



# **FUNCÃO DE 2º GRAU**

# 1. Equação de 2º grau

- ➤ Toda equação de 2º grau possui  $ax^2 + bx + c = 0$ , em **a**, **b** e **c** são os coeficientes da equação devendo ser números reais e  $a \neq 0$ .
- Uma equação em que os três coeficientes sejam diferentes de zero é chamada de equação completa e são resolvidas através de uma expressão que ficou conhecida como Fórmula de Bhaskara, em que as raízes (x' e x") são calculadas em função dos coeficientes da equação.

Inicialmente devemos calcular o discriminante da equação, mais conhecido como delta (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Em seguida, o valor de Δ será usado para calcular as raízes através da expressão

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Por fim, as raízes obtidas serão

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x" = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

### EXERCÍCIO DE AULA

01) Resolva as equações:

- $x^2 9x + 14 = 0$
- **b)**  $x^2 4x + 4 = 0$
- c)  $x^2 6x + 13 = 0$

#### **OBSERVAÇÃO**

O valor do discriminante (delta) determina características das raízes da equação, caso existam:

 $\Delta > 0$ : Duas raízes (zeros) reais distintas.

 $\Delta = 0$ : Duas raízes (zeros) reais iguais (raiz dupla).

 $\Delta$  < 0 : Não possui raízes (zeros) reais.

As equações a seguir são incompletas e podem ser resolvidas maneiras mais rápidas.

# EXERCÍCIOS DE AULA

02) Resolva as equações:

- a)  $x^2 25 = 0$
- **b)**  $4x^2 81 = 0$
- c)  $2x^2 49 = 0$
- d)  $(x-8)^2 = 36$
- $x^2 + 16 = 0$
- f)  $x^3 64 = 0$

03) Resolva as equações:

- a)  $x^2 8x = 0$  b)  $x^3 9x = 0$ c)  $2x^2 3x = 0$  d) (2x 1).(x + 3).(4 x) = 0
- 04) Um foguete foi lançado de uma plataforma de lançamento e sua altura h, em metros, t segundos após o seu lancamento é dada pela função  $h(t) = -t^2 + 20t + 300$ . Esse foguete deve atingir um alvo que se encontra ao nível do solo (h = 0).
- De que altura o foguete foi lançado?
- Qual a altura do foguete 10 segundos após o lançamen-
- Após quantos segundos o foguete atingirá o alvo?

# **OBSERVAÇÃO**

A soma S e o produto P das raízes de uma equação de 2º grau são dadas por:

$$S = x' + x'' = \frac{-b}{a}$$

$$P = x'.x'' = \frac{c}{a}$$

$$P = x'.x'' = \frac{c}{a}$$

### 2. Definição

Toda função grau tem forma  $f(x) = ax^{2} + bx + c$  ou  $y = ax^{2} + bx + c$ ,  $a \neq 0$ . A seguir temos alguns exemplos.

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 5 \implies a = 2, \qquad b = -3, \qquad c = 5$$

$$b = -3$$
  $c = -4$ 

$$y = 2 - x + x^2$$
  $\Rightarrow a = 1, b = -1,$ 

$$\rightarrow a-1$$

$$b = -1$$
,  $c = 2$ 

$$P = 3t^2 - 2t$$
  $\Rightarrow a = 3$ ,  $b = -2$ ,

$$\rightarrow a - 3$$

$$b = -2, \qquad c = 0$$

$$N = p^2 - 4$$

$$\Rightarrow$$
 a = 1.

$$b=0$$
.

$$T(s) = 5s^2$$

$$\Rightarrow$$
 a = 5, b = 0,

$$b=0$$
,

c = 0

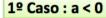
c = -4

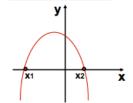
#### OBSERVAÇÃO

As funções que possuem os três coeficientes diferentes de zero são chamadas de funções completas. Caso b=0 ou c=0, as funções são chamadas de funções incompletas.

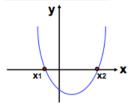
# 3. Gráfico

> O gráfico de toda função de 2° grau é uma parábola. Sua concavidade depende do coeficiente de x² (a).





