Prova de Funções – ITA

1 - (ITA-13) Considere as funções f e g, da variável real x, definidas, respectivamente, por $f(x) = e^{x^2+ax+b}$ e $g(x) = ln\left(\frac{ax}{3b}\right)$, em que a e b são números reais. Se $f(-1) = 1 = f(-2)$, então pode-se afirmar sobre a função composta g o f que
a) g o f(1) = ln 3
b) não existe g o f (0)
c) g o f nunca se anula
d) g o f está definida apenas em { x ∈IR : x > 0}
e) g o f admite dois zeros reais distintos.

2 - (ITA-13) Considere funções f, g, f + g : IR →IR. Das afirmações:
I. Se f e g são injetoras, f + g é injetora
II. Se f e g são sobrejetoras, f + g é sobrejetora
III. Se f e g não são injetoras, f + g não é injetora
IV. Se f e g não são sobrejetoras, f + g não é sobrejetora
é (são) verdadeira(s)
a) nenhuma
b) apenas I e II
c) apenas I e III
d) apenas III e IV
e) todas

3 - (ITA-10) Sejam f,g: $\Re \to \Re$, tais que f é par e g é ímpar. Das seguintes afirmações
I. f.g é ímpar, II fog é par, III gof é impar,

é (são) verdadeiras
(A) apenas I. (B) apenas II. (C) apenas III.
(D) apenas I e II. (E) todas.

4 - (ITA-09) Seja $f: IR \to IR\setminus\{0\}$ uma função satisfazendo às condições: $f(x+y) = f(x)\,f(y)$, para todo $x, y \in IR$ e $f(x) \neq 1$, para todo $x \in IR\setminus\{0\}$.
Das afirmações:
I. f pode ser ímpar. II. $f(0) = 1$.
III. f é injetiva. IV. f não é sobrejetiva, pois $f(x) > 0$ para todo $x \in IR$.
é (são) falsa(s) apenas
A ( ) I e III. B ( ) II e III. C ( ) I e IV. D ( ) IV. E ( ) I.

5 - (ITA-09) Considere as funções *f* (*x*) = $x^4 + 2x^3 - 2x - 1$ e *g* (*x*) = $x^2 - 2x + 1$.
A multiplicidade das raízes não reais da função composta *fog* é igual a
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

6 - (ITA-08) Um subconjunto D de R tal que a função *f: D→R*, definida por *f(x)* = $|ln(x^2 - x + 1)|$ é injetora, é dado por
a) R b) (- ∞, 1]
c) [0,1/2] d) (0,1) e) [1/2, ∞)

7 - (ITA-06) Seja f: IR → IR definida por f(x) = $\sqrt{77}$ sen[5(x + π/6)] e seja B o conjunto dado por B = {x ∈ IR: f(x) = 0}. Se m é o maior elemento de B ∩ (–∞, 0) e n é o menor elemento de B ∩ (0, +∞), então m + n é igual a
a) 2π/15 b) π/15 c) –π/30
d) –π/15 e) –2π/15

8 - (ITA-06) Se para todo z ∈ ℂ, |f(z)| = |z| e |f(z) – f(1)| = |z – 1|, então, para todo z ∈ ℂ, $\overline{f(1)}\,f(z) + f(1)\,\overline{f(z)}$ é igual a
a) 1 b) 2z c) 2 Re z
d) 2 Im z e) $2|z|^2$.

9 - (ITA-05) Seja D = IR \ {1} e f : D → D uma função dada por $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
Considere as afirmações:
I – f é injetiva e sobrejetiva.
II – f é injetiva, mas não sobrejetiva.
III – $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$, para todo x ∈ D, x ≠ 0.
IV – f(x) . f(–x) = 1, para todo x ∈ D.
Então, são verdadeiras:
a) apenas I e III. b) apenas I e IV c) apenas II e III
d) apenas I, III e IV e) apenas II, III e IV

10 - (ITA-04) Considere a função ***f* : ℝ → ℂ, *f*(x) = 2 cos x + 2i sen x**. Então, ∀**x, y** ∈ ℝ, o valor do produto ***f*(x) *f*(y)** é igual a:
a) *f*(x + y) b) 2*f*(x + y) c) 4i*f* (x + y)
d) *f* (xy) e) 2*f* (x) + 2i*f* (y)

11 - (ITA-04) Sejam as funções ***f*** e **g** definidas em ℝ por ***f*(x) = x² + αx** e **g(x) = - (x² + βx)**, em que α e β são números reais. Considere que estas funções são tais que:

f		G	
Valor mínimo	Ponto de mínimo	Valor máximo	Ponto de máximo
-1	< 0	$\frac{9}{4}$	> 0

Então, a soma de todos os valores de **x** para os quais **(fog) (x) = 0** é igual a:
a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

12 - (ITA-03) Considere a função:
$f: Z \setminus \{0\} \to IR$, $f(x) = \sqrt{3^{x-2}}\left(9^{2x+1}\right)^{1/(2x)} - \left(3^{2x+5}\right)^{1/x} + 1$.
A soma de todos os valores de x para os quais a equação $y^2 + 2y + f(x) = 0$ tem raiz dupla é:
a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 6

13 - (ITA-03) Considere uma função f : IR → IR não-constante e tal que $f(x + y) = f(x)\, f(y)$, $\forall x, y \in IR$.
Das afirmações:
I - $f(x) > 0$, $\forall x \in IR$.
II - $f(nx) = [f(x)]^n$, $\forall x \in IR$, $\forall n \in IN^*$.
III - f é par.
é (são) verdadeira(s):
a) apenas I e II. d) todas.
b) apenas II e III. e) nenhuma.
c) apenas I e III.

