

# Отчет по лабораторной работе 1.1.7

## Экспериментальное исследование равноускоренного движения

Максим Осипов, Б03-504

24.09.2025

### 1 Аннотация

В данной лабораторной работе проверяется применимость законов равноускоренного движения для тела, скользящего по наклонной плоскости. Эксперимент повторяет классический опыт Галилея. Движение магнита внутри наклонной трубы регистрируется с помощью системы катушек, которые фиксируют моменты его прохождения. Полученная зависимость координаты от времени обрабатывается для определения ускорения. Исследуя, как ускорение зависит от угла наклона плоскости, определяют ускорение свободного падения и коэффициент трения скольжения, а также оценивают погрешности измерений.

### 2 Теоретические сведения

Данная лабораторная работа основана на проверке фундаментальных законов классической механики, сформулированных И. Ньютоном, применительно к движению тела по наклонной плоскости. Это движение является классическим примером прямолинейного равноускоренного движения.

Основным уравнением, описывающим динамику системы, является второй закон Ньютона. Для тела массой  $m$ , движущегося по плоскости, наклоненной под углом  $\theta$  к горизонту, его удобно записать в проекциях на две взаимно перпендикулярные оси: вдоль плоскости (ось  $OX$ ) и перпендикулярно к ней (ось  $OY$ ).

Уравнение вдоль оси  $OX$  (направленной вдоль плоскости вниз):

$$ma = mg \sin \theta - f$$

Смысл: Это уравнение описывает причину ускорения. Равнодействующая сила вдоль плоскости равна разности составляющей силы тяжести  $mg \sin \theta$ , тянущей тело вниз, и силы трения  $f$ , направленной против движения.

Уравнение вдоль оси  $OY$  (перпендикулярно плоскости):

$$N = mg \cos \theta$$

Смысл: В этом направлении ускорения нет, поэтому сила реакции опоры  $N$  уравнивает составляющую силы тяжести, прижимающую тело к плоскости.

Для описания силы трения скольжения  $f$  используется модель сухого трения, согласно которой эта сила пропорциональна силе нормальной реакции опоры:

$$f = \mu N$$

, где  $\mu$  — коэффициент трения скольжения.

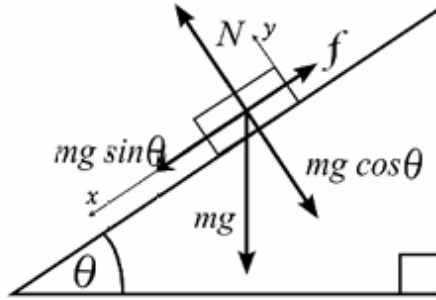


Рисунок 1: К выводу закона движения по наклонной плоскости

Вывод расчетной формулы для ускорения: Подставляя выражение для силы трения и силы реакции опоры в первое уравнение, получаем ключевую формулу работы:

$$a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

Роль в работе: Эта формула является теоретической основой эксперимента. Она предсказывает, что ускорение тела  $a$  линейно зависит от тригонометрических функций угла наклона  $\theta$ . Константами в этом соотношении являются ускорение свободного падения  $g$  и коэффициент трения  $\mu$ , которые нам и предстоит определить.

Прежде чем использовать эту зависимость, необходимо экспериментально подтвердить, что движение является равноускоренным. Кинематика такого движения описывается уравнением:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

, где

$x(t)$  — координата тела в момент времени  $t$ ;

$x_0$  — начальная координата;

$v_0$  — начальная скорость;

$a$  — ускорение (постоянное).

Роль в работе: В эксперименте фиксируются моменты времени  $t_n$  прохождения телом известных координат  $x_n$ . Если, обработав эти данные методом наименьших квадратов, мы получим зависимость  $x(t)$ , хорошо соответствующую квадратичному закону, это будет доказательством равноускоренного характера движения.

Таким образом, теоретическая цепочка эксперимента выглядит так:

Экспериментально (по зависимости  $x(t)$ ) доказывается, что движение равноускоренное, и для каждого угла  $\theta$  определяется ускорение  $a$ .

Теоретически ускорение связано с углом наклона формулой  $a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$ .

Проведя серию измерений при разных углах  $\theta$  и построив зависимость экспериментальных значений  $a$  от  $\theta$ , можно, используя метод наименьших квадратов, определить из этой зависимости искомые константы  $g$  и  $\mu$ , чем и завершается проверка применимости законов механики к данной системе.

### 3 Экспериментальная установка

Лабораторная установка (рис. 2) предназначена для исследования равноускоренного движения тела по наклонной плоскости. Основным элементом установки является пластиковая труба, закреплённая на штативе под переменным углом  $\theta$  к горизонту. Угол наклона регулируется и измеряется с помощью линейки или транспортира.

