Министерство образования Республики Беларусь
Белорусский национальный технический университет
Факультет транспортных коммуникаций
Кафедра «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»

Отчет
по лабораторной работе №1
«Коррелатный способ уравнивания нивелирных сетей»
Вариант №1

Выполнил: ст.гр. 11405118
Авхутский Н.Г.
Проверил: старший преподаватель
Будо А.Ю.

Цель: выполнить уравнивание коррелатным способом сеть нивелирования IV класса. Вычислить уравненные высотные отметки, произвести обобщенную оценку точности полученных результатов.

Исходные данные, использованные в ходе лабораторной работы, представлены ниже.

Таблица 1 – Исходные данные

Измеренные превышения		
Номер хода	**h, м**	**L, км**
1	1,845	4,5
2	-1,832	2,7
3	-2,180	5,3
4	-0,450	5,4
5	7,063	4,0
6	-5,220	2.8
7	3,073	5,2
8	-2.648	3,7
Высотные отметки исходных реперов		
Название репера	**H, м**	
M01	164.142	
M02	161.562	

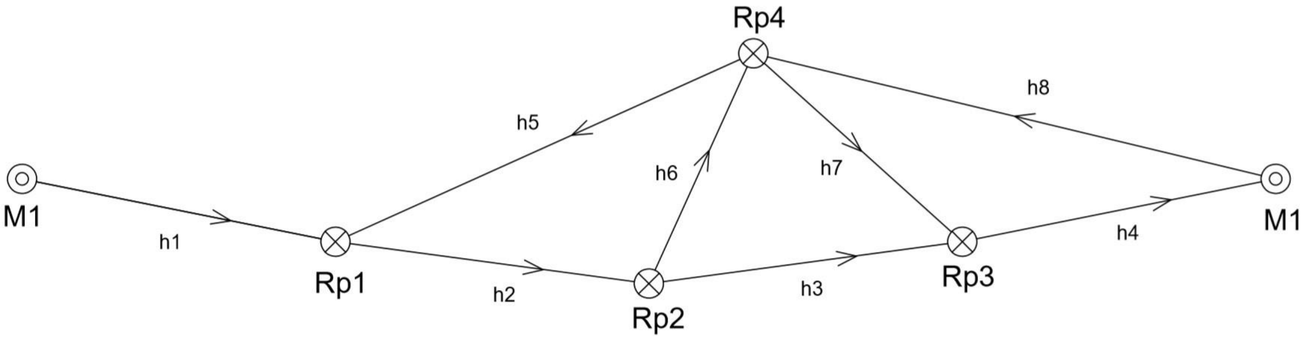

Рисунок 1 – Схема нивелирной сети

УРАВНИВАНИЕ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРАВНЕННЫХ ОТМЕТОК РЕПЕРОВ

Проанализируем нивелирную сеть, приведённую на рисунке 1.

1. В данной сети четыре избыточных измерений $r = N - t = 8 - 4 = 4$.

2. По числу избыточных измерений необходимо составить четыре условных уравнения поправок.

Условные уравнения поправок будут иметь вид:

$$\begin{aligned} &h_1 + h_6 + h_5 - w_1 = 0 \\ &h_3 - h_7 - h_6 - w_2 = 0 \\ &h_7 + h_4 + h_8 - w_3 = 0 \\ &h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - (H_{M2} - H_{M1}) - w_4 = 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Создаём вектор невязок W

$$W = \begin{pmatrix} 0.011 \\ -0.033 \\ -0.025 \\ -0.037 \end{pmatrix}$$

Вычисляем допустимые невязки реперов по формуле(1.2) (для IV класса):

$$w_{доп} = 20 \cdot \sqrt{L} \tag{1.2}$$

где L – длина хода, км.

$$w_{1доп} = 0.06164414\,\text{мм}$$

$$w_{2доп} = 0.07293833\,\text{мм}$$

$$w_{3доп} = 0.07563068\,\text{мм}$$

$$w_{4доп} = 0.08461678\,\text{мм}$$

Все невязки допустимы.

