Аппроксимация

1 Введение

В данной работе была поставлена задача построения многочлена пятой степени, удовлетворяющего определенным ограничениям, а также аппроксимации этого многочлена с использованием различных методов на фоне внесения белого гауссовского шума и дополнительной случайной помехи.

2 Описание Работы

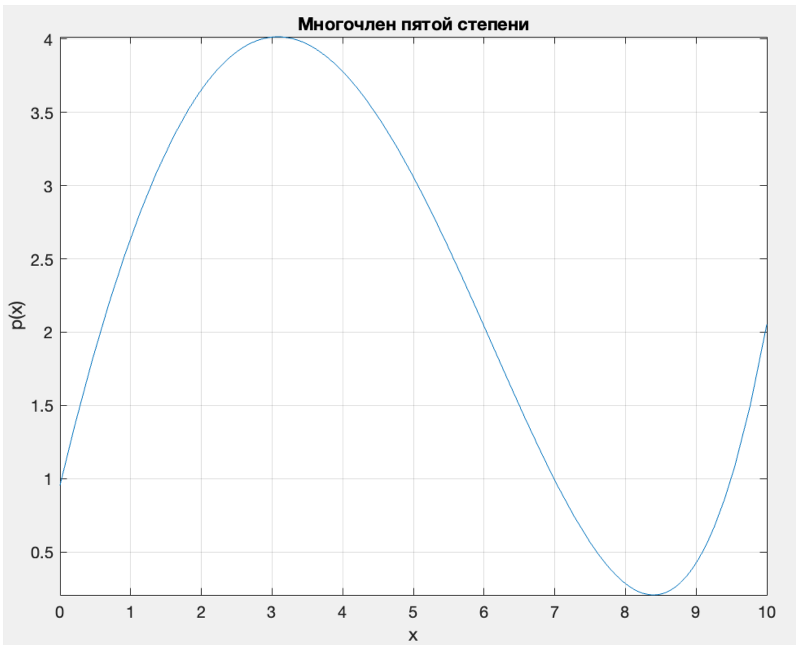
2.1 Задача 1: Построение Многочлена

Многочлен пятой степени $p(x)$ был построен с учетом следующих ограничений:

- $0 \leq p(x[i]) \leq 5$ для $x[i] = 0.1i$, где $i = 0, ..., 100$.
- Специфические ограничения в определенных точках, такие как $p(0) \leq 1$, $p(3) \geq 4$, и т.д.

Был использован метод оптимизации с помощью инструментов YALMIP и SDPT3 в MATLAB для нахождения коэффициентов многочлена.

2.1.1 График 1

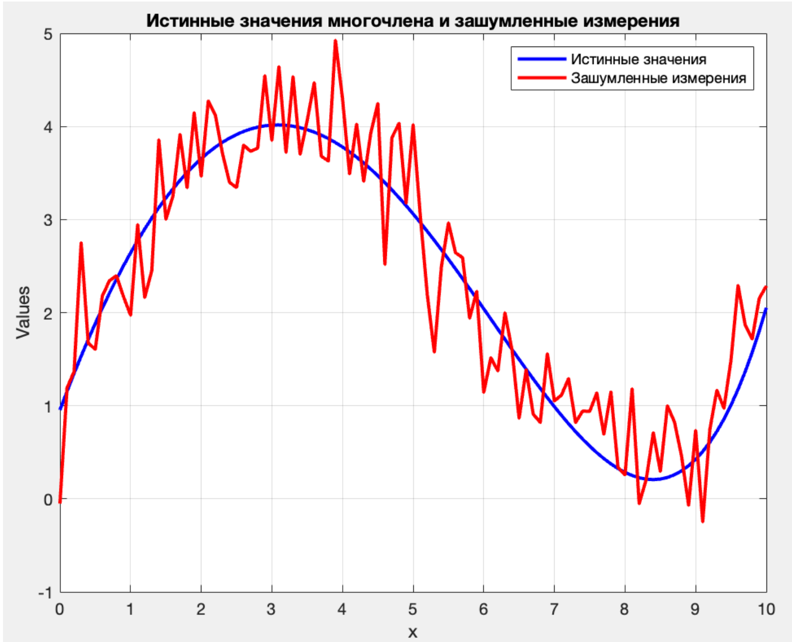


На первом графике представлен построенный многочлен на интервале от 0 до 10.