# 2º Caso: a > 0

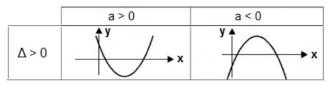




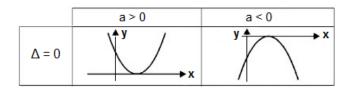




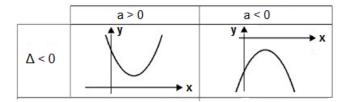
- Essa parábola poderá ficar disposta basicamente de seis maneiras diferentes (divididas em três situações) a depender da concavidade e da quantidade de vezes que a mesma corta o eixo x.
- $\triangleright$  Quando  $\Delta > 0$ , o gráfico toca o eixo x em dois pontos.



> Quando  $\Delta = 0$ , o gráfico toca o eixo x em apenas um ponto.



ightharpoonup Quando  $\Delta$  < 0, o gráfico não toca o eixo x.

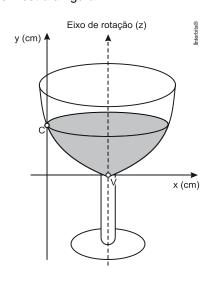


### **OBSERVAÇÃO**

O(s) ponto(s) em que o gráfico toca o eixo x, caso existam, são as raízes da função. Ou seja, são os valores que tornam a função igual a zero e, consequentemente são a solução da equação  $ax^2+bx+c=0$ 

### **EXERCÍCIO DE AULA**

05) (ENEM 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$ , onde C é a

medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x.

Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

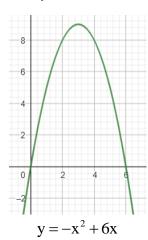
d) 5.

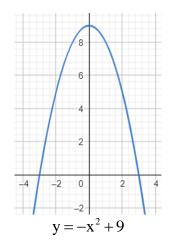
a) 1. b) 2. c) 4.

# **OBSERVAÇÕES**

e) 6.

- O ponto de intersecção com o eixo y será o termo independente da função (c) e o(s) ponto(s) de interseção com o eixo x, caso existam, serão as raízes da função (x' e x")
- Quando c = 0, o gráfico da função passa pela origem e quando b = 0, o gráfico tem uma simetria em relação ao eixo y.

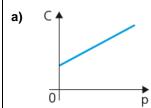


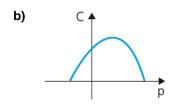


# **EXERCÍCIOS DE AULA**

06) Admita que determinado lago possa suportar uma população máxima de 10.000 peixes e que, para uma pequena população inicial **p**, a rapidez de seu crescimento **C** seja dada pela função  $C(p) = k \cdot p \cdot (10000 - p)$ , sendo **k** uma constante positiva e 0 .

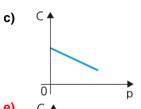
O gráfico cartesiano que melhor representa a função C(p), para  ${\bf p}$  real, é



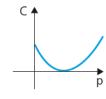








d)



e) C

### 4. Determinação da função a partir de valores

- ➢ Para determinar a expressão de uma função f (x) de 2º grau devemos conhecer no mínimo três de seus valores numéricos. A partir desses valores criamos um sistema com os três coeficientes da função (a, b e c) que, ao resolvê-lo, teremos determinado a expressão da função.
- Caso um dos valores conhecidos seja f(0), o sistema formado será resolvido de maneira bem mais fácil.

#### **EXERCÍCIO DE AULA**

07) (UNIME 2016 – Modificada) Foram feitas três medições da temperatura de um paciente, a intervalos de 1h, cujos resultados, em ordem, foram 37 °C, 40,5 °C e 39 °C. Nesse período, a temperatura variou como uma função do 2º grau, e consideramos para a primeira medição t=0.