14 - (ITA-03) Considere os contradomínios das funções arco-seno e arco-cosseno como sendo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ e $[0, \pi]$, respectivamente. Com respeito à função $f: [-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, $f(x) = \text{arcsen } x \text{ arccos } x$, temos que:
a) f é não-crescente e ímpar. c) f é injetora.
b) f não é par nem ímpar. d) f é constante.
c) f é sobrejetora.

15 - (ITA-02) Sejam a, b, c reais não-nulos e distintos, c > 0. Sendo par a função dada por
$f(x) = \dfrac{ax+b}{x+b}, -c < x < c$, então f(x), para $-c < x < c$, é constante e igual a:
a) a + b d) b
b) a + c e) a
c) c

16 - (ITA-02) Os valores de $x \in R$, para os quais a função real por $f(x) = \sqrt{5 - ||2x-1| - 6|}$ está definida, formam o conjunto.
a) [0, 1] d) [- 5, 6]
b) [- 5, 6] e) $(-\infty, 0] \cup [1, 6]$
c) $[-5, 0] \cup [1, \infty)$

17 - (ITA-02) Sejam f e g duas funções definidas por
$f(x) = \left(\sqrt{2}\right)^{3\,\text{sen}\,x - 1}$ e $g(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{3\text{sen}^2 x - 1}$, $x \in R$. A soma do valor mínimo de f com o valor mínimo de g é igual a:
a) 0 b) $-\dfrac{1}{4}$ c) $\dfrac{1}{4}$ d) $\dfrac{1}{2}$ e) 1

18 - (ITA-02) Seja $f: R \to P(R)$ dada por
$$f(x) = \{y \in R; \text{sen } y < x\}.$$
Se A é tal que $f(x) = R$, $\forall$ x A, então .
a) A= [- 1, 1]. b) $A = [a, \infty)$, $\forall$ a > 1.
c) $A = [a, \infty)$, $\forall$ a $\geq$ 1. d) $A = (-\infty, a]$, $\forall$ a < - 1.
e) $A = (-\infty, a]$, $\forall$ a $\leq$ - 1.

19 - (ITA-02) Dada a função quadrática
$$f(x) = x^2 \ln\frac{2}{3} + \ln 6 - \frac{1}{4}\ln\frac{3}{2}$$
temos que:
a) A equação $f(x) = 0$ não possui raízes reais.
b) A equação $f(x) = 0$ possui duas raízes reais distintas e o gráficos de f possui concavidade para cima.
c) A equação $f(x) = 0$ possui duas raízes reais iguais e o gráfico de f possui concavidade para baixo.
d) O valor máximo de f é $\dfrac{\ln 2 . \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$.

E. ( ) o valor máximo de f é $2\dfrac{\ln 2 . \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$.

20 - (ITA-01) Se f :]0, 1[→ R é tal que, $\forall x \in$]0,1[,...
$|f(x)| < \frac{1}{2}$ e $f(x) = \frac{1}{4}\left(f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x+1}{2}\right)\right)$
então a desigualdade válida para qualquer n = 1, 2, 3, ...e $0 < x < 1$ é:
a) $|f(x)| + \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2}$ d) $|f(x)| > \frac{1}{2^n}$
b) $\frac{1}{2^n} \leq |f(x)| \leq \frac{1}{2}$ e) $|f(x)| < \frac{1}{2^n}$
c) $\frac{1}{2^{n+1}} < |f(x)| < \frac{1}{2}$

21 - (ITA-01) Considere as funções
$f(x) = \dfrac{5+7^x}{4}, g(x) = \dfrac{5 \quad 7^x}{4}$ e h(x) = arc tg a:
Se α é tal que h (f(a)) + h(g(a) = π /4, então f(a) – g(a) vale:
a) 0 b) 1 c) $\frac{7}{4}$ d) $\frac{7}{2}$ e) 7

22 - O conjunto de todos os valores de *m* para os quais a função

$$f(x) = \frac{x^2+(2m+3)x+(m^2+3)}{\sqrt{x^2+(2m+1)x+(m^2+2)}}$$

está definida e é não negativa para todo x real é:

a) $\left[\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right[$ b) $\left]\frac{1}{4}, +\infty\right[$ c) $\left]0, \frac{7}{4}\right[$

d) $\left]-\infty, \frac{1}{4}\right]$ e) $\left]\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right[$

23 - (ITA-00) Sejam $f, g: R \to R$ definidas por $f(x) = x^3$ e $g(x) = 10^{3\cos 5x}$. Podemos afirmar que:

(A) f é injetora e par e g é ímpar.

(B) g é sobrejetora e $g \circ f$ é par.

(C) f é bijetora e $g \circ f$ é ímpar.

