Prova de Conjuntos – ITA

1 - (ITA-13) Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto universo U. Das afirmações:
I. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
II. $(A \cap C) \setminus B = A \cap B^C \cap C$
III. $(A \setminus B) \cap (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$
É (são) verdadeira(s)
a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas I e II.
d) apenas I e III.
e) todas.

2 - (ITA-12) Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto universo U. Das afirmações:

I. $(A \setminus B^C) \setminus C^C = A \cap (B \cup C)$;

II. $(A \setminus B^C) \setminus C = A \cup (B \cap C^C)^C$;

III. $B^C \cup C^C = (B \cap C)^C$,

é (são) sempre verdadeira(s) apenas
a) I. b) II. c) III. d) I e III. e) II e III.

3 - (ITA-11) Sejam *A* e *B* conjuntos finitos e não vazios tais que $A \subset B$ e $n(\{C : C \subset B / A\}) = 128$.
Então, das afirmações abaixo:
I. $n(B) - n(A)$ é único;
II. $n(B) + n(A) \leq 128$;
III. a dupla ordenada $(n(A) - n(B))$ é única;
É (são) verdadeira(s):
a) apenas I. b) apenas II. c) apenas III. d) apenas I e II. e) nenhuma.

4 - (ITA-11) A expressão $4e^{2x} + 9e^{2y} - 16e^x - 54e^y + 61 = 0$, com x e y reais, representa
A) o conjunto vazio
B) um conjunto unitário
C) um conjunto não-unitário com um número finito de pontos
D) um conjunto com um número infinito de pontos.
E) o conjunto $\{(x,y) \in IR^2 / 2(e^x - 2)^2 + 3(e^y - 3)^2 = 1\}$

5 - (ITA-10) Considere as afirmações abaixo relativas a conjuntos *A,B e C* quaisquer:
I. A negação de $x \in A \cap B$ é: $x \notin A$ ou $x \notin B$
II. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
III. $(A/B) \cap (B/A) = (A \cup B)/(A \cap B)$
Destas é (são) falsa(s)
(A) Apenas I (B) Apenas II (C) Apenas III
(D) Apenas I e III (E) Nenhuma

6 - (ITA-10) Considere os conjuntos $A, B \subset R$ e $C \subset (A \cup B)$. Se $A \cup B$, $A \cap C$ e $B \cap C$ são os domínios das funções reais definidas por $\ln(x - \sqrt{\pi})$, $\sqrt{-x^2 + 6x - 8}$ e $\sqrt{\dfrac{x-\pi}{5-x}}$, respectivamente, pode-se afirmar que
(A) $C =]\sqrt{\pi}, 5[$. (B) $C = [2, \pi]$.
(C) $C = [2, 5[$. (D) $C = [\pi, 4]$.
(E) C não é intervalo.

7 - (ITA-09) Uma empresa possui 1000 carros, sendo uma parte com motor a gasolina e o restante com motor “flex” (que funciona com álcool e gasolina). Numa determinada época, neste conjunto de 1000 carros, 36% dos carros com motor a gasolina e 36% dos carros com motor “flex” sofrem conversão para também funcionar com gás GNV. Sabendo-se que, após esta conversão, 556 dos 1000 carros desta empresa são bicombustíveis, pode-se afirmar que o número de carros tricombustíveis é igual a
a) 246 b) 252 c) 260 d) 268 e) 284

8 - (ITA-08) Sejam X, Y, Z, W subconjuntos de N tais que $(X - Y) \cap Z = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{5, 6\}$, $Z \cap Y = \varnothing$, $W \cap (X - Z) = \{7, 8\}$, $X \cap W \cap Z = \{2, 4\}$. Então o conjunto $[X \cap (Z \cup W)] - [W \cap (Y \cup Z)]$ é igual a:
a) {1, 2, 3, 4, 5} b) {1, 2, 3, 4, 7}
c) {1, 3, 7, 8} d) {1, 3} e) {7, 8}

9 - (ITA-07) Seja A um conjunto com 14 elementos e B um subconjunto de A com 6 elementos. O número de subconjuntos de A com um número de elementos menor ou igual a 6 e disjuntos de B é
a) $2^8 - 9$ b) $2^8 - 1$
c) $2^8 - 2^6$ d) $2^{14} - 2^8$ e) 2^8

10 - (ITA-06) Seja U um conjunto não vazio com n elementos, $n \geq 1$. Seja S um subconjunto de P(U) com a seguinte propriedade:
Se A, B ϵ S, então $A \subset B$ ou $B \subset A$.
Então, o número máximo de elementos que S pode ter é:
a) 2^{n-1}.
b) n/2, se n for par, e (n + 1)/2 se n for ímpar
c) n + 1 d) $2^n - 1$ e) $2^{n-1} + 1$

11 - (ITA-06) Sejam A e B subconjuntos finitos de um mesmo conjunto X, tais que n(B\A), n(A\B) e n(A $\cap$ B) formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão r > 0. Sabendo que n(B\A) = 4 e n(A $\cup$ B) + r = 64, então, n(A\B) é igual a:

a) 12 b) 17 c) 20 d) 22 e) 24

12 - (ITA-05) Considere os conjuntos S = {0, 2, 4, 6}, T = {1, 3, 5} e U = {0, 1] e as afirmações:

I – {0} $\in$ S e S $\cap$ U $\neq \varnothing$.

