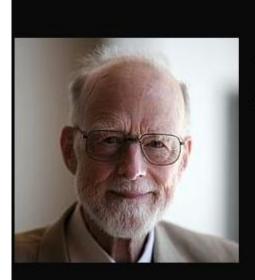


Algoritmos y Programación II

Algoritmos de Ordenamiento

Semestre 2022-15 / Noviembre - 2021





There are two ways of constructing a software design: One way is to make it so simple that there are obviously no deficiencies, and the other way is to make it so complicated that there are no obvious deficiencies. The first method is far more difficult.

(C. A. R. Hoare)



CONTENIDO PROGRAMATICO:

- 1. Estructuras Dinámicas de Información
- 2. Recursión
- 3. Algoritmos de Búsqueda y Ordenamiento
- 4. Tipos Abstractos de Datos
- 5. Tipos de Datos de Secuencia
- 6. Tipo de Dato Árbol



Algoritmos de Búsqueda y Ordenamiento

- ✓ Algoritmos de búsqueda: Búsqueda lineal, Búsqueda lineal con centinela, Búsqueda binaria.
- ✓ Consideraciones sobre los algoritmos de búsqueda.
- Algoritmos de ordenamiento: Ordenamiento por intercambio o método de la burbuja, ordenamiento por selección, ordenamiento por inserción., ordenamiento rápido (Quicksort), intercalación (Mergesort).
- ✓ Consideraciones sobre los algoritmos de ordenamiento.
- ✓ Orden de Complejidad de los algoritmos.



La ordenación es un proceso de organización de un conjunto de elementos similares de acuerdo a orden lineal, ya sea creciente o decreciente. En esta parte no centraremos en algoritmos que ordenan elementos con acceso directo como lo son los arreglos.



Los algoritmos de ordenación ha sido profundamente analizados, pero desgraciadamente debido a que se comprenden tan bien se considera algo obvio. Es importante conocer bien los diferentes enfoques de ordenación ya que tienen características diferentes, si bien es cierto que algunos algoritmos son mejores en promedio que otros, ninguno es perfecto para todos los casos. Es por eso que se deben estudiar una amplia variedad de algoritmos.



Clases de algoritmos

Algoritmos generales O(N2):

- Intercambio involucra repetidas comparaciones y si es necesario intercambio de elementos que no estén en orden, hasta que todos los elementos estén ordenados.
- Selección selecciona el elemento del menor valor y lo intercambia por el primero, luego entre los restante n-1 y lo intercambia con el segundo y así sucesivamente hasta llegar a los últimos elementos.
- Inserción inicialmente ordena los dos primeros elementos, después inserta el tercer en su posición correcta luego el cuarto y así sucesivamente hasta que no haya elementos por insertar.



Clases de algoritmos

Algoritmos mejorados:

Todos los algoritmos mencionados anteriormente tiene un tiempo de ejecución O(n²), lo que puede hacer que la ordenación para grandes volumen de datos se muy lenta.

La solución puede ser utilizar algoritmos de ordenación "mejor", entre los que estudiaremos:

- Mergesort
- Shellsort
- Quicksort



Algoritmos por Intercambio

Método de Burbuja

Quizás el método de ordenamiento más simple, es el ordenamiento de burbuja (bubblesort). La idea básica consiste en imaginarse los elementos (o registros) como burbujas, los que tienen clave menores son más ligeros y suben, se recorre varias veces haciendo que los elementos adyacentes que no estén en orden se inviertan. El efecto producido por esta operación es que en el primer recorrido el elementos "más ligero de todos" es decir con la menor de las claves suba a la superficie, en el segundo recorrido el segundo elemento más ligero sube al segundo lugar, y así sucesivamente.



