

Министерство образования Республики Беларусь
Белорусский национальный технический университет
Факультет транспортных коммуникаций
Кафедра «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»

Отчет
по лабораторной работе №3(часть2)
«Уравнивание минимально-ограниченной и свободной нивелирных сетей»
Вариант №3

Выполнил: ст.гр. 11405118
Авхутский Н.Г.
Проверил: старший преподаватель
Будо А.Ю.

Цель: выполнить уравнивание минимально-ограниченной и свободной нивелирных сетей. Произвести оценку точности полученных результатов, выполнить статистический тест на наличие грубых ошибок в результатах измерений.

Исходные данные, использованные в ходе лабораторной работы, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

От	до	h, м	S, км	Класс
Rp1	Rp3	0,197	6,6	III
Rp1	Rp4	-1,930	1,8	III
Rp1	Rp8	1,176	2,1	III
Rp2	Rp4	-1,287	3,9	III
Rp2	Rp5	-1,701	6,3	III
Rp2	Rp6	-0,360	2,2	III
Rp3	Rp4	-2,166	4,2	III
Rp3	Rp7	-2,165	3,7	III
Rp3	Rp8	1,016	4,4	III
Rp4	Rp7	-0,019	4,5	III
Rp4	Rp8	3,146	8,9	III
Rp5	Rp6	1,332	1,9	III
Rp5	Rp7	0,332	5,0	III
Rp6	Rp7	-0,980	5,6	III
Rp6	Rp8	2,200	1,4	III
Высотные отметки исходных точек Н, м				
H _{Rp1} =			156,956	

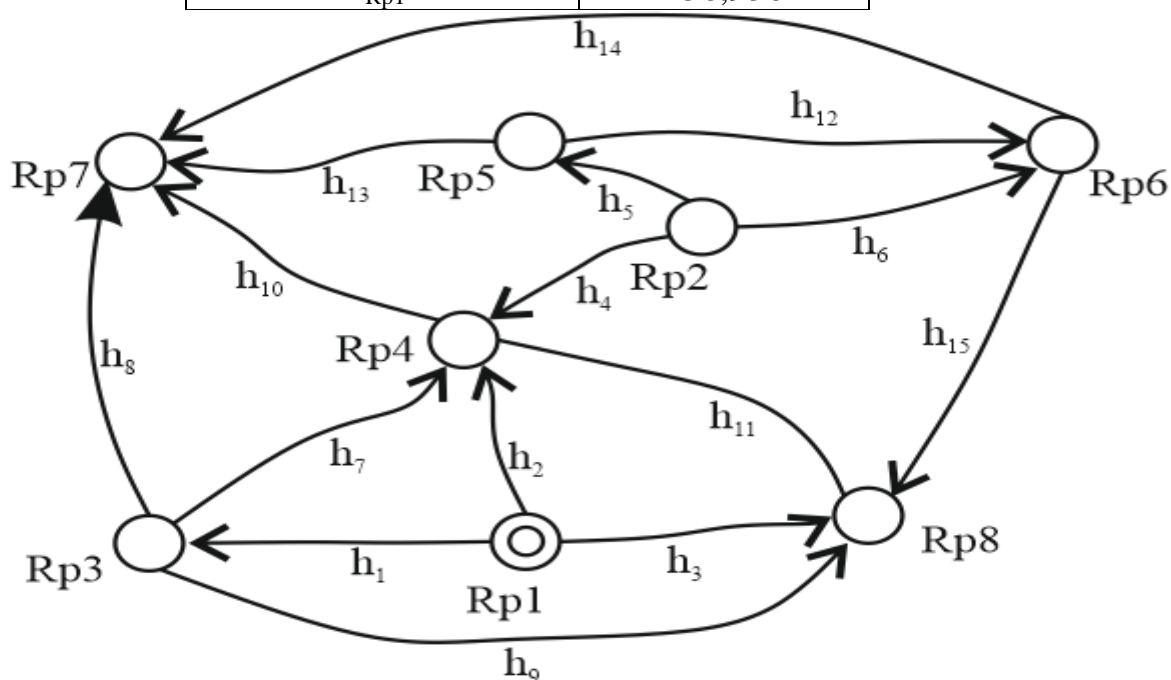


Рисунок 1 – Схема нивелирной сети

1.УРАВНИВАНИЕ МИНИМАЛЬНО-ОГРАНИЧЕННОЙ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ

Назначим параметры

$$z_1 = H_{Rp3}^0$$

$$z_2 = H_{Rp4}^0$$

$$z_3 = H_{Rp8}^0$$

$$z_4 = H_{Rp2}^0$$

$$z_5 = H_{Rp5}^0$$

$$z_6 = H_{Rp6}^0$$

$$z_7 = H_{Rp7}^0$$

$$z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = z_5 = z_6 = z_7 = 0$$

где z – приближенное значение параметра.

Составим параметрические уравнения связи и вычислим приближенные значения измерений

$$h_1^0 = z_1 - H_{Rp1} \quad h_6^0 = z_6 - z_4 \quad h_{11}^0 = z_3 - z_2$$

$$h_2^0 = z_2 - H_{Rp1} \quad h_7^0 = z_2 - z_1 \quad h_{12}^0 = z_6 - z_5$$

$$h_3^0 = z_3 - H_{Rp1} \quad h_8^0 = z_7 - z_1 \quad h_{13}^0 = z_7 - z_5$$

$$h_4^0 = z_2 - z_4 \quad h_9^0 = z_3 - z_1 \quad h_{14}^0 = z_7 - z_6$$

$$h_5^0 = z_5 - z_4 \quad h_{10}^0 = z_7 - z_2 \quad h_{15}^0 = z_3 - z_6$$

Найдем элементы вектора свободных членов по формуле:

$$l_n = (h_{\text{свч}} - h_{\text{изм}}) \quad (1.1)$$

№	$h_{\text{свч}}, \text{ м}$	$h_{\text{изм}}, \text{ м}$	$l, \text{ м}$
1	-156,956	0,197	-157,153
2	-156,956	-1,930	-155,026
3	-156,956	1,176	-158,132
4	0	-1,287	1,287
5	0	-1,701	1,701
6	0	-0,360	0,360
7	0	-2,166	2,166
8	0	-2,165	2,165
9	0	1,016	-1,016
10	0	-0,019	0,019
11	0	3,146	-3,146
12	0	1,332	-1,332
13	0	0,332	-0,332
14	0	-0,980	0,980
15	0	2,200	-2,200

Создадим матрицу коэффициентов параметрических уравнений поправок A
 Для составления матрицы A используем формулу переноса ошибок

$$F = f(a, b)$$

$$m_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial a} \right)^2 \cdot m_a^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b} \right)^2 \cdot m_b^2$$

В нашем случае дифференцируем параметрические уравнения связи по каждому параметру.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Создадим диагональную матрицу весов P

Где вес рассчитывается по формуле:

$$P = \left(\frac{1}{\sigma_0 \cdot \sqrt{L}} \right)^2 \quad (1.2)$$

где L — длина хода, км.

$$P = \begin{pmatrix} 1515 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5556 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4762 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2564 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1587 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4545 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2381 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2703 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2273 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2222 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1124 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5263 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1786 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7143 \end{pmatrix}$$

Рассчитаем матрицу коэффициентов нормальных уравнений N в матричном виде

$$N = A^T \cdot P \cdot A \quad (1.4)$$

$$N = \begin{pmatrix} 8872 & -2381 & -2273 & 0 & 0 & 0 & -2703 \\ -2381 & -1124 & -1124 & -2564 & -2564 & 0 & -2222 \\ -2273 & -1124 & 15301 & 0 & 0 & -7143 & 0 \\ 0 & -2564 & 0 & 8697 & 8697 & -4545 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1587 & 8850 & -5363 & -2000 \\ 0 & 0 & -7143 & -4545 & -5363 & 18737 & -1786 \\ -2703 & -2222 & 0 & 0 & -2000 & -1786 & 8711 \end{pmatrix}$$

Рассчитаем матрицу свободных членов нормальных уравнений B в матричном виде

$$B = A^T \cdot P \cdot l \quad (1.5)$$

$$B = \begin{pmatrix} -246810 \\ -849306 \\ -774568 \\ -7636 \\ 10375 \\ 8590 \\ 6980 \end{pmatrix}$$