(D) g é par e $g \circ f$ é impar.

(E) f é ímpar e $g \circ f$ é par.

24 - (ITA-00) Seja $f(x) = \sum_{n=0}^{20} \frac{20!}{n!(20-n)!} x^n$ uma função real de variável real em que $n!$ indica o fatorial de n. Considere as afirmações:

(I) $f(1) = 2$.

(II) $f(-1) = 0$.

(III) $f(-2) = 1$.

Podemos concluir que :

(A) Somente as afirmações I e II são verdadeiras.

(B) Somente as afirmações II e III são verdadeiras.

(C) Apenas a afirmação I é verdadeira.

(D) Apenas a afirmação II é verdadeira.

(E) Apenas a afirmação III é verdadeira.

25 - (ITA-00) Considere $f: R \to R$ definida por $f(x) = 2\operatorname{sen} 3x - \cos\left(\frac{x-\pi}{2}\right)$. Sobre f podemos afirmar que:

(A) É uma função par.

(B) É uma função ímpar e periódica de período fundamental 4π.

(C) É uma função ímpar e periódica de período fundamental $4\pi/3$.

(D) É uma função periódica de período fundamental 2π

(E) Não é par, não é ímpar e não é periódica.

26 - (ITA-99) Sejam *f, g*: ***R*** → ***R*** funções definidas por *f(x)* = $\left(\frac{3}{2}\right)^x$ e *g(x)* = $\left(\frac{1}{3}\right)^x$. Considere as afirmações:

I - Os gráficos de *f* e *g* não se interceptam.

II- As funções *f* e *g* são crescentes.

III- $f(-2)\, g(-1) = f(-1)\, g(-2)$.

Então:

a) Apenas a afirmação (I) é falsa.

b) Apenas a afirmação (III) é falsa.

c) Apenas as afirmações (I) e (II) são falsas.

d) Apenas as afirmações (II) e (III) são falsas.

e) Todas as afirmações são falsas.

27 - (ITA-99) Sejam *f, g*: ***R*** → ***R*** funções definidas por *f(x)* = $\left(\frac{3}{2}\right)^x$ e *g(x)* = $\left(\frac{1}{3}\right)^x$. Considere as afirmações:

I - Os gráficos de *f* e *g* não se interceptam.

II- As funções *f* e *g* são crescentes.

III- $f(-2)\, g(-1) = f(-1)\, g(-2)$.

Então:

a) Apenas a afirmação (I) é falsa.

b) Apenas a afirmação (III) é falsa.

c) Apenas as afirmações (I) e (II) são falsas.

d) Apenas as afirmações (II) e (III) são falsas.

e) Todas as afirmações são falsas.

28 - (ITA-99) Considere as funções *f* e *g* definidas por *f*(x) = x – 2/x, para x ≠ 0 e *g(x)* = $\frac{x}{x+1}$, para x ≠ – 1. O conjunto de todas a s soluções da inequação *(gof)(x)< g(x)* é:

a) [1, + ∞[b)]– ∞, – 2[c) [– 2, – 1[

d)]– 1, 1[e)]– 2, – 1[∪]1, + ∞[

29 - (ITA-98) Seja f: $\Re \to \Re$ a função definida por:

f(x) = 2sen 2x – cos 2x

Então:

a) f é impar e periódica de período π.

b) f é par e periódica de período π/2.

c) f não é par nem ímpar e é periódica de período π.

d) f não é par e é periódica de período π/4.

e) f não é ímpar e não é periódica.

30 - (ITA-98) Seja f: $\Re \to \Re$ a função definida por: f(x) = – 3a^x , onde **a** é um número real, 0 < a < 1. Sobre as afirmações:

(I) f(x + y) = f(x).f(y), para todo x, y ∈ $\Re$.

(II) f é bijetora.

(III) f é crescente e f( ] 0 , +∞[ ) =]-3 , 0[.

Podemos concluir que:

a) Todas as afirmações são falsas.

b) Todas as afirmações são verdadeiras.
c) Apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
d) Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
e) Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

31 - (ITA-98) Sejam as funções f: $\Re \to \Re$ e g:$A \subset \Re \to \Re$, tais que

$$f(x) = x^2 - 9 \quad \text{e} \quad (fog)(x) = x - 6,$$

em seus respectivos domínios. Então, o domínio **A** da função **g** é:
a) $[-3, +\infty[$ b) $\Re$ c) $[-5, +\infty[$
d) $]-\infty, -1[\cup[3, +\infty[$ e) $]-\infty, \sqrt{6}[$

32 - (ITA-97) Se **Q** e **I** representam, respectivamente, o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais, considere as funções $f.\Re\to\Re$ definidas por

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ se } x \in Q \\ 1, \text{ se } x \in I \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} 1, \text{ se } x \in Q \\ 0, \text{ se } x \in I \end{cases}$$

Seja J a imagem da função composta $fog : \Re \to \Re$. Podemos afirmar que:
a) J = $\Re$ b) J = Q c) J = {0}
d) J = {1} e) J = {0,1}

