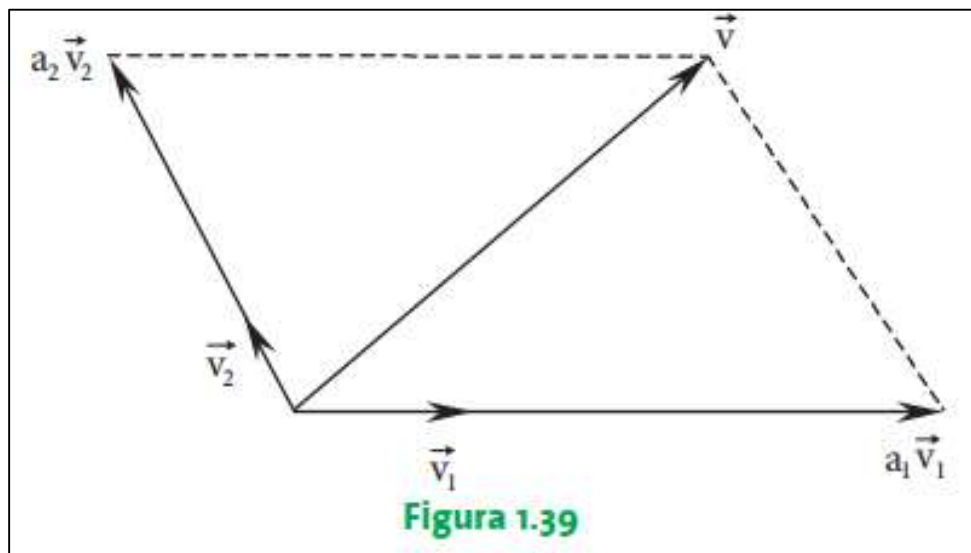


AULA 1.3

TRATAMENTO ALGÉBRICO

Vetores no plano



$$\vec{v} = a_1 \vec{v}_1 + a_2 \vec{v}_2$$

Combinação linear

$$B = \{\vec{v}_1; \vec{v}_2\}$$

Base no plano

Outra simbologia:

