**Завдання 1**

1. Для заданого розподілу випадкового вектора (X,Y) знайти
   1. Розподіли компонент X, Y;
   2. Характеристики компонент X, Y: математичне сподівання, дисперсія, коефіцієнт кореляції;
   3. Стовпчикові діаграми розподілів компонент X,Y.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X\Y** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 2,05891E-06 | 0,000247 | 0,006609 | 0,06885 | 0,323877 | 0,589162 |
| 1 | 6,10048E-06 | 0,000178 | 0,001388 | 0,003886 | 0,004071 | 0,001309 |
| 2 | 1,84027E-06 | 2,5E-05 | 0,000103 | 0,000164 | 0,000102 | 1,99E-05 |
| 3 | 3,34383E-10 | 1,28E-09 | 1,51E-09 | 6,77E-10 | 1,12E-10 | 5,1E-12 |
| 4 | 1,8662E-12 | 4,18E-12 | 2,76E-12 | 6,3E-13 | 4,46E-14 | 5,9E-16 |

1. У таблицях (рядки - десятки, стовпчики - одиниці) наведено теоретичні розподіли трьох біноміальних величин Binom(25,p) для значень
   1. p=0.8;
   2. p=0.5;
   3. p=0.1;

* Для кожної випадкової величини побудувати стовпчикові діаграми розподілу. З теорем Муавра-Лапласа та Пуассона знайти значення параметрів апроксимуючих розподілів, нормального та пуасонівського відповідно, зобразити їх на одному графіку з початковим розподілом у лінійній та логарифмічній шкалі осі ординат.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 3,35544E-18 | 3,36E-16 | 1,61E-14 | 4,94E-13 | 1,09E-11 | 1,83E-10 | 2,43E-09 | 2,64E-08 | 2,38E-07 | 1,8E-06 |
| 1 | 1,15009E-05 | 6,27E-05 | 0,000293 | 0,001171 | 0,004015 | 0,011777 | 0,029442 | 0,062349 | 0,110842 | 0,163346 |
| 2 | 0,196015103 | 0,186681 | 0,135768 | 0,070835 | 0,023612 | 0,003778 |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **b** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 2,98023E-08 | 7,45E-07 | 8,94E-06 | 6,85E-05 | 0,000377 | 0,001583 | 0,005278 | 0,014326 | 0,032233 | 0,060885 |
| 1 | 0,097416639 | 0,132841 | 0,154981 | 0,154981 | 0,132841 | 0,097417 | 0,060885 | 0,032233 | 0,014326 | 0,005278 |
| 2 | 0,001583397 | 0,000377 | 6,85E-05 | 8,94E-06 | 7,45E-07 | 2,98E-08 |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **с** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0,071789799 | 0,199416 | 0,265888 | 0,226497 | 0,138415 | 0,064594 | 0,023924 | 0,007215 | 0,001804 | 0,000379 |
| 1 | 6,73009E-05 | 1,02E-05 | 1,32E-06 | 1,47E-07 | 1,4E-08 | 1,14E-09 | 7,91E-11 | 4,66E-12 | 2,3E-13 | 9,41E-15 |
| 2 | 3,13727E-16 | 8,3E-18 | 1,68E-19 | 2,43E-21 | 2,25E-23 | 1E-25 |  |  |  |  |

