,000
6	25,000	25,000	25,000
7	25,000	25,000	25,000
8	25,000	25,000	25,000
9	25,000	25,000	25,000
10	25,000	25,000	25,000
11	25,000	25,000	25,000
12	25,000	25,000	25,000

Solução:

A partir desses dados, são calculadas a média e a amplitude para cada conjunto de medições, resultando na planilha:

Semana	Resultados			Média	Amplitude
1	25,001	25,000	25,001	25,001	0,001
2	25,003	25,006	25,008	25,004	0,003
3	25,003	25,004	25,002	25,003	0,002
4	25,000	25,000	25,000	25,004	0,003
5	25,000	25,000	25,000	25,003	0,002
6	25,000	25,000	25,000	25,002	0,006
7	25,000	25,000	25,000	25,002	0,003
8	25,000	25,000	25,000	25,002	0,006
9	25,000	25,000	25,000	25,002	0,005
10	25,000	25,000	25,000	25,002	0,002
11	25,000	25,000	25,000	25,002	0,004
12	25,000	25,000	25,000	25,003	0,002

Com esses resultados, calculam-se a média das médias e a média das amplitudes:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \text{médias}}{n} = 25{,}003\ \text{mm}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum \text{amplitudes}}{n} = 0{,}003\ \text{mm}$$

Esses resultados são, então, utilizados para determinar os limites de controle das cartas das médias e das amplitudes. Nas cartas das médias, o limite superior de controle (LSC) e o limite inferior de controle (LIC) são determinados pelas equações (11.8):

$$LSC = \bar{\bar{X}} + \bar{R} \cdot A_2 = 25{,}005 + 0{,}003 \cdot 1{,}023 = 25{,}0058\ \text{mm}$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - \bar{R} \cdot A_2 = 25{,}005 - 0{,}003 \cdot 1{,}023 = 24{,}9992\ \text{mm}$$

Nas cartas das amplitudes, o limite superior de controle (LSC) e o limite inferior de controle (LIC) são determinados pela equação (11.5):

$$LSC = \bar{R} \cdot D_4 = 0{,}0032 \cdot 2{,}575 = 0{,}0082\ \text{mm}$$

$$LIC = \bar{R} \cdot D_3 = 0{,}0032\ 0{,}000 = 0{,}0000\ \text{mm}$$

197

De posse dos valores das médias e amplitudes e dos respectivos limites de controle, são traçadas as cartas de controle das médias e das amplitudes. Analisando as cartas das médias não se percebe nenhuma tendência que indique a presença de alguma causa de variação especial. Não se percebem, também, pontos fora dos limites de controle em nenhuma das cartas, atestando que o processo de medição é estável no período avaliado (Figura 11.30).

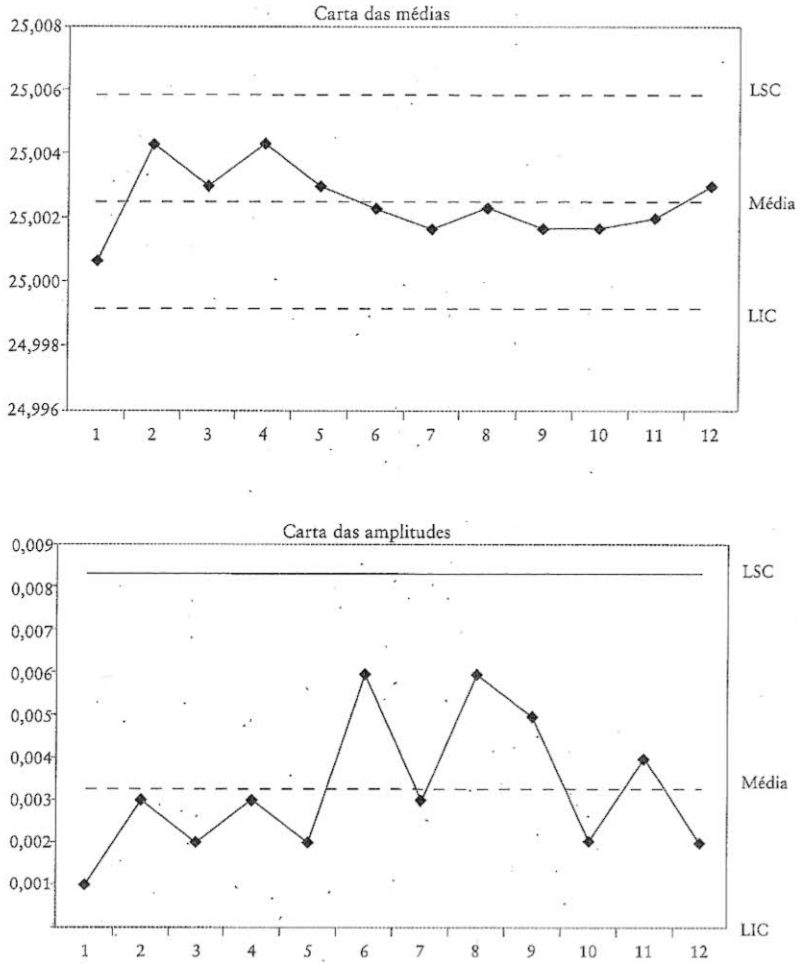


FIGURA 11.30 – Cartas das médias e das amplitudes do problema resolvido 11.5.2.

Observação: No caso de se ter apenas uma medida em cada avaliação, pode-se calcular a carta de amplitudes pelo método da amplitude móvel. Nesse caso, a amplitude é calculada pela diferença entre o resultado atual e o resultado do ensaio anterior. Para maiores detalhes desse método, recomenda-se uma leitura complementar sobre controle estatístico de processos (CEP).

