

Prova de Conjuntos – ITA

1 - (ITA-13) Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto universo U . Das afirmações:

- I. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
 - II. $(A \cap C) \setminus B = A \cap BC \cap C$
 - III. $(A \setminus B) \cap (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$
- É (são) verdadeira(s)

- a) apenas I.
- b) apenas II.
- c) apenas I e II.
- d) apenas I e III.
- e) todas.

2 - (ITA-12) Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto universo U . Das afirmações:

- I. $(A \setminus B^C) \setminus C^C = A \cap (B \cup C)$;
- II. $(A \setminus B^C) \setminus C = A \cup (B \cap C^C)^C$;
- III. $B^C \cup C^C = (B \cap C)^C$,

é (são) sempre verdadeira(s) apenas

- a) I. b) II. c) III. d) I e III. e) II e III.

3 - (ITA-11) Sejam A e B conjuntos finitos e não vazios tais que $A \subset B$ e $n(\{C : C \subset B / A\}) = 128$.

Então, das afirmações abaixo:

- I. $n(B) - n(A)$ é único;
- II. $n(B) + n(A) \leq 128$;
- III. a dupla ordenada $(n(A) - n(B))$ é única;

É (são) verdadeira(s):

- a) apenas I. b) apenas II. c) apenas III. d) apenas I e II. e) nenhuma.

4 - (ITA-11) A expressão $4e^{2x} + 9e^{2y} - 16e^x - 54e^y + 61 = 0$, com x e y reais, representa

- A) o conjunto vazio
- B) um conjunto unitário
- C) um conjunto não-unitário com um número finito de pontos
- D) um conjunto com um número infinito de pontos.
- E) o conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 2(e^x - 2)^2 + 3(e^y - 3)^2 = 1\}$

5 - (ITA-10) Considere as afirmações abaixo relativas a conjuntos A, B e C quaisquer:

- I. A negação de $x \in A \cap B$ é: $x \notin A$ ou $x \notin B$
- II. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- III. $(A/B) \cap (B/A) = (A \cup B) / (A \cap B)$

Destas é (são) falsa(s)

- (A) Apenas I (B) Apenas II (C) Apenas III
- (D) Apenas I e III (E) Nenhuma

6 - (ITA-10) Considere os conjuntos $A, B \subset \mathbb{R}$ e $C \subset (A \cup B)$. Se $A \cup B$, $A \cap C$ e $B \cap C$ são os domínios das funções reais definidas por $\ln(x - \sqrt{\pi})$,

$$\sqrt{-x^2 + 6x - 8} \text{ e } \sqrt{\frac{x - \pi}{5 - x}}, \text{ respectivamente, pode-se}$$

afirmar que

- (A) $C =]\sqrt{\pi}, 5[$. (B) $C = [2, \pi]$.
- (C) $C = [2, 5[$. (D) $C = [\pi, 4]$.
- (E) C não é intervalo.

7 - (ITA-09) Uma empresa possui 1000 carros, sendo uma parte com motor a gasolina e o restante com motor “flex” (que funciona com álcool e gasolina). Numa determinada época, neste conjunto de 1000 carros, 36% dos carros com motor a gasolina e 36% dos carros com motor “flex” sofrem conversão para também funcionar com gás GNV. Sabendo-se que, após esta conversão, 556 dos 1000 carros desta empresa são bicomcombustíveis, pode-se afirmar que o número de carros tricombustíveis é igual a

- a) 246 b) 252 c) 260 d) 268 e) 284

8 - (ITA-08) Sejam X, Y, Z, W subconjuntos de \mathbb{N} tais que $(X - Y) \cap Z = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{5, 6\}$, $Z \cap Y = \emptyset$, $W \cap (X - Z) = \{7, 8\}$, $X \cap W \cap Z = \{2, 4\}$. Então o conjunto $[X \cap (Z \cup W)] - [W \cap (Y \cup Z)]$ é igual a:

- a) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ b) $\{1, 2, 3, 4, 7\}$
- c) $\{1, 3, 7, 8\}$ d) $\{1, 3\}$ e) $\{7, 8\}$

9 - (ITA-07) Seja A um conjunto com 14 elementos e B um subconjunto de A com 6 elementos. O número de subconjuntos de A com um número de elementos menor ou igual a 6 e disjuntos de B é