33 - (ITA-97) O domínio D da função

$$f(x) = \ln\left[\frac{\sqrt{\pi x^2 - (1+\pi^2)x + \pi}}{-2x^2 + 3\pi x}\right] \text{ é o conjunto}$$

a) D = $\{x \in \Re: 0 < x < 3\pi/2\}$
b) D = $\{x \in \Re: x < 1/\pi \text{ ou } x > \pi\}$
c) D = $\{x \in \Re: 0 < x \le 1/\pi \text{ ou } x \ge \pi\}$
d) D = $\{x \in \Re: x > 0\}$
e) D = $\{x \in \Re: 0 < x < 1/\pi \text{ ou } \pi < x < 3\pi/2\}$

34 - (ITA-97) Sejam f ,g : $\Re\to\Re$ funções tais que:
$g(x) = 1 - x$ e $f(x) + 2f(2 - x) = (x - 1)^3$
para todo $x \in \Re$. Então $f[g(x)]$ é igual a:
a) $(x - 1)^3$ b) $(1 - x)^3$ c) x^3 d) x e) $2 - x$

35 - (ITA-96) Seja $f: \Re_+^* \to \Re$ uma função injetora tal que f(1) = 0 e f(x.y) = f(x) + f(y) pra todo x > 0 e y > 0. Se x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 formam nessa ordem uma progressão geométrica, onde $x_i > 0$ para i = 1, 2, 3, 4, 5 e sabendo que $\sum_{i=1}^{5} f(x_i) = 13f(2) + 2f(x_1)$ e $\sum_{i=1}^{4} f\left(\frac{x_i}{x_{i+1}}\right) = -2f(2x_1)$, então o valor de x_1 é:
a) -2 b) 2 c) 3 d) 4 e) 1

36 - (ITA-96) Considere as funções reais f e g definidas por:

$$f(x) = \frac{1+2x}{1-x^2}, \ x \in R - \{-1, 1\} \text{ e } g(x) = \frac{x}{1+2x}, \ x \in R - \{-1/2\}.$$

O maior subconjunto de R onde pode ser definida a composta fog, tal que (fog)(x) < 0, é:
a) $]-1, -1/2[\cup]-1/3, -1/4[$ b) $]-\infty, -1[\cup]-1/3, -1/4[$
c) $]-\infty, -1[\cup]-1/2, 1[$ d) $]1, \infty[$
e) $]-1/2, -1/3[$

37 - (ITA-96) Seja $f: R \to R$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 3, x \le 0 \\ x^2 + 4x + 3, x > 0 \end{cases}$$

a) f é bijetora e $(fof)(-2/3) = f^{-1}(21)$.
b) f é bijetora e $(fof)(-2/3) = f^{-1}(99)$.
c) f é sobrejetora mas não é injetora.
d) f é injetora mas não é sobrejetora.
e) f é bijetora e $(fof)(-2/3) = f^{-1}(3)$.

38 - (ITA-95) Seja a função f: $\Re \to \Re$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} a(x + \pi/2) & \text{se } x < \pi/2 \\ (\pi/2) - (a/x)\text{sen}x & \text{se } x \ge \pi/2 \end{cases}$$

onde a > 0 é uma constante. Considere K = {y $\in$ R; f(y) =0}. Qual o valor de a, sabendo-se que $f(\pi/2) \in K$?
a) $\pi/4$ b) $\pi/2$ c) π d) $\pi^2/2$ e) π^2

39 - (ITA-95) Os dados experimentais da tabela abaixo correspondem às concentrações de uma substância química medida em intervalos de 1 segundo. Assumindo que a linha que passa pelos três pontos experimentais é uma parábola, tem-se que a concentração (em moles) após 2,5 segundo é:

Tempo(s)	Concentração(moles)
1	3,00
2	5,00
3	1,00

a) 3,60 b) 3,65 c) 3,70 d) 3,75 e) 3,80

40 - (ITA-94) Dadas as funções reais de variável real f(x) = mx + 1 e g(x) = x + m, onde m é uma constante real com 0 < m < 1, considere as afirmações:
I- (fog)(x) = (gof)(x), para algum $x \in R$.
II- f(m) = g(m)
III- Existe $a \in R$ tal que (fog)(a) = f(a).
IV- Existe $b \in R$ tal que (fog)(b) = mb.
V- 0 < (gog)(m) < 3
Podemos concluir
a) Todas são verdadeiras.
b) Apenas quatro são verdadeiras.
c) Apenas três são verdadeiras.
d) Apenas duas são verdadeiras.
e) Apenas uma é verdadeira.

41 - (ITA-93) Seja $\Re \to \Re$ uma função não nula, ímpar e periódica de período p. Considere as seguintes afirmações:

I. $f(p) \neq 0$ III. $f(-x) = f(x-p), \forall x \in R$

II. $f(-x) = -f(x+p), \forall x \in R$ IV. $f(x) = -f(-x), \forall x \in R$

Podemos concluir que:

a) I e II são falsas.
b) I e III são falsas.
c) II e III são falsas.
d) I e IV são falsas.
e) II e IV são falsas.