Qual a função que relaciona a temperatura T, em  ${}^{\circ}$ C, desse paciente t horas após a primeira medição?

a) 
$$T(t) = -1.5t^2 + 8t + 37$$

b) 
$$T(t) = -0.5t^2 + 12t + 39$$

c) 
$$T(t) = -2.5t^2 + 6t + 37$$

d) 
$$T(t) = -1.5t^2 + 4t + 39$$

e) 
$$T(t) = -0.5t^2 + 2t + 40.5$$

# **OBSERVAÇÃO**

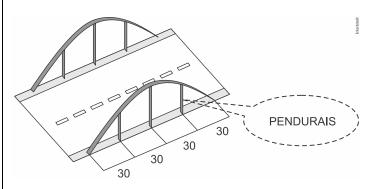
Caso se conheça as duas raízes da função (x' e x''), uma maneira mais prática para representar a função de 2º grau é

$$y = a.(x-x').(x-x'')$$

A vantagem de se representar dessa forma é o fato de termos de descobrir apenas o valor do coeficiente **a**, entretanto só pode ser usada caso as raízes **x**' e **x**" sejam conhecidas.

# **EXERCÍCIO DE AULA**

08)(CMRJ 2018) Uma ponte metálica, em forma de arco de parábola, será construída. Sua sustentação será feita com seis pendurais metálicos, três de cada lado, distando 30 m um do outro, como ilustra a figura abaixo.



Sabendo que a ponte tem 40 m de altura, quantos metros de pendurais serão necessários para a construção desta ponte?

a) 120 m. b) 140 m. c) 160 m. d) 180 m. e) 200 m.

# **OBSERVAÇÃO**

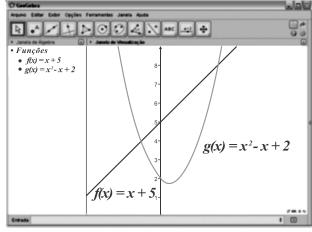
Em algumas situações, é necessário "criar" um sistema de coordenadas cartesianas para determinar alguma informação de uma parábola.

# 4.1. Interseções entre gráficos

➢ Para encontrar, se existirem, os pontos de intersecção entre os gráficos de duas funções de 2º grau ou entre os gráficos de uma função de 2º grau e uma função de 1º grau, basta igualar as equações das mesmas, da mesma forma como procedemos no caso de duas funções de 1º grau.

# **EXERCÍCIO DE AULA**

09) (UEPA 2015 – Modificada) Leia o texto para responder à questão.



Construção dos gráficos das funções no Geogebra





A utilização de computadores como ferramentas auxiliares na produção de conhecimento escolar tem sido uma realidade em muitas escolas brasileiras. O **GeoGebra** é um software educacional utilizado no ensino de Matemática (geometria dinâmica). Na ilustração acima se tem a representação dos gráficos de duas funções reais a valores reais, definidas por  $g(x) = x^2 - x + 2$  e f(x) = x + 5.

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula-53900

Quais os pontos em que os gráficos das funções se intersectam?

# 5. Estudo do vértice da parábola

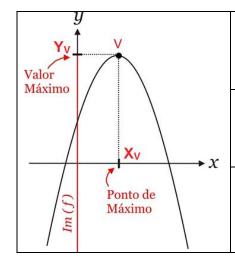
➤ Toda parábola y = ax² + bx + c possui um ponto, chamado de vértice que é o ponto em que a função assume seu valor máximo (caso a parábola possua a concavidade voltada para baixo) ou seu valor mínimo (caso a concavidade seja voltada para cima). As coordenadas do vértice V da parábola são:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

е

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

> Distinguimos dois casos.



# Ponto de máximo

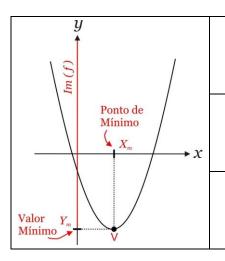
$$X_{v} = \frac{-b}{2a}$$

#### Valor máximo

$$Y_{V} = \frac{-\Delta}{4a}$$

Imagem da função

$$\operatorname{Im}(f) = \left] -\infty, Y_{V} \right]$$



# Ponto de mínimo

$$X_{v} = \frac{-b}{2a}$$

### Valor mínimo

$$Y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

Imagem da função

$$\operatorname{Im}(f) = [Y_V, +\infty]$$

# **EXERCÍCIOS DE AULA**

- 10) Uma pessoa começa a receber um medicamento através de um soro e a quantidade  ${\bf Q}$ , em mg, do mesmo em sua corrente sanguínea varia de acordo com a função  ${\bf Q}(t)=-t^2+6t+20$ , sendo  ${\it t}$  o tempo em horas desde o início da aplicação do soro.
- a) Após quanto tempo do início da aplicação do soro, a quantidade do medicamento na corrente sanguínea é máxima?
- b) Qual é essa quantidade máxima de medicamento?
- 11) (EPCAr 2016) Uma fábrica produz casacos de determinado modelo. O preço de venda de um desses casacos é de R\$ 200,00, quando são vendidos 200 casacos. O gerente da fábrica, a partir de uma pesquisa, verificou que, para cada desconto de R\$ 2,00 no preço de cada casaco, o número de casacos vendidos aumenta de 5.