Algoritmos por Intercambio

Método de Burbuja



Algoritmos por Intercambio

Método de Burbuja

```
Burbuja
Original: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45
                35
                   10 50 20 15 40
Paso
                   35
                      15
                         50
                            20
                               30
Paso
                15
                   25
                      35
                         20
                            50
                               30
Paso
      3: 510
      4 : 5 10 15 20 25 35
Paso
                            30 50
                                  40 45
                      25
                         30
                            35
                                  50 45
Paso
                   20
                               40
                      25
                         30
                            35
                               40
                                     50
Paso
      6: 510
                15
                   20
                                  45
      7: 5 10 15 20
                      25
                         30
                            35
                               40 45
                                     50
Paso
                      25
                   20
                         30
                            35
                               40
                                     50
Paso
                15
                      25 30 35 40 45
             10
                   20
Paso
```

Comparaciones:45 - Intercambios:20



Algoritmos por Intercambio

Método de Burbuja1

Los elementos más grandes burbujean hacia el final

```
void burbuja1(int array[],int size) {
   int i, j;

for(i=0;i<size-1;i++)
   for(j=0;j<size-i-1;j++)
        if(array[j]>array[j+1]) {
        int t; // intercambiar
        t=array[j];
        array[j]=array[j+1];
        array[j+1]=t;
   }
}
```



Algoritmos por Intercambio

Método de Burbuja1

Los elementos más grandes burbujean hacia el final

```
Burbuja1
                  5 50 20 15 40 10 30 45
Original: 25 35
               5 35
                    20
                       15
                                 30
Paso
        : 25
                          40
                       35
Paso
                           10
                              30
                                 40
                                        50
Paso
           5 20
                 15
                    25
                       10
                           30
                              35
                                 40
                                    45 50
           5 15
                 20
                    10
                       25
                           30
                              35
                                 40
                                    45 50
Paso
                    20
                       25
                          30
                              35
Paso
                                 40
                                    45 50
                                    45
                    20
                       25
                           30
                              35
                                 40
                                        50
Paso
                 15
                              35
                                        50
Paso
      7: 510
                 15
                    20
                       25
                           30
                                 40
                              35
Paso
                           30
                                 40
                                        50
                          30
                15
                    20
                       25
                              35
Paso
```

Comparaciones:45 - Intercambios:20



Algoritmos por Intercambio

Método de Burbuja2

burbuja aprovechando el final ya ordenado

```
void burbuja2(int array[],int size) { //Burbuja mejorado
    int i, j, f=1;
    for (i=0; i < size-1 && f; i++) {</pre>
       f=0;
       for(j=0; j<size-i-1; j++)
           if (array[j]>array[j+1]) {
                   int t;
                   t=array[j];
                   array[j]=array[j+1];
                   array[i+1]=t;
                   f=1;
```



Algoritmos por Intercambio

Método de Burbuja2

burbuja aprovechando el final ya ordenado

Burbuja2

```
Original: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45
     1:25 5
                    15 40
              35 20
                          10 30 45 50
Paso
Paso 2: 5 25 20
                 15
                    35 10
                          30 40
                                45 50
     3 : 5 20 15 25
                    10 30 35 40 45 50
Paso
Paso 4: 5 15 20
                 10 25 30 35 40 45 50
                 20 25 30
Paso 5: 5 15 10
                          35 40
                                45 50
Paso
     6: 5 10 15 20 25 30
                          35 40 45
     7 : 5 10 15 20 25 30 35 40
Paso
```

Comparaciones:42 - Intercambios:20



Algoritmos por Intercambio

Método de Intercambio

Se comparan elementos que no son adyacentes

```
void intercambio(int array[],int size) {
   int i,j;

for(i=0; i<size-1; i++)
   for(j=i+1; j<size; j++)
        if(array[i]>array[j]) {
        int t; // intercambiar
        t=array[i];
        array[i]=array[j];
        array[j]=t;
   }
}
```



Algoritmos por Intercambio

Método de Intercambio

Se comparan elementos que no son adyacentes

```
Intercambio
Original: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45
                 25 50 20 15
                              40
                                    30 45
Paso
                 35
                       25
Paso
                    50
                           20
                              40
                    50
Paso
                       35
                           25
                              40
                                 20
           5 10 15 20
                       50
                           35
                              40
                                 25
                                    30 45
Paso
                       25
                    20
                           50
                              40
                                 35
Paso
                              50
Paso
                    20
                       25
                           30
                                 40
                                     35 45
Paso
                15 20 25
                           30
                              35
                                 50
                       2.5
                              35
Paso
                           30
                       25
                           30
                              35 40 45 50
                 15
                    20
Paso
```

