

Отчет по лабораторной работе 1.2.5

Исследование вынужденной регулярной прецессии гироскопа

Максим Осипов, Б03-504

22.10.2025

1 Аннотация

Цель работы: исследовать вынужденную прецессию гироскопа, установить зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующий на ось гироскопа и сравнить ее со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии.

Оборудование: гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка.

2 Теоретическая справка

Движение твердого тела описывается двумя векторными уравнениями:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}, \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (2)$$

Уравнение (1) выражает закон движения центра масс тела, а уравнение (2) — уравнение моментов. Этих уравнений достаточно для полного описания движения твердого тела, имеющего шесть степеней свободы.

Момент импульса твердого тела в его главных осях x , y , z равен

$$\vec{L} = \vec{i}I_x\omega_x + \vec{j}I_y\omega_y + \vec{k}I_z\omega_z, \quad (3)$$

где I_x , I_y , I_z — главные моменты инерции, ω_x , ω_y , ω_z — компоненты вектора угловой скорости.

Быстро вращающееся тело, для которого выполнено условие $I_z\omega_z \gg I_x\omega_x, I_y\omega_y$, называют гироскопом. При кратковременном действии момента внешних сил приращение момента импульса мало:

$$|\Delta\vec{L}| \ll |\vec{L}|, \quad (4)$$

что объясняет устойчивость быстро вращающегося гироскопа.

Рассмотрим маховик (рис. 1), вращающийся вокруг оси z с $\omega_z = \omega_0$. При повороте оси на малый угол $d\varphi = \Omega dt$ и условии $L_\Omega \ll L_{\omega_0}$ изменение момента импульса:

$$|d\vec{L}| = Ld\varphi = L\Omega dt. \quad (5)$$

Это изменение направлено вдоль оси x и может быть представлено как векторное произведение:

$$d\vec{L} = \vec{\Omega} \times \vec{L}dt, \quad (6)$$

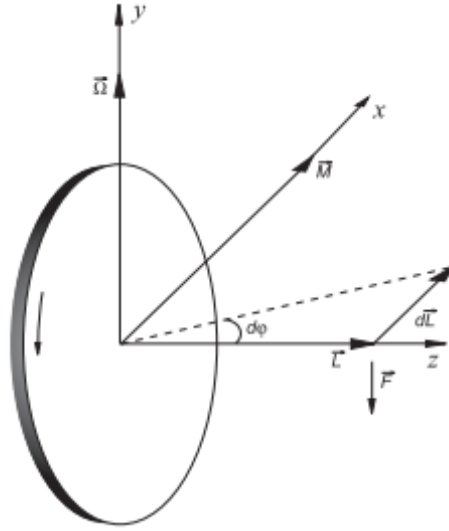


Рисунок 1: маховик

откуда

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{L}. \quad (7)$$

С учетом уравнения моментов (2) получаем основное уравнение прецессии:

$$\vec{M} = \vec{\Omega} \times \vec{L}. \quad (8)$$

Под действием момента \vec{M} ось гироскопа вращается с постоянной угловой скоростью $\vec{\Omega}$ — такое движение называется регулярной прецессией.

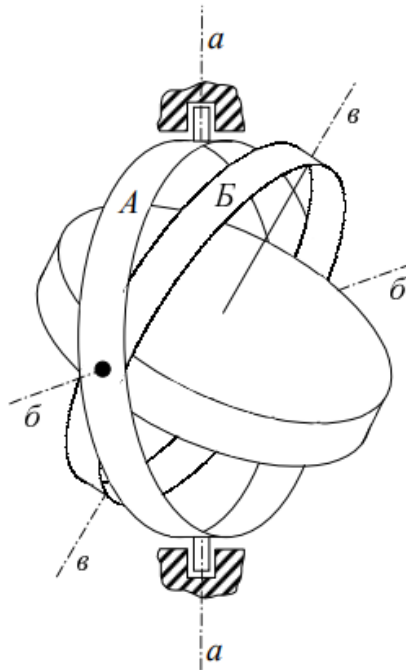


Рисунок 2: Гироскоп в кардановом подвесе

Для гироскопа в кардановом подвесе (рис. 2) массой m_r , наклоненного на угол α , скорость прецессии под действием силы тяжести:

$$\Omega = \frac{M}{I_z \omega_0 \sin \alpha} = \frac{m_r g l_u \sin \alpha}{I_z \omega_0 \sin \alpha} = \frac{m_r g l_u}{I_z \omega_0}, \quad (9)$$

где l_u — расстояние от точки подвеса до центра масс.

При подвешивании дополнительного груза массой m :

$$\Omega = \frac{mgl}{I_z \omega_0}, \quad (10)$$

где l — расстояние от центра подвеса до точки крепления груза.

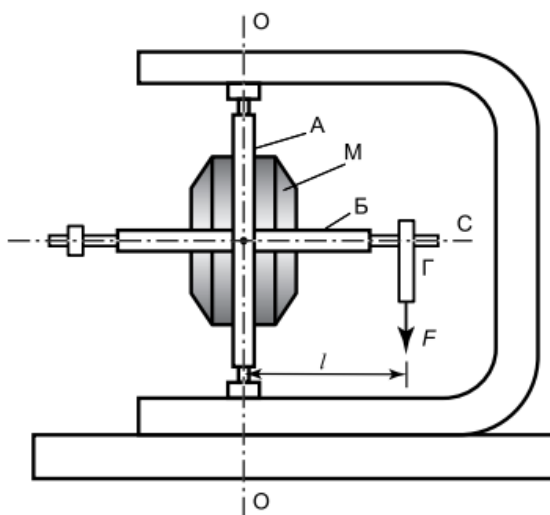


Рисунок 3: Экспериментальная установка

Момент инерции ротора I_0 определяют по крутильным колебаниям (рис. 3). Период колебаний:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{f}}. \quad (11)$$

Используя эталонный цилиндр с известным моментом инерции I_u :

$$I_0 = I_u \frac{T_0^2}{T_u^2}, \quad (12)$$

где T_u — период колебаний цилиндра.

Скорость вращения ротора измеряют по ЭДС индукции во второй обмотке статора. Ротор электромотора намагничен и при вращении наводит переменную ЭДС, частоту которой измеряют по фигурам Лиссажу на осциллографе.

Силы трения в осях карданова подвеса не лежат в плоскости осей вращения и вызывают опускание оси гироскопа, что необходимо учитывать при проведении измерений.