A maior arrecadação possível com a venda dos casacos acontecerá se a fábrica vender cada casaco por um valor, em reais, pertencente ao intervalo

- a) [105,125[
- b) [125,145[
- c) [145,165[

- d) [165,185[
- e) [185, 205[
- 12) (FGV 2017) Um fazendeiro dispõe de material para construir 60 metros de cerca em uma região retangular, com um lado adjacente a um rio.

Sabendo que ele não pretende colocar cerca no lado do retângulo adjacente ao rio, a área máxima da superfície que conseguirá cercar é

- a) 430 m<sup>2</sup>.
- b) 440 m<sup>2</sup>.
- c) 460 m<sup>2</sup>.
- d) 470 m<sup>2</sup>.
- e) 450 m<sup>2</sup>.

#### **EXERCÍCIOS PROPOSTOS**

**01)** Um *spam* é uma mensagem eletrônica, geralmente com fins publicitários, que são enviadas automaticamente por um programa. Suponha que o número *N* de spams enviados por um programa é dado em função do tempo *t*, em

minutos, pela função 
$$N(t) = \frac{200t^2}{5+3t}$$
.

Em 5 minutos de atividade, esse programa envia

- a) 230 spams.
- b) 240 spams.
- c) 250 spams.
- d) 260 spams.
- e) 270 spams.



da?





# Prof. MSc. RÍGEL RABELO

**02)** Uma fissura em um reservatório de gasolina provocou um grande vazamento. A partir do instante em que o dano ocorreu, o volume  ${\it V}$  de gasolina restante no reservatório, em milhares de litros, em função do tempo  ${\it t}$ , em horas, pode ser calculado por  ${\it V}(t)=-2t^2-8t+120$ . Se esse vazamento não for consertado, em quantas horas toda a gasolina contida no reservatório irá ser perdi-

a) 3 horas. b) 4 horas. c) 4,5 horas. d) 5 horas. e) 6 horas.

03) (UFSM 2015) A água é essencial para a vida e está presente na constituição de todos os alimentos. Em regiões com escassez de água, é comum a utilização de cisternas para a captação e armazenamento da água da chuva. Ao esvaziar um tanque contendo água da chuva, a expressão

$$V(t) = -\frac{1}{43200}t^2 + 3$$

representa o volume (em  $m^3$ ) de água presente no tanque no instante t (em minutos).

Qual é o tempo, em horas, necessário para que o tanque seja esvaziado?

a) 360. b) 180. c) 120. d) 6. e) 3.

**04) (UFRGS 2016)** Considere as funções f e g, definidas respectivamente por  $f(x) = 10x - x^2 - 9$  e g(x) = 7, representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas. O gráfico da função g intercepta o gráfico da função f em dois pontos. O gráfico da função f intercepta o eixo das abscissas em dois pontos.

A área do quadrilátero convexo com vértices nesses pontos é

- a) 14.
- b) 28.
- c) 49.
- d) 63.
- e) 98.
- **05)** (**IFSUL 2015**) Um móvel de R\$ 360, 00 deveria ser comprado por um grupo de rapazes que contribuíram em partes iguais. Como 4 deles desistiram, os outros precisaram aumentar a sua participação em R\$ 15, 00 cada um.

Qual era a quantidade inicial de rapazes?

- a) 8
- b) 12
- c) 15
- d) 20
- e) 23

**06)** (CFTMG 2016) O saldo S de uma empresa A é calculado em função do tempo t, em meses, pela equação  $S(t) = 3t^2 - 39t + 66$ .