Comparaciones:45 - Intercambios:20





Método por Selección

En la i-ésima posición se coloca el menor entre los n-i restantes.

```
void selection(int array[],int size) {
    int e, i, j;
    for (i=0; i<size-1; i++) {</pre>
       e=i;
        for(j=i+1; j<size; j++)
           if (array[e]>array[j])
              e=i;
        if(i!=e){
          int t; // intercambiar
          t=array[i];
          array[i] = array[e];
          array[e]=t;
```



Método por Selección

En la i-ésima posición se coloca el menor entre los n-i restantes.

```
Selección
Original: 25 35
                 5 50 20 15 40 10 30 45
           5 35 25 50
                      20 15 40
Paso
           5 10
                25 50
                      20
                         15
                            40
                               35
Paso
           5 10
                15
                   50 20 25
                            40
                               35
                                  30 45
Paso
                   20
                      50
                         25
                            40
                               35
Paso
                15
                      25
                         50
                               35
Paso
     5: 510
                15
                   20
                            40
                                  30 45
     6: 5 10 15
                   20 25
                         30 40
                               35
Paso
                                  50 45
Paso
                15
                   20
                      25
                         30
                            35
                               40
Paso
     8: 510
                15
                   20
                      25
                         30
                            35
                               40 50 45
                         30
           5 10
                15
                   20
                      25
                            35
                               40
Paso
```

Comparaciones:45 - Intercambios:8



Método por Inserción Directa

Se inserta el i-ésimo elemento en la posición correcta en los i-1 anteriores

```
void insercionDirecta(int array[],int size) {
   int i, j;

   for(i=1;i<size;i++) {
      for(j=i; j>0 && array[j]<array[j-1]; j--) {
        int t; // Intercambiar
        t=array[j];
        array[j]=array[j-1];
        array[j-1]=t;
      }
}</pre>
```



Método por Inserción Directa

Se inserta el i-ésimo elemento en la posición correcta en los i-1 anteriores

```
Insercion Directa
Original: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45

Paso 1 : 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45

Paso 2 : 5 25 35 50 20 15 40 10 30 45

Paso 3 : 5 25 35 50 20 15 40 10 30 45

Paso 4 : 5 20 25 35 50 15 40 10 30 45

Paso 5 : 5 15 20 25 35 50 40 10 30 45

Paso 6 : 5 15 20 25 35 40 50 10 30 45

Paso 7 : 5 10 15 20 25 35 40 50 30 45

Paso 8 : 5 10 15 20 25 30 35 40 50 45

Paso 9 : 5 10 15 20 25 30 35 40 50
```

Comparaciones:29 - Intercambios:20



Método por Inserción

Se inserta el i-ésimo elemento en la posición correcta en los i-1 anteriores

```
void insercion(int array[], int size) {
   int t,i,j;

   for(i=1;i<size;i++) {
        t=array[i];
        for(j=i; j>0 && t<array[j-1]; j--)
            array[j]=array[j-1];
        array[j]=t;
   }
}</pre>
```



Método por Inserción

Se inserta el i-ésimo elemento en la posición correcta en los i-1 anteriores

```
Insercion Original: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45

Paso 1: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45

Paso 2: 5 25 35 50 20 15 40 10 30 45

Paso 3: 5 25 35 50 20 15 40 10 30 45

Paso 4: 5 20 25 35 50 15 40 10 30 45

Paso 5: 5 15 20 25 35 50 40 10 30 45

Paso 6: 5 15 20 25 35 40 50 10 30 45

Paso 7: 5 10 15 20 25 35 40 50 30 45

Paso 8: 5 10 15 20 25 30 35 40 50 45

Paso 9: 5 10 15 20 25 30 35 40 50
```

Comparaciones:29 - Asignaciones:29



Comparación de los Métodos Simples

Ordenar un arreglo ordenado de forma decreciente

```
Original: 50 45 40 35 30 25 20 15 10 5
Burbuja
Comparaciones:45 - Intercambios:45
Burbuja1
Comparaciones:45 - Intercambios:45
Burbuja2
Comparaciones:45 - Intercambios:45
Intercambio
Comparaciones:45 - Intercambios:45
Selection
Comparaciones: 45 - Intercambios: 5
Insercion Directa
Comparaciones:54 - Intercambios:45
Insercion
Comparaciones:54 - Asignaciones:54
```