Коэффициент при превышении равняется:

+ 1, если направление хода и полигона совпадают;

– 1, если направление хода и полигона не совпадают;

0, если в полигоне нет данного хода.

Создадим матрицу коэффициентов условных уравнений поправок *B*:

$$B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Создадим диагональную матрицу весов *P*
Где вес рассчитывается по формуле:

$$P=\left(\frac{1}{\sigma_0\cdot\sqrt{L}}\right)^2 \qquad (1.3)$$

где *L* – длина хода, км.

$$P=\begin{pmatrix} 555.555 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 925.925 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 471.698 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 462.962 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 892.857 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 480.769 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 675.675 \end{pmatrix}$$

Вычислим матрицу коэффициентов нормальных уравнений *R*

Таблица 2 – Матрица коэффициентов нормальных уравнений *R*

	B_1]	B_2]	B_3]	B_4]
[qB_1	R_{11}	R_{12}	R_{13}	R_{14}
[qB_2	R_{21}	R_{22}	R_{23}	R_{24}
[qB_3	R_{31}	R_{32}	R_{33}	R_{34}
[qB_4	R_{41}	R_{42}	R_{43}	R_{44}

Где *q* – обратный вес, который вычисляется по формуле

$$q = 1 / P \qquad (1.4)$$

Расчёт матрицы коэффициентов нормальных уравнений *R* в матричном виде

$$R = B \cdot P^{-1} \cdot B^{T} \tag{1.5}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0.00380 & -0.00112 & 0 & 0.00108 \\ -0.00110 & 0.00532 & -0.00208 & 0.00210 \\ 0 & -0.00208 & 0.00572 & 0.00216 \\ 0.00100 & 0.00212 & 0.00216 & 0.00716 \end{pmatrix}$$

Для вычисления коррелат, необходимо создать схему Гаусса.

Таблица 3 – схема Гаусса

	K_1	K_2	K_3	K_4	w
R_1	R_{11}	R_{12}	R_{13}	R_{14}	w_1
E_1	-1	E_{12}	E_{13}	E_{14}	E_{w1}
R_2		R_{22}	R_{23}	R_{24}	w_2
$R_2^{(1)}$		$R_{22}^{(1)}$	$R_{23}^{(1)}$	$R_{24}^{(1)}$	$w_2^{(1)}$
E_2		-1	E_{23}	E_{24}	E_{w2}
R_3			R_{33}	R_{34}	w_3
$R_3^{(2)}$			$R_{33}^{(2)}$	$R_{34}^{(2)}$	$w_3^{(2)}$
E_3			-1	E_{34}	E_{w3}
R_4				R_{44}	w_4
$R_4^{(3)}$				$R_{44}^{(3)}$	$w_4^{(3)}$
E_4				-1	E_{w4}

R_i – эквивалентная строка;
$R_i^{(n)}$– эквивалентная строка после n-го преобразования;
E_i – элиминационная строка;

Например, элемент E_{23} рассчитывается, как

$$E_{23} = -\frac{R_{23}^{(1)}}{R_{22}^{(1)}}$$

Элемент $R_{33}^{(2)}$ рассчитывается, как

$$R_{33}^{(2)} = R_{13} \cdot E_{13} + R_{23}^{(1)} \cdot E_{23} + R_{33}$$

Таблица 4 – схема Гаусса со значениями

	K₁	***K₂***	***K₃***	***K₄***	***w***
R_1	0.00424	-0.00112	0.00000	0.00204	-0.01700
E_1	– 1	0.2947	0.00000	-0.2842	-2.8947
R_2		0.00388	-0.00172	0.00104	0.02800
$R_2^{(1)}$		0.00358	-0.00172	0.00157	0.02350
E_2		– 1	0.4168	0.4886	5.9636
R_3			0.00624	0.00228	-0.04600
$R_3^{(2)}$			0.00541	0.00303	-0.03471
E_3			– 1	-0.6545	7.7075
R_4				0.00756	-0.04100
$R_4^{(3)}$				0.00417	-0.02369
E_4				– 1	5.67139