1. У таблиці наведено вибірку з рівномірного на [-1;1] розподілу.
   1. Обчислити вибіркові характеристики (середнє, медіана, дисперсія, інтерквартильний розмах) та порівняти з теоретичними значеннями.
   2. Побудувати асимптотичний 99%-довірчий інтервал для математичного сподівання використовуючи ЦГТ. Побудувати емпіричний 99%-довірчий інтервал за M={10,100,1000} вибірками обсягу 50 використовуючи відомі значення параметрів розподілу. Порівняти результати.
   3. Побудувати на одній площині гістограму та графік справжньої функції щільності у лінійній та логарифмічній шкалі для осі ординат.
   4. Побудувати на одній площині графіки емпіричної та теоретичної функцій розподілу. Порівняти «відстань» між ними (теорема Глівенко-Кантеллі).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| -0,430 | -0,543 | 0,364 | -0,703 | 0,731 |
| 0,210 | -0,732 | -0,277 | -0,416 | 0,030 |
| -0,585 | -0,568 | 0,544 | 0,742 | 0,287 |
| -0,866 | -0,490 | -0,249 | 0,772 | -0,681 |
| 0,733 | -0,703 | 0,208 | -0,803 | 0,801 |
| -0,201 | 0,847 | -0,293 | -0,119 | -0,540 |
| -0,963 | -0,839 | -0,060 | -0,558 | 0,026 |
| -0,756 | -0,411 | -0,047 | -0,219 | -0,930 |
| 0,544 | -0,678 | -0,552 | 0,743 | -0,053 |
| 0,734 | -0,582 | -0,783 | -0,465 | 0,727 |

1. У таблиці наведено гіпотетичні дані про рівень деякого показника (Відгук) за роками та значення двох факторів.
   1. Побудувати матричну діаграму розсіювання спостережень, проаналізувати отримані результати.
   2. Підігнати модель дво- та однофакторної лінійної регресії: отримати оцінки параметрів та їх 95%-довірчі інтервали.
   3. провести аналіз виконання припущень лінійної моделі: нормальність залишків, однорідність дисперсій.
   4. Спрогнозувати значення відгуку та його 95%-довірчий інтервал у простій лінійній моделі для X1=4.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Роки | Відгук, Y | Фактор 1, X1 | Фактор 2, X2 |
| 2001 | 64,80 | 3,62 | 5,97 |
| 2002 | 67,42 | 4,10 | 6,90 |
| 2003 | 65,48 | 4,31 | 7,70 |
| 2004 | 57,99 | 2,60 | 6,27 |
| 2005 | 61,65 | 2,39 | 5,65 |
| 2006 | 60,68 | 2,67 | 6,10 |
| 2007 | 53,69 | 2,01 | 4,52 |
| 2008 | 60,32 | 2,89 | 5,83 |
| 2009 | 66,17 | 4,22 | 6,74 |
| 2010 | 60,14 | 4,22 | 7,41 |
| 2011 | 52,32 | 2,19 | 5,91 |
| 2012 | 56,36 | 2,97 | 5,94 |
| 2013 | 66,52 | 3,83 | 7,24 |
| 2014 | 59,15 | 4,60 | 7,14 |
| 2015 | 55,68 | 2,94 | 6,10 |
| 2016 | 59,99 | 3,31 | 6,67 |
| 2017 | 51,20 | 2,74 | 5,43 |
| 2018 | 61,19 | 3,50 | 6,47 |
| 2019 | 60,68 | 3,46 | 6,26 |
| 2020 | 56,31 | 3,58 | 6,69 |
| 2021 | 70,79 | 4,09 | 6,67 |
| 2022 | 70,96 | 4,97 | 8,71 |
| 2023 | 63,91 | 4,83 | 7,09 |

1. Методом імітаційного моделювання побудувати емпіричні довірчі інтервали для Q-Q діаграми перевірки узгодженості з нормальним розподілом для вибірок обсягу n={10,100,1000} з обраним рівнем довірчої ймовірності γ.

**Завдання 2**

У таблиці наведено дані про 50 розіграшів лотереї «Супер Лото» 6 із 52 (правила за посиланням <https://lottery.com.ua/uk/lottery/sloto/rules.htm>).

