AULA 1.2

OPERAÇÕES COM VETORES

Adição de vetores paralelos

Vetores paralelos podem ter o mesmo sentido ou sentidos opostos.

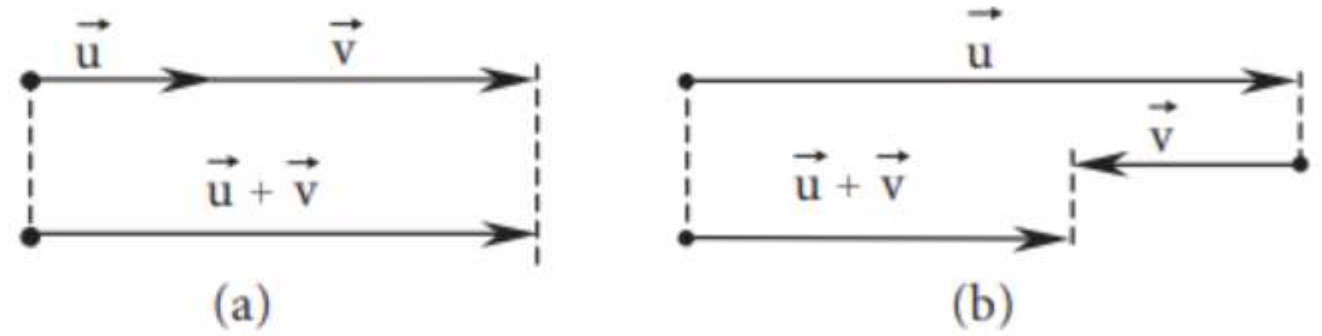


Figura 1.15

Adição de vetores não-paralelos consecutivos

A soma dos dois vetores será o segmento com início em um dos vetores e extremidade no final do segundo vetor.

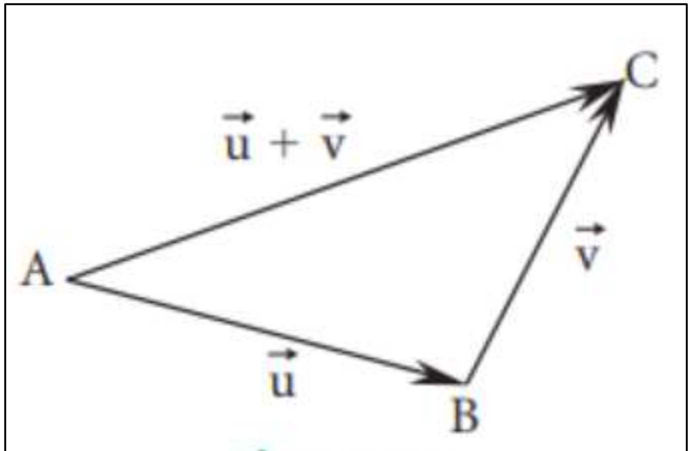


Figura 1.14

$$\vec{u} + \vec{v} = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

Adição de vetores não-paralelos não-consecutivos

Sua soma será a diagonal do paralelogramo que ser formará ao traçarmos vetores paralelos auxiliares aos vetores que devemos somar.

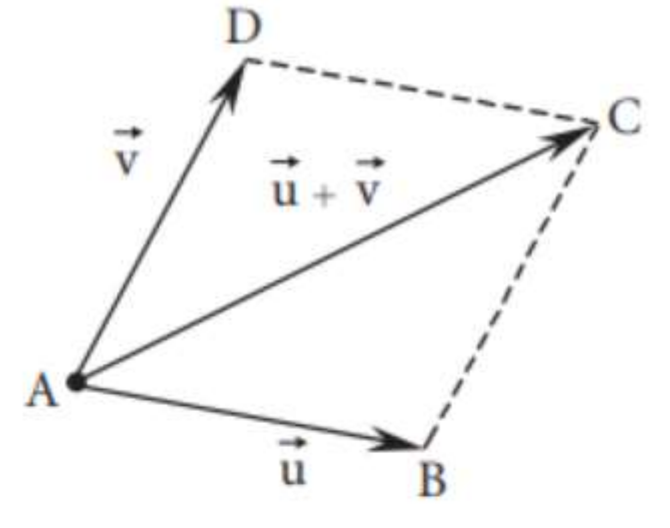


Figura 1.16

$$\vec{u} + \vec{v} = \overline{AC} \; ou \; \overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$$

Adição - Casos particulares

Para somar três ou mais vetores, deveremos fazer o mesmo processo já citado, porém em diversas etapas.