Непосредственно сами коррелаты вычисляются следующим образом.

$$\begin{aligned} K_4 &= E_{w4} \\ K_3 &= -E_{34} \cdot K_4 - E_{w3} \\ K_2 &= -E_{23} \cdot K_3 - E_{24} \cdot K_4 - E_{w2} \\ K_1 &= -E_{12} \cdot K_2 - E_{13} \cdot K_3 - E_{14} \cdot K_4 - E_{w1} \end{aligned} \tag{1.6}$$

Расчёт вектора коррелат K в матричном виде

$$K = -R^{-1} \cdot W \tag{1.7}$$

$$K = \begin{pmatrix} -0.34669819 \\ 8.94201134 \\ 7.50600909 \\ 0.30787575 \end{pmatrix}$$

Вычисляем уравненные поправки

$$V = P^{-1} \cdot B^T \cdot K \tag{1.8}$$

$$V = \begin{pmatrix} 0.00055418 \\ -0.00004193 \\ 0.01960976 \\ 0.01687799 \\ -0.00055472 \\ -0.01040335 \\ -0.00298688 \\ 0.01110889 \end{pmatrix}$$

Далее найдем уравненные превышения и рассчитаем по ним невязки.

$$h_n + v_n = h_n^{yp} \tag{1.9}$$

$$\begin{pmatrix} 1.845 \\ -1.832 \\ -2.180 \\ -0.450 \\ 7.063 \\ -5.220 \\ 3.073 \\ 2.648 \end{pmatrix} + V = \begin{pmatrix} 1.84555418 \\ -1.84555418 \\ -2.16039024 \\ -0.43312201 \\ 7.06244528 \\ -5.23040335 \\ 3.07001312 \\ -2.63689111 \end{pmatrix}$$

$$w_1 = h_1 + h_6 + h_5 = 0$$
$$w_2 = h_3 - h_7 - h_6 = 0$$
$$w_3 = h_7 + h_4 + h_8 = 0$$
$$w_4 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - (H_{M2} - H_{M1}) = 0$$

Все невязки равны 0.

Вычислим уравненные отметки реперов:

$$\begin{cases} H_1 = H_{M1} + h_1 = 165.9875542\,\text{м} \\ H_2 = H_{M1} + h_1 + h_2 = 164.1555122\,\text{м} \\ H_3 = H_{M2} - h_4 = 161.995122\,\text{м} \\ H_4 = H_{M2} + h_8 = 158.9251089\,\text{м} \end{cases}$$

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ КОРРЕЛАТНОГО СПОСОБА УРАВНИВАНИЯ

Рассчитаем ковариационную матрицу уравненных превышений

$$Q_{ур}^{h} = P^{-1} - P^{-1} \cdot B^{T} \cdot R^{-1} \cdot B \cdot P^{-1} \tag{1.10}$$

$$Q_{ур}^{h} = \begin{pmatrix} 0.00089 & -0.00026 & -0.00025 & -0.00037 & 0.00040 & -0.00014 & -0.00011 & 0.00048 \\ -0.00026 & 0.00067 & -0.00023 & -0.00016 & -0.00036 & -0.00030 & 0.00006 & 0.00010 \\ -0.00025 & -0.00023 & 0.00098 & -0.00049 & -0.00012 & 0.00035 & 0.00063 & -0.00013 \\ -0.00037 & -0.00016 & -0.00049 & 0.00104 & 0.00008 & 0.00008 & -0.00058 & -0.00045 \\ 0.00040 & -0.00036 & -0.00012 & 0.00008 & 0.00068 & -0.00031 & 0.00019 & -0.00028 \\ -0.00014 & -0.00030 & 0.00035 & 0.00008 & -0.00031 & 0.00062 & -0.00026 & 0.00017 \\ -0.00011 & 0.00006 & 0.00063 & -0.00058 & 0.00019 & -0.00026 & 0.00089 & -0.00030 \\ 0.00048 & 0.00010 & -0.00013 & -0.00045 & -0.00028 & 0.00017 & -0.00030 & 0.00076 \end{pmatrix}$$