1. Провести дескриптивний та візуальний аналіз:
   1. Знайти загальну суму виплат за кожним розіграшем.
   2. Обчислити вибіркові характеристики (середнє, медіана, дисперсія, інтерквартильний розмах) за цими спостереженнями.
   3. Для наборів спостережень побудувати графіки типу «вусатих коробочок»
2. Знайти оцінки загальної кількості прийнятих до розіграшу білетів за кожним розіграшем. Знаючи вартість одного білета (8 грн.) оцінити дохід організаторів. Проаналізувати результати.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № розіграшу | Дата проведення | 2 номера | | 3 номера | | 4 номера | | 5 номерів | | 6 номерів | |
| Вгадана комбінація, шт. | Виграш на 1 білет, грн. | Вгадана комбінація, шт. | Виграш на 1 білет, грн. | Вгадана комбінація, шт. | Виграш на 1 білет, грн. | Вгадана комбінація, шт. | Виграш на 1 білет, грн. | Вгадана комбінація, шт. | Виграш на 1 білет, грн. |
| 1779 | 25.04.2018 | 16328 | 10 | 2201 | 24 | 113 | 641 | 3 | 30208 | 0 | 20532000 |
| 1778 | 21.04.2018 | 17268 | 10 | 2342 | 23 | 138 | 527 | 6 | 15170 | 0 | 20482000 |
| 1777 | 18.04.2018 | 16860 | 10 | 2444 | 21 | 132 | 530 | 0 | 0 | 0 | 20432000 |
| 1776 | 14.04.2018 | 17233 | 10 | 2153 | 25 | 120 | 605 | 1 | 90831 | 0 | 20382000 |
| 1775 | 11.04.2018 | 14781 | 10 | 1786 | 27 | 89 | 729 | 1 | 81188 | 0 | 20332000 |
| 1774 | 07.04.2018 | 18805 | 10 | 2061 | 31 | 93 | 924 | 0 | 0 | 0 | 20282000 |
| 1773 | 04.04.2018 | 17964 | 10 | 2359 | 22 | 117 | 601 | 2 | 43987 | 0 | 20232000 |
| 1772 | 31.03.2018 | 17735 | 10 | 2196 | 27 | 110 | 740 | 0 | 0 | 0 | 20182000 |
| 1771 | 28.03.2018 | 18713 | 10 | 2400 | 22 | 125 | 578 | 0 | 0 | 0 | 20132000 |
| 1770 | 24.03.2018 | 15671 | 10 | 1566 | 43 | 58 | 1562 | 1 | 113311 | 0 | 20082000 |
| 1769 | 21.03.2018 | 18130 | 10 | 2470 | 22 | 128 | 587 | 3 | 31307 | 0 | 20032000 |
| 1768 | 17.03.2018 | 16455 | 10 | 1761 | 33 | 67 | 1188 | 2 | 49789 | 0 | 19982000 |
| 1767 | 14.03.2018 | 16720 | 10 | 1832 | 33 | 95 | 862 | 2 | 51199 | 0 | 19932000 |
| 1766 | 10.03.2018 | 16567 | 10 | 1908 | 30 | 128 | 610 | 6 | 16271 | 0 | 19882000 |
| 1765 | 07.03.2018 | 14992 | 10 | 1650 | 34 | 69 | 1090 | 4 | 23510 | 0 | 19832000 |
| 1764 | 03.03.2018 | 16563 | 10 | 2308 | 22 | 143 | 477 | 2 | 42672 | 0 | 19782000 |
| 1763 | 28.02.2018 | 13867 | 10 | 1692 | 27 | 112 | 548 | 0 | 0 | 0 | 19732000 |
| 1762 | 24.02.2018 | 16840 | 10 | 2218 | 23 | 125 | 547 | 3 | 28499 | 0 | 19682000 |
| 1761 | 21.02.2018 | 13765 | 10 | 1591 | 34 | 58 | 1249 | 1 | 90553 | 0 | 19632000 |
| 1760 | 17.02.2018 | 16195 | 10 | 1998 | 26 | 97 | 729 | 1 | 88424 | 0 | 19559000 |