11.5.3 ESTABILIDADE DE CURTO PRAZO (AMPLITUDE)

Exemplo 11.5:

Para avaliar a estabilidade de curto prazo de um processo de medição, foram avaliados dois operadores e coletadas dez peças do processo produtivo. Cada peça foi medida repetidamente cinco vezes por cada operador. As peças possuem uma tolerância dimensional de ± 0,050 mm.

Os resultados foram registrados, obtendo-se a Tabela 11.13. Todos os dados estão em mm. O que pode ser dito acerca da estabilidade de curto prazo deste processo?

TABELA 11.13 – Medições repetidas de dez peças por dois operadores

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Medição 1	35,011	35,004	35,000	35,008	35,008	35,010	35,013	35,004	35,001	35,011
	Medição 2	35,010	35,002	35,001	35,006	35,009	35,009	35,012	35,006	35,001	35,012
A	Medição 3	35,012	35,002	35,002	35,007	35,007	35,011	35,013	35,005	35,000	35,011
	Medição 4	35,015	35,003	35,001	35,007	35,006	35,012	35,011	35,004	35,003	35,013
	Medição 5	35,013	35,005	35,000	35,008	35,005	35,012	35,010	35,005	35,004	35,014
	Medição 1	35,012	35,004	35,001	35,005	35,008	35,012	35,009	35,007	35,003	35,011
	Medição 2	35,012	35,003	35,002	35,007	35,008	35,011	35,008	35,006	35,004	35,010
B	Medição 3	35,011	35,004	35,003	35,006	35,007	35,010	35,010	35,004	35,002	35,012
	Medição 4	35,013	35,005	35,002	35,008	35,006	35,009	35,007	35,007	35,002	35,011
	Medição 5	35,011	35,002	35,004	35,007	35,006	35,011	35,009	35,009	35,001	35,013

Solução:

O primeiro passo para avaliar a estabilidade de curto prazo é a determinação da média e da amplitude para cada peça, além da média das médias e da média das amplitudes:

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	Média	35,012	35,003	35,001	35,007	35,007	35,011	35,012	35,005	35,002	35,012
	Amplitude	0,005	0,003	0,002	0,002	0,004	0,003	0,003	0,002	0,004	0,003
B	Média	35,012	35,004	35,002	35,007	35,007	35,011	35,009	35,007	35,002	35,011
	Amplitude	0,002	0,003	0,003	0,003	0,002	0,003	0,003	0,005	0,003	0,003
		Média das médias			35,007				Amplitude média		0,003

Com esses dados, elabora-se uma carta de controle das amplitudes. Para isso, é necessário determinar os limites superior (LSC) e inferior (LIC) de controle pela equação (11.5):

$$LSC = \overline{R} \cdot D_4 = 0{,}0030 \cdot 2{,}115 = 0{,}0065\,mm$$

$$LIC = \overline{R} \cdot D_3 = 0{,}003 \cdot 0 = 0{,}000\ mm$$

Com esses dados, elabora-se a carta de controle das amplitudes para os dois operadores em cada uma das peças (Figura 11.31):

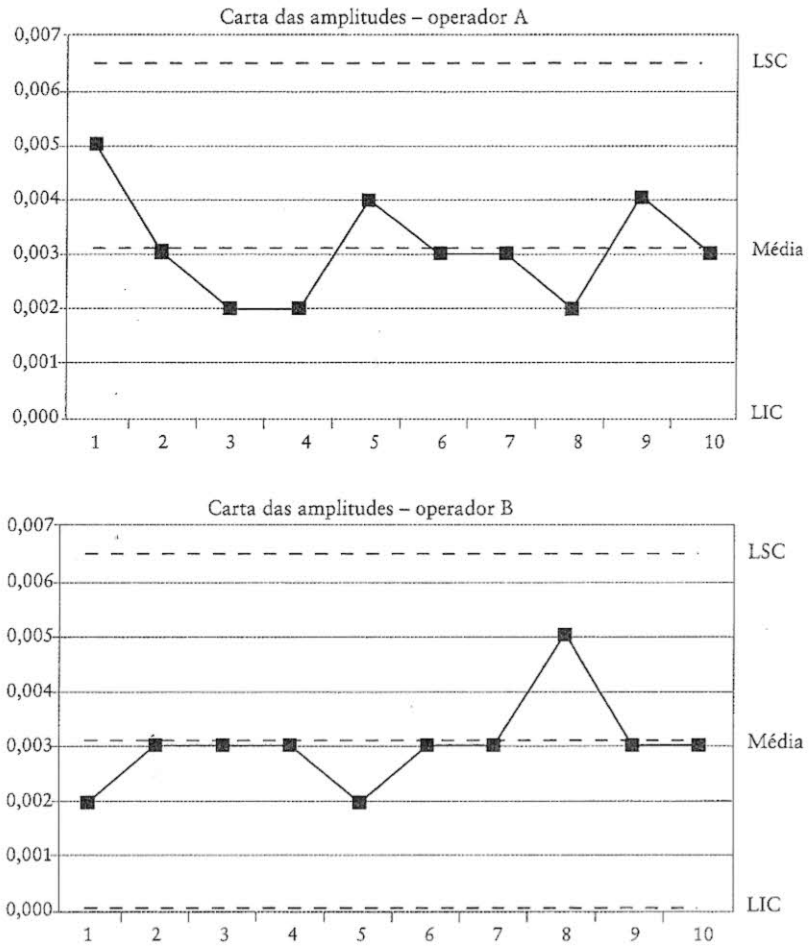


FIGURA 11.31 – Cartas das amplitudes dos operadores A e B.

Uma vez que a análise dessas cartas de controle não revela sinais de instabilidade, como pontos fora dos limites, o processo de medição pode ser considerado sob controle.

11.5.4 DESVIO LINEAR DA TENDÊNCIA

Exemplo 11.6:

Peças de referência de diferentes dimensões foram utilizadas para determinar a tendência do sistema de medição em diferentes posições da sua faixa, obtendo o conjunto de dados a seguir. Sobre esse conjunto de dados deve ser feita uma análise do desvio linear da tendência do processo de medição (Tabela 11.14).

