

Полиномиальная интерполяция

Махова Анастасия, 409

Сентябрь 2023

1 Вход и выход

Вход:

- концы отрезка $[a, b]$,
- число узлов n (≥ 2),
- тип узлов k (1 - равноотстоящие, 2 - чебышевские, 3 - случайные)

Выход:

- файл '1.txt' со столбцами значений узлов x_i и $f(x_i)$,
- '2.txt' - x_i , $P_n(x_i)$, $L_n(x_i)$ и $f(x_i)$

2 Функции и формулы

f – функция $f(x)$

first_table – создаем первую таблицу,

Generate – создаем узлы (x_i) по k-ому методу:

- равностоящие для $n \in 0 \dots n-1$

$$x_i = a + \frac{(b-a)i}{n-1}$$

- чебышевские

$$x_{n-1-i} = \frac{a+b}{2} + \frac{(b-a) \cos \frac{(2i+1)\pi}{2n}}{2}$$

- случайные через функцию $\text{rand}()$

Write1 – в '1.txt' выводим x_i и $f(x_i)$

second_table – создаем вторую таблицу, добавляем новые узлы (по 2 новых равноотстоящих x_i^1 и x_i^2 между соседними существующими x_i и x_{i+1})

Pn – из матрицы Ван дер Монда методом Гаусса находим коэффициенты $a_0 \dots a_{n-1}$ полинома $P_n(x)$ и вычисляем значения в узлах $P_n(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i$

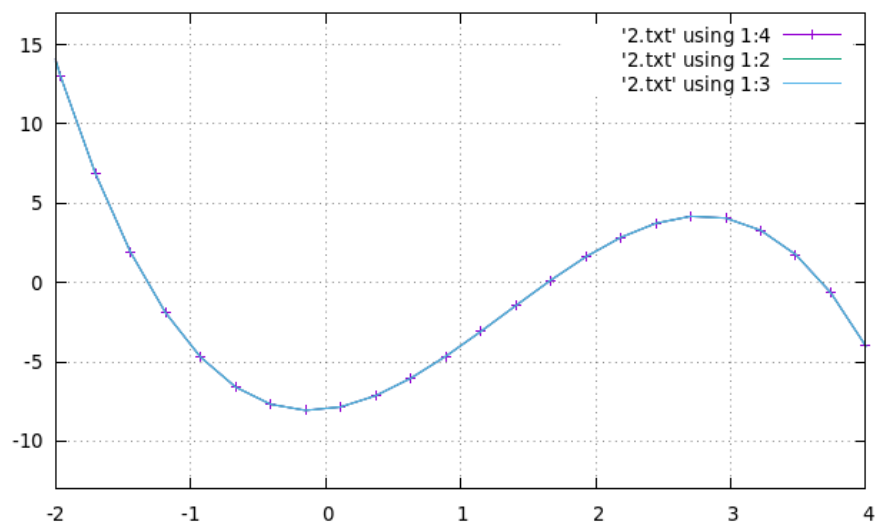
Ln считаем полином в форме Лагранжа $L_n(x) = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Phi_i(x)$

Phi вычисляем $\Phi_i(x) = \prod_{i \neq j} \frac{x-x_j}{x_i-x_j}$

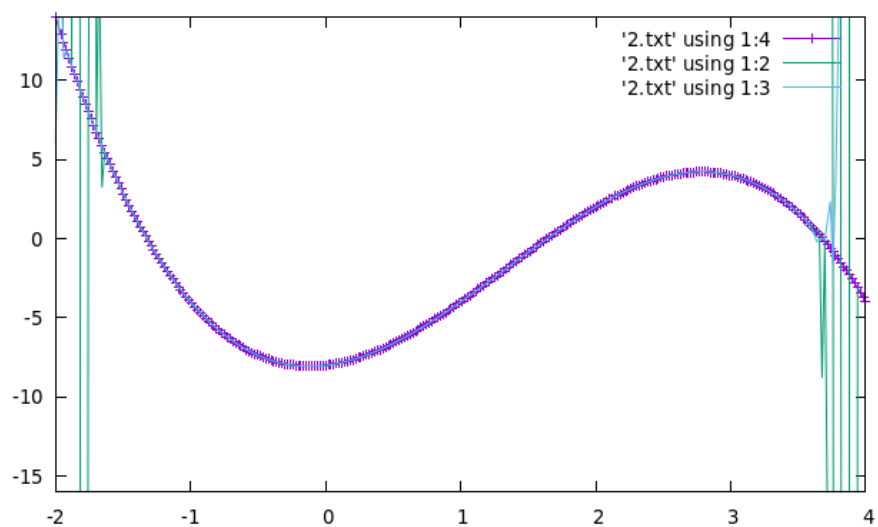
Write2 – в '2.txt' выводим столбцы значений $x_i, P_n(x_i), L_n(x_i), f(x_i)$

