

Лабораторная работа №2 «Отсечение отрезка.

Алгоритм Сазерленда - Кохена»

Цель работы. Знакомство с алгоритмом отсечения выводимого изображение по границам некоторой области. В простейших ситуациях в качестве такой области, как правило, выступает прямоугольник.

Теоретический материал

Если изображение выходит за пределы экрана, то возникает необходимость выполнять отсечение объектов, самыми простыми из которых являются отрезки.

Отсекаемые отрезки могут быть трех классов - целиком видимые, целиком невидимые и пересекающие окно. Очевидно, что целесообразно возможно более рано, без выполнения большого объема вычислений принять решение об видимости целиком или отбрасывании.

По способу выбора простого решения об отбрасывании невидимого отрезка целиком или принятия его существует два основных типа алгоритмов отсечения - *алгоритмы, использующие кодирование концов отрезка или всего отрезка* и *алгоритмы, использующие параметрическое представление отсекаемых отрезков и окна отсечения*.

Представители первого типа алгоритмов - алгоритм Сазерленда-Кохена (CS-алгоритм) и FC-алгоритм (Fast Clipping - алгоритм). Представители алгоритмов второго типа - алгоритм Кируса-Бека (Curus-Beck, CB - алгоритм) и более поздний алгоритм Лианга-Барски (Liang-Barsky, LB-алгоритм).

Алгоритмы с кодированием применимы для прямоугольного окна, стороны которого параллельны осям координат, в то время как алгоритмы с параметрическим представлением применимы для произвольного окна.

Стандартом де-факто является рассматриваемый ниже алгоритм Сазерленда-Кохена, обладающий к тому же одним из лучших быстродействий при компактной реализации.

Алгоритм Сазерленда-Кохэна

Он заключается в разбиении все плоскости на 9 областей прямыми, образующими прямоугольник. В каждой из этих областей все точки по отношению к прямоугольнику расположены одинаково. Определив, в какие области попали концы рассматриваемого отрезка, легко определить, где именно

необходимо отсечение. Для этого каждой области сообщается 4-битовый код, где установленный

- бит 0 означает, что точка лежит левее прямоугольника,
- бит 1 означает, что точка лежит выше прямоугольника,
- бит 2 означает, что точка лежит правее прямоугольника,
- бит 3 означает, что точка лежит ниже прямоугольника.

Например, для всех трех частей плоскости, которые находятся справа от прямоугольника, второй бит равен 1.

Определение того лежит ли отрезок целиком внутри окна или целиком вне окна выполняется следующим образом:

- если оба кода равны нулю, то отрезок полностью находится в прямоугольнике и принимается как тривиально видимый;
- если «логическое И» кодов обоих концов отрезка не равно нулю, то отрезок целиком вне окна, отсечение не нужно, отрезок отбрасывается как тривиально невидимый;
- если «логическое И» кодов обоих концов отрезка равно нулю, то отрезок подозрительный, он может быть частично видимым или целиком невидимым; для него нужно определить координаты пересечений со сторонами окна и для каждой полученной части определить тривиальную видимость или невидимость.

При расчете пересечения используется горизонтальность либо вертикальность сторон окна, что позволяет определить координату X или Y точки пересечения без вычислений.

Реализация алгоритма для трёхмерной модели идентична двумерной реализации, за исключением того, что вместо четырёхразрядного кода применяется шестиразрядный (дополнительные два бита глубины).