TABELA 11.14 – Medições de diferentes padrões

Valor de referência	Indicação
0,000	0,000
20,000	20,010
40,000	40,036
60,000	60,078
80,000	80,086
100,000	100,118

Solução:

Para isso, deve-se construir uma reta de regressão pelo método dos mínimos quadrados. A reta de regressão é dada por $y = a \cdot x + b$, sendo a e b calculados por:

$$a = \frac{n \cdot (\sum x \cdot y) - (\sum x) \cdot (\sum y)}{n \cdot (\sum x^2) - (\sum x)^2} \quad \text{e} \quad b = \frac{(\sum y) - a \cdot (\sum x)}{n}$$

Que, para este caso, resultam em:

$a = 0{,}001229$ e $b = -0{,}00676$

E assim, a reta de regressão e o gráfico ficam:

$$y = 0{,}001229\,x - 0{,}00676$$

Observa-se, neste caso, uma significativa inclinação da reta de regressão, indicando que provavelmente o sistema de medição precisa ser ajustado (Figura 11.32).

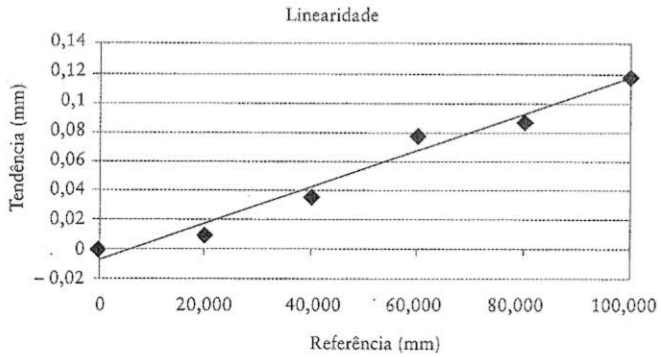


FIGURA 11.32 – Gráfico do desvio linear da tendência.

11.5.5 CÁLCULO DO R&R

Utilizando o mesmo conjunto de dados gerado no Exercício 11.5.3, reproduzido na Tabela 11.15, pretende-se determinar a %R&RVT, ou seja, a porcentagem de repetitividade e reprodutibilidade em relação à variação total do processo.

TABELA 11.15 – Medições repetidas de dez peças por dois operadores

Operadores		Peças 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Medição 1	35,011	35,004	35,000	35,008	35,008	35,010	35,013	35,004	35,001	35,011
	Medição 2	35,010	35,002	35,001	35,006	35,009	35,009	35,012	35,006	35,001	35,012
A	Medição 3	35,012	35,002	35,002	35,007	35,007	35,011	35,013	35,005	35,000	35,011
	Medição 4	35,015	35,003	35,001	35,007	35,006	35,012	35,011	35,004	35,003	35,013
	Medição 5	35,013	35,005	35,000	35,008	35,005	35,012	35,010	35,005	35,004	35,014
	Medição 1	35,012	35,004	35,001	35,005	35,008	35,012	35,009	35,007	35,003	35,011
	Medição 2	35,012	35,003	35,002	35,007	35,008	35,011	35,008	35,006	35,004	35,010
B	Medição 3	35,011	35,004	35,003	35,006	35,007	35,010	35,010	35,004	35,002	35,012
	Medição 4	35,013	35,005	35,002	35,008	35,006	35,009	35,007	35,007	35,002	35,011
	Medição 5	35,011	35,002	35,004	35,007	35,006	35,011	35,009	35,009	35,001	35,013

Solução:
Para calcular o parâmetro %R&RVT, é necessário determinar:

a) repetitividade
b) reprodutibilidade
c) variação peça a peça
d) variação total do processo
e) parâmetro R&R.

a) Determinação da repetitividade:
A repetitividade pode ser determinada a partir dos valores de amplitude obtidos por cada operador, ao medir as dez peças:

Operadores		Peças 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	Amplitude	0,005	0,003	0,002	0,002	0,004	0,003	0,003	0,002	0,004	0,003
B	Amplitude	0,002	0,003	0,003	0,003	0,002	0,003	0,003	0,005	0,003	0,003

Com essas amplitudes, calcula-se o desvio-padrão associado à repetitividade do processo de medição através da equação (11.6):

$$s_{Re} = \frac{\overline{R}}{d_2} = \frac{0{,}0031}{2{,}326} = 0{,}0013 \text{ mm}$$

e a repetitividade pela equação (11.7):

$$Repe = 5{,}15 \cdot s_{Re} = 5{,}15 \cdot 0{,}0013 = 0{,}007 \text{ mm.}$$

b) Cálculo da reprodutibilidade:
A reprodutibilidade é calculada utilizando a amplitude entre operadores (R_{OP}).
Essa amplitude é determinada pela diferença entre a maior e a menor média entre os operadores.
Para o caso:
Média do operador A = 35,0072 mm
Média do operador B = 35,0071 mm
Assim:

$$R_{OP} = \text{Maior Média} - \text{Menor Média} = 35{,}0072 - 35{,}0071 = 0{,}0001 \text{ mm}$$

Com a amplitude, determina-se o desvio-padrão para a reprodutibilidade (s_{OP}) pela equação (11.10):

$$s_{OP} = \frac{R_{OP}}{d_2} = \frac{0{,}0001}{2{,}326} = 0{,}00003 \text{ mm}$$

A reprodutibilidade contaminada pela repetitividade é calculada pela equação (11.11):

$$Repro_C = 5{,}15 \cdot s_{OP} = 5{,}15 \cdot 0{,}00003 = 0{,}00018 \text{ mm}$$