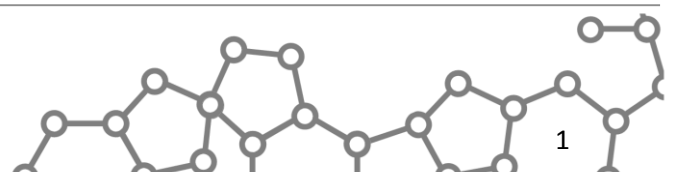
- a) $2^8 - 9$ b) $2^8 - 1$
- c) $2^8 - 2^6$ d) $2^{14} - 2^8$ e) 2^8

10 - (ITA-06) Seja U um conjunto não vazio com n elementos, $n \geq 1$. Seja S um subconjunto de $P(U)$ com a seguinte propriedade:

Se $A, B \in S$, então $A \subset B$ ou $B \subset A$.

Então, o número máximo de elementos que S pode ter é:

- a) 2^{n-1} .
- b) $n/2$, se n for par, e $(n+1)/2$ se n for ímpar
- c) $n+1$ d) $2^n - 1$ e) $2^{n-1} + 1$



11 - (ITA-06) Sejam A e B subconjuntos finitos de um mesmo conjunto X , tais que $n(B \setminus A)$, $n(A \setminus B)$ e $n(A \cap B)$ formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão $r > 0$. Sabendo que $n(B \setminus A) = 4$ e $n(A \cup B) + r = 64$, então, $n(A \setminus B)$ é igual a:

- a) 12 b) 17 c) 20 d) 22 e) 24

12 - (ITA-05) Considere os conjuntos $S = \{0, 2, 4, 6\}$, $T = \{1, 3, 5\}$ e $U = \{0, 1\}$ e as afirmações:

I – $\{0\} \in S$ e $S \cap U \neq \emptyset$.

II – $\{2\} \subset S \setminus U$ e $S \cap T \cap U = \{0, 1\}$.

III – Existe uma função $f: S \rightarrow T$ injetiva.

IV – Nenhuma função $g: T \rightarrow S$ é sobrejetiva.

Então, é(são) verdadeira(s)

- a) apenas I. b) apenas IV. c) apenas I e IV.
d) apenas II e III. e) apenas III e IV.

13 - (ITA-04) Considere as seguintes afirmações sobre o conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$:

I – $\emptyset \in U$ e $n(U) = 10$.

II – $\emptyset \subset U$ e $n(U) = 10$.

III – $5 \in U$ e $\{5\} \subset U$.

IV – $\{0, 1, 2, 5\} \cap \{5\} = 5$

Pode-se dizer, então, que é (são) verdadeira(s).

- a) apenas I e III b) apenas II e IV c) apenas II e III
d) apenas IV e) todas as afirmações

14 - (ITA-04) Seja o conjunto $S = \{r \in \mathbb{Q} : r \geq 0 \text{ e } r^2 \leq 2\}$, sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

I – $\frac{5}{4} \in S$ e $\frac{7}{5} \in S$

II – $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq \sqrt{2}\} \cap S = \emptyset$

III – $\sqrt{2} \in S$

Pode-se dizer, então, que é (são) verdadeira(s) apenas:

- a) I e II b) I e III c) II e III
d) I e) II

15 - (ITA-02) Sejam A um conjunto com 8 elementos e B um conjunto tal que $A \cup B$ contenha 12 elementos. Então, o número de elementos de $P(B \setminus A) \cup P(\emptyset)$ é igual a:

- a) 8 b) 16 c) 20 d) 17 e) 9

16 - (ITA-01) Sejam X , Y e Z subconjuntos próprios de R , não-vazios. Com respeito às afirmações:

I. $x \cap \{[Y \cap (X \cup Y)^c] \cup [X \cup Y^c]^c\}$

II. Se $Z \subset X$ então $(Z \cup Y) \cup (X \cup (Z^c \cap Y)) = X \cup Y$.

III. Se $(X \cup Y)^c \subset Z$ então $Z \subset X$. temos que:

a) apenas I é verdadeira.

b) apenas I e II são verdadeiras.

c) apenas I e III são verdadeiras.

d) apenas II e III são verdadeiras

e) todas são verdadeiras.