$$\vec{v} = (a_1; a_2)$$

$$\vec{v}_B = (a_1; a_2)$$

$a_1; a_2$

Componentes ou coordenadas

Vetores no plano

$$\vec{x} = 4\vec{v}_1 + 0\vec{v}_2$$

$$\vec{y} = 0\vec{v}_1 + 2\vec{v}_2$$

$$\vec{v} = -2\vec{v}_1 + 3\vec{v}_2$$

$$\vec{u} = 5\vec{v}_1 + 4\vec{v}_2$$

$$\vec{t} = 3\vec{v}_1 - 2\vec{v}_2$$

$$\vec{w} = -4\vec{v}_1 - 1\vec{v}_2$$

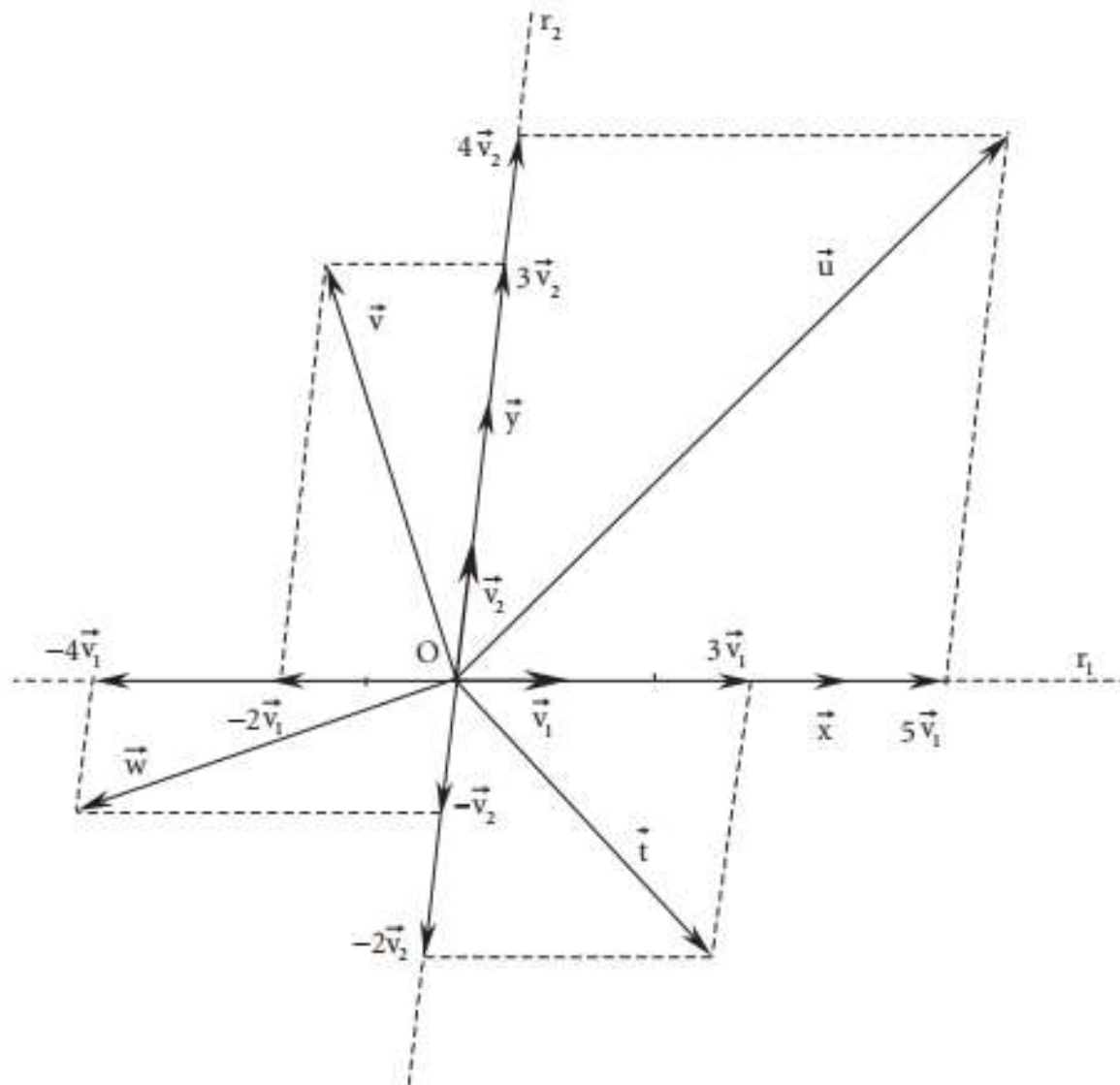


Figura 1.38

Bases ortonormais

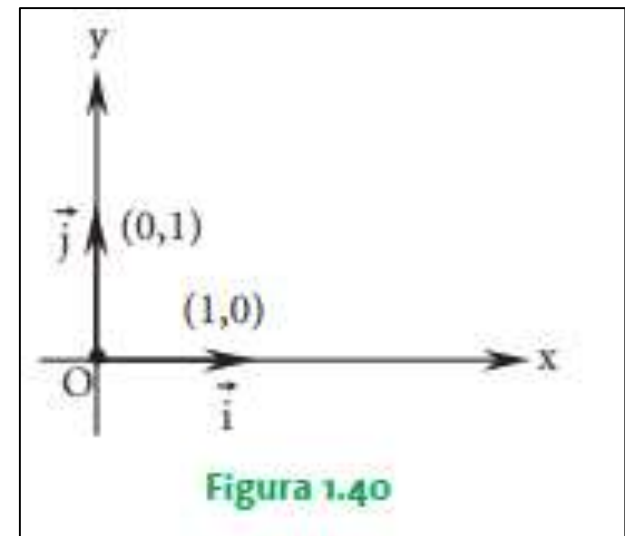
Seja $\left\{ \begin{array}{l} B = \{\vec{e}_1; \vec{e}_2\} \\ \vec{e}_1 \perp \vec{e}_2 \\ |\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = |1| \end{array} \right.$ Então é uma base ortonormal

