Projet
Modélisation et résolution

Le projet est à faire par groupe. Vous devrez rendre un rapport, ainsi que les sources des différents modèles. Vous présenterez également votre travail lors de la dernière séance de ce module.

Exercice 1 (Étiquetage de graphe et "cyclic-bandwidth problem")

Un graphe G est un couple $(V(G), E(G))$ où $V(G)$ est un ensemble appelé ensemble de sommets et $E(G)$ est un ensemble de paires d'éléments de $V(G)$ appelé ensemble des arêtes. Soit $G = (V(G), E(G))$ un graphe, $n = \#V(G)$ (n : nombre de sommets de $V(G)$). Un étiquetage f d'un graphe G est une fonction bijective de $V(G)$ dans $\{1,\dots,n\}$, c'est-à-dire, $f : V(G) \to \{1,\dots,n\}$.
Soit G un graphe, f un étiquetage de G et (u,v) une arête de G. On appelle distance entre u et v le nombre $|f(v)-f(u)|$ (où $|x|$ représente la valeur absolue de x). La "cyclic-bandwidth" du graphe G par rapport à l'étiquetage f est donnée par $CB(G,f) = max_{(u,v)\in E(G)}\{min\{|f(v)-f(u)|, n-|f(v)-f(u)|\}\}$. Le "cyclic-bandwidth problem" consiste à trouver l'étiquetage g tel que $CB(G,g) = min_{f\in\mathcal{E}}\{CB(G,f)\}$ où $\mathcal{E}$ représente l'ensemble des étiquetages.

1. Trois **modélisations** (papier) sont demandées :
   - M1 : un modèle pour minimiser la cyclic-bandwidth basé sur des variables "domaine fini" entières (FD) et des contraintes arithmétiques ;
   - M2 : un modèle basé également sur des variables "domaine fini" entières (FD), mais avec une approche très différente de M1, sans contrainte "arithmétique", et s'intéressant à la satisfaction (i.e., recherche d'un étiquetage de cyclic-bandwidth de valeur k donnée) ; il y aura 2 modèles M2, l'un dans lequel le alldiff sera permis, et l'autre sans alldiff ;
   - M3 : un modèle basé sur des variables booléennes et contraintes booléennes (SAT), s'intéressant à la satisfaction (i.e., recherche d'un étiquetage de cyclic-bandwidth de valeur k donnée).

   Analyser et comparer les différents modèles, en terme de nombre de contraintes, de nombre de variables, de complexité des contraintes, etc.
2. Pour chacun des modèles M1 à M3, proposer des idées et les réaliser pour casser de possibles **symmétries** (et donc éliminer des solutions symmétriques). Comparer les possibilités entre les différents modèles.
3. La "programmation" des modèles se fera en PyCSP3 (ou MiniZinc) pour les modèles M1 et M2, et en PySAT (ou génération directe de DIMACS) pour le modèle M3. La **résolution** se fera avec le solveur de votre choix, de préférence ACE (ou Choco) pour les domaines finis en PyCSP3, Gecode pour les modèles domaines finis en MiniZinc, et Glucose ou MiniSAT pour le booléen.

   Analyser et comparer les différentes solutions que vous aurez proposées en utilisant certains des graphes (ou tous) du benchmark Harwell-Boeing 113 (sous Moodle). Cette question peut être abordée de nombreuses façons, à vous de choisir l'étude à mener. Ne pas oublier que pour M2 et M3 il est possible d'encadrer la valeur optimale, voire de la trouver dans certains cas.
4. Complèter ou utiliser M2 et M3 pour calculer la cyclic-bandwidth optimale (i.e., minimiser la bandwidth). Décrire l'algorithme et l'implanter. Analyser et comparer les résultats sur les instances précédentes. Il est possible d'imaginer des solutions parallèles.