Расчитаем вектор высот H в матричном виде

$$H = -N^{-1} \cdot B \quad (1.6)$$

$$H = \begin{pmatrix} 157,152 \\ 155,012 \\ 158,149 \\ 156,311 \\ 154,624 \\ 155,952 \\ 154,978 \end{pmatrix}$$

Далее вычисляем уравненные превышения

$$\begin{aligned} h_1^{yp} &= z_1 - H_{Rp1} & h_6^{yp} &= z_6 - z_4 & h_{11}^{yp} &= z_3 - z_2 \\ h_2^{yp} &= z_2 - H_{Rp1} & h_7^{yp} &= z_2 - z_1 & h_{12}^{yp} &= z_6 - z_5 \\ h_3^{yp} &= z_3 - H_{Rp1} & h_8^{yp} &= z_7 - z_1 & h_{13}^{yp} &= z_7 - z_5 \\ h_4^{yp} &= z_2 - z_4 & h_9^{yp} &= z_3 - z_1 & h_{14}^{yp} &= z_7 - z_6 \\ h_5^{yp} &= z_5 - z_4 & h_{10}^{yp} &= z_7 - z_2 & h_{15}^{yp} &= z_3 - z_6 \end{aligned}$$

Вычисляем уравненные поправки

$$v_n = h_n^{yp} - h_n \quad (1.7)$$

$$h^{yp} = \begin{pmatrix} 0,196 \\ -1,944 \\ 1,193 \\ -1,299 \\ -1,686 \\ -0,359 \\ -2,139 \\ -2,173 \\ 0,997 \\ -0,034 \\ 3,137 \\ 1,328 \\ 0,354 \\ -0,974 \\ 2,196 \end{pmatrix} m \quad v = \begin{pmatrix} -0,001 \\ -0,014 \\ 0,017 \\ -0,012 \\ 0,015 \\ 0,001 \\ 0,027 \\ -0,008 \\ -0,019 \\ -0,015 \\ -0,009 \\ -0,004 \\ 0,022 \\ 0,006 \\ -0,004 \end{pmatrix} m$$

Проверяем отметки реперов вычислив их несколькими способами, т.е. через разные превышения:

$$\begin{cases} H_{Rp4} = H_{Rp1} + h_2^{yp} = 155,012\text{м} \\ H_{Rp4} = H_{Rp3} + h_7^{yp} = 155,012\text{м} \\ H_{Rp4} = H_{Rp8} - h_{11}^{yp} = 155,012\text{м} \end{cases}$$

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ МИНИМАЛЬНО-ОГРАНИЧЕННОГО УРАВНИВАНИЯ

Рассчитаем ковариационную матрицу уравненных превышений

$$Q_{yp}^h = A \cdot N^{-1} \cdot A^T \quad (1.8)$$

Рассчитаем ковариационную матрицу уравненных отметок реперов

$$Q_{yp}^H = N^{-1} \quad (1.9)$$

$$Q_{yp}^H = \begin{pmatrix} 0,0002 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 \\ 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 \\ 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 \\ 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0002 & 0,0002 & 0,0001 & 0,0001 \\ 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0002 & 0,0003 & 0,0002 & 0,0001 \\ 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0002 & 0,0002 & 0,0001 \\ 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0001 & 0,0002 \end{pmatrix}$$

СКП единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T \cdot P \cdot V}{N - t}} \quad (1.10)$$

$$V^T \cdot P \cdot V = 7,564$$

$$\mu = 0,972$$

СКП превышений

$$\begin{pmatrix} m_{h_1} \\ m_{h_2} \\ m_{h_3} \\ m_{h_4} \\ m_{h_5} \\ m_{h_6} \\ m_{h_7} \\ m_{h_8} \\ m_{h_9} \\ m_{h_{10}} \\ m_{h_{11}} \\ m_{h_{12}} \\ m_{h_{13}} \\ m_{h_{14}} \\ m_{h_{15}} \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{Q_{yp11}^h} \\ \sqrt{Q_{yp22}^h} \\ \sqrt{Q_{yp33}^h} \\ \sqrt{Q_{yp44}^h} \\ \sqrt{Q_{yp55}^h} \\ \sqrt{Q_{yp66}^h} \\ \sqrt{Q_{yp77}^h} \\ \sqrt{Q_{yp88}^h} \\ \sqrt{Q_{yp99}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1010}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1111}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1212}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1313}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1414}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1515}^h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,013 \\ 0,011 \\ 0,011 \\ 0,014 \\ 0,014 \\ 0,011 \\ 0,012 \\ 0,013 \\ 0,013 \\ 0,013 \\ 0,012 \\ 0,011 \\ 0,014 \\ 0,013 \\ 0,010 \end{pmatrix}$$