Sistema cartesiano ortogonal

$C = \{\vec{i}; \vec{j}\}$ Base canônica

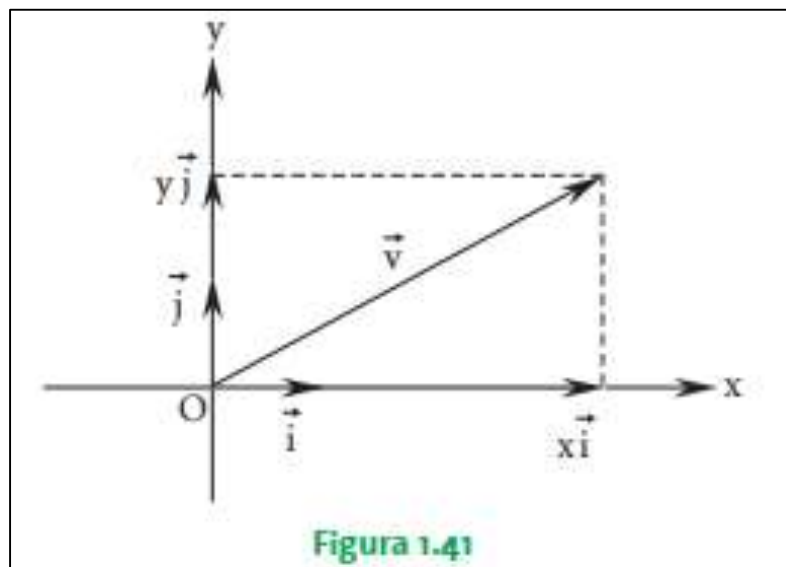
$$\vec{i} = (1; 0)$$

$$\vec{j} = (0; 1)$$



Base canônica $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$

Na base canônica, x e y são suas componentes as quais se chamam respectivamente de abscissa e ordenada.



$$\vec{v} = (x; y)$$

Expressão analítica

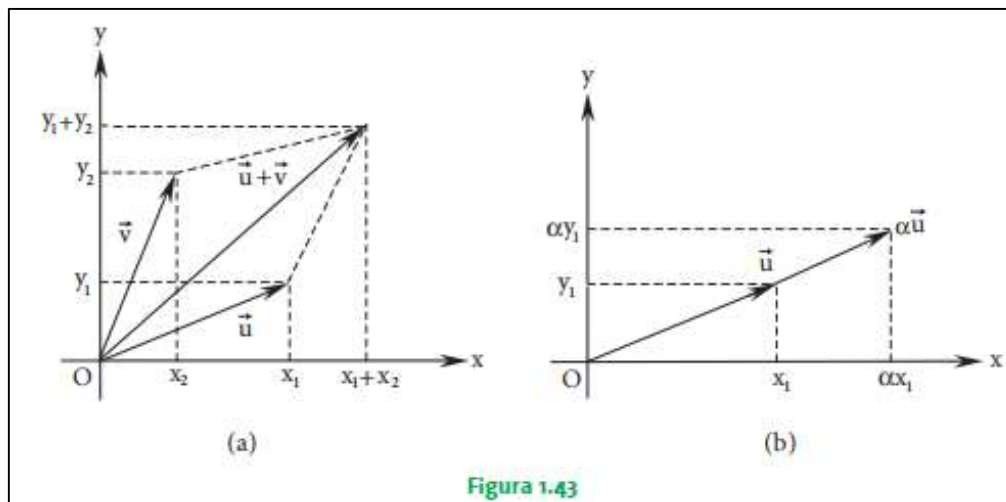
Igualdade de vetores

$$\text{Seja } \left\{ \begin{array}{l} \vec{u} = (x_1; y_1) \\ \vec{v} = (x_2; y_2) \end{array} \right\} \text{ E } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u} = \vec{v}$$