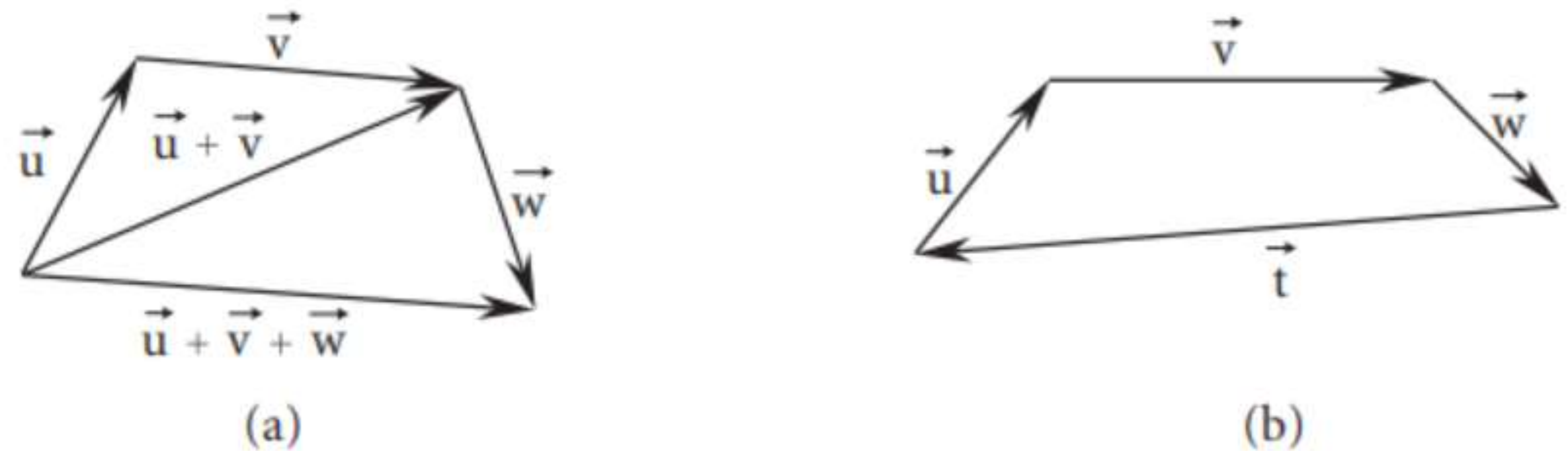


Figura 1.17

Caso a extremidade do último vetor coincidir com a origem do primeiro vetor, sua soma será o vetor nulo.

$$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} + \vec{t} = \vec{0}$$

Adição - Casos particulares:

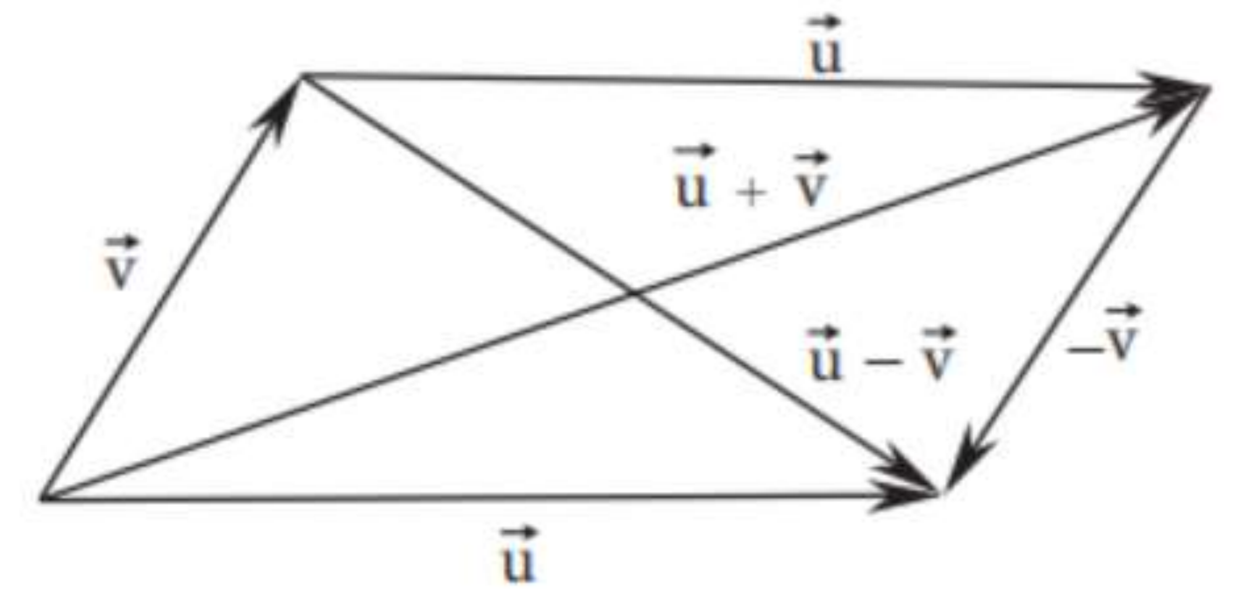


Figura 1.18

$$\vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$$

Adição - Propriedades

- Comutativa

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

- Associativa

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

- Elemento neutro

$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$$

- Elemento oposto

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$$

2. Com base na Figura 1.13, determinar os vetores a seguir, expressando-os com origem no ponto A:

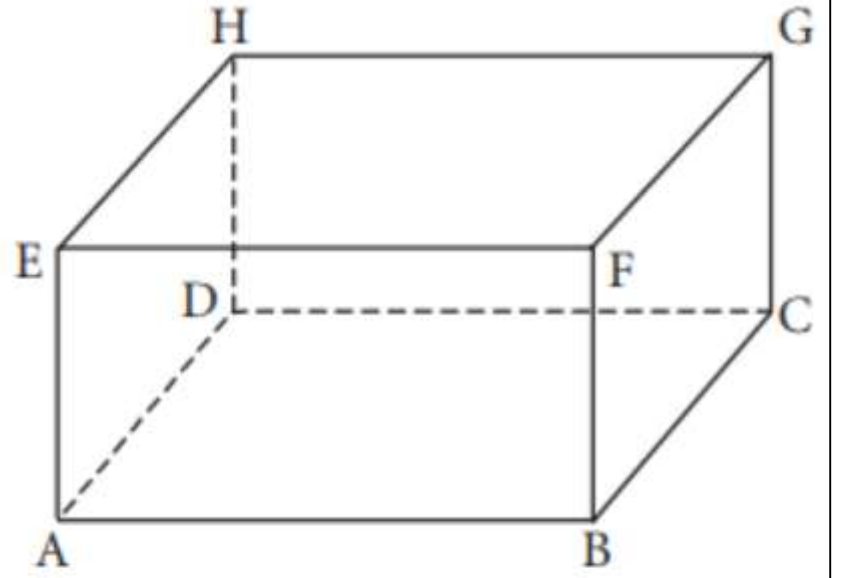


Figura 1.13

a) $\overline{AB} + \overline{CG}$

b) $\overline{BC} + \overline{DE}$

c) $\overline{BF} + \overline{EH}$

d) $\overline{EG} - \overline{BC}$

e) $\overline{CG} + \overline{EH}$

f) $\overline{EF} - \overline{FB}$

g) $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AE}$

h) $\overline{EG} + \overline{DA} + \overline{FH}$

Multiplicação de um número real por um vetor

Seja um vetor não-nulo e um número real não-nulo, tem-se que seu produto será:

- Seu comprimento será igual ao comprimento do vetor original multiplicado pelo módulo do número real em questão;
- Sua direção será paralela ao vetor original;
- Caso o número real seja positivo, seu sentido será igual ao do vetor original. Sendo o número real negativo, seu sentido será oposto ao vetor original;

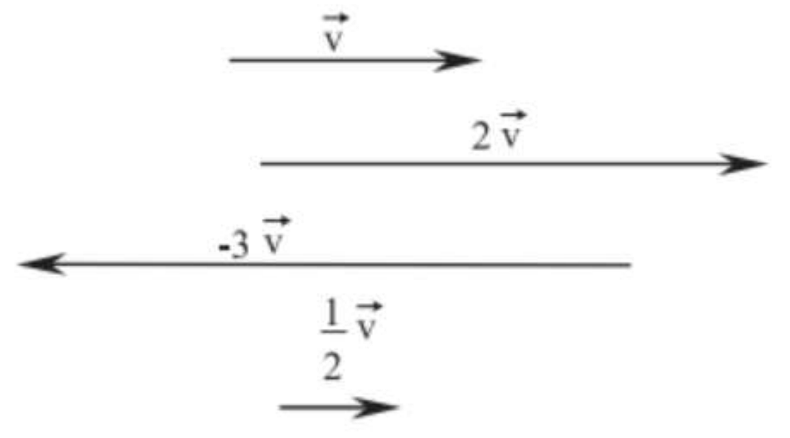


Figura 1.20

Exemplos

$$\overline{AC} = \frac{3}{2}\overline{AB}$$

$$\overline{BD} = -2\overline{AB}$$

$$\overline{CD} = -\frac{5}{2}\overline{AB}$$

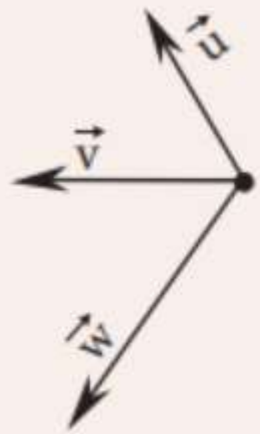
Figura 1.22

Seja o conceito de vetor unitário de mesmo sentido ser um vetor versor, então mesmo que

Se $|\vec{v}| = 5$, então o versor de $\vec{v}$ é $\dfrac{\vec{v}}{5}$

Se $|\vec{v}| = \dfrac{1}{3}$, então o versor de $\vec{v}$ é $3\vec{v}$

1. Representados os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ como na Figura 1.25(a), obter graficamente o vetor $\vec{x}$ tal que $\vec{x} = 2\vec{u} - 3\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$.



(a)

Figura 1.25

Ângulos de vetores:

$$\vec{u} = \overline{OA} \; e \; \vec{v} = \overline{OB}$$

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

$$0° \leq \theta \leq 180°$$

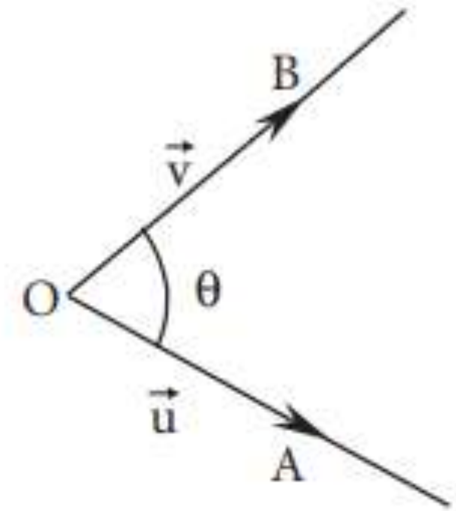


Figura 1.27

$\theta = 0° = 0$

$\theta = 180° = \pi$

Figura 1.28

12. Sabendo que o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de 60°, determinar o ângulo formado pelos vetores

a) $\vec{u}$ e $-\vec{v}$ **b)** $-\vec{u}$ e $2\vec{v}$ **c)** $-\vec{u}$ e $-\vec{v}$ **d)** $3\vec{u}$ e $5\vec{v}$