Considerando essa função, o saldo da empresa é negativo entre o

- a) 2º e o 11º mês.
- b) 4º e o 16º mês.
- c) 1º e 4º e entre o 5º do 16º mês.
- d) 2º e 5º e entre o 7º do 14º mês.
- e) 1º e 4º e entre o 7º do 14º mês.
- **07)** As alturas dos foguetes **A** e **B** são dadas, respectivamente, pelas funções  $h_{\rm A}(t) = -t^2 + 6t + 41$  e  $h_{\rm B}(t) = -2t^2 + 18t + 9$ , onde **t** é medido em segundos após o lançamento.

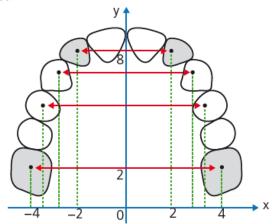
Se os dois foguetes foram lançados simultaneamente, o foguete **B** está a uma altura maior que o foguete **A** para

- a) 2 < t < 6
- b) 4 < t < 8
- c) 3 < t < 10
- d) 0 < t < 4 ou t > 8
- e) 0 < t < 2 ou t > 6
- 08) (IFAL 2017) No Laboratório de Química do IFAL, após várias medidas, um estudante concluiu que a concentração de certa substância em uma amostra variava em função do tempo, medido em horas, segundo a função quadrática f(t) = 5t t². Determine em que momento, após iniciadas as medidas, a concentração dessa substância foi máxima nessa amostra.
- a) 1 hora.
- b) 1,5 hora.
- c) 2 horas.
- d) 2,5 horas.
- e) 3 horas.
- 09) (EFOMM 2018) Uma aluna do 3º ano da EFOMM, responsável pelas vendas dos produtos da SAMM (Sociedade Acadêmica da Marinha Mercante), percebeu que, com a venda de uma caneca a R\$ 9,00, em média 300 pessoas compravam, quando colocadas as canecas à venda em um grande evento. Para cada redução de R\$ 1,00 no preço da caneca, a venda aumentava em 100 unidades. Assim, o preço da caneca, para que a receita seja máxima, será de
- a) R\$ 8,00.
- b) R\$7,00.
- c) R\$ 6.00.
- d) R\$ 5,00.
- e) R\$ 4,00.





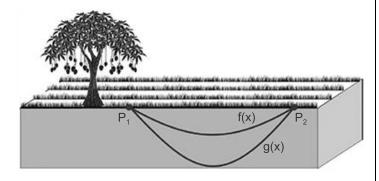
10) A figura representa o desenho da arcada dentária de um animal, feito no plano cartesiano ortogonal em escala linear.



Sabendo que as posições dos centros dos dentes destacados em cinza nessa arcada são modeladas nesse plano por meio da função quadrática  $y=ax^2+bx+c$ , então a+b+c é igual a:

a) 8,5 b) 9,0 c) 9,2 d) 9,5 e) 10,2

11) (CFTMG 2018) Meu avô quer construir, ao lado da mangueira de seu sítio, um lago para criar peixes. A figura a seguir mostra o projeto do engenheiro ambiental no qual a lagoa, vista por um corte horizontal do terreno, é representada por uma parábola, com raízes  $P_1$  e  $P_2$  distantes 8 metros. O projeto inicial previa a parábola  $g(x) = x^2 - 8x$ . Para conter gastos, essa parábola foi substituída pela parábola  $f(x) = \frac{x^2}{4} - 2x$ .



Com essa mudança, a maior profundidade da lagoa, em metros, diminuiu

a) 4. b) 8. c) 12. d) 14. e) 16.

12) (UNISINOS 2016) Os alunos de uma escola irão fretar um ônibus com 50 lugares para um passeio ao jardim zoológico. Cada aluno deverá pagar R\$ 40,00, mais R\$ 2,00 para cada lugar vago. Para que quantidade de passageiros a empresa terá receita máxima?

a) 35. b) 37. c) 39. d) 43. e) 45.

13) (FGV 2017) O índice de Angstrom (IA), usado para alertas de risco de incêndio, é uma função da umidade relativa do ar (U), em porcentagem, e da temperatura do ar (T), em °C. O índice é calculado pela fórmula  $I_A = \frac{U}{20} + \frac{27 - T}{10}, \text{ e sua interpretação feita por meio da tabela a seguir.}$ 

	Condição de Ocorrência de Incêndio
I <sub>A</sub> > 4	improvável
$2,5 < I_A \le 4$	desfavorável
$2 < I_A \le 2.5$	favorável
$1 < I_A \le 2$	provável
$I_A \leq 1$	muito provável

Tabela adaptada de www.daff.gov.za.