3 Тесты

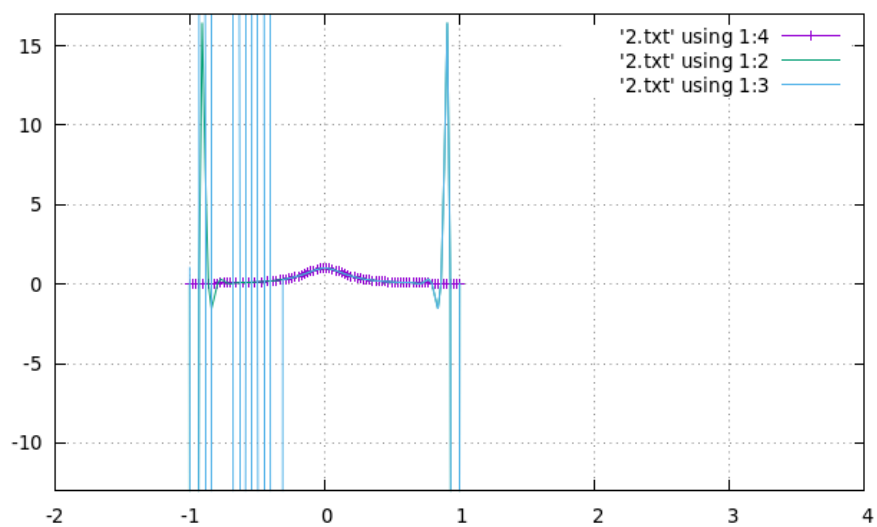
Правильность работы:



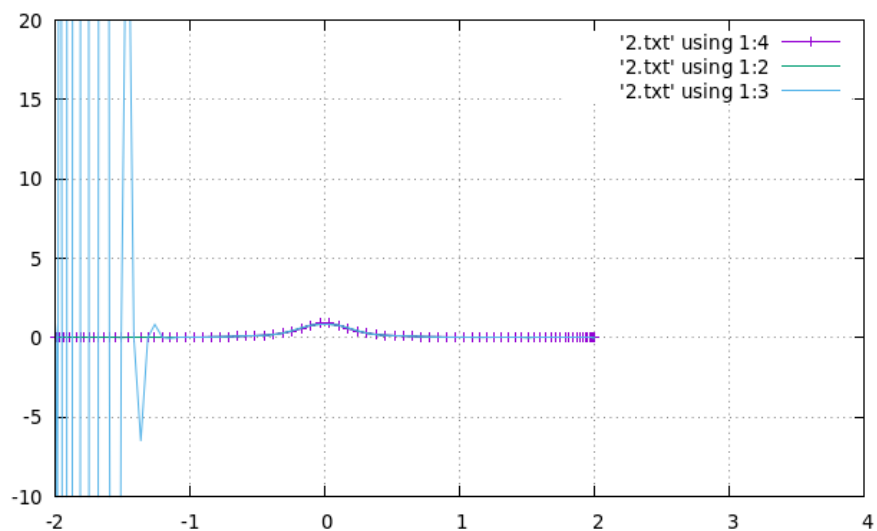
Плохая вычислительная устойчивость при больших n:



Отсутствие сходимости для функции Рунге по равноотстоящим узлам:



Сходимость по узлам чебышева:



Отсутствие сходимости для $|x|$:

