

Семинар 6. Исследование свойств стационарных процессов: AR-процессы

План занятия

1. Идентификация и анализ свойств AR-процессов (Gretl).
2. Решение задач: стационарность и основные свойства AR-процессов.

1. Идентификация и анализ свойств AR-процессов.

Пример 1.1. Файл: AR.dta откройте в Gretl.

Были сгенерированы белый шум, МА и AR-процессы 1, 2-го порядков (N=200):
y1, y2, y3, y4, y5, y6.

Вопросы:

- Какими свойствами обладают ACF/PACF для AR-процессов, как порядок AR влияет на поведение ACF/PACF? Как различить AR-процессы разных порядков?

	AR(1)	MA(1)	БШ
ACF			
PACF			

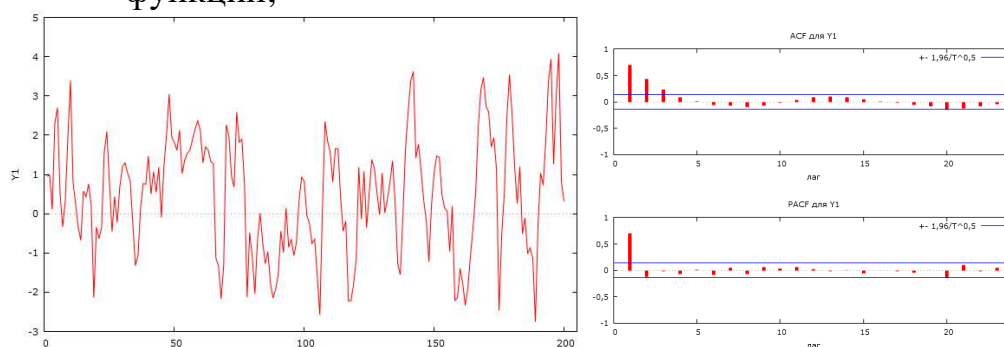
- Как константа в уравнении процесса влияет на математическое ожидание AR-процесса?

Процесс	Уравнение	Переменная
белый шум	$y_t = \varepsilon_t$	
MA(1)	$y_t = \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$	
AR(1)	$y_t = 0.7y_{t-1} + \varepsilon_t$	
AR (1) с константой	$y_t = 5 - 0.7y_{t-1} + \varepsilon_t$	Подсказка: $E(y_t)=3$
AR (1) взрывной процесс	$y_t = -1.3y_{t-1} + \varepsilon_t$	
AR (2) с константой	$y_t = 1 + 1.3y_{t-1} - 0.4y_{t-2} + \varepsilon_t$	Подсказка: $E(y_t)=10$

По виду графика, ACF и PACF определите, к какому AR-процессу относятся сгенерированные процессы? Обоснуйте почему.

Проанализируйте поведение временного ряда

- постройте график временного ряда;
- постройте графики автокорреляционной и частной автокорреляционной функции;



По мере выполнения заданий заполните таблицу:

Сгенерированный процесс (Переменная)	Предполагаемый процесс	Обоснование
y1		
y2		
y3		
y4		
y5		

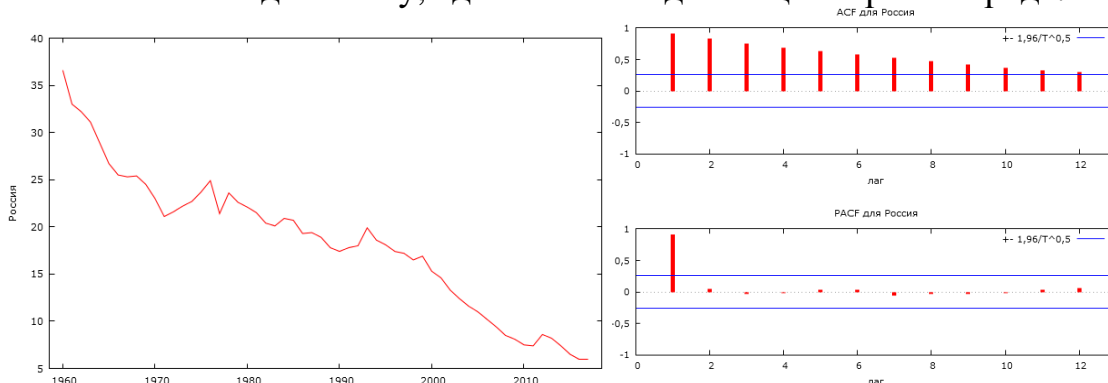
Пример 1.2. Идентификация процесса: Анализ младенческой смертности (Gretl)

Файл: млад смерт.gdt

Данные: младенческая смертность в России за период 1960-2017 гг.

