

Отчет по лабораторной работе 1.4.8 ИЗМЕРЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА МЕТОДОМ АКУСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

Максим Осипов, Б03-504

05.11.2025

1 Аннотация

Цель работы: исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

В работе используются: генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

2 Теоретическая справка

2.1 Основные характеристики упругих свойств

Основной характеристикой упругих свойств твёрдого тела является его *модуль Юнга* E . Согласно закону Гука, если к элементу среды приложено некоторое механическое напряжение σ , действующее вдоль некоторой оси x (напряжения по другим осям при этом отсутствуют), то в этом элементе возникнет относительная деформация вдоль этой же оси $\varepsilon = \Delta x / x_0$, определяемая соотношением:

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

Распространение акустических волн обеспечивается за счёт упругости и инерции среды. Волны сжатия/растяжения, распространяющиеся вдоль оси, по которой происходит деформация, называются *продольными*. Скорость распространения продольной акустической волны в простейшем случае длинного тонкого стержня определяется соотношением:

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

где ρ — плотность среды.

2.2 Собственные колебания стержня. Стоячие волны

В случае гармонического возбуждения колебаний с частотой f продольная волна в тонком стержне может быть представлена в виде суперпозиции двух бегущих навстречу гармонических волн:

$$\xi(x, t) = A_1 \sin(\omega t - kx + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + kx + \varphi_2) \quad (3)$$

где $\omega = 2\pi f$ — циклическая частота, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число.

Для свободных (незакреплённых) концов стержня граничные условия:

$$\sigma(0) = 0 \rightarrow \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad \sigma(L) = 0 \rightarrow \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (4)$$

Из граничных условий следует, что амплитуды и фазы падающей и отражённой волн одинаковы:

$$A_1 = A_2 \quad (5)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 \quad (6)$$

С учётом этих условий функция (3) преобразуется к виду гармонической стоячей волны:

$$\xi(x, t) = 2A \cos(kx) \sin(\omega t + \varphi) \quad (7)$$

Второе граничное условие (4) приводит к уравнению $\sin kL = 0$, решения которого определяют набор допустимых значений волновых чисел:

$$k_n L = \pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Выражая через длину волны $\lambda = 2\pi/k$:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (9)$$

Допустимые значения частот (собственные частоты колебаний):

$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = n \frac{u}{2L}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (10)$$

Именно при совпадении внешней частоты с одной из частот f_n в стержне возникает акустический резонанс.

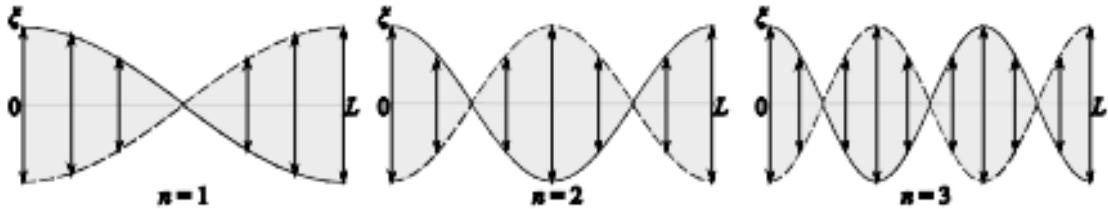


Рисунок 1: . Собственные продольные колебания стержня с незакреплёнными концами (для наглядности изображение дано не в масштабе, реальные смещения малы по сравнению с длиной стержня)

Амплитуда колебаний смещения среды распределена вдоль стержня по гармоническому закону: $\xi_0(x) = 2A \cos kx$. Точки с максимальной амплитудой называются *пучностями смещения*, точки с минимальной (нулевой) амплитудой — *узлами смещения*. Согласно закону Гука (1) в пучности смещения имеет место узел напряжения, и, наоборот, в узлах смещения имеется пучность напряжения.