2.2 Задача 2: Зашумленные Измерения

К истинным значениям многочлена был добавлен белый гауссовский шум с дисперсией 0.3 для создания зашумленных измерений.

2.2.1 График 2



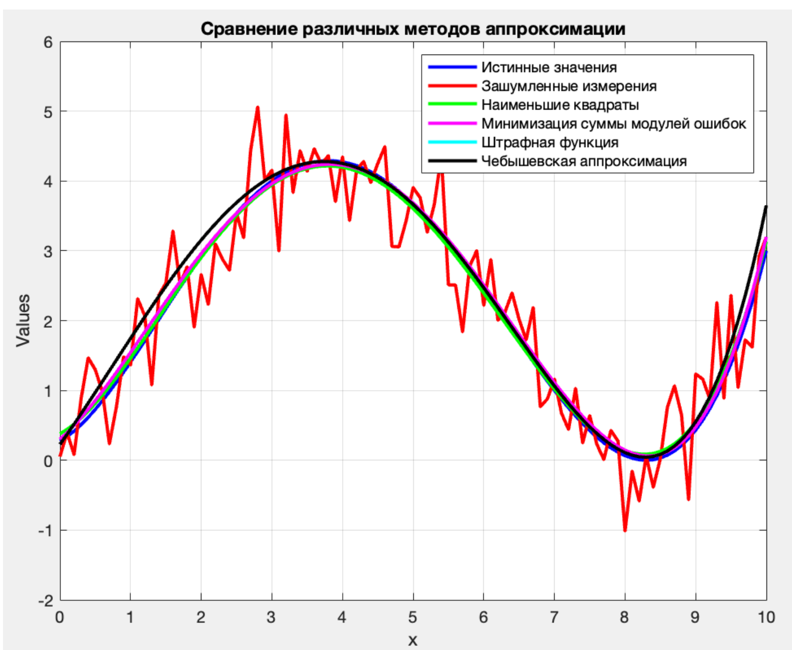
На втором графике изображены истинные значения многочлена и зашумленные измерения.

2.3 Задача 3: Аппроксимация

Использовались четыре метода аппроксимации для оценки коэффициентов многочлена по зашумленным измерениям:

1. Метод наименьших квадратов.
2. Минимизация суммы модулей ошибок.
3. Минимизация суммы значений штрафной функции $\sqrt{|t|}$.
4. Чебышевская аппроксимация.

2.3.1 График 3



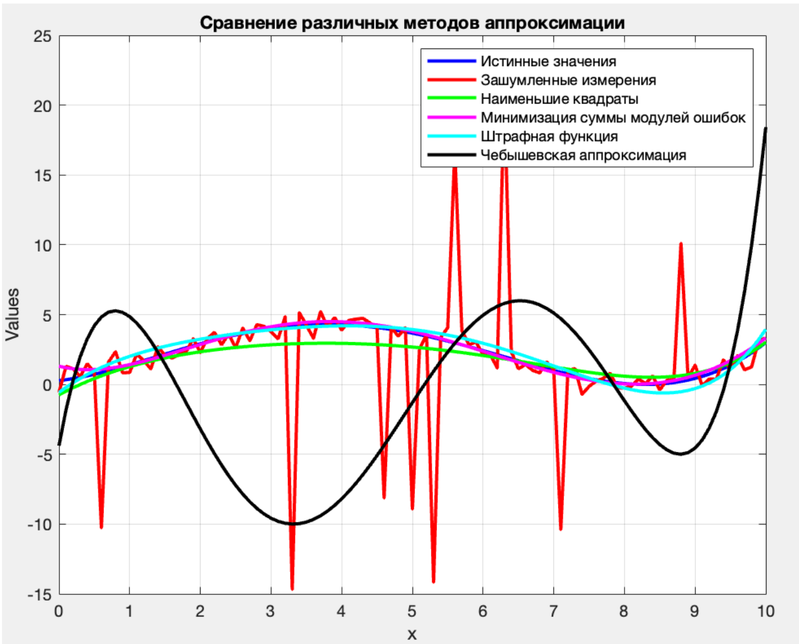
На третьем графике представлены истинные значения многочлена и результаты всех четырех методов аппроксимации.