42 - (ITA-93) Um acidente de carro foi presenciado por 1/65 da população de Votuporanga (SP). O número de pessoas que soube do acontecimento t horas após é dado por: $f(t) = \dfrac{B}{1+Ce^{-kt}}$, onde B é a população da cidade. Sabendo-se que 1/9 da população soube do acidente 3 horas após, então o tempo que se passou até que 1/5 da população soubesse da notícia foi de:

a) 4 horas d) 5 horas e 24 min
b) 5 horas e) 5 horas e 30 min
c) 6 horas

43 - (ITA-92) Considere as funções $f:\Re^* \to \Re$, $g:\Re \to \Re$, e $h:\Re^* \to \Re$ definidas por: $f(x) = 3^{x+\frac{1}{x}}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = 81/x$. O conjunto dos valores de x em $\Re^*$ tais que $(fog)(x) = (hof)(x)$, é subconjunto de:

a) [0, 3] b) [3, 7] c) [-6, 1] d) [-2, 2] e) n.d.a.

44 - (ITA-92) O domínio da função: $f(x) = \log_{2x^2-3x+1}(3x^2-5x+2)$ é:

a) $(-\infty, 0) \cup (0, 1/2) \cup (1, 3/2) \cup (3/2, +\infty)$
b) $(-\infty, 1/2) \cup (1, 5/2) \cup (5/2, +\infty)$
c) $(-\infty, 1/2) \cup (1/2, 2/3) \cup (1, 3/2) \cup (3/2, +\infty)$
d) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$
e) n.d.a.

45 - (ITA-92) Dadas as funções $f:\Re \to \Re$ e $g:\Re \to \Re$, ambas estritamente decrescentes e sobrejetoras, considere h = fog. Então podemos afirmar que:

a) h é estritamente crescente, inversível e sua inversa é estritamente crescente.
b) h é estritamente decrescente, inversível e sua inversa é estritamente crescente.
c) h é estritamente crescente, mas não necessariamente inversível.
d) h é estritamente crescente, inversível e sua inversa é estritamente decrescente.
e) nda

46 - (ITA-91) Considere as afirmações:

I- Se $f: \Re \to \Re$ é uma função par e $g:\Re \to \Re$ uma função qualquer, então a composição gof é uma função par.
II- Se $f: \Re \to \Re$ é uma função par e $g: \Re \to \Re$ uma função ímpar, então a composição fog é uma função par.
III- Se $f: \Re \to \Re$ é uma função ímpar e inversível então $f^{-1}: \Re \to \Re$ é uma função ímpar.

Então:

a) Apenas a afirmação I é falsa;
b) Apenas as afirmações I e II são falsas;
c) Apenas a afirmação III é verdadeira;
d) Todas as afirmações são falsas;
e) n.d.a.

47 - (ITA-91) Sejam $a \in \Re$, $a > 1$ e $f: \Re \to \Re$ definida por $f(x) = \dfrac{a^x - a^{-x}}{2}$. A função inversa de f é dada por:

a) $\log_a(x - \sqrt{x^2-1})$, para $x > 1$
b) $\log_a(-x + \sqrt{x^2+1})$, para $x \in \Re$
c) $\log_a(x + \sqrt{x^2+1})$, para $x \in \Re$
d) $\log_a(-x + \sqrt{x^2-1})$, para $x < -1$
e) nda

48 - (ITA-91) Seja $\Re \to \Re$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} e^x, \text{se } x \le 0 \\ x^2 - 1, \text{se } 0 < x < 1 \\ \ln x, \text{se } x \ge 1 \end{cases}$$

Se D é um subconjunto não vazio de $\Re$ tal que $f: D \to \Re$ é injetora, então:

a) $D = \Re$ e $f(D) = [-1, +\infty[$
b) $D =]-\infty, 1] \cup]e, +\infty[$ e $f(D) =]-1, +\infty[$
c) $D = [0, +\infty[$ e $f(D) =]-1, +\infty[$
d) $D = [0, e]$ e $f(D) = [-1, 1]$
e) n.d.a.

Notação: $f(D) = \{y \in \Re: y = f(x), x \in D\}$ e ln x denota o logaritmo neperiano de x.

Observação: esta questão pode ser resolvida graficamente.

49 - (ITA-90) Dadas as funções $f(x) = \dfrac{1+e^x}{1-e^x}$, $X \in \Re - \{0\}$ $g(x) = x \operatorname{sen} x$, $x \in IR$, podemos afirmar que:

a) ambas são pares. b) f é par e g é ímpar.
c) f é ímpar e g é par. d) f não é par e nem ímpar e g é par.
e) ambas são ímpares.

50 - (ITA-90) Seja f: $\Re \to \Re$ a função definida por f(x)= $\begin{cases} x+2, \text{se } x \le -1 \\ x^2, \text{se} -1 < x \le 1 \\ 4, \text{se } x > 1 \end{cases}$

Lembrando que se $A \subset \Re$ então $f^{-1}(A) = \{x \in \Re : f(x) \in A\}$ considere as afirmações:

I- f não é injetora e $f^{-1}([3, 5]) = \{4\}$

II- f não é sobrejetora e $f^{-1}([3, 5]) = f^{-1}([2, 6])$

III- f é injetora e $f^{-1}([0, 4]) = [-2, +\infty[$

Então podemos garantir que:

a) Apenas as afirmações II e III são falsas;
b) As afirmações I e III são verdadeiras;
c) Apenas a afirmação II é verdadeira;
d) Apenas a afirmação III é verdadeira;
e) Todas as afirmações são falsas.

