AULA 2.2

DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA

Definição geométrica

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|cos\theta$$

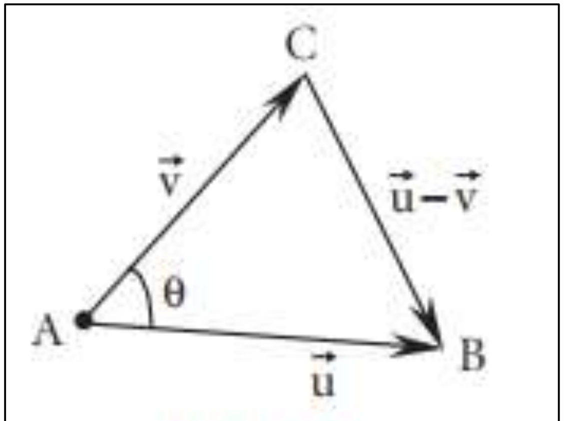

Figura 2.1

Pela lei dos cossenos

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2|\vec{u}||\vec{v}|cos\theta$$

Lembrando uma das propriedades do produto escalar

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$$

Igualando as duas anteriores

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|cos\theta$$

Onde $0° \leq \theta \leq 180°$

<u>Definição geométrica</u>

Dois desenvolvimentos, uma resposta

Primeiro

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1(0) + 1(1) + 0(0) = 1$$

Segundo

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|cos\theta$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \cdot 1 \cdot cos45°$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

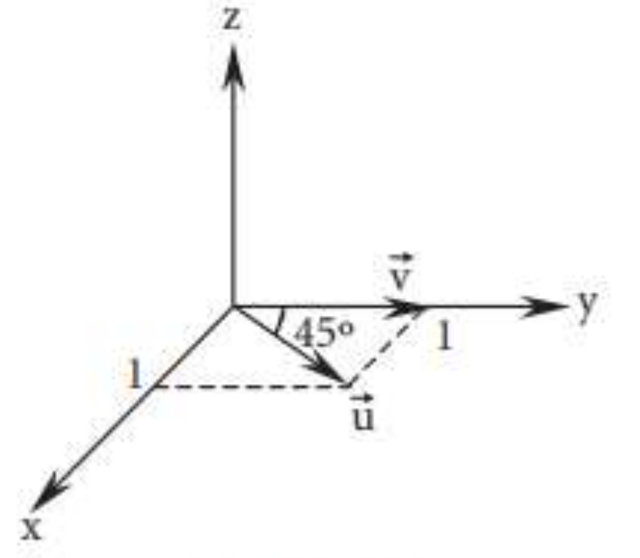

Figura 2.2

Particularidades

$|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq |\vec{u}||\vec{v}|$ Desigualdade de Schwarz

$|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$ Desigualdade triangular

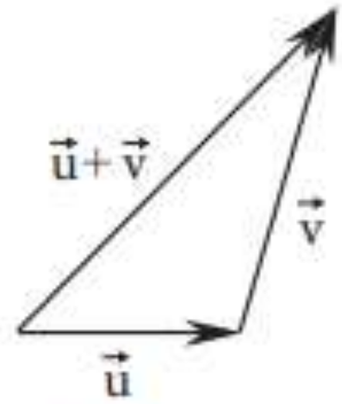

Figura 2.3

Se $\left\{ \begin{array}{l} 0° \leq \theta < 90° \\ \theta = 90° \\ 90° < \theta \leq 180° \end{array} \right\}$ Então $\left\{ \begin{array}{l} cos\theta > 0 \\ cos\theta = 0 \\ cos\theta < 0 \end{array} \right\}$ Logo $\left\{ \begin{array}{l} \vec{u} \cdot \vec{v} > 0 \\ \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ \vec{u} \cdot \vec{v} < 0 \end{array} \right.$

2. Provar que o triângulo de vértices $A(2, 3, 1)$, $B(2, 1, -1)$ e $C(2, 2, -2)$ é um triângulo retângulo.

3. Determinar um vetor ortogonal aos vetores $\vec{v}_1 = (1, -1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (1, 0, 1)$.