Тригонометрический ряд Фурье
d1 1000

Махова Анастасия, 409

Октябрь 2023

1 Вход и выход

Дано:

- отрезок $[0;1]$ и функция $u(x) \in C^\infty[0;1]$,
- Краевые условия (10):

$$u\prime(0) = u(1) = 0$$

- Сетка (00):

$$x_0 = 0, x_N = 1, h = \frac{1}{N}$$

Вход:

- число узлов N (>=2)

Выход:

- файл '1.txt' со столбцами значений $x_i, u(x_i), F(x_i), |f(x_i) - F(x_i)|$

2 Функции и формулы

u – функция $u(x)$

Generate_x – создаем узлы сетки (x_i) по формуле:

$$X_i = \frac{1}{N}$$

fourier – получаем значение ряда фурье в точке x

$$F(x) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n \cos\left(\pi(n-0.5)x\right)$$

В качестве базисной функции $\phi_i^{(n)} = \cos\left(\pi(n-0.5)ih\right)$ так как она на отрезке $[0,1]$ удовлетворяет граничным условиям.

$$(\phi_i, \phi_j) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

Get_Coef – Находим коэффициенты c_i ряда Фурье

$$c_n = \frac{(u, \phi^{(n)})_h}{(\phi^{(n)}, \phi^{(n)})_h}$$

где $(f,g)_h = f(0)g(0)\frac{h}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} f_i g_i h$

Write – в '1.txt' выводим $x_i, u(x_i), F(x_i), |u(x_i) - F(x_i)|$

dot_f_phi – возвращает скалярное произведение

$$(u \cdot \phi^{(n)})_h = \sum_{i=1}^{N-1} u(x_i) \cos\left(\pi(n-0.5)x_i\right)h$$

3 Тесты

Правильность работы:

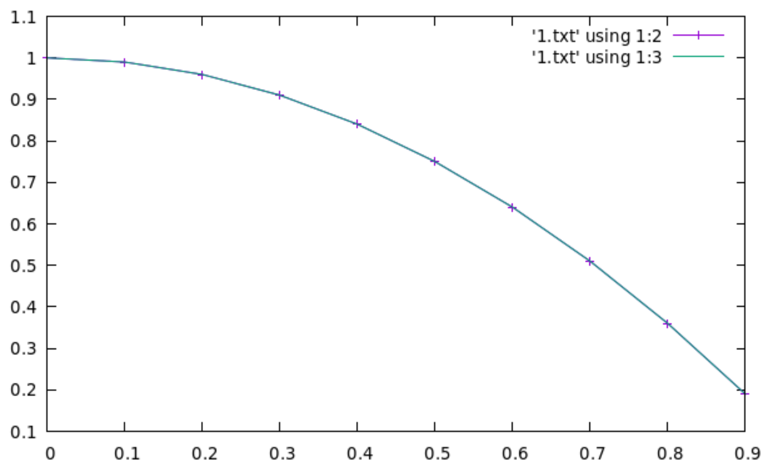


Рис. 1: $-x^2+1$, 10 узлов

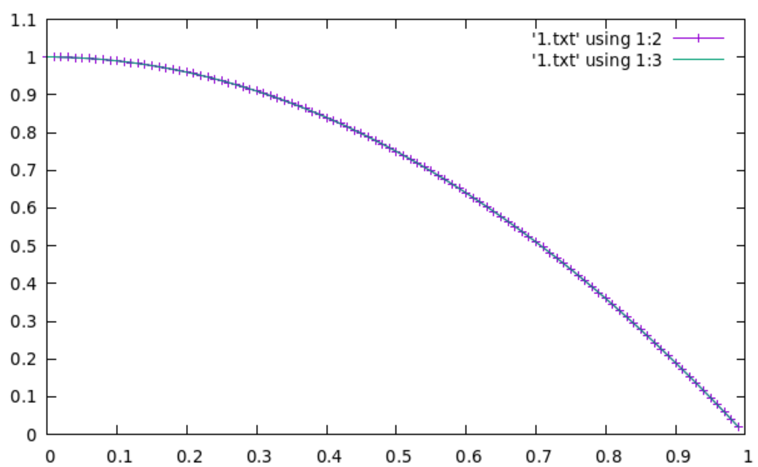


Рис. 2: $-x^2+1$, 100 узлов

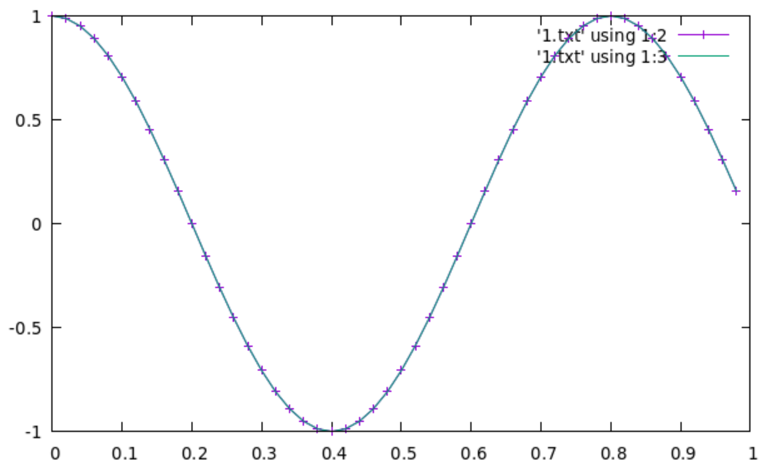
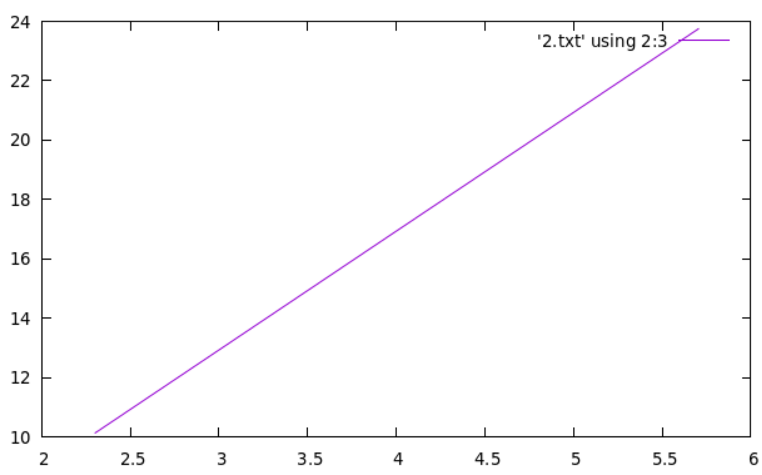


Рис. 3: $\cos\frac{5\pi x}{2}$, 50 узлов

4 Найдем p

Построим график $(\ln N; \ln\frac{1}{err})$



$err \approx Ch^p$, тогда $p = tg(...)$ посчитаем этот тангенс по 2-м точкам. получаем, то $p = \frac{16.5825-10.1368}{3.91202-2.30259} \approx 0,4004958277$