Compensando o efeito da repetitividade pela equação (11.12), obtém-se finalmente:

$$Repro = \sqrt{\left[5{,}15 \cdot \frac{R_{OP}}{d_2}\right]^2 - \left[\frac{(5{,}15 \cdot s_{Re})^2}{n \cdot r}\right]} = \sqrt{\left[5{,}15 \cdot \frac{0{,}0001}{2{,}326}\right]^2 - \left[\frac{(5{,}15 \cdot 0{,}007)^2}{10 \cdot 2}\right]}$$

Como o valor dentro da raiz quadrada resulta em um número negativo, assume-se que a reprodutibilidade é zero:

Repro = 0,000 mm.

c) Variação peça a peça:

Para calcular a variação peça a peça (VP), é necessário inicialmente calcular as médias de cada peça e determinar a sua amplitude (R_p):

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	Média	35,012	35,003	35,001	35,007	35,007	35,011	35,012	35,005	35,002	35,012
B	Média	35,012	35,004	35,002	35,007	35,007	35,011	35,009	35,007	35,002	35,011
Média da peça		35,012	35,003	35,002	35,007	35,007	35,011	35,010	35,006	35,002	35,012

Com essa amplitude, é calculado o desvio-padrão peça a peça (SP), pela Equação (11.13):

$$s_P = \frac{R_P}{d_2} = \frac{0{,}010}{2{,}326} = 0{,}0043 \text{ mm}$$

A variação peça a peça (VP) é determinada com 99% de enquadramento pela Equação (11.14):

$$VP = 5{,}15 \cdot s_P = 5{,}15 \cdot 0{,}0043 = 0{,}022 \text{ mm.}$$

d) Cálculo da variação total do processo:

A variação total do processo é calculada com os desvios-padrão da repetitividade (s_{Re}), da reprodutibilidade (s_{OP}) e do processo de fabricação (s_p), através da Equação (11.15):

$$s_T = \sqrt{s_{Re}^2 + s_{OP}^2 + s_P^2}$$

$$s_T = \sqrt{0{,}0013^2 + 0{,}00003^2 + 0{,}0043^2} = 0{,}0045 \text{ mm}$$

Com isso, calcula-se a variação total do processo (VT) pela Equação (11.16):

$$VT = 5{,}15 \cdot s_T = 5{,}15 \cdot 0{,}0045 = 0{,}023 \text{ mm}$$

e) Cálculo do parâmetro R&R:

Com esses parâmetros calculados, pode-se determinar a $\%R\&R_{VT}$. Para isso, é calculado o R&R absoluto pela equação (11.17):

$$R\&R = \sqrt{Repe^2 + Repro^2} = \sqrt{0{,}007^2 + 0^2} = 0{,}007 \text{ mm}$$

Com o parâmetro absoluto, determina-se a %R&RVT pela equação (11.19):

$$\%R\&R_{VT} = 100 \cdot \frac{R\&R}{VT} = 100 \cdot \frac{0{,}007}{0{,}023} = 30{,}4\%$$

Sabendo-se que acima de 30% o processo de medição não é aceitável, conclui-se que o processo analisado precisa ser melhorado.

11.6 PRINCIPAIS TÓPICOS DO CAPÍTULO

- A confiabilidade dos processos de medição utilizados na indústria pode ser verificada através de análises estatísticas realizadas nas condições de produção.
- Quatro normas técnicas disciplinam a verificação da confiabilidade metrológica de sistemas de medição que operam na produção: ISO 9001, ISO 10012, ISO 14253-1 e QS 9000.
- Um processo está sob controle estatístico quando suas variações naturais são estáveis e se situam dentro de limites previsíveis.
- Um processo é dito capaz quando está sob controle estatístico e produz dentro das tolerâncias do projeto.
- São cinco os principais parâmetros utilizados na análise estatística de processos de medição: tendência, repetitividade, reprodutibilidade, estabilidade e desvio linear da tendência.
- A capacidade de um processo de medição pode ser avaliada através do índice de capacidade bilateral (C_g) ou índice de capacidade para processos não centrados (C_{gk}):

$$C_g = \frac{IM_{adm}}{6 \cdot s} \quad \text{e} \quad C_{gk} = \frac{IM_{adm} - |Td|}{3 \cdot s}$$

- Um processo de medição é dito capaz para uma determinada tarefa de medição quando $C_g > 1{,}33$ e $C_{gk} > 1{,}33$.
- A capacidade de processos de medição pode ser aumentada com a melhoria das condições ambientais ou do procedimento de medição, ou com a troca do sistema de medição por outro de melhor qualidade. Não é seguro conviver com processos não capazes.
- Vários ensaios podem ser realizados para verificar as condições do processo de medição: de estabilidade de longo prazo, de estabilidade de curto prazo, de desvio linear da tendência, de repetitividade, de reprodutibilidade, análise da variação peça a peça, análise da variação total do processo e análise da R&R.
- Cartas de controle das médias e das amplitudes permitem avaliar a estabilidade de processos de medição.

- Vários tipos de gráficos podem revelar características do processo de produção-medição: peça × operador, medições × operador, medições × peça, gráficos de erros, carta de indivíduos normalizada, carta dos bigodes e gráficos de correlação.
- As corretas seleção e implementação do processo de medição são requisitos essenciais para seu sucesso. Entretanto, a confiabilidade do processo de medição deve ser continuamente avaliada.

11.7 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

E11.1 Analise os seguintes dados de ensaios de capacidade de processos de medição e determine o índice de capacidade C_{gk} de cada um:

a) Dimensão de referência: 100,005 mm
Tolerância: ± 0,2 mm
Medições:

	Indicação (mm)
1	100,018
2	100,011
3	100,013
4	100,014
5	100,021
6	100,012
7	100,020
8	100,012
9	100,015
10	100,012

b) Dimensão de referência: 25,010 mm
Especificação de projeto: (25,00 ± 0,05) mm
Medições:

	Indicação (mm)
1	25,014
2	25,014
3	25,016
4	25,011
5	25,013
6	25,016
7	25,014
8	25,013
9	25,013
10	25,012

c) Dimensão de referência: 75,000 mm
Incerteza admissível: ± 0,005 mm
Medições:

	Indicação (mm)
1	74,991
2	74,994
3	74,992
4	74,991
5	74,993
6	74,991
7	74,994
8	74,992
9	74,990
10	74,991

E11.2 Um processo de medição foi avaliado durante um certo tempo, com o objetivo de verificar a sua estabilidade de longo prazo. Para isso, uma mesma peça foi medida periodicamente, obtendo o conjunto de dados seguinte. Construa as cartas de controle das médias e amplitudes e determine se o processo de medição se mostra estável.