Источник данных: Демоскоп <http://www.demoscope.ru/weekly/pril.php>

1. Постройте график временного ряда младенческой смертности в России. Опишите динамику, сделайте вывод о стационарности ряда.



По поведению коррелограммы (график автокорреляционной и частной автокорреляционной функции) сделайте вывод о стационарности ряда и попытайтесь идентифицировать процесс.

Самостоятельно. Что можно сказать о типах процессов, описываемых младенческую смертность в Украине, Белоруссии, Молдове?

2. Решение задач: стационарность и основные свойства AR-процессов.

2.1. Вычислить:

$$(1 - 0.2L) \cdot 4; \quad \frac{1}{(1 - 0.3L)} \cdot 3; \quad \frac{1}{L^2 - 1.3L + 0.4} \cdot 2$$

2.2. **AR(1).** Проверьте стационарность процесса и определите математическое ожидание: $y_t = 5 - 0.7y_{t-1} + \varepsilon_t$. Определите влияние константы в уравнении математическое ожидание, сравните со случаем MA(1).

2.3. **AR(2).** Проверьте стационарность процесса: $y_t = 2 - 0.5y_{t-1} + 0.5y_{t-2} + \varepsilon_t$.

2.4. **AR(2).** Проверьте стационарность процесса (случай комплексных корней): $y_t = 1 + 1.3y_{t-1} - 1.4y_{t-2} + \varepsilon_t$.

2.5. Рассмотрите основные свойства **AR(2)**-процесса:

$$y_t = 1 + 1.3y_{t-1} - 0.4y_{t-2} + \varepsilon_t$$

- Показать, стационарен ли **AR** -процесс и представить **AR** -процесс в виде **МА**, если это возможно.
- Рассчитайте $E(y_t)$, $V(y_t)$, $\gamma(k)$, $\rho(k)$, $\rho_{\text{част}}(k)$, $k=1,2,3$. Постройте схематично графики $\rho(k)$, $\rho_{\text{част}}(k)$, $k=1,2,3$. Опишите поведение коррелограмм и обобщите на случай **AR (p)**-процесса.
- Рассчитайте прогноз на 3 шага вперед, ошибку прогноза, дисперсию ошибки прогноза и постройте 95% доверительный интервал прогноза, предположив, что $y_T = 0.5$; $\sigma^2 = 1$.

Домашнее задание (ТДЗ) 6. AR-процессы

Даны процессы

$$(1) y_t = 4 + 0,3 y_{t-1} + 0,1 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$(2) y_t = -2 + 0,2 y_{t-1} - 0,5 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

1. Для процессов (1)- (2) показать, стационарны ли процессы (через корни характеристического уравнения).
2. AR-процесс (1) представить в виде $MA(\infty)$, если это возможно.
3. Для процесса (1) рассчитайте $E(y_t)$, $V(y_t)$, $\gamma(k)$, $k=1,2,3$. Представьте подробные вычисления.
4. Для процесса (1) рассчитайте $\rho(k)$, $\rho_{\text{част}}(k)$ (по формулам Юла-Уолкера с выводом), $k=1,2,3$. Постройте схематично графики ACF и PACF.

5*. Дополнительное задание (самоконтроль, сдавать не нужно) Вывести условие стационарности для $AR(2)$: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$ в терминах α_1 , α_2 .

6*. Дополнительное задание (самоконтроль, сдавать не нужно) Для процесса (с комплексными корнями характеристического уравнения)

$$y_t = 5 + 0,5 y_{t-1} - 0,1 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

получить $MA(\infty)$ -представление (выпишите первые 4 члена разложения).

Напишите решение задач (скан рукописного варианта) и краткий отчет с выводами и полученными графиками, где это необходимо. Приветствуется сдача работы в группе по 2 человека (не забывайте указывать авторов).

Выполненная домашняя работа загружается в SmartLMS. Срок выполнения – 1 неделя.

Задания, отмеченные звездочками (*), не загружаются в LMS, выполняются по желанию в качестве дополнительного материала для самостоятельного изучения.