II – {2} $\subset$ S \ U e S $\cap$ T $\cap$ U = {0, 1}.

III – Existe uma função f : S $\to$ T injetiva.

IV – Nenhuma função g : T $\to$ S é sobrejetiva.

Então, é(são) verdadeira(s)

a) apenas I. b) apenas IV. c) apenas I e IV.
d) apenas II e III. e) apenas III e IV.

13 - (ITA-04) Considere as seguintes afirmações sobre o conjunto U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}:

I - $\varnothing \in$ U e n (U) = 10.

II - $\varnothing \subset$ U e n (U) = 10.

III – 5 $\in$ U e {5} $\subset$ U.

IV – {0, 1, 2, 5} $\cap$ {5} = 5

Pode-se dizer, então, que é (são) verdadeira(s).

a) apenas I e III b) apenas II e IV c) apenas II e III
d) apenas IV e) todas as afirmações

14 - (ITA-04) Seja o conjunto S = { r $\in \mathbb{Q}$: r $\geq$ 0 e r2 $\leq$ 2}, sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

I - $\frac{5}{4} \in S$ e $\frac{7}{5} \in S$

II - $\{x \in \Re : 0 \leq x \leq \sqrt{2}\} \cap S = \varnothing$

III - $\sqrt{2} \in S$

Pode-se dizer, então, que é (são) verdadeira(s) apenas:

a) I e II b) I e III c) II e III
d) I e) II

15 - (ITA-02) Sejam A um conjunto com 8 elementos e B um conjunto tal que A $\cup$ B contenha 12 elementos. Então, o número de elementos de P (B\A) $\cup$ P ($\varnothing$) é igual a:

a) 8 b) 16 c) 20 d) 17 e) 9

16 - (ITA-01) Sejam X, Y e Z subconjuntos próprios de R, não-vazios. Com respeito às afirmações:

I. x $\cap$ {[Y $\cap$ (X $\cup$ Y) ^{C}] $\cup$ [X $\cup$ Y^C)^C }

II. Se Z $\subset$ X então (Z $\cup$ Y) $\cup$ (X $\cup$ (Z^C $\cap$ Y)} = X $\cup$ Y.

III. Se (X $\cup$ Y)^C $\subset$ Z então ZC ⍰ X.temos que:

a) apenas I é verdadeira.

b) apenas I e II são verdadeiras.

c) apenas I e III são verdadeiras.

d) apenas II e III são verdadeiras

e) todas são verdadeiras.

17 - (ITA-00) Duas retas r_1 e r_2 são paralelas à reta $3x - y = 37$ e tangentes à circunferência $x^2 - y^2 - 2x - y = 0$. Se d_1 é a distância de r_1 até a origem e d_2 a distância de r_2 até a origem, então $d_1 + d_2$ é igual a :

(A) $\sqrt{12}$ (B) $\sqrt{15}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{10}$ (E) $\sqrt{5}$

18 - (ITA-00) Seja $S = [-2, 2]$ e considere as afirmações:

(I) $\frac{1}{4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^x < 6$, para todo $x \in S$.

(II) $\frac{1}{\sqrt{32 - 2^x}} < \frac{1}{\sqrt{32}}$, para todo $x \in S$.

(III) $2^{2x} - 2^x \leq 0$, para todo $x \in S$.

Então, podemos afirmar que:

(A) Apenas I é verdadeira.

(B) Apenas III é verdadeira.

(C) Somente I e II são verdadeiras.

(D) Apenas II é falsa.

(E) Todas as afirmações são falsas.

19 - (ITA-99) Sejam E, F, G e H subconjuntos não vazios de R. Considere as afirmações:

I - Se (E x G) $\subset$ (F x H), então E $\subset$ F e G $\subset$ H.

II - Se (E x G) $\subset$ (F x H), então (E x G) $\cup$ (F x H) = F x H.

III - Se (E x G) $\subset$ (F x H) = F x H, então (E x G) $\subset$ (F x H).

Então:

a) Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
b) Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
c) Apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
d) Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
e) Todas as afirmações são verdadeiras.

20 - (ITA-97) Seja n $\in$N com n > 1 fixado. Considere o conjunto: $A = \left\{\frac{p}{q} : p, q \in Z. \text{ sendo, } 0 < q < n\right\}$.