17 - (ITA-00) Duas retas r_1 e r_2 são paralelas à reta $3x - y = 37$ e tangentes à circunferência $x^2 - y^2 - 2x - y = 0$. Se d_1 é a distância de r_1 até a origem e d_2 a distância de r_2 até a origem, então $d_1 + d_2$ é igual a :

- (A) $\sqrt{12}$ (B) $\sqrt{15}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{10}$ (E) $\sqrt{5}$

18 - (ITA-00) Seja $S = [-2, 2]$ e considere as afirmações:

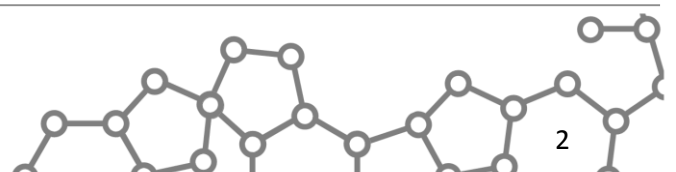
(I) $\frac{1}{4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^x < 6$, para todo $x \in S$.

(II) $\frac{1}{\sqrt{32 - 2^x}} < \frac{1}{\sqrt{32}}$, para todo $x \in S$.

(III) $2^{2x} - 2^x \leq 0$, para todo $x \in S$.

Então, podemos afirmar que:

- (A) Apenas I é verdadeira.
(B) Apenas III é verdadeira.
(C) Somente I e II são verdadeiras.
(D) Apenas II é falsa.
(E) Todas as afirmações são falsas.



19 - (ITA-99) Sejam E, F, G e H subconjuntos não vazios de R . Considere as afirmações:

- I - Se $(E \times G) \subset (F \times H)$, então $E \subset F$ e $G \subset H$.
 II - Se $(E \times G) \subset (F \times H)$, então $(E \times G) \cup (F \times H) = F \times H$.
 III - Se $(E \times G) \subset (F \times H) = F \times H$, então $(E \times G) \subset (F \times H)$.
 Então:

- a) Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
 b) Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
 c) Apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
 d) Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
 e) Todas as afirmações são verdadeiras.

20 - (ITA-97) Seja $n \in \mathbb{N}$ com $n > 1$ fixado. Considere o conjunto:

$$A = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, \text{ sendo } 0 < q < n \right\}.$$

Definimos $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ por $f(x) = [\cos(n! \pi x)]^{2n}$. Se $f(A)$ denota a imagem do conjunto A pela função f , então:

- a) $f(A) =]-1, 1[$ b) $f(A) = [0, 1]$ c) $f(A) = \{1\}$
 d) $f(A) = \{0\}$ e) $f(A) = \{0, 1\}$

21 - (ITA-96) Sejam A e B subconjuntos não vazios de R , e considere as seguintes afirmações:

- I- $(A - B)^c \cap (B \cup A^c)^c = \emptyset$
 II- $(A - B^c)^c = B - A^c$
 III- $[(A^c - B) \cap (B - A)]^c = A$

Sobre essas afirmações podemos garantir que:

- a) Apenas a afirmação I é verdadeira.
 b) Apenas a afirmação II é verdadeira.
 c) Apenas a afirmação III é verdadeira.
 d) Todas as afirmações são verdadeiras.
 e) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

22 - (ITA-95) Seja $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n!} + \operatorname{sen} \frac{n! \pi}{6}; n \in \mathbb{N} \right\}$

Qual conjunto abaixo é tal que sua intersecção com A dá o próprio A ?

- a) $(-\infty, -2) \cup [2, \infty)$ b) $(-\infty, -2)$ c) $[-2, 2]$
 d) $[-2, 0]$ e) $[0, 2]$

23 - (ITA-91) Se $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 + x + 1| \leq |x^2 + 2x - 3|\}$, então temos:

- a) $A = [-2,] \cup [4, +\infty[$
 b) $A = [\frac{1}{2}, 4]$
 c) $A = [-3, 1]$
 d) $A =]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[$
 e) n.d.a.