51 - (ITA-90) Seja a função f: $\Re - \{2\} \to \Re - \{3\}$ definida por $f(x) = \dfrac{2x-3}{x-2} + 1$. Sobre sua inversa podemos garantir que:

a) não está definida pois f é não injetora.
b) não está definida pois f não é sobrejetora.
c) está definida por $f^{-1}(y) = \dfrac{y-2}{y-3}, y \neq 3$.
d) está definida por $f^{-1}(y) = \dfrac{y+5}{y-3} - 1, y \neq 3$.
e) está definida por $f^{-1}(y) = \dfrac{2y-5}{y-3}, y \neq 3$.

52 - (ITA-90) Sejam as funções f e g dadas por:

f: $\Re \to \Re$, f(x) = $\begin{cases} 1 \text{ se } |x| < 1 \\ 0 \text{ se } |x| \ge 1 \end{cases}$

g: $\Re - \{1\} \to \Re$, g(x) = $\dfrac{2x-3}{x-1}$

Sobre a composta (fog)(x) = f(g(x)) podemos garantir que:

a) se $x \ge \frac{3}{2}$, f(g(x)) = 0 b) se $1 < x < \frac{3}{2}$, f(g(x)) = 1
c) se $\frac{4}{3} < x < 2$, f(g(x)) = 1 d) se $1 < x \le \frac{4}{3}$, f(g(x)) = 1
e) n.d.a

53 - (ITA-89) Os valores de α, $0 < \alpha < \pi$ e $\alpha \neq \pi/2$, para os quais a função f: IR→IR dada por $f(x) = 4x^2 - 4x - tg^2\alpha$, assume seu valor mínimo igual a – 4, são:

a) $\pi/4$ e $3\pi/4$ b) $\pi/5$ e $2\pi/3$ c) $\pi/3$ e $2\pi/3$
d) $\pi/7$ e $2\pi/7$ e) $2\pi/5$ e $3\pi/5$

54 - (ITA-89) Sejam A e B subconjuntos de IR, não vazios, possuindo M mais de um elemento. Dada uma função f: A→B, definimos L: A→AxB por L(a) = (a., f(a)), para todo a ∈ A. Podemos afirmar que:

a) A função L sempre será injetora.
b) A função L sempre será sobrejetora.
c) Se f for sobrejetora, então L também o será
d) Se f não for injetora, então L também não o será
e) Se f for bijetora, então L será sobrejetora

55 - (ITA-88) Seja f: IR → IR uma função estritamente decrescente,isto é, quaisquer x e y reais com x < y tem-se que f(x) > f(y). Dadas as afirmações:

I. f é injetora.
II. f pode ser uma função par.
III. se f possui inversa então sua inversa é estritamente decrescente.

Podemos assegurar que:

a) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
b) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
c) apenas a afirmação (I) é falsa.
d) todas as afirmações são verdadeiras.
e) apenas a afirmação (II) é verdadeira.

56 - (ITA-88) Sejam f e g funções reais de variável real definidas por $f(x) = \ln(x^2 - x)$ e $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$. Então o domínio de fog é:

a)]0, e[d)] – 1, 1[
b)]0, 1[e)]1, +∞[
c)]e, e + 1[

57 - (ITA-88) Considere $A(x) = \log_{1/2}(2x^2 + 4x + 3)$, ∀ x ∈ IR. Então temos:

a) A(x) > 1, para algum x ∈ IR, x > 1.
b) A(x) = 1, para algum x ∈ IR.
c) A(x) < 1, apenas para x ∈ IR tal que 0 < x < 1.
d) A(x) > 1, para cada x ∈ IR tal que 0 < x < 1.
e) A(x) < 1, para cada x ∈ IR.

58 - (ITA-88) Seja $f(x) = \log_2(x^2 - 1)$, ∀ x ∈ IR, x < - 1. A lei que define a inversa de f é:

a) $\sqrt{1+2^y}$, ∀ y ∈ IR b) $-\sqrt{1+2^y}$, ∀ y ∈ IR
c) $1-\sqrt{1+2^y}$, ∀ y ∈ IR d) $-\sqrt{1-2^y}$, ∀ y ∈ IR, y ≤ 0
e) $1+\sqrt{1+2^y}$, ∀ y ∈ IR, y ≤ 0

59 - (ITA-88) O conjunto imagem da função f: [0, 1] → [0, π] definida por f(x) = arc cos [(3x – 1)/2] é:

a) {0, π/4, 2π/3} b) [0, π] c) [π/4, 3π/4]
d) [0, 2π/3] e) [0, π/2]

60 - (ITA-87) Considere a função y = f(x) definida por f(x) = $x^3 - 2x^2 + 5x$, para cada x real. Sobre esta função, qual das afirmações abaixo é verdadeira?
a) y = f(x) é uma função par
b) y = f(x) é uma função ímpar
c) $f(x) \geq 0$ para todo real x
d) $f(x) \leq 0$ para todo real x
e) f(x) tem o mesmo sinal de x, para todo real $x \neq 0$

