

# Тригонометрический ряд Фурье

## d1 1000

Махова Анастасия, 409

Октябрь 2023

### 1 Вход и выход

Дано:

- отрезок  $[0; 1]$  и функция  $u(x) \in C^\infty[0; 1]$ ,
- Краевые условия (10):

$$u'(0) = u(1) = 0$$

- Сетка (00):

$$x_0 = 0, x_N = 1, h = \frac{1}{N}$$

Вход:

- число узлов  $N$  ( $\geq 2$ )

Выход:

- файл '1.txt' со столбцами значений  $x_i, u(x_i), F(x_i), |f(x_i) - F(x_i)|$

## 2 Функции и формулы

**u** – функция  $u(x)$

**Generate\_x** – создаем узлы сетки  $(x_i)$  по формуле:

$$X_i = \frac{1}{N}$$

**fourier** – получаем значение ряда фурье в точке  $x$

$$F(x) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n \cos(\pi(n + 0.5)x)$$

В качестве базисной функции  $\phi_i^{(n)} = \cos(\pi(n + 0.5)ih)$  так как она на отрезке  $[0, 1]$  удовлетворяет граничным условиям.

$$(\phi_i, \phi_j) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

**Get\_Coef** – Находим коэффициенты  $c_i$  ряда Фурье

$$c_n = \frac{(u, \phi^{(n)})_h}{(\phi^{(n)}, \phi^{(n)})_h}$$

где  $(f, g)_h = f(0)g(0)\frac{h}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} f_i g_i h$

**Write** – в '1.txt' выводим  $x_i, u(x_i), F(x_i), |u(x_i) - F(x_i)|$

**dot\_f\_phi** – возвращает скалярное произведение

$$(u \cdot \phi^{(n)})_h = \sum_{i=1}^{N-1} u(x_i) \cos(\pi(n + 0.5)x_i)h$$

### 3 Тесты

Правильность работы:

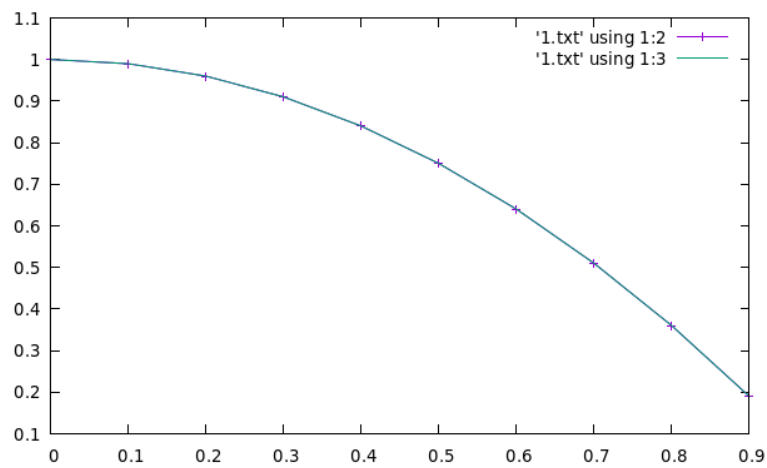


Рис. 1:  $-x^2 + 1$ , 10 узлов

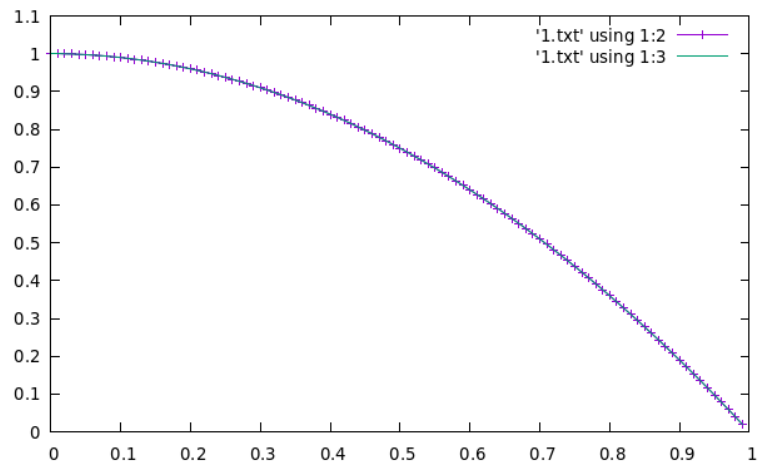


Рис. 2:  $-x^2 + 1$ , 100 узлов

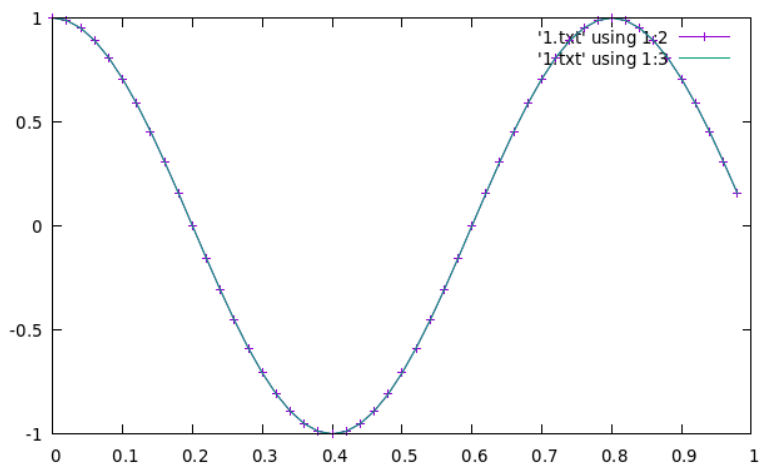
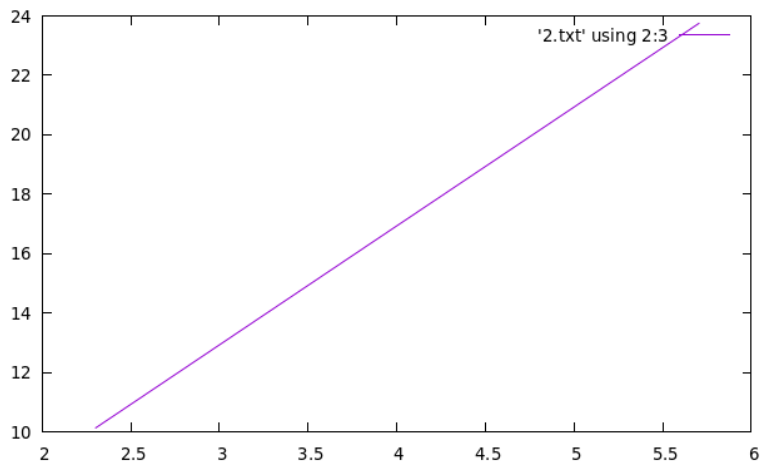


Рис. 3:  $\cos \frac{5\pi x}{2}$ , 50 узлов

## 4 Найдем $p$

Построим график  $(\ln N; \ln \frac{1}{err})$



$err \approx Ch^p$ , тогда  $p = tg(...)$  посчитаем этот тангенс по 2-м точкам.  
получаем, то  $p = ...$