Вывод: Для функции, искаженной белым гауссовским шумом, наиболее подходит метод наименьших квадратов, наименее - Чебышевская аппроксимация. Минимизация суммы модулей ошибок и минимизация суммы значений штрафной функции также показывают достаточно хорошие результаты, как и метод наименьших квадратов.

2.4 Задача 4: Дополнительное Зашумление

Была добавлена дополнительная помеха к зашумленным измерениям. Помеха принимает значение 0 с вероятностью 0.9 и случайное значение от -20 до 20 (по модулю не менее 10) с вероятностью 0.1.

2.4.1 График 4



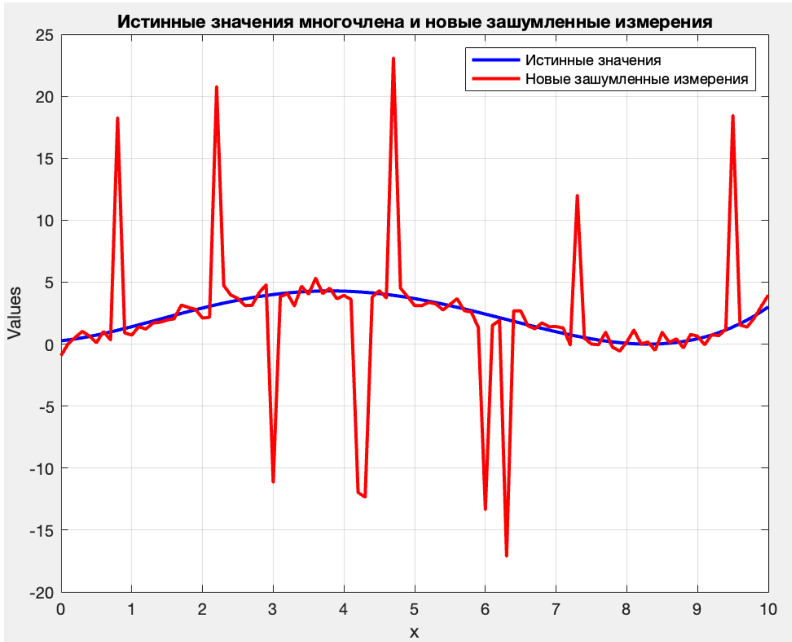
На четвертом графике представлена визуализация дополнительно зашумленных данных.

2.5 Задача 5: Аппроксимация по дополнительному зашумлению

Также как и в задаче 3 использовались четыре метода аппроксимации для оценки коэффициентов многочлена по дополнительно зашумленным измерениям:

1. Метод наименьших квадратов.
2. Минимизация суммы модулей ошибок.
3. Минимизация суммы значений штрафной функции $\sqrt{|t|}$.
4. Чебышевская аппроксимация.

2.5.1 График 5



На пятом графике представлены истинные значения многочлена и зашумленные измерения с дополнительной помехой.

Вывод: Для функции, искаженной белым гауссовским шумом с резкими выбросами, наиболее подходит минимизация суммы модулей ошибок, наименее - Чебышевская аппроксимация. Минимизация суммы значений штрафной функции также показывают реультаты лучше, чем метод наименьших квадратов.