Рассчитаем ковариационную матрицу уравненных отметок реперов

$$Q_{ур}^{H} = A \cdot Q_{ур}^{h} \cdot A^{T} \tag{1.11}$$

A – матрица частных производных;

Для составления матрицы A используем формулу переноса ошибок

$$F = f(a,b)$$

$$m_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial a}\right)^2 \cdot m_a^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b}\right)^2 \cdot m_b^2 \tag{1.12}$$

Например, вторая строка матрицы А рассчитывается следующим образом

$$H_3 = H_{M1} - h_4$$

$$m_{H_3}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial h_1}\right)^2 \cdot m_{h_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_2}\right)^2 \cdot m_{h_2}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_3}\right)^2 \cdot m_{h_3}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_4}\right)^2 \cdot m_{h_4}^2 +$$

$$+ \left(\frac{\partial f}{\partial h_5}\right)^2 \cdot m_{h_5}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_6}\right)^2 \cdot m_{h_6}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_7}\right)^2 \cdot m_{h_7}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_8}\right)^2 \cdot m_{h_8}^2 =$$

$$= 0^2 \cdot m_{h_1}^2 + 0^2 \cdot m_{h_2}^2 + 0^2 \cdot m_{h_3}^2 + (-1)^2 \cdot m_{h_4}^2 + 0^2 \cdot m_{h_5}^2 + 0^2 \cdot m_{h_6}^2 + 0^2 \cdot m_{h_7}^2 + 0^2 \cdot m_{h_8}^2$$

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q_{yp}^{H} = \begin{pmatrix} 0.00089 & 0.00062 & 0.00037 & 0.00048 \\ 0.00062 & 0.00103 & 0.00054 & 0.00058 \\ 0.00037 & 0.00054 & 0.00104 & 0.00045 \\ 0.00048 & 0.00058 & 0.00045 & 0.00076 \end{pmatrix}$$

СКП единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T \cdot P \cdot V}{N - t}} \tag{1.13}$$

$\mu = 0.35282492$

СКП превышений

$$\begin{pmatrix} m_{h_1} \\ m_{h_2} \\ m_{h_3} \\ m_{h_4} \\ m_{h_5} \\ m_{h_6} \\ m_{h_7} \\ m_{h_8} \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{Q_{yp11}^{h}} \\ \sqrt{Q_{yp22}^{h}} \\ \sqrt{Q_{yp33}^{h}} \\ \sqrt{Q_{yp44}^{h}} \\ \sqrt{Q_{yp55}^{h}} \\ \sqrt{Q_{yp66}^{h}} \\ \sqrt{Q_{yp77}^{h}} \\ \sqrt{Q_{yp88}^{h}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.01055892 \\ 0.00913616 \\ 0.01108460 \\ 0.01139561 \\ 0.00926062 \\ 0.00878621 \\ 0.01056107 \\ 0.00976960 \end{pmatrix}$$

СКП реперов

$$\begin{pmatrix} m_{H_1} \\ m_{H_2} \\ m_{H_3} \\ m_{H_4} \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{Q_{yp11}^{H}} \\ \sqrt{Q_{yp22}^{H}} \\ \sqrt{Q_{yp33}^{H}} \\ \sqrt{Q_{yp44}^{H}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.01055892 \\ 0.01133925 \\ 0.01139561 \\ 0.0097696 \end{pmatrix}$$

Вывод: выполнив уравнивание коррелатным способом сеть нивелирования IV класса были определены уравненные отметки реперов и произведена оценка точности полученных результатов.