A temperatura T, em °C, ao longo das 24 horas de um dia, variou de acordo com a função  $T(x) = -0.2x^2 + 4.8x$ , sendo x a hora do dia  $(0 \le x \le 24)$ . No horário da temperatura máxima desse dia, a umidade relativa do ar era de 35% (U = 35).

De acordo com a interpretação do índice de Angstrom, nesse horário, a condição de ocorrência de incêndio era

- a) improvável.
- b) desfavorável.
- c) favorável.
- d) provável.
- e) muito provável.
- 14) (Escola Naval 2013) Uma loja está fazendo uma promoção na venda de bolas: "Compre x bolas e ganhe x% de desconto". A promoção é válida para compras de até 60 bolas, caso em que é concedido o desconto máximo de 60%. Julia comprou 41 bolas e poderia ter comprado mais bolas e gasto a mesma quantia. Quantas bolas a mais Julia poderia ter comprado?
- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 18
- e) 24

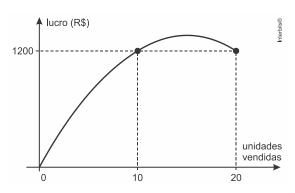
**15)** (UFJF 2016) Uma função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$  assume valor máximo igual a 2, em x = 3. Sabendo-se que 0 é raiz da função f, então f(5) é igual a:

a) 
$$-\frac{2}{9}$$
 b) 0 c) 1 d)  $\frac{10}{9}$  e)  $\frac{4}{3}$ 





16) (ESPM 2017) O lucro de uma pequena empresa é dado por uma função quadrática cujo gráfico está representado na figura abaixo:



Podemos concluir que o lucro máximo é de:

a) R\$1.280,00

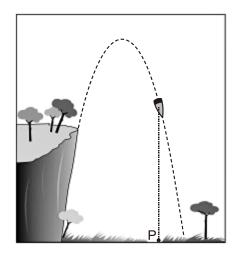
b) R\$1.400,00

c) R\$1.350,00

d) R\$ 1.320,00

e) R\$1.410,00

17) (FUVEST 2015) A trajetória de um projétil, lançado da beira de um penhasco sobre um terreno plano e horizontal, é parte de uma parábola com eixo de simetria vertical, como ilustrado na figura abaixo. O ponto P sobre o terreno, pé da perpendicular traçada a partir do ponto ocupado pelo projétil, percorre 30 m desde o instante do lançamento até o instante em que o projétil atinge o solo. A altura máxima do projétil, de 200 m acima do terreno, é atingida no instante em que a distância percorrida por P, a partir do instante do lançamento, é de 10 m. Quantos metros acima do terreno estava o projétil quando foi lançado?



a) 60

b) 90

c) 120

d) 150

e) 180

# **EXERCÍCIOS ENEM**

01) (ENEM PPL 2019) No desenvolvimento de um novo remédio, pesquisadores monitoram a quantidade Q de uma substância circulando na corrente sanguínea de um paciente, ao longo do tempo t. Esses pesquisadores controlam o processo, observando que Q é uma função quadrática de t. Os dados coletados nas duas primeiras horas foram:

t (hora)	0	1	2
Q (miligrama)	1	4	6

Para decidir se devem interromper o processo, evitando riscos ao paciente, os pesquisadores querem saber, antecipadamente, a quantidade da substância que estará circulando na corrente sanguínea desse paciente após uma hora do último dado coletado.

Nas condições expostas, essa quantidade (em miligrama) será igual a

a) 4.

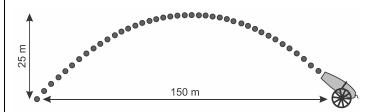
b) 7.

c) 8.

d) 9.

e) 10.

**02) (ENEM PPL 2018)** Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância de 150 metros do ponto de partida. Ele percorre uma trajetória parabólica, e a altura máxima que atinge em relação ao solo é de 25 metros.