Semana	Resultados (mm)		
1	67,989	67,987	67,985
2	67,982	67,983	67,984
3	67,980	67,980	67,980
4	67,990	67,990	67,991
5	67,988	67,985	67,987
6	67,985	67,985	67,984
7	67,980	67,982	67,984
8	67,991	67,992	67,990
9	67,984	67,982	67,981
10	67,987	67,983	67,981
11	67,991	67,992	67,994
12	67,995	67,992	67,994

202

E11.3 O conjunto de dados mostrado na tabela seguinte foi obtido por meio de testes para avaliar a estabilidade de curto prazo do processo de medição. Processe esses resultados e determine se ele apresenta estabilidade estatística.

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Medição 1	25,01	25,05	25,09	25,00	25,12	25,01	25,10	25,04	25,04	25,04
	Medição 2	25,03	25,06	25,09	24,99	25,10	25,04	25,09	25,05	25,06	25,06
A	Medição 3	25,04	25,03	25,10	24,98	25,09	25,01	25,11	25,03	25,03	25,04
	Medição 4	25,01	25,04	25,07	25,01	25,08	24,99	25,11	25,06	25,07	25,01
	Medição 5	25,00	25,07	25,08	25,00	25,09	25,04	25,10	25,04	25,04	25,06
	Medição 1	25,00	25,04	25,12	25,01	25,10	25,02	25,12	25,04	25,06	25,04
	Medição 2	24,99	25,05	25,10	25,03	25,13	25,03	25,12	25,06	25,07	25,03
B	Medição 3	24,98	25,03	25,09	25,00	25,12	25,01	25,13	25,05	25,05	25,04
	Medição 4	25,01	25,06	25,08	25,04	25,10	25,03	25,14	25,06	25,05	25,02
	Medição 5	25,00	25,04	25,09	25,10	25,11	25,04	25,13	25,04	25,06	25,05
	Medição 1	25,01	25,04	25,10	24,98	25,10	25,01	25,10	25,05	25,04	25,06
	Medição 2	25,04	25,06	25,09	24,97	25,09	25,03	25,11	25,06	25,06	25,07
C	Medição 3	25,01	25,03	25,11	24,98	25,11	25,00	25,09	25,03	25,04	25,05
	Medição 4	24,99	25,07	25,11	24,99	25,11	25,04	25,09	25,04	25,01	25,05
	Medição 5	25,04	25,04	25,10	24,97	25,10	25,10	25,12	25,07	25,06	25,06

E11.4 Os dados a seguir foram obtidos em um ensaio de R&R de vários processos de medição. Determine os parâmetros %R&RVT e %R&RTOL desses processos de medição e indique se eles são adequados ou não.

a) Processo 1
Tolerância da peça: ± 0,1 mm

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Medição 1	50,01	50,11	50,05	50,03	50,07	50,01	50,02	50,02	50,10	50,06
	Medição 2	50,02	50,09	50,04	50,02	50,08	50,00	50,02	50,03	50,10	50,06
A	Medição 3	50,02	50,10	50,06	50,03	50,07	50,00	50,02	50,03	50,11	50,04
	Medição 4	50,02	50,10	50,05	50,03	50,07	50,00	50,04	50,03	50,11	50,05
	Medição 5	50,03	50,11	50,04	50,02	50,06	50,01	50,03	50,02	50,09	50,06

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Medição 1	50,01	50,10	50,04	50,03	50,05	50,00	50,03	50,03	50,10	50,06
	Medição 2	50,01	50,09	50,05	50,03	50,06	50,00	50,01	50,03	50,09	50,04
B	Medição 3	50,02	50,11	50,04	50,04	50,07	50,00	50,03	50,01	50,10	50,06
	Medição 4	50,02	50,11	50,03	50,03	50,06	50,01	50,02	50,02	50,09	50,06
	Medição 5	50,01	50,09	50,05	50,05	50,07	50,00	50,02	50,02	50,08	50,05

b) Processo 2
Tolerância da peça: ± 0,010 mm

		Peças									
Operadores		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Medição 1	69,997	70,004	70,006	69,998	69,999	70,002	70,005	69,998	70,000	70,003
	Medição 2	69,998	70,005	70,006	69,996	69,999	69,998	70,006	69,998	69,998	70,001
A	Medição 3	70,003	70,005	70,008	69,996	69,997	70,002	70,001	69,997	69,999	69,998
	Medição 4	70,003	70,003	70,007	69,996	70,000	70,001	70,002	69,998	70,000	70,000
	Medição 5	70,002	70,004	70,008	69,998	70,000	70,001	70,000	69,998	70,002	69,998
	Medição 1	69,999	70,011	70,009	69,994	69,999	70,000	70,001	69,999	70,001	70,002
	Medição 2	70,001	70,004	70,007	69,997	69,999	69,999	70,001	69,995	70,002	70,003
B	Medição 3	70,000	70,004	70,009	69,992	69,997	69,998	70,001	70,003	70,002	70,004
	Medição 4	70,000	70,005	70,006	69,993	70,000	70,002	70,004	69,997	70,003	70,002
	Medição 5	69,997	70,004	70,006	69,997	69,998	70,000	70,002	69,993	70,003	70,002