Operação com vetores $\vec{u} = (x_1; y_1); \vec{v} = (x_2; y_2); \alpha \in \mathcal{R}$

$$\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$$

$$\alpha \vec{u} = (\alpha x_1; \alpha y_1)$$



1. Dados os vetores $\vec{u} = (2, -3)$ e $\vec{v} = (-1, 4)$, determinar $3\vec{u} + 2\vec{v}$ e $3\vec{u} - 2\vec{v}$.

$$(4, -1)$$

2. Determinar o vetor \vec{x} na igualdade $3\vec{x} + 2\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{v} + \vec{x}$, sendo dados $\vec{u} = (3, -1)$ e $\vec{v} = (-2, 4)$.

Vetor definido por dois pontos

$$\overline{AB} \left\{ \begin{array}{l} A(x_1; y_1) \\ B(x_2; y_2) \end{array} \right.$$

$$\overline{OA} + \overline{AB} = \overline{OB} \quad \therefore \overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA}$$

$$\overline{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$$

Considerando que o vetor terá origem no ponto O e respeitando sua direção e sentido, temos um dos seus infinitos representantes.

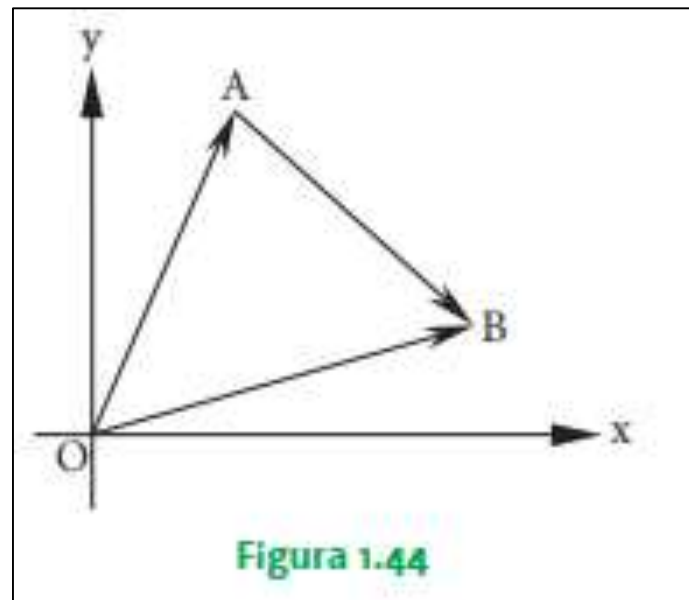


Figura 1.44

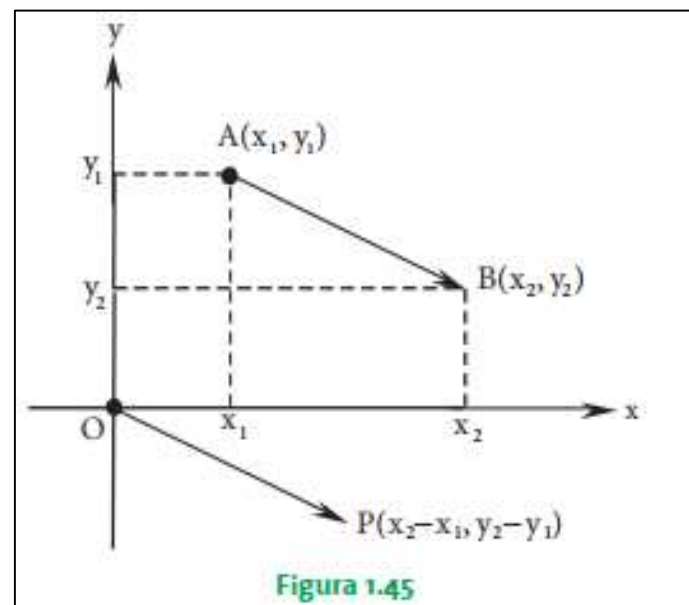


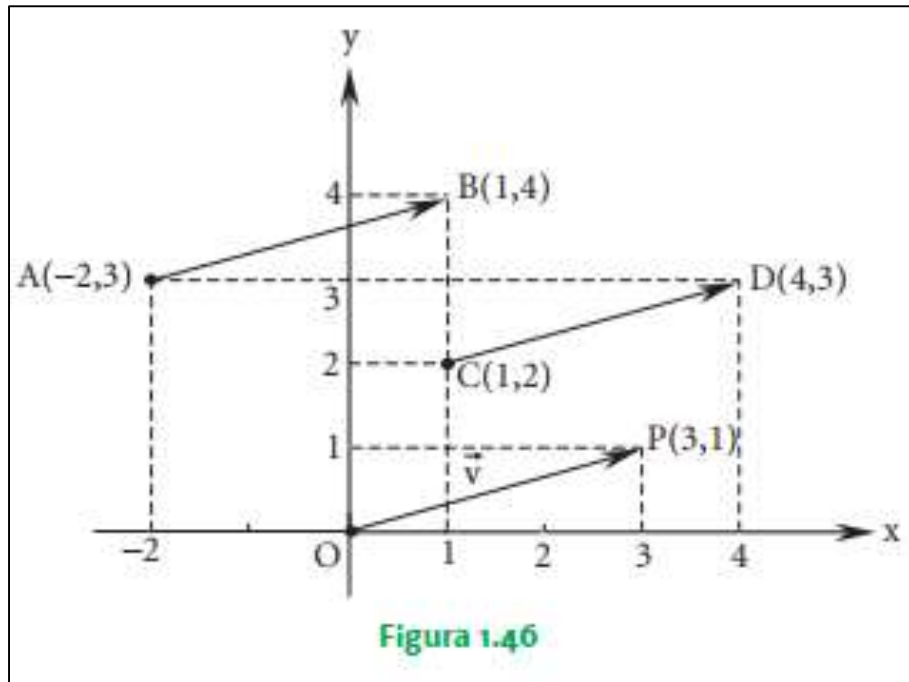
Figura 1.45

Vetor posição (vetor natural)

$$\vec{v} = \overline{PO} = P - O$$

$$\vec{v} = \overline{AB} = B - A$$

$$\vec{v} = \overline{CD} = D - C$$



$$B = A + \vec{v} = (-2; 3) + (3; 1) = (1; 4)$$

$$D = C + \vec{v} = (1; 2) + (3; 1) = (4; 3)$$

Isto é, a partir de um ponto, o vetor posição transporta-o para a extremidade de um vetor igual a ele em módulo, direção e sentido.

