

题号	一	二	三	总分
得分				

要 求：试卷必须用黑色签字笔在试题指定区域内作答。

得分	
阅卷人	

一、选择题 (本题满分 30 分, 每小题 3 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin x) =$  ( )

- (A) 0 ; (B) 1 ; (C)  $\infty$  ; (D) 2 .

2、曲线  $f(x) = xe^{-x}$  的拐点为 ( )

- (A) -2 ; (B) 2 ; (C)  $(2, 2e^{-2})$  ; (D)  $(-2, -2e^2)$  .

3、 $\int_{-1}^1 x^3 (|x| + 1) dx =$  ( )

- (A) 0 ; (B)  $\frac{2}{5}$  ; (C)  $\frac{1}{2}$  ; (D)  $\frac{9}{10}$  .

4、函数  $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{a}{x}}, & -1 < x < 0 \\ e + \ln(x+1), & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a =$  ( )

- (A) 1 ; (B) 0 ; (C)  $e$  ; (D)  $e^2$  .

5、曲线  $y = \frac{4x-3}{2x+1}$  的水平渐近线方程为 ( )

- (A)  $x = -\frac{1}{2}$  ; (B)  $y = 2$  ; (C)  $x = 2$  ; (D)  $y = -\frac{1}{2}$  .

6、已知  $f(x)$  的一个原函数为  $\ln x$ , 则  $f'(x) =$  ( )

- (A)  $\frac{1}{x}$  ; (B)  $\frac{1}{x^2}$  ; (C)  $-\frac{1}{x^2}$  ; (D)  $x \ln x - x$  .

7、当  $x \rightarrow 0$  时,  $1 - \cos x$  与 ( ) 为等价无穷小

- (A)  $\ln(1+x^2)$ ; (B)  $e^{2x} - 1$ ; (C)  $\sin 2x$ ; (D)  $\sqrt{1+x^2} - 1$ .

8、 $\int f'(x)dx =$  ( )

- (A)  $f(x)$ ; (B)  $f'(x)$ ; (C)  $f(x) + C$ ; (D)  $f(x)dx$ .

9、广义积分  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t^2} dt$  的值为 ( )

- (A) 1; (B) -1; (C)  $-\frac{\pi}{2}$ ; (D)  $\frac{\pi}{2}$ .

10、设函数  $f(x)$  在  $[0, -1]$  上满足  $f''(x) > 0$ , 则  $f'(1)$ ,  $f'(0)$ ,  $f(1) - f(0)$  或  $f(0) - f(1)$  的大小顺序是 ( )

- (A)  $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$ ; (B)  $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$ ;  
(C)  $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$ ; (D)  $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$ .

得分	
阅卷人	

二、计算题 (本题共 8 小题, 每小题 8 分, 满分 64 分)

11、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^3 x}$ .

12、求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 + 1})$ .

姓名

学号

专业班级

学院、系

线

封

密

13、已知  $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$  , 求  $\frac{d^2y}{dx^2}$  .

14、求曲线  $e^{xy} + x + y = 2$  在  $x = 0$  处的法线方程.

15、求不定积分  $\int \frac{1+x^2+\ln x}{x} dx$  .

16、计算定积分  $\int_1^5 e^{\sqrt{2x-1}} dx$  .

17、制作一容积为 $V$ 的圆柱形带盖铁皮水箱，如何设计其半径 $r$ 与高 $h$ 可用料最省？

18、求抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 及其在点 $(0, -3)$ 和点 $(3, 0)$ 处的切线所围成的图形的面积.

得分	
阅卷人	

三、证明题（本题满分 6 分）

19、证明：设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，在 $(a, b)$ 内

可导，且 $f(x) > 0$ ，证明：存在 $\xi \in (a, b)$ 使得  $\ln \frac{f(b)}{f(a)} = \frac{f'(\xi)}{f(\xi)}(b-a)$ .