c) Processo 3
Tolerância da peça: ± 0,025 mm

Operadores		Peças 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Medição 1	62,001	62,001	62,005	62,009	62,001	62,001	62,000	61,997	61,990	62,001
	Medição 2	62,001	62,002	62,002	62,010	61,999	62,002	62,001	61,995	61,991	62,000
A	Medição 3	61,999	61,999	62,000	62,005	61,997	62,003	62,001	61,999	61,991	61,999
	Medição 4	62,001	61,998	62,006	62,006	62,000	62,000	62,003	61,998	61,992	61,999
	Medição 5	62,000	61,999	62,001	62,007	61,998	62,002	62,002	61,999	61,991	61,999
	Medição 1	62,000	62,000	62,004	62,008	62,001	62,000	62,003	61,995	61,995	61,997
	Medição 2	62,002	62,000	62,002	62,008	61,997	61,998	61,999	61,998	61,991	62,001
B	Medição 3	62,001	62,002	62,003	62,005	61,995	61,996	62,004	61,999	61,991	62,001
	Medição 4	62,002	62,000	62,004	62,012	61,997	62,000	62,002	61,995	61,996	62,001
	Medição 5	62,003	62,004	62,001	62,008	61,999	61,997	62,002	61,999	61,992	62,001
	Medição 1	62,001	62,001	62,004	62,010	61,999	62,000	62,000	61,994	61,989	62,000
	Medição 2	62,001	62,001	62,003	62,006	61,999	61,998	62,004	61,998	61,991	61,999
C	Medição 3	61,999	62,002	62,001	62,008	61,998	62,001	62,003	61,996	61,993	61,998
	Medição 4	62,000	62,000	62,000	62,008	61,997	61,999	62,002	61,996	61,993	61,998
	Medição 5	62,000	62,001	62,000	62,006	61,998	61,999	62,000	61,998	61,990	61,997

Respostas de exercícios selecionados

Capítulo 3:

E3.1: (a) E_1 = +0,080 V; (b) Td = 0,091 V; C = -0,091 V; (c) u = 0,010 V; Re = 0,023 V.

E3.2: (a) Td = -0,105°C; C = 0,105°C; (b) 0,01; 0,06; 0,01; -0,05; 0,01; -0,05; 0,06; 0,01; 0,01; -0,05, todas em °C; (c) u = 0,037°C; Re = 0,086°C.

E3.3: (a) Re = 0,012 V; (b) C = -0,091 V.

E3.4: n ≥ 6.

E3.5: (a) Td = 2,5 mV; C = -2,5 mV; (b) Td = 8,8 mV; C = -8,8 mV; (c) Re = 5,0 mV; (d) $E_{máx}$ = 20 mV.

E3.7: (a) Td = -2,56 mm; (b) C = 2,56 mm.

E3.8: C = 0,0035 mm.

Capítulo 4:

E4.2: devem ser compensados apenas quando as temperaturas da peça medida e do padrão forem diferentes.

E4.7: Dt = 0,2% / ano.

E4.8: R = 0,04% do VFE; $E_{máx}$ = 0,30% do VFE.

E4.9: $E_{máx}$ = 0,07°C.

E4.10: o erro máximo em termos relativos do segundo é menor.

Capítulo 6:

E6.4: (a) variável; (b) variável; (c) depende das considerações; (d) variável; (e) variável se o universo estiver em expansão; (f) variável; (g) possivelmente invariável; (h) variável; (i) invariável; (j) variável; (k) invariável se ele não estiver se alimentando; (l) possivelmente variável.

E6.5: RM = (32,4 ± 2,0) g.

E6.6: RM = (32,7 ± 2,0) g.

E6.7: RM = (33,16 ± 0,21) g.

Capítulo 7:

E7.1: r(A, B) = -1,00 (inversa); r(A, C) = 1,00 (direta); r(A, D) = 0,00 (não-correlacionados); r(A, E) = -1,00 (inversa); r(B, C) = -1,00 (inversa); r(B, D) = 0,00 (não-correlacionados); r(B, E) = 1,00 (direta);

r(C, D) = 0,00 (não-correlacionados); r(D, E) = -1,00 (inversa) e r(D, E) = 0,0 (não-correlacionados).

E7.2: (a) correlação direta; (b) não-correlacionadas; (c) correlação direta; (d) possivelmente com correlação direta; (e) possivelmente não-correlacionadas; (f) possivelmente diretamente correlacionadas; (g) não-correlacionadas.

E7.3: RM = (1980 ± 89) Ω.

E7.4: RM = (300,1 ± 3,6) g.

E7.5: RM = (651,3 ± 0,7) g.

E7.6: (a) RM = (12,72 ± 0,08) l/km; (b) deve ser melhorada a incerteza da medição da distância.

E7.7: (a) RM = (17,24 ± 0,54) m; (b) deve ser melhorada a incerteza da medição do ângulo.

E7.8: (a) RM = (11,02 ± 0,58) kJ; (b) deve ser melhorada a incerteza da medição da massa.

E7.9: (a) $P = d \cdot g \cdot h / 1000$ Pa; (b) $U(P) = 12{,}11 \cdot h \cdot \sqrt{(6{,}651 \cdot 10^{-5} + 100/h^2)}$ Pa.

E7.10: U(V) = 0,94 m/s obtida quando a distância entre sensores é de 50 m.

E7.11: RM = (490 ± 6) g.

Capítulo 8

E8.1: substituição do transdutor por outro com incerteza padrão de 0,55 mV.

E8.2: RM = (80,0 ± 3,5) km/h.

E8.3: é necessário substituir o transdutor por outro de erro máximo 1,5 km/h na entrada.

E8.4: indicação de (8,00 ± 0,17) V.

E8.5: (a) U = 0,11 kg; (b) o conjunto ponteiro/escala angular deve ser trocado.

E8.6: (a) indicação: (2,3 ± 0,1) V; (b) RM = (8,5 ± 0,5) bar.

E8.7: RM = (6294 ± 25) rpm.

