

# Отчет по лабораторной работе 1.2.3

## Определение моментов инерции твердых тел с помощью трифиллярного подвеса

Максим Осипов, Б03-504

19.11.2025

### 1 Аннотация

**Цель работы:** измерение момента инерции ряда тел и сравнение результатов с расчетами по теоретическим формулам; проверка аддитивности моментов инерции и справедливости формулы Гюйгенса-Штейнера.

**В работе используются:** трифиллярный подвес, секундомер, счетчик числа колебаний, набор тел, момент инерции которых надлежит измерить (диск, стержень, полый цилиндр и другие).

### 2 Теоретическая справка

Инерционность при вращении тела относительно оси определяется моментом инерции тела относительно этой оси. Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси вращения вычисляется по формуле:

$$I = \int r^2 dm,$$

где  $r$  — расстояние элемента массы тела  $dm$  от оси вращения. Интегрирование проводится по всей массе тела  $m$ .

Для экспериментального определения момента инерции используется трифиллярный подвес (рис. 1).

При закручивании системы возникает момент сил, возвращающий платформу в положение равновесия. Если пренебречь потерями энергии на трение, уравнение сохранения энергии имеет вид:

$$\frac{I\dot{\varphi}^2}{2} + mg(z_0 - z) = E,$$

где  $I$  — момент инерции платформы с телом,  $m$  — масса системы,  $\varphi$  — угол поворота,  $z_0$  и  $z$  — вертикальные координаты центра платформы в положении равновесия и при повороте соответственно.

Для малых углов  $\varphi$  получаем приближённое выражение:

$$z \approx z_0 - \frac{Rr\varphi^2}{2z_0}.$$

Подстановка в уравнение энергии и дифференцирование по времени даёт уравнение крутильных колебаний:

$$I\ddot{\varphi} + \frac{mgRr}{z_0}\varphi = 0.$$

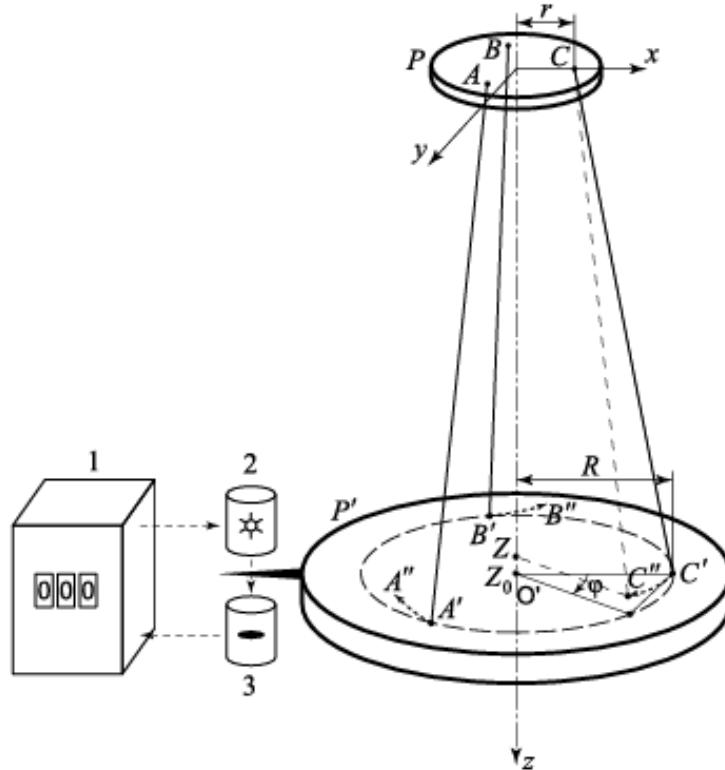


Рисунок 1: Трифиллярный подвес

Решение этого уравнения описывает гармонические колебания с периодом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Iz_0}{mgRr}}.$$

Отсюда находим формулу для определения момента инерции:

$$I = \frac{mgRrT^2}{4\pi^2 z_0}.$$

Учитывая постоянство параметров установки, формулу можно записать в виде:

$$I = kmT^2,$$

где  $k = \frac{gRr}{4\pi^2 z_0}$  — постоянная установки.

Момент инерции тела определяется как разность моментов инерции платформы с телом и пустой платформы, что следует из аддитивности моментов инерции.

Для обеспечения точности измерений необходимо выполнение условия малости затухания:

$$\tau \gg T,$$

где  $\tau$  — время уменьшения амплитуды колебаний в 2–3 раза.