СКП реперов

$$\begin{pmatrix} m_{H_1} \\ m_{H_2} \\ m_{H_3} \\ m_{H_4} \\ m_{H_5} \\ m_{H_6} \\ m_{H_7} \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{Q_{yp11}^H} \\ \sqrt{Q_{yp22}^H} \\ \sqrt{Q_{yp33}^H} \\ \sqrt{Q_{yp44}^H} \\ \sqrt{Q_{yp55}^H} \\ \sqrt{Q_{yp66}^H} \\ \sqrt{Q_{yp77}^H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0120 \\ 0,0165 \\ 0,0175 \\ 0,0196 \\ 0,0164 \\ 0,0157 \\ 0,0184 \end{pmatrix}$$

2.УРАВНИВАНИЕ СВОБОДНОЙ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ

В отличие от минимально-ограниченного уравнивания, в свободном уравнивании нет исходных пунктов.

Таблица 2. Исходные данные

От	до	h, м	S, км	Класс
Rp1	Rp3	0,197	6,6	III
Rp1	Rp4	-1,930	1,8	III
Rp1	Rp8	1,176	2,1	III
Rp2	Rp4	-1,287	3,9	III
Rp2	Rp5	-1,701	6,3	III
Rp2	Rp6	-0,360	2,2	III
Rp3	Rp4	-2,166	4,2	III
Rp3	Rp7	-2,165	3,7	III
Rp3	Rp8	1,016	4,4	III
Rp4	Rp7	-0,019	4,5	III
Rp4	Rp8	3,146	8,9	III
Rp5	Rp6	1,332	1,9	III
Rp5	Rp7	0,332	5,0	III
Rp6	Rp7	-0,980	5,6	III
Rp6	Rp8	2,200	1,4	III