| 1759 | 14.02.2018 | 16683 | 10 | 2604 | 19 | 162 | 426 | 4 | 21583 | 0 | 19484000 |
| 1758 | 10.02.2018 | 16730 | 10 | 2251 | 22 | 193 | 354 | 1 | 85431 | 0 | 19412000 |
| 1757 | 07.02.2018 | 14269 | 10 | 1962 | 26 | 105 | 658 | 1 | 86482 | 0 | 19342000 |
| 1756 | 03.02.2018 | 14924 | 10 | 1994 | 24 | 78 | 841 | 2 | 41026 | 0 | 19275000 |
| 1755 | 31.01.2018 | 16412 | 10 | 2303 | 21 | 110 | 603 | 1 | 82928 | 0 | 19200000 |
| 1754 | 27.01.2018 | 16569 | 10 | 1972 | 26 | 107 | 646 | 3 | 28829 | 0 | 19100000 |
| 1753 | 24.01.2018 | 13665 | 10 | 1338 | 40 | 62 | 1166 | 0 | 0 | 0 | 19000000 |
| 1752 | 20.01.2018 | 18014 | 10 | 2453 | 21 | 107 | 656 | 2 | 43917 | 0 | 18900000 |
| 1751 | 17.01.2018 | 12776 | 10 | 1441 | 34 | 68 | 987 | 1 | 83908 | 0 | 18800000 |
| 1750 | 13.01.2018 | 15927 | 10 | 2161 | 23 | 108 | 635 | 3 | 28580 | 0 | 18700000 |
| 1749 | 10.01.2018 | 13130 | 10 | 1596 | 29 | 64 | 995 | 0 | 0 | 0 | 18600000 |
| 1748 | 06.01.2018 | 16835 | 10 | 2215 | 23 | 107 | 646 | 1 | 86485 | 0 | 18500000 |
| 1747 | 03.01.2018 | 14770 | 10 | 1841 | 23 | 104 | 563 | 2 | 36622 | 0 | 18400000 |
| 1746 | 30.12.2017 | 18753 | 10 | 2189 | 29 | 106 | 817 | 0 | 0 | 0 | 18300000 |
| 1745 | 27.12.2017 | 16463 | 10 | 2228 | 22 | 163 | 402 | 0 | 0 | 0 | 18200000 |
| 1744 | 23.12.2017 | 13892 | 10 | 1687 | 30 | 78 | 893 | 0 | 0 | 0 | 18100000 |
| 1743 | 20.12.2017 | 14481 | 10 | 1863 | 27 | 113 | 611 | 0 | 0 | 0 | 18000000 |
| 1742 | 16.12.2017 | 14616 | 10 | 1906 | 26 | 120 | 559 | 2 | 41982 | 0 | 17900000 |
| 1741 | 13.12.2017 | 14038 | 10 | 1710 | 28 | 81 | 803 | 1 | 81316 | 0 | 17800000 |
| 1740 | 09.12.2017 | 15511 | 10 | 2052 | 23 | 91 | 691 | 2 | 39345 | 0 | 17700000 |
| 1739 | 06.12.2017 | 12028 | 10 | 1461 | 33 | 82 | 803 | 0 | 0 | 0 | 17600000 |
| 1738 | 02.12.2017 | 14795 | 10 | 1919 | 24 | 82 | 761 | 1 | 78071 | 0 | 17500000 |
| 1737 | 29.11.2017 | 14074 | 10 | 1683 | 27 | 81 | 754 | 2 | 38212 | 0 | 17400000 |
| 1736 | 25.11.2017 | 13552 | 10 | 1503 | 33 | 55 | 1233 | 0 | 0 | 0 | 17300000 |
| 1735 | 22.11.2017 | 15598 | 10 | 2286 | 20 | 161 | 382 | 2 | 38522 | 0 | 17200000 |
| 1734 | 18.11.2017 | 14127 | 10 | 1588 | 33 | 59 | 1201 | 0 | 0 | 0 | 17100000 |
| 1733 | 15.11.2017 | 13787 | 10 | 1805 | 24 | 95 | 629 | 0 | 0 | 0 | 17000000 |
| 1732 | 11.11.2017 | 13100 | 10 | 1731 | 29 | 94 | 729 | 0 | 0 | 0 | 16900000 |
| 1731 | 08.11.2017 | 13836 | 10 | 1596 | 29 | 42 | 1500 | 1 | 78773 | 0 | 16800000 |
| 1730 | 04.11.2017 | 16530 | 10 | 2088 | 21 | 103 | 578 | 3 | 24848 | 0 | 16700000 |