Comparación de los Métodos Simples

Ordenar un arreglo ordenado de forma creciente

```
Original: 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
Burbuja
Comparaciones: 45 - Intercambios: 0
Burbuja1
Comparaciones: 45 - Intercambios: 0
Burbuja2
Comparaciones: 9 - Intercambios: 0
Intercambio
Comparaciones: 45 - Intercambios: 0
Selection
Comparaciones: 45 - Intercambios: 0
Insercion Directa
Comparaciones: 9 - Intercambios: 0
Insercion
Comparaciones: 9 - Asignaciones: 9
```



Comparación de los Métodos Simples

Ordenar un arreglo con el mismo elemento

```
Original: 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
Burbuja
Comparaciones: 45 - Intercambios: 0
Burbuja1
Comparaciones: 45 - Intercambios: 0
Burbuja2
Comparaciones: 9 - Intercambios: 0
Intercambio
Comparaciones: 45 - Intercambios: 0
Seleccion
Comparaciones: 45 - Intercambios: 0
Insercion Directa
Comparaciones: 9 - Intercambios: 0
Insercion
Comparaciones: 9 - Asignaciones: 9
```



Ordenación Shell

Este método adquiere de su inventor D. L. Shell, es un método derivado de la ordenación por inserción, y se basa en incrementos decrecientes. Por ejemplo se puede ordenar todos los elementos separados por tres posiciones, luego los separados por dos y finalmente los adyacentes.

Cada paso de la ordenación involucra relativamente a pocos elementos o elementos que están en un orden razonable, por lo que cada paso aumenta el orden de los elementos.

La secuencia de paso puede cambiar y la única regla es que el ultimo paso sea 1.



Ordenación Shell

Disminución de incrementos, con intercambios

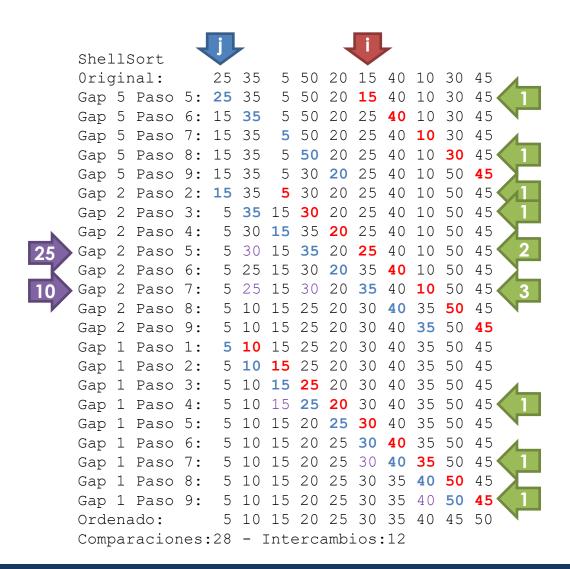
```
void shellsort(int array[],int size) {
   int gap,i,j;

for(gap=size/2;gap>0;gap/=2)
   for(i=gap;i<size;i++)
      for(j=i-gap; j>=0 && array[j+gap]<array[j]; j-=gap) {
        int t; // Intercambiar

        t=array[j];
        array[j]=array[j+gap];
        array[j]=array[j+gap];
        array[j+gap]=t;
    }
}</pre>
```