3 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка

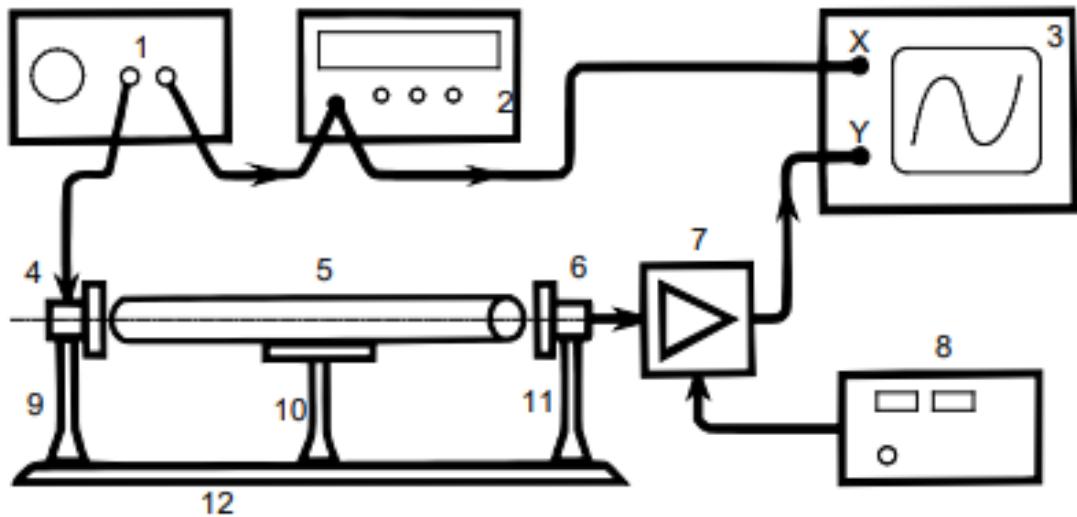


Рис. 3. Схема установки: 1 – генератор звуковой частоты, 2 – частотомер, 3 – осциллограф, 4 – электромагнит-возбудитель, 5 – образец, 6 – электромагнит-приёмник, 7 – усилитель звуковой частоты, 8 – блок питания усилителя, 9, 11 – стойки крепления электромагнитов, 10 – стойка крепления образца, 12 – направляющая

Исследуемый стержень 5 размещается на стойке 10. Возбуждение и приём колебаний в стержне осуществляются электромагнитными преобразователями 4 и 6, расположенными рядом с торцами стержня. Крепления 9, 11 электромагнитов дают возможность регулировать их расположение по высоте, а также перемещать вправо-влево по столу 12. Электромагнит 4 служит для возбуждения упругих механических продольных колебаний в стержне. На него с генератора звуковой частоты 1 подаётся сигнал синусоидальной формы: протекающий в катушке электромагнита ток создаёт пропорциональное ему магнитное поле, вызывающее периодическое воздействие заданной частоты на торец стержня (к торцам стержней из немагнитных материалов прикреплены тонкие стальные шайбы). Рядом с другим торцом стержня находится аналогичный электромагнитный датчик 6, который служит для преобразования механических колебаний в электрические. Принцип работы электромагнитных датчиков описан подробнее ниже. Сигнал с выхода генератора поступает на частотомер 2 и на вход канала X осциллографа 3. ЭДС, возбуждаемая в регистрирующем электромагните 6, пропорциональная амплитуде колебаний торца стержня, усиливается усилителем 7 и подаётся на вход канала Y осциллографа. Изменяя частоту генератора и наблюдая за амплитудой сигнала с регистрирующего датчика, можно определить частоту акустического резонанса в стержне. Наблюдения в режиме X–Y позволяют сравнить сигналы генератора и датчика, а также облегчает поиск резонанса при слабом сигнале.

4 Методика измерений

Для определения модуля Юнга материала E используется формула:

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (11)$$

где u – скорость распространения акустических волн, ρ – плотность стержня.

Скорость u определяется методом акустического резонанса. При совпадении частоты возбуждения с собственной частотой колебаний стержня f_n возникает стоячая волна с резким увеличением амплитуды. Скорость звука вычисляется по формуле:

$$u = 2L \frac{f_n}{n} \quad (12)$$

где L – длина стержня, n – номер гармоники.

В реальном стержне могут возбуждаться поперечные колебания, поэтому следует учитывать только резонансы, описываемые зависимостью (12).

Ширина резонансного максимума определяется добротностью системы:

$$\Delta f \sim f_{\text{рез}}/Q$$

Металлические стержни имеют высокую добротность ($Q \sim 10^2 \dots 10^3$), что приводит к малой ширине резонанса ($\Delta f \sim 1 \text{ Гц}$ при $f \sim 5 \text{ кГц}$) и большому времени установления колебаний ($T_{\text{уст}} \sim Q/f$). Поэтому поиск резонанса проводят, медленно изменяя частоту генератора.