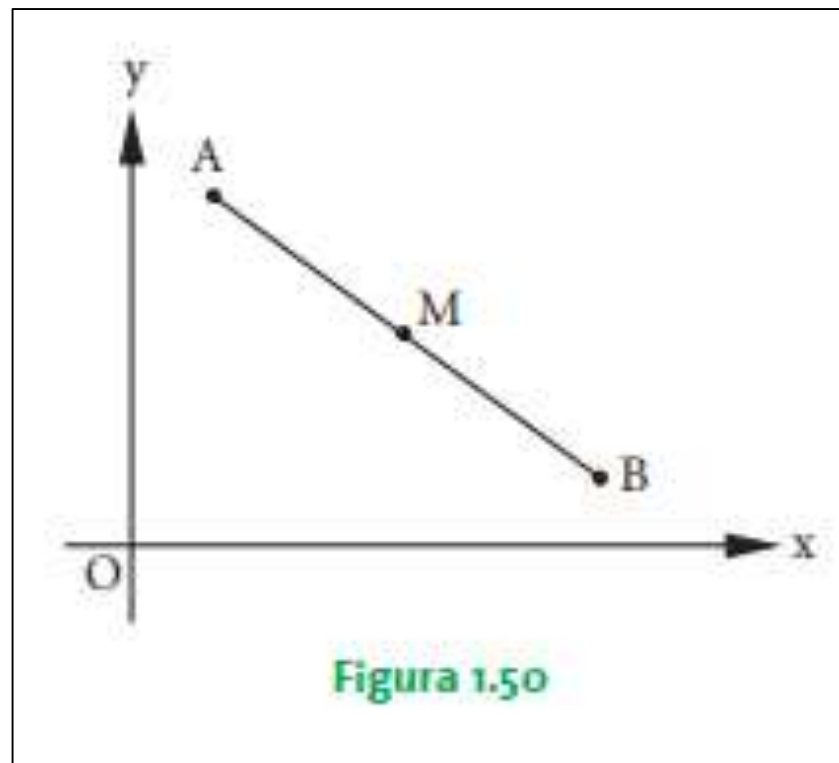
Ponto médio

Seja

$$\left\{ \begin{array}{l} A = (x_1; y_1) \\ B = (x_2; y_2) \\ M = (x; y) \end{array} \right.$$

$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

$$(x - x_1; y - y_1) = (x_2 - x; y_2 - y)$$



$$\left\{ \begin{array}{l} x - x_1 = x_2 - x \therefore x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y - y_1 = y_2 - y \therefore y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{array} \right.$$

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Paralelismo de dois vetores

Dois vetores serão paralelos se suas componentes forem igualmente proporcionais.

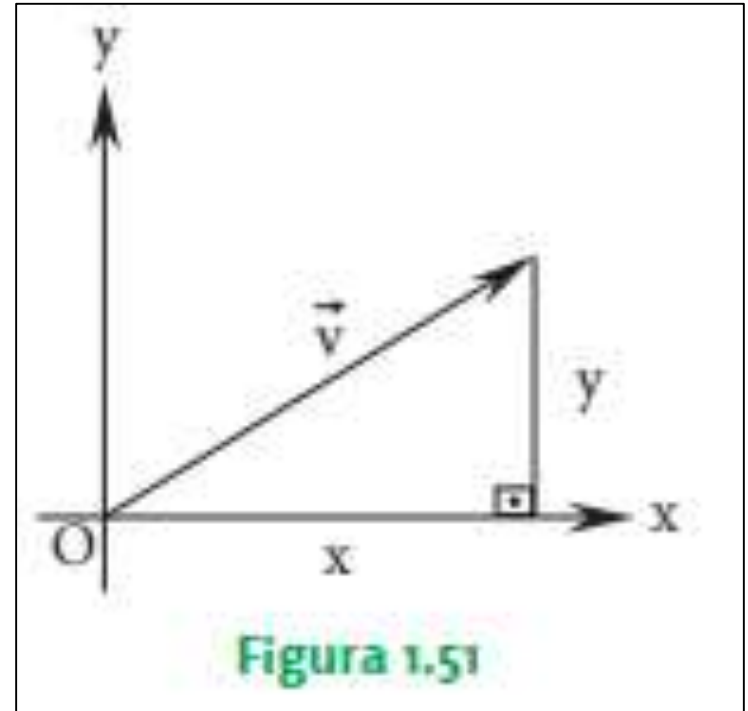
$$\text{Seja } \left\{ \begin{array}{l} \vec{u} = (x_1; y_1) \\ \vec{v} = (x_2; y_2) \end{array} \right\} \text{ E } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \alpha x_2 \\ y_1 = \alpha y_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u} \parallel \vec{v}$$

$$\text{Isto é } \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \alpha$$

Módulo de um vetor

$$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

O módulo de um vetor nada mais que é que seu comprimento ou a distância entre os dois pontos que o definem.



$$d(\overline{AB}) = |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

2. Determinar, no eixo Ox , um ponto P que seja equidistante dos pontos $A(-1, -2)$ e $B(5, -4)$.