

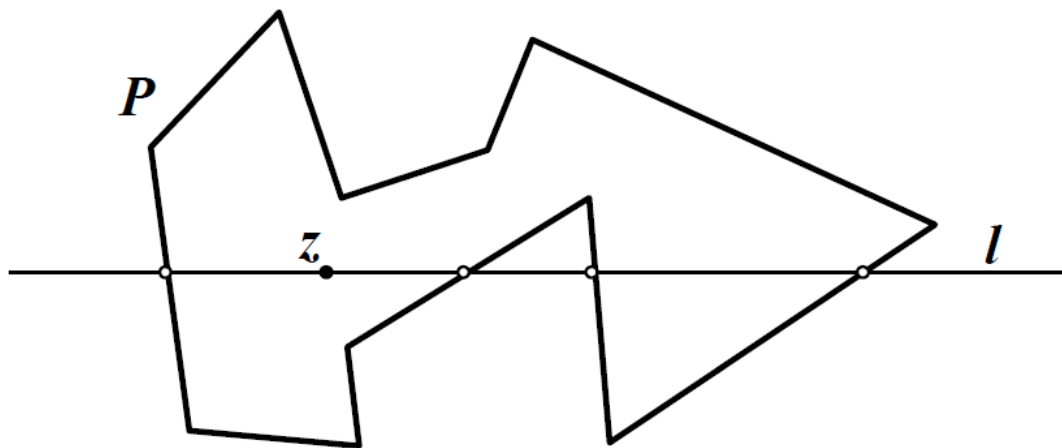
Практическая работа №1 «Локализация точки в простом многоугольнике при уникальном запросе»

Простой многоугольник - не имеющий самопересечений.

Задача (Принадлежность точки простому многоугольнику). Даны простой многоугольник P и точка z . Определить, находится ли z внутри P .

Рассмотрим случай уникального запроса.

Проведем через точку z горизонталь l . Если l не пересекает P , то z - внешняя точка. Пусть теперь l пересекает P .



Рассмотрим сначала случай, когда l не проходит через вершины P . Пусть L - число точек пересечения l с границей P левее z . Поскольку P ограничен, левый конец l лежит вне P .

Двигаясь из $-\infty$ направо, при первом пересечении границы попадаем внутрь P , при втором - выходим наружу из P , при третьем - снова внутрь и т.д. Поэтому z лежит внутри P тогда и только тогда, когда L нечетно.

Теперь рассмотрим вырожденный случай, когда l проходит через вершины P . Бесконечно малый поворот l вокруг z против часовой стрелки не изменит локализации точки, но устранил вырожденность. Теперь видно следующее. Если обе вершины ребра, принадлежат l , то его не следует учитывать. Если же только одна вершина ребра лежит на l , то пересечение следует учесть, если это вершина с большей ординатой, и игнорировать в противном случае.

Алгоритм локализации точки в простом многоугольнике

```
L:=0;  
FOR i:=1 TO N DO (* цикл по всем ребрам *)  
  IF (ребро(i) не горизонтально)  
    AND (ребро(i) пересекает l нижним концом слева от z)  
    THEN L:=L+1;
```

```
IF (L нечетно) THEN z внутри ELSE z снаружи;  
END;
```

Очевидно, что требуемое время выполнения этого алгоритма - $O(n)$, где n – число вершин многоугольника.