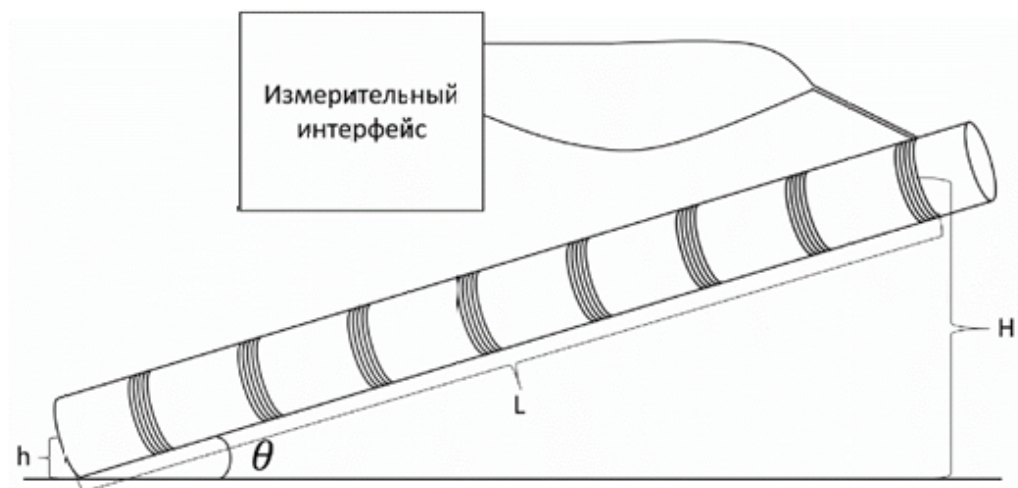


Рисунок 2: Экспериментальная установка

Для вычисления угла используется соотношение:

$$\theta = \arcsin \left( \frac{H - h}{L} \right)$$

, где  $H$  — высота верхнего конца трубы,  $h$  — высота нижнего конца,  $L$  — длина трубы.

Вдоль внешней поверхности трубы равномерно размещены десять катушек индуктивности ( $n_{\max} = 10$ ), соединённых последовательно. Координаты катушек  $x_n$  измеряются линейкой относительно начальной отметки ( $x_0=0$ ). Внутри трубы перемещается неодимовый магнит, играющий роль движущегося тела.

Принцип регистрации движения основан на явлении электромагнитной индукции. При прохождении магнита вблизи катушки возникает импульс напряжения, описываемый законом Фарадея:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

, где  $\mathcal{E}$  — ЭДС индукции,  $\Phi$  — магнитный поток через катушку. Сигнал имеет характерную форму с двумя экстремумами (максимумом и минимумом), соответствующими приближению и удалению магнита от центра катушки.

Сигналы с катушек усиливаются и преобразуются в цифровую форму с помощью микроконтроллера с АЦП. Компьютерная программа фиксирует моменты времени  $t_n$  прохождения магнита через каждую катушку, формируя массив экспериментальных данных ( $x_n, t_n$ ).

Источники погрешностей:

Случайные: неравномерность движения из-за шероховатостей поверхности, боковые колебания магнита, электромагнитные помехи. Уменьшаются многократными измерениями.

Систематические: сопротивление воздуха (вносит погрешность 1–2%), электромагнитное торможение (согласно правилу Ленца). Учитываются при обработке данных.

## 4 Цифровая регистрация и обработка результатов

Регистрация движения магнита осуществляется в цифровой форме. Аналоговый сигнал с катушек усиливается и преобразуется аналого-цифровым преобразователем (АЦП) в массив дискретных значений напряжения  $V_i$  в моменты времени  $t_i$  с частотой дискретизации 1 кГц (период 1 мс).

Обработка данных включает следующие этапы:

1. Определение нулевого уровня сигнала. На начальном участке данных, где магнит ещё не прошёл ни через одну катушку, вычисляется среднее значение напряжения  $\langle V \rangle$ , соответствующее

отсутствию сигнала, и его среднеквадратичное отклонение  $\sigma_V$ , характеризующее уровень шумов. Величина  $\sigma_V$  используется для выделения участка сигнала, соответствующего движению магнита.

2. Определение моментов прохождения катушек. Момент  $t_n$  прохождения магнита через  $n$ -ю катушку соответствует положению локального максимума в оцифрованном сигнале. Начало отсчёта времени  $t_0$  и координаты  $x_0 = 0$  соответствуют первой катушке. Таким образом, получается массив экспериментальных пар  $(x_n, t_n)$ .

3. Определение параметров движения методом наименьших квадратов. Для нахождения ускорения  $a$  и начальной скорости  $v_0$  минимизируется сумма квадратов отклонений:

$$S = \sum_n \left( x_n - v_0 t_n - \frac{a t_n^2}{2} \right)^2 \rightarrow \min$$

Для аналитического решения методом наименьших квадратов используется замена переменных  $u = x/t$ , что приводит к линейной зависимости:

$$u = v_0 + \frac{a}{2}t$$

В координатах  $(u, t)$  угловой коэффициент прямой равен  $\frac{1}{2}a$ .

4. Определение ускорения свободного падения и коэффициента трения.

Наконец, по результатам серии экспериментов при разных углах из пар значений  $(a, \theta)$  тем же методом наименьших квадратов для теоретической зависимости определяются параметры ускорение свободного падения  $g$  и коэффициент трения  $\mu$ . Для линеаризации зависимости можно использовать, например, замену

$$a' = \frac{a}{\cos \theta}, \quad \tau = \tan \theta$$

После замены зависимость становится линейной:

$$a' = g(\tau - \mu)$$

То есть ускорение свободного падения — это угловой коэффициент наклона наилучшей прямой в координатах  $(a', \tau)$ , а коэффициент трения — пересечение этой прямой с осью абсцисс.