Laboratorium nr 10
Metody przybliżone rozwiązywania równań nieliniowych - część II

1 Metoda Newtona (metoda stycznych)

$[a, b]$ – przedział izolacji pierwiastka równania $f(x) = 0$.
Rozwiązanie równania $f(x) = 0$ przybliża się wyrazami ciągu utworzonego przez miejsca zerowe stycznych do funkcji $f(x)$.
Wzór na kolejne przybliżenia

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}, \quad i = 2, 3, \ldots \tag{1}$$

Wybór pierwszego przybliżenia (x – punkt z przedziału izolacji pierwiastka)

$$\begin{array}{lcl} f'(x) \cdot f''(x) < 0 & \Rightarrow & x_1 = a \\ f'(x) \cdot f''(x) > 0 & \Rightarrow & x_1 = b \end{array} \tag{2}$$

Algorytm nr 1 – metoda Newtona
Algorytm rozwiązywania równania $f(x) = 0$. Założenia: znany jest przedział izolacji pierwiastka $[a, b]$, liczba kroków jest zadana (n) oraz ustalony jest punkt startowy procesu iteracyjnego (x_1 – patrz wzór (2))

Zmienne
  całkowite: i, n
  rzeczywiste: a, b
  tablice (typu rzeczywistego): $x[1 \ldots n]$
Podać a, b, n, x_1
Zdefiniować $funkcja(z)$
Zdefiniować $pochodna(z)$
Dla $i = 2, 3, \ldots, n$
  Obliczyć $x_i = x_{i-1} - \dfrac{funkcja\,(x_{i-1})}{pochodna\,(x_{i-1})}$
Drukować x_n

2 Metoda Newtona-Raphsona z ustaloną pochodną

W ramach tej metody, w całym procesie zachowany jest ten sam współczynnik kierunkowy, jaki obliczyliśmy dla pierwszej pochodnej. Zatem wzór na kolejne przybliżenia przyjmuje postać

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f\left(x_{i-1}\right)}{f'\left(x_1\right)}, \quad i = 2, 3, \ldots \tag{3}$$

Algorytm nr 2

Algorytm rozwiązywania równania $f(x) = 0$ w wariancie "proste równoległe". Założenia: patrz Algorytm nr 1.

Zmienne

całkowite: i, n

rzeczywiste: a, b

tablice (typu rzeczywistego): $x[1 \ldots n]$

Podać a, b, n, x_1

Zdefiniować $funkcja(z)$

Zdefiniować $pochodna(z)$ oraz **obliczyć** $p = pochodna(x_1)$

Dla $i = 2, 3, \ldots, n$

Obliczyć $x_i = x_{i-1} - \dfrac{funkcja\left(x_{i-1}\right)}{p}$

Drukować x_n

Literatura

[1] E. Majchrzak, B. Mochnacki, *Metody numeryczne. Podstawy teoretyczne, aspekty praktyczne*, Gliwice 2004.