Definimos f: $\Re \to \Re$ por $f(x) = [\cos(n!\,\pi x)]^{2n}$. Se f(A) denota a imagem do conjunto A pela função f, então:

a) f(A) =]-1, 1[b) f(A) = [0, 1] c) f(A) = {1}
d) f(A) = {0} e) f(A) = {0, 1}

21 - (ITA-96) Sejam A e B subconjuntos não vazios de R, e considere as seguintes afirmações:

I- $(A - B)^C \cap (B \cup A^C)^C = \varnothing$

II- $(A - B^C)^C = B - A^C$

III- $[(A^C - B) \cap (B - A)]^C = A$

Sobre essas afirmações podemos garantir que:

a) Apenas a afirmação I é verdadeira.
b) Apenas a afirmação II é verdadeira.
c) Apenas a afirmação III é verdadeira.
d) Todas as afirmações são verdadeiras.
e) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

22 - (ITA-95) Seja $A = \left\{\frac{(-1)^n}{n!} + \text{sen}\frac{n!.\pi}{6} ; n \in N\right\}$

Qual conjunto abaixo é tal que sua intersecção com A dá o próprio A?

a) $(-\infty, -2) \cup [2, \infty)$ b) $(-\infty, -2)$ c) $[-2, 2]$
d) $[-2, 0]$ e) $[0, 2]$

23 - (ITA-91) Se A = {x $\in \Re$: |x2 + x + 1| $\le$ |x2 + 2x – 3|}, então temos:

a) A = [– 2 ,] $\cup$ [4 , + ∞ [
b) A = [$\frac{1}{2}$, 4]
c) A = [– 3 , 1]
d) A =] – ∞ , – 3] $\cup$ [1, + ∞[
e) n.d.a.

24 - (ITA-89) Sejam A, B e C subconjuntos de $\Re$, não vazios, e A – B = {p $\in \Re$; p $\in$ A e p $\notin$ B}. Dadas as igualdades:

1) (A – B)xC = (AxC) – (BxC)
2) (A – B)xC = (AxB) – (BxC)
3) $(A \cap B) - A \neq (B \cap A) - B$
4) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
5) $(A - B) \cap (B - C) = (A - C) \cap (A - B)$

Podemos garantir que:

a) 1 e 2 são verdadeiras
b) 1 e 5 são verdadeiras
c) 3 e 4 são verdadeiras
d) 1 e 4 são verdadeiras
e) 1 e 3 são verdadeiras

25 - (ITA-89) Sejam A e B subconjuntos de IR, não vazios, possuindo M mais de um elemento. Dada uma função f: A$\to$B, definimos L: A$\to$AxB por L(a) = (a., f(a)), para todo a $\in$ A. Podemos afirmar que:

a) A função L sempre será injetora.
b) A função L sempre será sobrejetora.
c) Se f for sobrejetora, então L também o será
d) Se f não for injetora, então L também não o será
e) Se f for bijetora, então L será sobrejetora

26 - (ITA-88) Sejam A, B e C subconjuntos do conjunto dos <u>números</u> reais. Então podemos afirmar que:

a) $(A \cap B)^C = A^C \cap B^C$
b) $(A \cup B)^C = A^C \cup B^C$
c) Se $A \subset B$ então $A^C \subset B^C$
d) $(A \cap B) \cup C^C = (A^C \cup C)^C \cap (B^C \cup C)^C$
e) $A \cup (B \cup C)^C = (A \cup B^C) \cap (A \cup C^C)$

26 - (ITA-87) Sejam F e G dois subconjuntos não vazios de IR. Assinale a alternativa correta.

a) Se F $\subset$ G e G $\neq$ F, então necessariamente F = F $\cup$ G.
b) Se F $\cap$ G é o conjunto vazio, então necessariamente F $\cup$ G = IR.
c) Se F $\subset$ G e G $\subset$ F então F $\cap$ G = F $\cap$ G.
d) Se F $\cap$ G = F, então necessariamente G $\subset$ F.
e) Se F $\subset$ G e G $\neq$ IR, então (F $\cap$ G) $\cup$ G = IR.

27 – (ITA-85) Sejam X um conjunto não vazio; A e B dois subconjuntos de X. Definimos A^C = {x $\in$ X tal que x $\notin$ A} e A – B = {x $\in$ A tal que x $\notin$ B}.

Dadas as sentenças:

1. A $\cap$ B = ϕ $\Leftrightarrow$ A $\subset$ B^C $\Leftrightarrow$ B $\subset$ A^C, onde "$\Leftrightarrow$" significa "equivalente" e ϕ o conjunto vazio;
2. Se X – IR; A = {x $\in$ IR tal que x^3 – 1 = 0}; B = {x $\in$ IR tal que x^2 – 1 = 0} e C = {x $\in$ IR tal que x – 1 = 0}, então A = C = B;
3. A – ϕ = A e A = B = A – (A $\cap$ B);

4. $A - B \neq A \cap B^C$;

Podemos afirmar que está (estão) correta(s):

a) As sentenças 1 e 3.

b) As sentenças 1, 2 e 4.

c) As sentenças 3 e 4.

d) As sentenças 2, 3 e 4.

e) Apenas a sentença 2.

GABARITO

1	C
2	C
3	A
4	D
5	E
6	C
7	B
8	C
9	A
10	C
11	B
12	B
13	C
14	D
15	B
16	B
17	D
18	A
19	E
20	C
21	A
22	C
23	A
24	D
25	E
26	C
27	A