61 - (ITA-87) Considere x = g(y) a função inversa da seguinte função: $y = f(x) = x^2 - x + 1$, para número real $x \geq 1/2$. Nestas condições, a função g é assim definida:
a) $g(y) = \frac{1}{2} + \sqrt{y - \frac{3}{4}}$, para cada $y \geq 3/4$
b) $g(y) = \frac{1}{2} + \sqrt{y - \frac{1}{4}}$, para cada $y \geq 1/4$
c) $g(y) = \sqrt{y - \frac{3}{4}}$, para cada $y \geq 3/4$
d) $g(y) = \sqrt{y - \frac{1}{4}}$, para cada $y \geq 1/4$
e) $g(y) = \frac{3}{4} + \sqrt{y - \frac{1}{2}}$, para cada $y \geq 1/2$

62 - (ITA-87) Seja f: $\Re \to \Re$ uma função real tal que: $f(x) \neq 0$, para cada x em $\Re$ e f(x + y) = f(x).f(y), para todos x e y em $\Re$. Considere (a_1, a_2, a_3, a_4) uma PA de razão r, tal que $a_1 = 0$. Então ($f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4)$)
a) É uma PA de razão igual a f(r) e 1° termo $f(a_1) = f(0)$
b) É uma PA de razão igual a r
c) É uma PG de razão igual a f(r) e 1° termo $f(a_1) = 1$
d) É uma PG de razão igual a r e 1° termo $f(a_1) = f(0)$
e) Não é necessariamente uma PA ou PG.

63 - (ITA-86) Consideremos as seguintes afirmações sobre uma função f: $\Re \to \Re$.
1. Se existe $x \in \Re$ tal que $f(x) \neq f(-x)$ então f não é par.
2. Se existe $x \in \Re$ tal que $f(-x) = -f(x)$ então f é ímpar.
3. Se f é par e ímpar então existe $x \in \Re$ tal que f(x) = 1.
4. Se f é ímpar então fof (f composta com f) é ímpar.

Podemos afirmar que estão corretas as afirmações de números.
a) 1 e 4 b) 1, 2 e 4 c) 1 e 3 d) 3 e 4 e) 1, 2 e 3

64 - (ITA-86) Seja $a \in \Re$, $0 < a < 1$ e f uma função real de variável real definida por

$$f(x) = \frac{(a^{x^2} - a^2)^{1/2}}{\cos(2\pi.x) + 4.\cos(\pi.x) + 3}$$

Sobre o domínio A desta função podemos afirmar que:
a) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cap Z \subset A$
b) $A = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \cap Z$
c) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \subset A$
d) $\{x \in \Re: x \notin Z \text{ e } x \geq \sqrt{2}\} \subset A$
e) $A \subset [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

65 - (ITA-86) Seja f: $\Re \to \Re$ uma função que satisfaz à seguinte propriedade: f(x + y) = f(x) + f(y), $\forall x, y \in \Re$.
Se $g(x) = f(\log_{10}(x^2 + 1)^2)$ então podemos afirmar que
a) O domínio de g é $\Re$ e g(0) = f(1)
b) g não está definida para os reais negativos e $g(x) = 2f(\log_{10}(x^2 + 1))$, para $x \geq 0$
c) g(0) = 0 e $g(x) = 2f(\log_{10}(x^2 + 1))$, $\forall x \in \Re$
d) g(0) = f(0) e g é injetora
e) g(0) = – 1 e $g(x) = [f(\log_{10}(x^2 + 1)^{-1}]^2$, $\forall x \in \Re$

66 - (ITA-86) Sejam *a*, *b* e *c* números reais dados com $a < 0$. Suponha que x_1 e x_2 sejam as raízes reais da função $y = ax^2 + bx + c$ e $x_1 < x_2$. Sejam $x_3 = -b/2a$ e $x_4 = -(2b + \sqrt{b^2 - 4ac})/4a$. Sobre o sinal de y podemos afirmar que:
a) $y < 0$, $\forall x \in \Re$, $x_1 < x < x_3$
b) $y < 0$, $\forall x \in \Re$, $x_4 < x < x_2$
c) $y > 0$, $\forall x \in \Re$, $x_1 < x < x_4$
d) $y > 0$, $\forall x \in \Re$, $x > x_4$
e) $y < 0$, $\forall x \in \Re$, $x < x_3$

67 - (ITA-85) Dadas as sentenças:
1- Sejam f: $X \to Y$ e g: $Y \to X$ duas funções satisfazendo (gof)(x) = x, para todo $x \in X$. Então f é injetiva, mas g não é necessariamente sobrejetiva.
2- Seja f: $X \to Y$ uma função injetiva. Então, $f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$, onde A e B são dois subconjuntos de X.
3- Seja f: $X \to Y$ uma função injetiva. Então, para cada subconjunto A de X, $f(Ac) \subset (f(A))c$ onde $Ac = \{x \in X/ x \notin A\}$ e $(f(A))c = \{x \in Y/ x \notin f(A)\}$.
Podemos afirmar que está (estão) correta(s):
a) as sentenças nº 1 e nº 2.
b) as sentenças nº 2 e nº 3.
c) Apenas a sentença nº 1.
d) as sentenças nº 1 e nº 2.
e) Todas as sentenças.