24 - (ITA-89) Sejam A, B e C subconjuntos de \mathfrak{R} , não vazios, e $A - B = \{p \in \mathfrak{R}; p \in A \text{ e } p \notin B\}$. Dadas as igualdades:

- 1) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$
 2) $(A - B) \times C = (A \times B) - (B \times C)$
 3) $(A \cap B) - A \neq (B \cap A) - B$
 4) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
 5) $(A - B) \cap (B - C) = (A - C) \cap (A - B)$

Podemos garantir que:

- a) 1 e 2 são verdadeiras
 b) 1 e 5 são verdadeiras
 c) 3 e 4 são verdadeiras
 d) 1 e 4 são verdadeiras
 e) 1 e 3 são verdadeiras

25 - (ITA-89) Sejam A e B subconjuntos de \mathbb{R} , não vazios, possuindo M mais de um elemento. Dada uma função $f: A \rightarrow B$, definimos $L: A \rightarrow A \times B$ por $L(a) = (a, f(a))$, para todo $a \in A$. Podemos afirmar que:

- a) A função L sempre será injetora.
 b) A função L sempre será sobrejetora.
 c) Se f for sobrejetora, então L também o será
 d) Se f não for injetora, então L também não o será
 e) Se f for bijetora, então L será sobrejetora

26 - (ITA-88) Sejam A, B e C subconjuntos do conjunto dos números reais. Então podemos afirmar que:

- a) $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$
 b) $(A \cup B)^c = A^c \cup B^c$
 c) Se $A \subset B$ então $A^c \subset B^c$
 d) $(A \cap B) \cup C^c = (A^c \cup C)^c \cap (B^c \cup C)^c$
 e) $A \cup (B \cup C)^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$

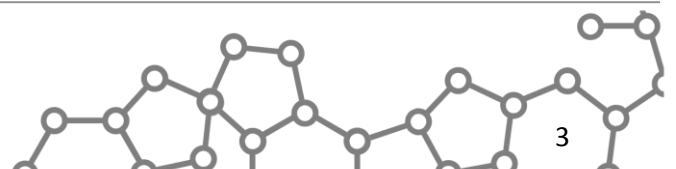
26 - (ITA-87) Sejam F e G dois subconjuntos não vazios de \mathbb{R} . Assinale a alternativa correta.

- a) Se $F \subset G$ e $G \neq F$, então necessariamente $F = F \cup G$.
 b) Se $F \cap G$ é o conjunto vazio, então necessariamente $F \cup G = \mathbb{R}$.
 c) Se $F \subset G$ e $G \subset F$ então $F \cap G = F \cap G$.
 d) Se $F \cap G = F$, então necessariamente $G \subset F$.
 e) Se $F \subset G$ e $G \neq \mathbb{R}$, então $(F \cap G) \cup G = \mathbb{R}$.

27 - (ITA-85) Sejam X um conjunto não vazio; A e B dois subconjuntos de X . Definimos $A^c = \{x \in X \text{ tal que } x \notin A\}$ e $A - B = \{x \in A \text{ tal que } x \notin B\}$.

Dadas as sentenças:

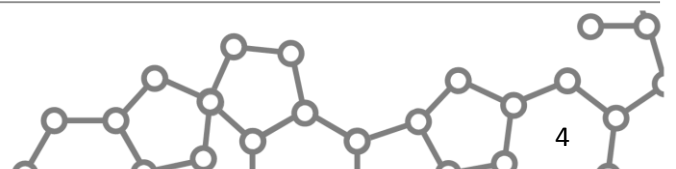
1. $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B^c \Leftrightarrow B \subset A^c$, onde " \Leftrightarrow " significa "equivalente" e \emptyset o conjunto vazio;
 2. Se $X = \mathbb{R}$; $A = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x^3 - 1 = 0\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x^2 - 1 = 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x - 1 = 0\}$, então $A = C = B$;
 3. $A - \emptyset = A$ e $A = B = A - (A \cap B)$;



4. $A - B \neq A \cap B^c$;

Podemos afirmar que está (estão) correta(s):

- a) As sentenças 1 e 3.
- b) As sentenças 1, 2 e 4.
- c) As sentenças 3 e 4.
- d) As sentenças 2, 3 e 4.
- e) Apenas a sentença 2.



GABARITO

1	C
2	C
3	A
4	D
5	E
6	C
7	B
8	C
9	A
10	C
11	B
12	B
13	C
14	D
15	B
16	B
17	D
18	A
19	E
20	C
21	A
22	C
23	A
24	D
25	E
26	C
27	A