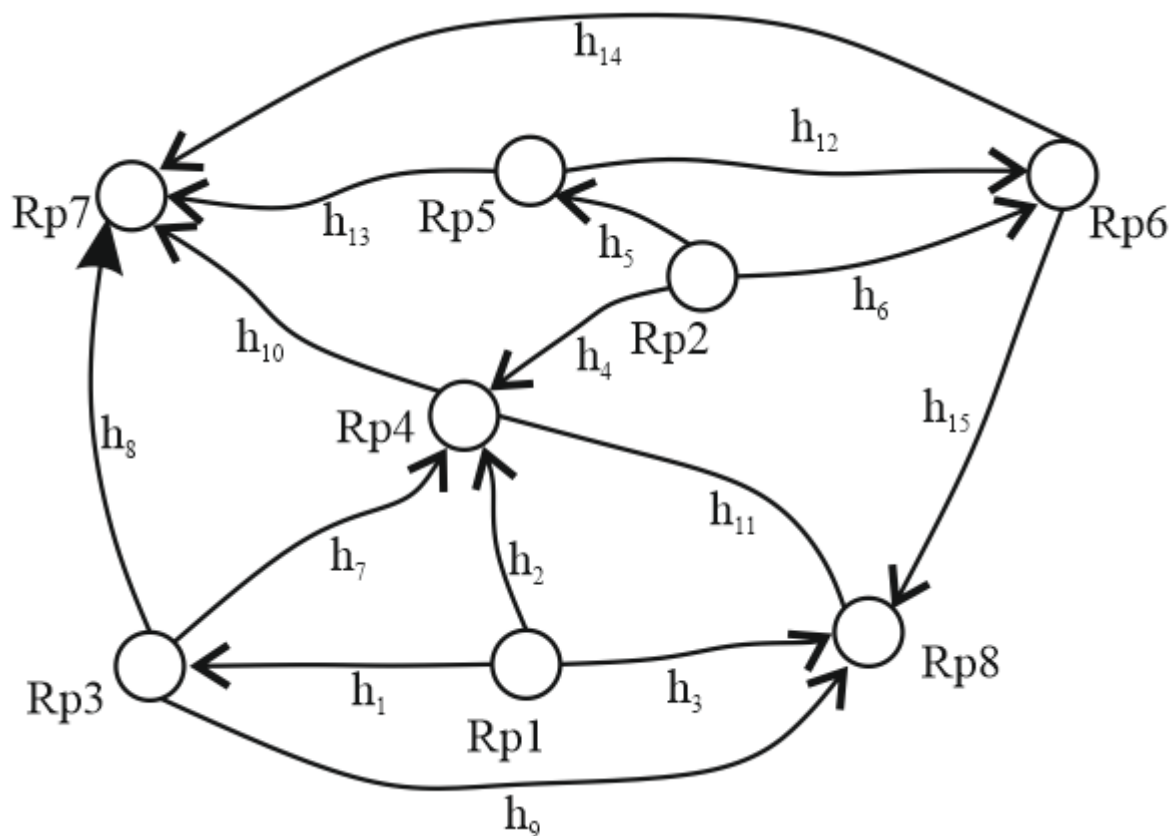


Рисунок 2 – Схема нивелирной сети

Назначим параметры

$$z_1 = H_{Rp1}^0$$

$$z_2 = H_{Rp3}^0$$

$$z_3 = H_{Rp4}^0$$

$$z_4 = H_{Rp8}^0$$

$$z_5 = H_{Rp2}^0$$

$$z_6 = H_{Rp5}^0$$

$$z_7 = H_{Rp6}^0$$

$$z_8 = H_{Rp7}^0$$

$$z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = z_5 = z_6 = z_7 = z_8 = 0$$

где z – приближенное значение параметра.

Составим параметрические уравнения связи и вычислим приближенные значения измерений

$$h_1^0 = z_2 - z_1 \quad h_6^0 = z_7 - z_5 \quad h_{11}^0 = z_4 - z_3$$

$$h_2^0 = z_3 - z_1 \quad h_7^0 = z_3 - z_2 \quad h_{12}^0 = z_7 - z_6$$

$$h_3^0 = z_4 - z_1 \quad h_8^0 = z_8 - z_2 \quad h_{13}^0 = z_8 - z_6$$

$$h_4^0 = z_3 - z_5 \quad h_9^0 = z_4 - z_2 \quad h_{14}^0 = z_8 - z_7$$

$$h_5^0 = z_6 - z_5 \quad h_{10}^0 = z_8 - z_3 \quad h_{15}^0 = z_4 - z_7$$

Найдем элементы вектора свободных членов по формуле:

$$l_n = (h_{\text{блч}} - h_{\text{изм}}) \quad (2.1)$$

№	$h_{\text{блч}}, \text{ м}$	$h_{\text{изм}}, \text{ м}$	$l, \text{ м}$
1	0	0,197	-0,197
2	0	-1,930	1,930
3	0	1,176	-1,176
4	0	-1,287	1,287
5	0	-1,701	1,701
6	0	-0,360	0,360
7	0	-2,166	2,166
8	0	-2,165	2,165
9	0	1,016	-1,016
10	0	-0,019	0,019
11	0	3,146	-3,146
12	0	1,332	-1,332
13	0	0,332	-0,332
14	0	-0,980	0,980
15	0	2,200	-2,200

Создадим матрицу коэффициентов параметрических уравнений поправок A

Для составления матрицы A используем формулу переноса ошибок

$$F = f(a, b)$$

$$m_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial a} \right)^2 \cdot m_a^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b} \right)^2 \cdot m_b^2$$

В нашем случае дифференцируем параметрические уравнения связи по каждому параметру.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Создадим диагональную матрицу весов P

Где вес рассчитывается по формуле:

$$P = \left(\frac{1}{\sigma_0 \cdot \sqrt{L}} \right)^2 \quad (2.2)$$

где L – длина хода, км.

$$P = \begin{pmatrix} 1515 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5556 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4762 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2564 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1587 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4545 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2381 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2703 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2273 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2222 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1124 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5263 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1786 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7143 \end{pmatrix}$$