Admita um sistema de coordenadas xy em que no eixo vertical y está representada a altura e no eixo horizontal x está representada a distância, ambas em metro. Considere que o canhão está no ponto (150; 0) e que o projétil atinge o solo no ponto (0; 0) do plano xy.

A equação da parábola que representa a trajetória descrita pelo projétil é

a)  $y = 150x - x^2$ 

b)  $y = 3.750x - 25x^2$ 

c)  $75y = 300x - 2x^2$ 

d)  $125y = 450x - 3x^2$ 

e)  $225y = 150x - x^2$ 

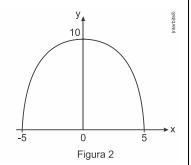




03) (ENEM (Libras) 2017) Suponha que para um trem trafegar de uma cidade à outra seja necessária a construção de um túnel com altura e largura iguais a 10 m. Por questões relacionadas ao tipo de solo a ser escavado, o túnel deverá ser tal que qualquer seção transversal seja o arco de uma determinada parábola, como apresentado na Figura 1. Deseja-se saber qual a equação da parábola que contém esse arco. Considere um plano cartesiano com centro no ponto médio da base da abertura do túnel, conforme Figura 2.



Figura 1 (Túnel)



A equação que descreve a parábola é

a) 
$$y = -\frac{2}{5}x^2 + 10$$
 b)  $y = \frac{2}{5}x^2 + 10$ 

b) 
$$y = \frac{2}{5}x^2 + 10$$

c) 
$$y = -x^2 + 10$$

d) 
$$y = x^2 - 25$$

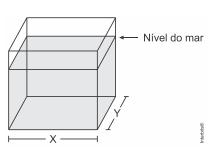
e) 
$$y = -x^2 + 25$$

04) (ENEM (Libras) 2017) A única fonte de renda de um cabeleireiro é proveniente de seu salão. Ele cobra R\$10,00 por cada serviço realizado e atende 200 clientes por mês, mas está pensando em aumentar o valor cobrado pelo serviço. Ele sabe que cada real cobrado a mais acarreta uma diminuição de 10 clientes por mês.

Para que a renda do cabeleireiro seja máxima, ele deve cobrar por serviço o valor de

- a) R\$10,00.
- b) R\$ 10,50.
- c) R\$11,00.

- d) R\$ 15,00.
- e) R\$ 20,00.
- 05) (ENEM 2017) Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

- a) 1 e 49
- b) 1 e 99
- c) 10 e 10

- d) 25 e 25
- e) 50 e 50
- 06) (ENEM 2017) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

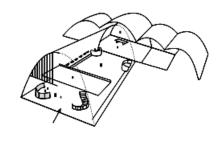


Figura 1

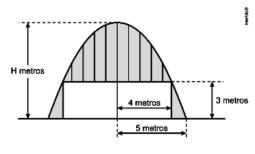
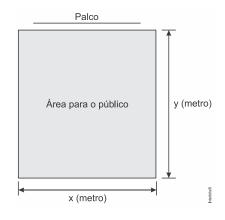


Figura 2

Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

- a)  $\frac{16}{3}$  b)  $\frac{31}{5}$  c)  $\frac{25}{4}$  d)  $\frac{25}{3}$  e)  $\frac{75}{2}$
- 07) (ENEM 2016 2ª aplicação) Dispondo de um grande terreno, uma empresa de entretenimento pretende construir um espaço retangular para shows e eventos, conforme a figura.







# Prof. MSc. RÍGEL RABELO

A área para o público será cercada com dois tipos de materi-

- nos lados paralelos ao palco será usada uma tela do tipo A, mais resistente, cujo valor do metro linear é R\$ 20,00;
- nos outros dois lados será usada uma tela do tipo B, comum, cujo metro linear custa R\$5,00.

