

题号	一	二	三	四	总分
得分					

**要求：**试卷必须用黑色签字笔在试题指定区域内作答。

得分	
阅卷人	

一、选择题（每小题 3 分，满分 24 分）

1. 设函数  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ ，则  $x = 1$  是它的（ ）

A. 跳跃间断点    B. 可去间断点    C. 无穷间断点    D. 振荡间断点

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n =$ （ ）

A. 1    B. 0    C.  $e^{\frac{1}{3}}$     D.  $e^{-\frac{1}{3}}$

3. 已知  $f(x)$  的一个原函数是  $\frac{\sin x}{x}$ ，则  $\int x f'(x) dx =$ （ ）

A.  $-\cos x + C$     B.  $\frac{\sin x}{x} + C$

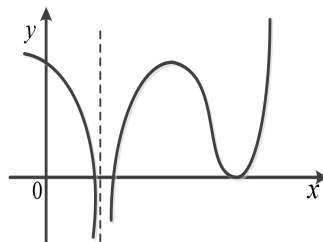
C.  $\frac{\sin x}{x} + \cos x + C$     D.  $\cos x - 2 \frac{\sin x}{x} + C$

4. 设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续，其导函数  $f'(x)$  的图形如右图所示，则曲线  $f(x)$  有（ ）个拐点

A. 0    B. 1    C. 2    D. 3

5. 当  $x \rightarrow 0$  时， $\sin x - x$  与  $Ax^n$  是等价无穷小，则（ ）

A.  $A = -\frac{1}{6}, n = 3$     B.  $A = \frac{1}{6}, n = 3$     C.  $A = -\frac{1}{6}, n = 2$     D.  $A = \frac{1}{6}, n = 2$



6.  $\int_{-1}^1 (x+1)e^{|x|} dx = (\quad)$

- A. 0                      B.  $e - \frac{1}{e}$                       C.  $2e$                       D.  $2e - 2$

7. 下列说法中正确的有  $(\quad)$  个

- ①即使函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  内有间断点, 它在  $[a, b]$  上也是可积的  
 ②若  $\int_0^{+\infty} f^2(x) dx$  收敛, 则  $\int_0^{+\infty} f(x) dx$  收敛  
 ③若函数  $f(x)$  在  $x_0$  处可导, 则  $f(x)$  在  $x_0$  处必可微  
 ④若函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  内连续, 在  $(a, b)$  内可导, 则必有  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f'(\xi) = 0$

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

8. 关于函数  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x-3)$  的极值, 下列选项正确的是  $(\quad)$

- A. 仅在  $x=0$  处取得极大值                      B. 仅在  $x=\frac{6}{5}$  处取得极小值  
 C. 无极值                      D. 在  $x=0$  处取得极大值, 在  $x=\frac{6}{5}$  处取得极小值

得分	
阅卷人	

二、计算题 (每小题 8 分, 满分 40 分)

9. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$ .

10. 求函数  $y = \ln(e^x + \sqrt{1+e^{2x}})$  的微分  $dy$ .

线

封

密

11. 求不定积分  $\int x\sqrt{1+2x^2} dx$ .

12. 求不定积分  $\int \tan^3 x dx$ .

13. 计算定积分  $\int_{-\frac{1}{2}}^4 e^{-\sqrt{2x+1}} dx$ .

得分	
阅卷人	

三、解答题（每小题 10 分，满分 30 分）

14. 求由方程  $x + y + e^{2xy} = 2$  确定的曲线  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处的切线方程.

15. (1) 计算由  $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{2}, y = \sin x, y = 1$  所围成的图形的面积  $A$ ;

(2) 计算 (1) 中的图形绕  $y$  轴旋转一周而成的旋转体的体积  $V$ .

16. 设  $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ \frac{\int_0^{2x} (1+t^2) \ln(1+t) dt}{2 \sin x}, & x < 0 \end{cases}$ , 讨论该函数在  $x = 0$  处的连续性与可导性.

得分	
阅卷人	

四、证明题 (满分 6 分)

17. 设  $f(x)$  在  $[0,3]$  上连续, 在  $(0,3)$  内有二阶导数, 且有

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0, \quad \int_2^3 f(x) dx = 0. \text{ 求证: } \exists \xi \in (0,3), \text{ 使得 } f''(\xi) = 0.$$