

Отчет по лабораторной работе 1.2.4

Определение главных моментов инерции твердых тел с помощью крутильных колебаний

Максим Осипов, Б03-504

19.11.2025

1 Аннотация

Цель работы: измерить периоды крутильных колебаний рамки при различных положениях закрепленного в ней тела, проверить теоретическую зависимость между периодами крутильных колебаний тела относительно различных осей, определить моменты инерции относительно нескольких осей для каждого тела, по ним найти главные моменты инерции тел и построить эллипсоид инерции.

В работе используются: установка для получения крутильных колебаний (жесткая рамка, имеющая винты для закрепления в ней твердых тел, подвешенная на натянутой вертикально проволоке), набор исследуемых твердых тел, секундомер.

2 Теоретическая справка

Инерционные свойства твердого тела при вращении определяются не только массой, но и ее пространственным распределением, которое характеризуется тензором инерции. Тензор инерции представляется симметричной матрицей, приводимой к диагональному виду. Диагональные элементы I_x , I_y , I_z называются главными моментами инерции тела.

Геометрическим образом тензора инерции является эллипсоид инерции, уравнение которого в главных осях имеет вид:

$$I_x x^2 + I_y y^2 + I_z z^2 = 1. \quad (1)$$

Эллипсоид инерции жестко связан с телом. Если начало координат совпадает с центром масс, эллипсоид называется центральным.

Момент инерции относительно произвольной оси, проходящей через центр эллипсоида, определяется как:

$$I = \frac{1}{r^2}, \quad (2)$$

где r — расстояние до поверхности эллипсоида вдоль этой оси.

В работе используется установка (рис. 1), где рамка с закрепленным телом совершает крутильные колебания на проволоке. Уравнение колебаний:

$$(I + I_p) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -f \varphi. \quad (3)$$

Период колебаний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_p}{f}}. \quad (4)$$

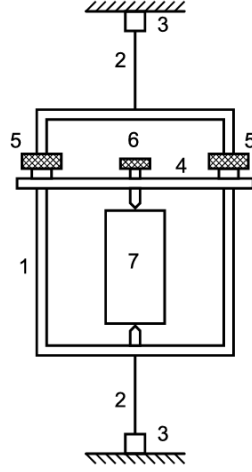


Рисунок 1: Установка для крутильных колебаний

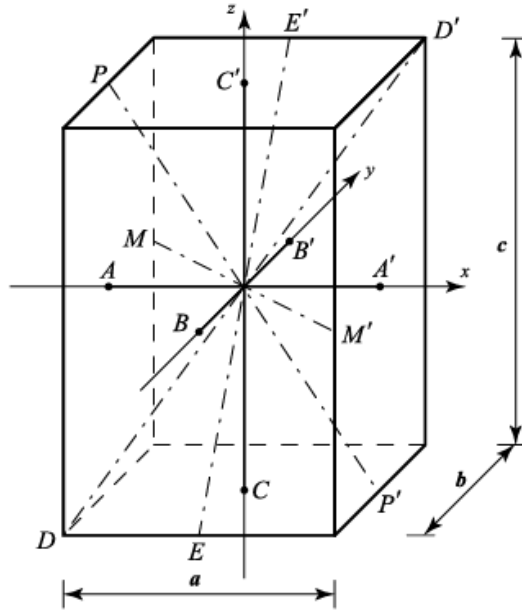


Рисунок 2: Оси вращения в параллелепипеде

Для параллелепипеда (рис. 2) момент инерции относительно диагонали DD' выражается через главные моменты:

$$I_d = I_x \frac{a^2}{d^2} + I_y \frac{b^2}{d^2} + I_z \frac{c^2}{d^2}. \quad (5)$$

Используя связь (4) между моментом инерции и периодом, получаем:

$$(a^2 + b^2 + c^2)T_d^2 = a^2T_x^2 + b^2T_y^2 + c^2T_z^2. \quad (6)$$

Аналогично для других осей:

$$(b^2 + c^2)T_E^2 = b^2T_y^2 + c^2T_z^2, \quad (7)$$

$$(a^2 + c^2)T_F^2 = a^2T_x^2 + c^2T_z^2, \quad (8)$$

$$(a^2 + b^2)T_A^2 = a^2T_x^2 + b^2T_y^2. \quad (9)$$

Эти соотношения проверяются экспериментально.