E8.8: RM = (93,4 ± 5,3)°C.

E8.9: (a) não podem reclamar pois a velocidade real é (65,0 ± 0,6) km/h, abaixo de 66,0 km/h; (b) trocar o amplificador com U(amplif) ≤ 14 mV.

Capítulo 9

E9.1: (a) pode ser usado apenas se for aplicada a correção; (b) medir uma vez, aplicar a correção e aceitar se a indicação corrigida estiver entre 1440 Ω e 1540 Ω; (c) aprovado.

E9.2: (a) $U_{SM} \leq 0{,}016$ mm; (b) LIA = 3,136 mm e LSA = 3,264 mm.

E9.3: $U_{SM} \leq 0{,}004$ mm, LIR = 14,976 mm, LIA = 14,984 mm, LSA = 15,016 mm e LSR = 15,024 mm.

E9.4: Para o vinho A, é adequado, LIA = 102 ml/l e LSA = 128 ml/l. Para o vinho B, ainda poderia ser usado, sendo LIA = 112 ml/l e LSA = 118 ml/l, embora seria melhor usar um medir com U = 1 ml/l, caso em que LIA = 111 ml/l e LSA = 119 ml/l.

E9.5: A multa foi injusta porque as faixas (880 ± 12) ml e (900 ± 9) ml possuem uma interseção não-nula, podendo o produto atender a tolerância e estar dentro do intervalo do resultado da medição.

Anexo

Coeficientes t de Student*

Graus de liberdade	Faixa de abrangência / probabilidade				
	σ 68,27%	1,96 σ 95%	2,00 σ 95,45%	2,58 σ 99,00%	3,00 σ 99,73%
1	1,837	12,706	13,968	63,656	235,811
2	1,321	4,303	4,527	9,925	19,206
3	1,197	3,182	3,307	5,841	9,219
4	1,142	2,776	2,869	4,604	6,620
5	1,111	2,571	2,649	4,032	5,507
6	1,091	2,447	2,517	3,707	4,904
7	1,077	2,365	2,429	3,499	4,530
8	1,067	2,306	2,366	3,355	4,277
9	1,059	2,262	2,320	3,250	4,094
10	1,053	2,228	2,284	3,169	3,957
11	1,048	2,201	2,255	3,106	3,850
12	1,043	2,179	2,231	3,055	3,764
13	1,040	2,160	2,212	3,012	3,694
14	1,037	2,145	2,195	2,977	3,636
15	1,034	2,131	2,181	2,947	3,586
16	1,032	2,120	2,169	2,921	3,544
17	1,030	2,110	2,158	2,898	3,507
18	1,029	2,101	2,149	2,878	3,475
19	1,027	2,093	2,140	2,861	3,447
20	1,026	2,086	2,133	2,845	3,422
25	1,020	2,060	2,105	2,787	3,330
30	1,017	2,042	2,087	2,750	3,270

(continua)

(*continuação*)

Graus de liberdade	Faixa de abrangência / probabilidade				
	σ 68,27%	1,96 σ 95%	2,00 σ 95,45%	2,58 σ 99,00%	3,00 σ 99,73%
35	1,014	2,030	2,074	2,724	3,229
40	1,013	2,021	2,064	2,704	3,199
50	1,010	2,009	2,051	2,678	3,157
60	1,008	2,000	2,043	2,660	3,130
70	1,007	1,994	2,036	2,648	3,111
80	1,006	1,990	2,032	2,639	3,097
90	1,006	1,987	2,028	2,632	3,086
100	1,005	1,984	2,025	2,626	3,077
150	1,003	1,976	2,017	2,609	3,051
200	1,003	1,972	2,013	2,601	3,038
1000	1,000	1,962	2,003	2,581	3,008
10000	1,000	1,960	2,000	2,576	3,001
100000	1,000	1,960	2,000	2,576	3,000

(*) Algumas vezes denominado de "fator de abrangência".

Índice remissivo

A

acreditação 143
aferição 129
algarismos significativos 184
ajuste 132
ampère 22
análise
  gráfica 374
  de variância 372
ângulo
  plano 24
  sólido 24
arredondamento
  nos cálculos 187
  numérico 185
avaliação da capacidade 347

B

balanço de incertezas 206
birô internacional de pesos e medidas 151

C

calibração 127
  direta 133
  indireta 136
  in loco 138
  parcial 138
  simplificada, verificação 130
candela 22
capacidade
  de um processo
    de medição 349
    produtivo 289
    estatística 339
      avaliação 347
características metrológicas 104
  correção 49, 116, 260
  deriva 121
  erro máximo 67, 120
  histerese 113
  incremento digital 107
  linearidade 118
  repetitividade 50, 59, 61, 117, 344, 362
  reprodutibilidade 118, 345, 364
  resolução 108, 314
  sensibilidade 110, 260
  tendência 47, 116
caracterização da tarefa de medição 309
cartas de controle 356, 365
certificação de conformidade 148
certificado de calibração 128, 158
coeficiente
  de abrangência 205
  de correlação 234
  t de Student 60, 61, 205
componentes do erro de medição 45
comportamento metrológico 260
condições
  ambientais 169
  de medição 315
Conmetro 144
constante do sistema de medição 5
controle de qualidade 275
  durante a produção 295
  em 100% da produção 289
  entre as etapas de um processo produtivo 294
  no final do processo produtivo 294
  por amostragem 289

por atributos 282
por variáveis 282
controle estatístico 340
de processos 292, 340, 357
correção 49, 116, 260
combinada 198, 208
interpolada 67
relativa equivalente 262
correlação
direta 234
inversa 234
parcial 257
cúbito 18
curva
característica de resposta 109
de erros 65, 112
custos
da não-qualidade 278
da qualidade 280
totais da qualidade 280