Ordenación Shell





Ordenación Shell

Disminución de incrementos, con corrimientos



Ordenación Shell

Disminución de incrementos, con corrimientos

```
ShellSort(M)
Original:
              25 35
                     5 50 20 15 40 10 30 45
Gap 5 Paso 5: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45
Gap 5 Paso 6: 15 35
                     5 50 20 25 40 10 30 45
Gap 5 Paso 7: 15 35
                     5 50 20 25 40 10 30 45
                     5 50 20 25 40 10 30 45
Gap 5 Paso 8: 15 35
Gap 5 Paso 9: 15 35
                     5 30 20 25 40 10 50 45
Gap 2 Paso 2: 15 35
                       30 20
Gap 2 Paso 3: 5 35 15
                      30 20
Gap 2 Paso 4:
               5 30 15
Gap 2 Paso 5: 5 30 15
Gap 2 Paso 6: 5 25 15
Gap 2 Paso 7: 5 25 15
                            30 40 35 50
Gap 2 Paso 8:
               5 10 15
                       25 20
Gap 2 Paso 9:
                             30 40 35 50
Gap 1 Paso 1:
Gap 1 Paso 2:
Gap 1 Paso 3: 5 10 15
                             30 40 35 50 45
                      25 20 30 40 35 50 45
Gap 1 Paso 4: 5 10 15
Gap 1 Paso 5: 5 10 15
                       20 25 30 40 35 50 45
                            30 40 35 50 45
Gap 1 Paso 6: 5 10 15
                       20 25
Gap 1 Paso 7: 5 10 15
Gap 1 Paso 8:
              5 10 15
                       20 25
                             30 35 40 50 45
Gap 1 Paso 9:
               5 10 15
                       20 25 30 35 40 50 45
               5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
Ordenado:
Comparaciones:28 - Asignaciones:34
                                       +13
```



Ordenación por mezcla

Emplea la estrategia de divide y vencerás, se divide el arreglo en dos partes y estos son ordenados (utilizando el algoritmo recursivamente) y luego ambas partes son mezclados para producir uno ordenado.



Ordenación por mezcla

```
void ordenarMezcla(int array[],int inicio,int fin) {
    int central;

if (inicio>=fin)
        return;

central=(inicio+fin)/2;

ordenarMezcla(array,inicio,central);

ordenarMezcla(array,central+1,fin);

mezclar(array,inicio,central,fin);
}
```



Ordenación por mezcla

```
Original: 25 35
                                5 50 20 15 40
                                 5 50
inicio:0 medio:0 fin:1 - 25 35
                                      20
                                         15
                                            40
                          5 25 35 50 20 15
inicio:0 medio:1 fin:2 -
                                                      45
inicio:3 medio:3 fin:4 -
                           5 25
                                35
                                   20
                                      50
                                            40
                                                      45
inicio:0 medio:2 fin:4 - 5
                            20
                                25
                                   35
                                      50 15 40 10
                                                      45
                                      50
inicio:5 medio:5 fin:6 -
                           5 20 25
                                   35
                                            40 10
                                                      45
inicio:5 medio:6 fin:7 - 5 20
                                25
                                   35
                                      50
                                                   30
inicio:8 medio:8 fin:9 - 5 20
                                25
                                   35
                                      50
                                            15
                                                      45
inicio:5 medio:7 fin:9 - 5 20 25
                                   35
                                      50
inicio: 0 medio: 4 fin: 9 - 5 10
                               15
                                   20
                                      25 30
                                                   45 50
                                            35
```

Comparaciones: 23



Ordenación rápida (quicksort)

Inventado por C. A. R. Hoare, basado en la ordenación por intercambio, es considerado el mejor algoritmo de ordenación disponible.

Se basa en la idea de particiones, para lo cual se selecciona un elemento v (pivote) alrededor del cual se organizan los elementos restantes del arreglo, se permutan los elementos del tal forma que los elementos menores o iguales que v este en A[0],...,A[i] y todos aquellos con clave mayor estén en A[i+1],...,A[n]. Luego se aplica recursivamente el algoritmos para clasificar ambos grupos, esto se repite hasta que el arreglo que ordenado.



