

期末考试试卷 (A 卷)

(本试卷共 4 页)

姓名_____

学号_____

专业班级_____

密卷_____

学院、系_____

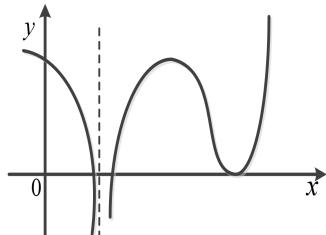
题号	一	二	三	四	总分
得分					

要 求：试卷必须用黑色签字笔在试题指定区域内作答。

得分	
阅卷人	

一、选择题 (每小题 3 分, 满分 24 分)

1. 设函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$, 则 $x=1$ 是它的 ()
- A. 跳跃间断点 B. 可去间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n =$ ()
- A. 1 B. 0 C. $e^{\frac{1}{3}}$ D. $e^{-\frac{1}{3}}$
3. 已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\frac{\sin x}{x}$, 则 $\int xf'(x)dx =$ ()
- A. $-\cos x + C$ B. $\frac{\sin x}{x} + C$ C. $\frac{\sin x}{x} + \cos x + C$ D. $\cos x - 2\frac{\sin x}{x} + C$
4. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 其导函数 $f'(x)$ 的图形如右图所示, 则曲线 $f(x)$ 有 () 个拐点
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
5. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sin x - x$ 与 Ax^n 是等价无穷小, 则 ()
- A. $A = -\frac{1}{6}, n = 3$ B. $A = \frac{1}{6}, n = 3$ C. $A = -\frac{1}{6}, n = 2$ D. $A = \frac{1}{6}, n = 2$



6. $\int_{-1}^1 (x+1)e^{|x|} dx = (\quad)$
- A. 0 B. $e - \frac{1}{e}$ C. $2e$ D. $2e - 2$
7. 下列说法中正确的有 () 个
- ①即使函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 内有间断点，它在 $[a,b]$ 上也是可积的
- ②若 $\int_0^{+\infty} f^2(x)dx$ 收敛，则 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ 收敛
- ③若函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导，则 $f(x)$ 在 x_0 处必可微
- ④若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 内连续，在 (a,b) 内可导，则必有 $\xi \in (a,b)$ ，使得 $f'(\xi) = 0$
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

8. 关于函数 $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x-3)$ 的极值，下列选项正确的是 ()
- A. 仅在 $x=0$ 处取得极大值 B. 仅在 $x=\frac{6}{5}$ 处取得极小值
- C. 无极值 D. 在 $x=0$ 处取得极大值，在 $x=\frac{6}{5}$ 处取得极小值

得分	
阅卷人	

二、计算题（每小题 8 分，满分 40 分）

9. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}.$

10. 求函数 $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$ 的微分 dy .

姓名 _____
学号 _____
专业班级 _____
学院、系 _____

线

封

11. 求不定积分 $\int x\sqrt{1+2x^2}dx.$

12. 求不定积分 $\int \tan^3 x dx.$

13. 计算定积分 $\int_{-\frac{1}{2}}^4 e^{-\sqrt{2x+1}} dx.$

得分	
阅卷人	

三、解答题（每小题 10 分，满分 30 分）

14. 求由方程 $x + y + e^{2xy} = 2$ 确定的曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线方程.

15. (1) 计算由 $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{2}, y = \sin x, y = 1$ 所围成的图形的面积 A ;

(2) 计算 (1) 中的图形绕 y 轴旋转一周而成的旋转体的体积 V .

16. 设 $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ \frac{\int_0^{2x} (1+t^2) \ln(1+t) dt}{2 \sin x}, & x < 0 \end{cases}$, 讨论该函数在 $x=0$ 处的连续性与可导性.

得分	
阅卷人	

四、证明题 (满分 6 分)

17. 设 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 上连续, 在 $(0,3)$ 内有二阶导数, 且有

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0, \quad \int_2^3 f(x) dx = 0. \text{ 求证: } \exists \xi \in (0,3), \text{ 使得 } f''(\xi) = 0.$$