D

definição do mensurando 168
deriva 121
desvio linear da tendência 345, 360
desvio-padrão 55
da amostra 58
da média 63
dilatação térmica 77, 81
dispositivo
mostrador 100
registrador 101
distribuição
em "U" 202
gaussiana 51, 55, 202
normal 51, 55, 202
t de Student 60
triangular 202
uniforme ou retangular 51, 202
divisão de medições correlacionadas 250

E

efeitos
da média 62
sistemáticos, correção 207
equação de Welch-Satterthwaite 204
erro
aleatório 41, 45, 59
de arredondamento 201
de linearidade 118
de medição 10, 39, 42, 70, 116
fiducial 122
máximo 67, 120
provocado pela temperatura 82
sistemático 40, 45
tendência 47, 116
estabilidade 121, 345
de um processo de medição 355, 358
esterradiano 24
estimativa de incertezas
caso geral 241
em medições correlacionadas 236, 244
em medições não-correlacionadas 237
multiplicação e divisão 239
soma de medições correlacionadas 244
subtração de medições correlacionadas 247
exatidão e precisão 42, 121
expressão geral para a incerteza 254

F

faixa
de indicação (FI) 105
de medição 105, 312
de variação, tolerância 276
nominal 105
fator de abrangência 60
fonte
de erro 71, 86
de incerteza 170, 197
condições ambientais 169
definição do mensurando 168
operador 170
processo de medição 168
sistema de medição 170

G

grafia correta
do resultado da medição 186
dos nomes de unidades 30
dos números 32

dos prefixos 32
dos símbolos de unidades 31
grandezas de entrada 231
graus de liberdade 58, 199,202
efetivos 204

H

histerese 113

I

incerteza
combinada 203, 208
da calibração 209
de medição 12,70,313
de multiplicações ou divisões 239
de reprodução 21
de somas ou subtrações 237
expandida 139, 197,205,208
máxima possível 252
incerteza-padrão 57, 198, 201, 207
da média 63
relativa 239
equivalente 263
incremento digital (ID) 107
indicação 4
corrigida 49
direta 5
índice de capacidade 347
Inmetro 144
instrumento de medição 4, 91
intensidade
de corrente elétrica 22
luminosa 22
intercomparações 151
interligação de módulos 260
intervalo
de calibração 152
de tolerância 283

K

kelvin 22, 23

L

Laboratório Nacional de Metrologia 145
limite
de especificação 282
de rejeição 287
inferior de aceitação 284
superior de aceitação 284

M

massa 22
medição diferencial 94
medições
correlacionadas 236, 244
multiplicação 248
diferenciais 94
diretas 168
estatisticamente dependentes 233
estatisticamente independentes 233
indiretas 232
não-correlacionadas 236, 237
por comparação 92
por deflexão 93
por indicação 93
medir 3
mensurando 4
invariável 171
variável 171
medida materializada 92
métodos básicos de medição 91
da comparação 92
da deflexão 93
da indicação 93
diferencial 94
metro 21, 22
dos arquivos 19, 21
metrologia
científica 144
industrial 144
legal 131, 144
verificado (selo oficial) 131
módulos básicos de um sistema de medição 99
mol 22

209

N
nível de automação 316

O
o que medir? 311
onde medir? 311
operação corretiva, ajuste 132
operador 76,170

P
padrão 128
  de referência 142
  de trabalho 142
  internacional 141
  nacional 141
parâmetro R&R 370, 371
planilha de avaliação de incertezas 317
plural dos nomes de unidades 30
por que medir? 311
precisão e exatidão 42, 121
procedimentos
  de medição 169
  estatísticos 199
    tipo A 199
  não-estatísticos 200
    tipo B 200
processo de medição 11,168
propagação de incertezas 259
protótipo internacional do quilograma 23

Q
quantidade de matéria 22
quilograma 22, 23
  dos arquivos 19

R
radiano 24
rastreabilidade 139
recursos de processamento 317
Rede
  Brasileira de Calibração 146
  Brasileira de Laboratórios de Ensaios 147
  Nacional de Metrologia Legal e Qualidade 149
regulagem 132
relatório de calibração 128
repetitividade 50, 59, 61, 117, 344, 362
  da média 63
representação de parâmetros
  em termos absolutos 122
  em termos relativos 122
reprodutibilidade 118, 345, 364
resolução (R) 108, 314
resultado da medição 11, 176, 179, 180, 190, 194, 208
  base 12
  de mensurando invariável 172
  de mensurando variável 188
retroação 74

S
segundo 22, 23
seleção de sistemas de medição, aspectos
  como medir? 312
  econômicos 329
  logísticos 326
  onde medir? 311
  o que medir? 311
  técnicos 320
sensibilidade 110, 260
  equivalente 262
sensor 104
sistema de medição 4, 91, 170
  controlar 6
  deriva 121
  estabilidade 121
  indicação 4
    corrigida 49
    investigar 8
    monitorar 6
    precisão e exatidão 121
Sistema Internacional de Unidades (SI) 17, 19, 20
  múltiplos e submúltiplos 28
  prefixos 28
Sistema Metrológico Brasileiro 143
soma de medições correlacionadas 244
subtração de medições correlacionadas 247
superposição de erros 86

T
taxa de medição 314
temperatura
  de referência 77, 79
  termodinâmica 22
tempo 22
  de resposta 115
tendência 344
teorema central do limite 51
transdutor 99

U
unidade de tratamento do sinal 100
unidades
  de base 21
  derivadas 25
  em uso 28
  grafia correta 30
  suplementares 24

V
valor
  de uma divisão (de escala) 106
  final de escala 123
  verdadeiro 43
    convencional 47
variabilidade do processo de medição 342
variação
  peça a peça 367
  total do processo 369
variáveis aleatórias 233
  correlacionadas 234
  não-correlacionadas 233
velocidade de medição 314
vocabulário de termos fundamentais e gerais de metrologia 14

Z
zona
  de aceitação 284
  de conformidade 283
  de dúvida 288