A empresa dispõe de R\$5.000,00 para comprar todas as telas, mas quer fazer de tal maneira que obtenha a maior área possível para o público. A quantidade de cada tipo de tela que a empresa deve comprar é

- a) 50,0 m da tela tipo A e 800,0 m da tela tipo B.
- b) 62,5 m da tela tipo A e 250,0 m da tela tipo B.
- c) 100,0 m da tela tipo A e 600,0 m da tela tipo B.
- d) 125,0 m da tela tipo A e 500,0 m da tela tipo B.
- e) 200,0 m da tela tipo A e 200,0 m da tela tipo B.
- 08) (ENEM 2016 2ª aplicação) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função  $f(t) = -2t^2 + 120t$  (em que t é expresso em dia e t = 0 é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1.600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

A segunda dedetização começou no

- a) 19° dia. b) 20° dia. c) 29° dia. d) 30° dia. e) 60° dia.
- 09) (ENEM 2016) Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola  $y = 9 - x^2$ , sendo x e v medidos em metros.

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a  $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

a) 18 b) 20 c) 36 d) 45 e) 54

10) (ENEM 2015) Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão  $T(h) = -h^2 + 22h - 85$ , em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirálas da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
T < 0	Muito baixa
$0 \le T \le 17$	Baixa
17 < T < 30	Média
$30 \le T \le 43$	Alta
T > 43	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada

- a) muito baixa.
- b) baixa.

c) média.

- d) alta.
- e) muito alta.
- 11) (ENEM 2014) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f de grau menor que 3 para alterar as notas x da prova para notas y = f(x), da seguinte maneira:
- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função y = f(x) a ser utilizada pelo professor

a) 
$$y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$$
. b)  $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$ .

b) 
$$y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$$

c) 
$$y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$$
. d)  $y = \frac{4}{5}x + 2$ .

d) 
$$y = \frac{4}{5}x + 2$$

e) 
$$y = x$$
.

- 12) (ENEM PPL 2013) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão  $L(x) = -x^2 +$ 12x - 20, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés iqual a
- a) 4.
- b) 6.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 14.





13) (ENEM PPL 2013) O proprietário de uma casa de espetáculos observou que, colocando o valor da entrada a R\$10,00, sempre contava com 1.000 pessoas a cada apresentação, faturando R\$10.000,00 com a venda dos ingressos. Entretanto, percebeu também que, a partir de R\$10,00, a cada R\$2,00 que ele aumentava no valor da entrada, recebia para os espetáculos 40 pessoas a menos.

Nessas condições, considerando P o número de pessoas presentes em um determinado dia e F o faturamento com a venda dos ingressos, a expressão que relaciona o faturamento em função do número de pessoas é dada por:

a) 
$$F = \frac{-P^2}{20} + 60P$$
  
b)  $F = \frac{P^2}{20} - 60P$   
c)  $F = -P^2 + 1200P$   
d)  $F = \frac{-P^2}{20} + 60$ 

b) 
$$F = \frac{P^2}{20} - 60F$$

c) 
$$F = -P^2 + 1200P$$

d) 
$$F = \frac{-P^2}{20} + 60$$

e) 
$$F = -P^2 - 1220P$$

14) (ENEM 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com

a expressão 
$$T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$$
, com t em minutos. Por

motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

- a) 19,0
- b) 19,8
- c) 20,0
- d) 38,0
- e) 39,0
- 15) (ENEM PPL 2013) Uma fábrica utiliza sua frota particular de caminhões para distribuir as 90 toneladas de sua produção semanal. Todos os caminhões são do mesmo modelo e, para aumentar a vida útil da frota, adota-se a política de reduzir a capacidade máxima de carga de cada caminhão em meia tonelada. Com essa medida de redução, o número de caminhões necessários para transportar a produção semanal aumenta em 6 unidades em relação ao número de caminhões necessários para transportar a produção, usando a capacidade máxima de carga de cada caminhão.

Qual é o número atual de caminhões que essa fábrica usa para transportar a produção semanal, respeitando-se a política de redução de carga?

- a) 36
- b) 30
- c) 19
- d) 16
- e) 10

# LINKS PARA AS VÍDEO AULAS

https://bityli.com/6vmBT

EXERCICIOS PROPOSTOS				
01) C	02) E	03) D		
04) C	05) B	06) A		
07) B	08) D	09) C		
10) D	11) C	12) A		
13) D	14) D	15) D		
16) C	17) D			
L				

EXERCÍCIOS ENEM				
01) B	02) E	03) A		
04) D	05) D	06) D		
07) D	08) B	09) C		
10) D	11) A	12) B		
13) A	14) D	15) A		