Рассчитаем матрицу коэффициентов нормальных уравнений N в матричном виде

$$N = A^T \cdot P \cdot A \quad (2.4)$$

$$N = \begin{pmatrix} 11833 & -1515 & -5556 & -4762 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1515 & 8872 & -2381 & -2273 & 0 & 0 & 0 & -2703 \\ -5556 & -2381 & 13846 & -1124 & -2564 & 0 & 0 & -2222 \\ -4762 & -2273 & -1124 & 15301 & 0 & 0 & -7143 & 0 \\ 0 & 0 & -2564 & 0 & 8697 & -1587 & -4545 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1587 & 8850 & -5263 & -2000 \\ 0 & 0 & 0 & -7143 & -4545 & -5263 & 18737 & -1786 \\ 0 & -2703 & -2222 & 0 & 0 & -2000 & -1786 & 8711 \end{pmatrix}$$

Рассчитаем матрицу свободных членов нормальных уравнений B в матричном виде

$$B = A^T \cdot P \cdot l \quad (2.5)$$

$$B = \begin{pmatrix} -4824 \\ -8998 \\ 22672 \\ -27158 \\ -7636 \\ 10375 \\ 8590 \\ 6980 \end{pmatrix}$$

Найдем псевдообратную матрицу N^+

$$N^+ = (A^T \cdot P \cdot A + E^T \cdot E)^{-1} - E^T (E \cdot E^T \cdot E \cdot E^T)^{-1} \cdot E \quad (2.6)$$

$$N^+ = \begin{pmatrix} 0,00009 & 0 & 0,00002 & 0,00001 & -0,00003 & -0,00004 & -0,00002 & -0,00002 \\ 0 & 0,00010 & 0 & -0,00001 & -0,00003 & -0,00004 & -0,00003 & 0 \\ 0,00002 & 0 & 0,00007 & -0,00001 & -0,00001 & -0,00003 & -0,00002 & -0,00001 \\ 0,00001 & -0,00001 & -0,00001 & 0,00006 & -0,00002 & -0,00002 & 0 & -0,00002 \\ -0,00003 & -0,00003 & -0,00001 & -0,00002 & 0,00010 & 0 & 0,00001 & -0,00003 \\ -0,00004 & -0,00004 & -0,00003 & -0,00002 & 0 & 0,00011 & 0,00002 & -0,00001 \\ -0,00002 & -0,00003 & -0,00002 & 0 & 0,00001 & 0,00002 & 0,00005 & -0,00001 \\ -0,00002 & 0 & -0,00001 & -0,00002 & -0,00003 & -0,00001 & -0,00001 & 0,00010 \end{pmatrix}$$

Расчитаем поправки к параметрам X :

$$X = N^+ \cdot A^T \cdot P \cdot L \quad (2.7)$$

$$X = \begin{pmatrix} H_{Rp1} \\ H_{Rp3} \\ H_{Rp4} \\ H_{Rp8} \\ H_{Rp2} \\ H_{Rp5} \\ H_{Rp6} \\ H_{Rp7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,814 \\ -1,010 \\ 1,130 \\ -2,007 \\ -0,169 \\ 1,518 \\ 0,190 \\ 1,163 \end{pmatrix}$$

Далее найдем вектор-столбец поправок в измерения V :

$$AX + L = V \quad (2.8)$$

$$V = \begin{pmatrix} -0,001 \\ -0,014 \\ 0,017 \\ -0,012 \\ 0,015 \\ 0,001 \\ 0,027 \\ -0,008 \\ -0,019 \\ -0,015 \\ -0,009 \\ -0,004 \\ 0,022 \\ 0,006 \\ -0,004 \end{pmatrix}$$