Ordenación rápida (quicksort)

Función para intercambiar dos elementos del arreglo.

```
void swap(int array[], int a,int b) {
   int t;

   t=array[b];
   array[b]=array[a];
   array[a]=t;
}
```



Ordenación rápida (quicksort)

Función para dividir el arreglo.

```
int particion(int array[], int inicio, int fin) {
    int pivote, inferior=inicio+1, superior=fin;
    pivote=array[inicio];
    do{
         while (array[inferior] <= pivote && inferior <= superior)</pre>
              inferior++;
         while (array[superior]>pivote && inferior<=superior)</pre>
              superior--;
         if(inferior <= superior) {</pre>
              swap (array, inferior, superior);
              inferior++;
              superior--;
     }while (inferior<=superior);</pre>
    swap(array,inicio,superior);
    return superior;
```



Ordenación rápida (quicksort)

```
void quicksort(int array[], int inicio, int fin) {
    int p;

if(inicio<fin) {
        p=particion(array,inicio,fin);
        quicksort(array,inicio,p-1);
        quicksort(array,p+1,fin);
    }
}</pre>
```



Ordenación rápida (quicksort)

```
Original: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45
i:0 f:9 p:4 - 20 10 5 15 25 50 40 35 30 45
i:0 f:3 p:3 - 15 10 5 20 25 50 40 35 30 45
i:0 f:2 p:2 - 5 10 15 20 25 50 40 35 30 45
i:0 f:1 p:0 - 5 10 15 20 25 50 40 35 30 45
i:5 f:9 p:9 - 5 10 15 20 25 45 40 35 30 50
i:5 f:8 p:8 - 5 10 15 20 25 30 40 35 45 50
i:6 f:7 p:7 - 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
Ordenado: 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
```

Comparaciones:41 - Intercambios:10



Ordenación rápida (quicksort)

Otra implementación con pivote elemento central

```
void quickSort(int array[],int left, int right) {
   int i, last;

   if(left>=right)
        return;
   swap(array, left, (left+right)/2);
   last=left;
   for(i=left+1; i<=right; i++)
        if(array[i]<array[left])
        swap(array,++last,i);
   swap(array, left, last-1);
   quickSort(array, left, last-1);
   quickSort(array, last+1, right);
}</pre>
```



Ordenación rápida (quicksort)

```
Original: 25 35 5 50 20 15 40 10 30 45 1:0 r:9 p:3 - 10 5 15 20 25 35 40 50 30 45 1:0 r:2 p:0 - 5 10 15 20 25 35 40 50 30 45 1:1 r:2 p:1 - 5 10 15 20 25 35 40 50 30 45 1:4 r:9 p:7 - 5 10 15 20 30 35 25 40 50 45 1:4 r:6 p:6 - 5 10 15 20 25 30 35 40 50 45 1:4 r:5 p:4 - 5 10 15 20 25 30 35 40 50 45 1:8 r:9 p:9 - 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 Ordenado: 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
```

Comparaciones:21 - Intercambios:23



Consideraciones sobre los algoritmos de ordenamiento

Al evaluar un algoritmo de ordenamiento hay que tener en cuenta:

- ¿ Cómo es su comportamiento en el caso medio?
- ¿Cómo es su comportamiento en el mejor y peor caso?
- ¿Cómo es su comportamiento si la lista está ordenada?
- ¿Cómo es su comportamiento si la lista está en el orden inverso?
- ¿Intercambia o reorganiza elementos iguales?

Por lo anterior de debe tener a mano una selección de algoritmos de ordenamiento, aunque la ordenación rápida (Quicksort) es la mejor para el caso medio, no lo es para todos lo casos, por ejemplo hay que tomar en la forma como están ordenados los elementos y costo de la recursión, o en casos de otros métodos si requieren espacio temporal.



Consideraciones sobre los algoritmos de ordenamiento

Se ha revisados diferentes métodos, algunos de los cuales tiene mejoras u optimizaciones. El orden, nos puede indicar su complejidad y sirve de base para comparar su eficiencia. Los métodos generales (Intercambio, selección e Inserción) tienen complejidad de $O(n^2)$ mientras el de mezcla tiene $O(n \log n)$, el Shell tiene un orden de $O(n^{3/2})$ y la ordenación rápida en promedio $O(n \log n)$ y en peor caso es $O(n^2)$.

N	N ²	N ^{3/2}	N Log N
10	100	32	33
100	10.000	1.000	664
1000	1.000.000	31.623	9.966
10000	100.000.000	1.000.000	132.877
100000	10.000.000.000	31.622.777	1.660.964
1000000	1.000.000.000.000	1.000.000.000	19.931.569