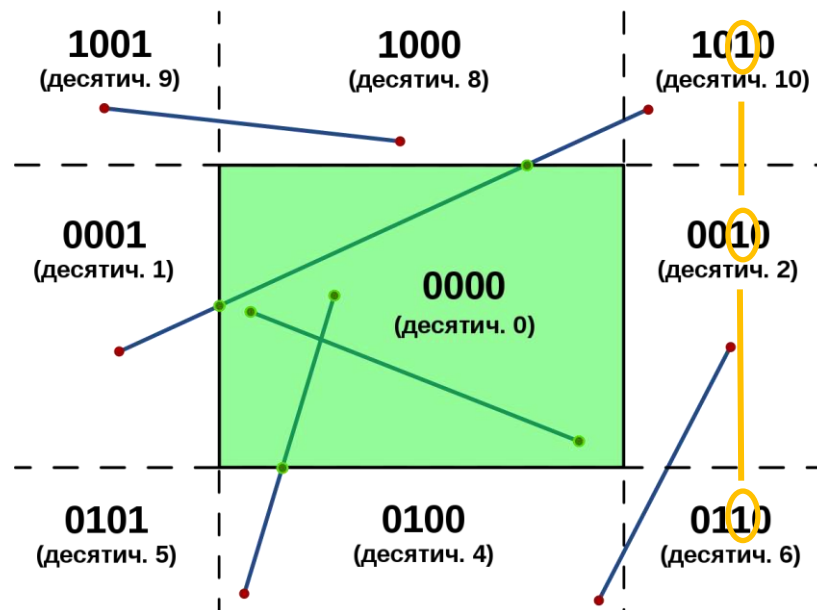


Рисунок 1

Двумерный алгоритм Лианга-Барски

При 2D отсечении прямые отсекаются по двумерной области, называемой окном отсечения. В частности, внутренняя часть окна отсечения может быть выражена с помощью следующих неравенств.

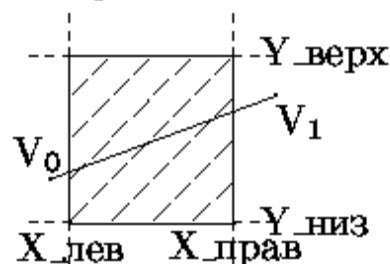


Рисунок 2

$$\begin{aligned} x_{\text{л}} &\leq x \leq x_{\text{п}} \\ y_{\text{в}} &\leq y \leq y_{\text{н}} \end{aligned} \quad (1)$$

Отрезок можно представить в векторно-параметрическом виде:

$$V(t) = v_0 + t(v_1 - v_0), \quad t \in [0,1],$$

или, по координатам,

$$x(t) = x_0 + t(x_1 - x_0) = x_0 + t\Delta x$$

$$y(t) = y_0 + t(y_1 - y_0) = y_0 + t\Delta y$$

Потребуем также, чтобы

$$x_0 \leq x_1$$

$$y_0 \leq y_1$$

Тогда задача заключается в нахождении t_0 и t_1 , которые будут соответствовать началу и концу видимой части отрезка. Поставим условие видимости:

$$x_L \leq x(t) \leq x_P$$

$$y_H \leq y(t) \leq y_V$$

или

$$x_L \leq (x_0 + t\Delta x) \leq x_P$$

$$y_H \leq (y_0 + t\Delta y) \leq y_V$$

что равносильно системе из четырёх неравенств:

$$-t\Delta x \leq x_0 - x_L$$

$$t\Delta x \leq x_P - x_0$$

$$-t\Delta y \leq y_0 - y_H$$

$$t\Delta y \leq y_V - y_0$$

Общий вид этих неравенств:

$$P_i t \leq Q_i \quad i=1..4$$

где

$$P = \{-\Delta x; \Delta x; -\Delta y; \Delta y\}$$

$$Q = \{x_0 - x_L; x_P - x_0; y_0 - y_H; y_V - y_0\}$$

Каждое из них соответствует одной из сторон отсекающего окна. Инициализируем $t_0=0$ и $t_1=1$ (что означает, что отрезок полностью виден) и последовательно проверяем все условия:

$$\text{– Если } P_i > 0, \text{ то } t \leq Q_i / P_i \Rightarrow t_1 \leq Q_i / P_i \Rightarrow t_1 := \min(t_1, Q_i/P_i)$$

$$\text{– Если } P_i < 0, \text{ то } t \geq Q_i / P_i \Rightarrow t_0 \geq Q_i / P_i \Rightarrow t_0 := \max(t_0, Q_i/P_i)$$

– Если $P_i = 0$, то прямая параллельна стороне отсекающего окна. В этом случае:

$$\text{– если } Q_i \geq 0, \text{ то переходим к следующему неравенству,}$$

$$\text{– если } Q_i < 0, \text{ то отрезок полностью не виден.}$$

Задание. Реализовать алгоритм Сазерленда-Кохэна и алгоритм Лианга-Барски отсечения отрезков на плоскости, координаты которых задаются пользователем, прямоугольной областью.