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ СВОБОДНОГО УРАВНИВАНИЯ

СКП единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T \cdot P \cdot V}{N - t + 1}} \quad (2.9)$$

$$V^T \cdot P \cdot V = 7,564$$

$$\mu = 0,972$$

Рассчитаем ковариационную матрицу уравненных превышений

$$Q_{yp}^h = A \cdot N^+ \cdot A^T \quad (2.10)$$

Рассчитаем ковариационную матрицу уравненных отметок реперов

$$Q_{yp}^H = N^+ \quad (2.11)$$

$$Q_{yp}^H = \begin{pmatrix} 0,00009 & 0 & 0,00002 & 0,00001 & -0,00003 & -0,00004 & -0,00002 & -0,00002 \\ 0 & 0,00010 & 0 & -0,00001 & -0,00003 & -0,00004 & -0,00003 & 0 \\ 0,00002 & 0 & 0,00007 & -0,00001 & -0,00001 & -0,00003 & -0,00002 & -0,00001 \\ 0,00001 & -0,00001 & -0,00001 & 0,00006 & -0,00002 & -0,00002 & 0 & -0,00002 \\ -0,00003 & -0,00003 & -0,00001 & -0,00002 & 0,00010 & 0 & 0,00001 & -0,00003 \\ -0,00004 & -0,00004 & -0,00003 & -0,00002 & 0 & 0,00011 & 0,00002 & -0,00001 \\ -0,00002 & -0,00003 & -0,00002 & 0 & 0,00001 & 0,00002 & 0,00005 & -0,00001 \\ -0,00002 & 0 & -0,00001 & -0,00002 & -0,00003 & -0,00001 & -0,00001 & 0,00010 \end{pmatrix}$$

СКП превышений

$$\begin{pmatrix} m_{h_1} \\ m_{h_2} \\ m_{h_3} \\ m_{h_4} \\ m_{h_5} \\ m_{h_6} \\ m_{h_7} \\ m_{h_8} \\ m_{h_9} \\ m_{h_{10}} \\ m_{h_{11}} \\ m_{h_{12}} \\ m_{h_{13}} \\ m_{h_{14}} \\ m_{h_{15}} \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{Q_{yp11}^h} \\ \sqrt{Q_{yp22}^h} \\ \sqrt{Q_{yp33}^h} \\ \sqrt{Q_{yp44}^h} \\ \sqrt{Q_{yp55}^h} \\ \sqrt{Q_{yp66}^h} \\ \sqrt{Q_{yp77}^h} \\ \sqrt{Q_{yp88}^h} \\ \sqrt{Q_{yp99}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1010}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1111}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1212}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1313}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1414}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1515}^h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,013 \\ 0,011 \\ 0,011 \\ 0,014 \\ 0,014 \\ 0,011 \\ 0,012 \\ 0,013 \\ 0,013 \\ 0,013 \\ 0,012 \\ 0,011 \\ 0,014 \\ 0,013 \\ 0,010 \end{pmatrix}$$

СКП реперов

$$\begin{pmatrix} m_{H_1} \\ m_{H_2} \\ m_{H_3} \\ m_{H_4} \\ m_{H_5} \\ m_{H_6} \\ m_{H_7} \\ m_{H_8} \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{Q_{yp11}^H} \\ \sqrt{Q_{yp22}^H} \\ \sqrt{Q_{yp33}^H} \\ \sqrt{Q_{yp44}^H} \\ \sqrt{Q_{yp55}^H} \\ \sqrt{Q_{yp66}^H} \\ \sqrt{Q_{yp77}^H} \\ \sqrt{Q_{yp88}^H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,009 \\ 0,010 \\ 0,008 \\ 0,008 \\ 0,010 \\ 0,010 \\ 0,007 \\ 0,009 \end{pmatrix}$$

СТАТИСТИЧЕСКИЙ ТЕСТ

Для оценки теоретического значения стандарта по статистическим таблицам, определяется величина χ^2 . Для нижнего интервала χ_1^2 при $P_1=1-(q/2)$, и для верхнего χ_2^2 при $P_2=(q/2)$.

$$\chi_2^2 = \text{ХИ2ОБР}(1 - 0.05/2; 3)$$

$$\chi_1^2 = \text{ХИ2ОБР}(0.05/2; 3)$$

Об отсутствии грубых ошибок можно судить по условию:

$$\chi_1^2 \leq \mu^2 \leq \chi_2^2$$

$$\chi_1^2 = 2,180$$

$$\chi_2^2 = 17,535$$

Вывод: В данной работе было выполнено уравнивание минимально-ограниченной и свободной нивелирных сетей, вычислены уравненные высотные отметки. Произведена оценка точности полученных результатов и проверено наличие грубых ошибок с помощью статистического теста, который не выявил грубых ошибок в измерениях.