68 - (ITA-85) Considere as seguintes função: f(x) = x – 7/2 e $g(x) = x^2 - 1/4$ definidas para todo x real. Então, a respeito da solução da inequação |(gof)(x)| > (gof)(x), podemos afirmar que:
a) Nenhum valor de x real é solução.
b) Se x < 3 então x é solução.
c) Se x > 7/2 então x é solução.
d) Se x > 4 então x é solução.
e) Se 3 < x < 4 então x é solução.

69 - (ITA-85) Seja f: $\Re \to \Re$ uma função satisfazendo $f(x + \alpha y) = f(x) + \alpha f(y)$ para todo α, x, y $\in \Re$. Se $\{a_1, a_2, a_3, ..., a_n\}$ é uma progressão aritmética de razão d, então podemos dizer que $(f(a_1), f(a_2), f(a_3), ..., f(a_4))$

a) É uma progressão aritmética de razão d.

b) é uma progressão aritmética de razão f(d) cujo termo primeiro é a_1.

c) é uma progressão geométrica de razão f(d).

d) É uma progressão aritmética de razão f(d).

e) Nada se pode afirmar.

70 - (ITA-84) Seja f(*x*) = $e^{\sqrt{x^2-4}}$, onde $x \in \Re$ e $\Re$ é o conjunto dos números reais. Um subconjunto de $\Re$ tal que f: D$\to\Re$ é uma função injetora é:

a) D = $\{x \in \Re: x \geq 2 \text{ e } x \leq -2\}$

b) D = $\{x \in \Re: x \geq 2 \text{ ou } x \leq -2\}$

c) D = $\Re$

d) D = $\{x \in \Re: -2 < x < 2\}$

e) D = $\{x \in \Re: x \geq 2\}$

71 - (ITA-83) Dadas as funções $f(x^2) = \log_{2x} x$ e $g(x) = 2\text{sen}^2 x - 3\text{sen } x + 1$ definidas para x > 0 e x ≠ 1/2, o conjunto A = {x ∈ (0, 2π): (gof)(x) = 0} é dado por:

a) A = $\left\{4^{\frac{\pi}{2-\pi}}, 4^{\frac{\pi}{6-\pi}}, 4^{\frac{5\pi}{6-5\pi}}\right\}$

b) A = $\left\{2^{\frac{\pi}{2-\pi}}, 2^{\frac{\pi}{6-\pi}}, 2^{\frac{5\pi}{6-5\pi}}\right\}$

c) A = $\left\{4^{2-\pi}, 4^{6-\pi}, 4^{6-5\pi}\right\}$

d) A = $\left\{4^{\frac{2\pi}{2-\pi}}, 4^{\frac{2\pi}{6-\pi}}, 4^{\frac{5\pi}{6-5\pi}}\right\}$

e) A = $\left\{2^{\frac{\pi}{2-\pi}}, 4^{\frac{\pi}{6-\pi}}, 2^{\frac{5\pi}{6-5\pi}}\right\}$

72 - (ITA-83) Sejam três funções f, u, v: R $\to$ R tais que: $f(x + \frac{1}{x}) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ para todo x não nulo e $(u(x))^2 + (v(x))^2 = 1$ para todo x real. Sabendo-se que x_0 é um número real tal que $u(x_0).v(x_0) \neq 0$ e $f\left|\frac{1}{u(x_0)}.\frac{1}{v(x_0)}\right| = 2$, o valor de $f\left|\frac{u(x_0)}{v(x_0)}\right|$ é:

a) – 1 b) 1 c) 2 d) 1/2 e) – 2

GABARITO

1	E
2	A
3	D
4	E
5	C
6	C
7	E
8	C
9	A
10	B
11	D
12	C
13	A
14	E
15	E
16	E
17	D
18	B
19	D
20	E
21	D
22	D
23	E
24	B
25	B
26	E
27	D
28	E
29	C
30	E
31	A
32	C
33	E
34	C
35	B
36	A
37	B
38	D
39	D
40	E
41	B
42	A

43	C
44	A
45	A
46	E
47	C
48	E
49	C
50	C
51	E
52	C
53	C
54	A
55	A
56	B
57	E
58	B
59	D
60	E
61	A
62	C
63	A
64	E
65	C
66	C
67	B
68	E
69	D
70	A/E
71	SR
72	B
1	E
2	A
3	D
4	E
5	C
6	C
7	E
8	C
9	A
10	B
11	D
12	C

13	A
14	E
15	E
16	E
17	D
18	B
19	D
20	E
21	D
22	D
23	E
24	B
25	B
26	E
27	D
28	E
29	C
30	E
31	A
32	C
33	E
34	C
35	B
36	A
37	B
38	D
39	D
40	E
41	B
42	A
43	C

44	A
45	A
46	E
47	C
48	E
49	C
50	C
51	E
52	C
53	C
54	A
55	B
56	A
57	B
58	E
59	B
60	D
61	E
62	A
63	C
64	A
65	E
66	C
67	C
68	B
69	E
70	D
71	A/E
72	SR
73	B