Министерство образования Республики Беларусь Белорусский национальный технический университет Факультет транспортных коммуникаций Кафедра «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»

#### Отчет

по лабораторной работе №1 (часть 2) «Коррелатный способ уравнивания нивелирных сетей» Вариант №4

Выполнил: ст.гр. 11405118

Авхутский Н.Г.

Проверил: старший преподаватель

Будо А.Ю.

Цель: выполнить уравнивание коррелатным способом сеть нивелирования III класса. Вычислить уравненные высотные отметки, произвести обобщенную оценку точности полученных результатов. Провести поиск грубых ошибок, используя  $\tau$  – тест.

Исходные данные, использованные в ходе лабораторной работы, представлены ниже.

Таблица 1 – Исходные данные

ОТ	до	h,M		S, км		Класс
Rp1	Rp3	h1=	1,879	S1=	5,5	III
Rp1	Rp4	h2=	1,589	S2=	10	III
Rp1	Rp8	h3=	1,469	S3=	8,4	III
Rp1	Rp9	h4=	-1,038	S4=	6,5	III
Rp2	Rp3	h5=	4,697	S5=	9,6	III
Rp2	Rp6	h6=	2,680	S6=	5,9	III
Rp2	Rp9	h7=	1,691	S7=	8,1	III
Rp3	Rp6	h8=	-2,028	S8=	7,7	III
Rp3	Rp8	h9=	-0,432	S9=	5,6	III
Rp4	Rp5	h10=	0,073	S10=	3,4	III
Rp4	Rp7	h11=	-0,812	S11=	6,2	III
Rp4	Rp9	h12=	-2,695	S12=	3,3	III
Rp5	Rp6	h13=	-1,788	S13=	9,8	III
Rp5	Rp7	h14=	-0,906	S14=	2,8	III
Rp5	Rp8	h15=	-0,141	S15=	6,6	III
Rp6	Rp8	h16=	1,642	S16=	6,5	III
Rp7	Rp9	h17=	-1,852	S17=	5,9	III
Высотные отметки исходных реперов Н, м						
H <sub>Rp1</sub> =	180,489		H <sub>Rp2</sub> =	177,681		

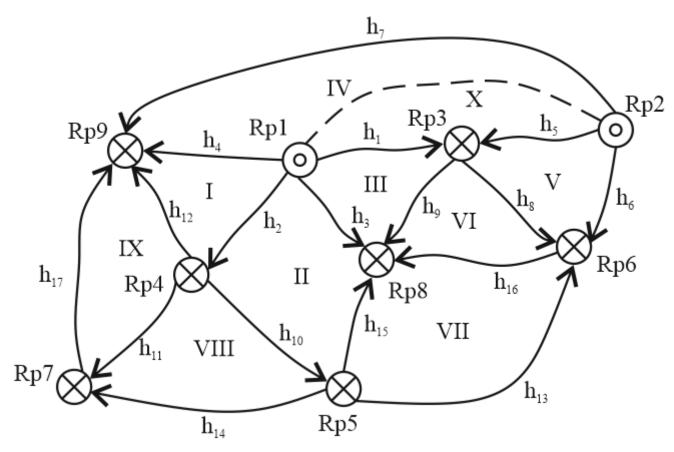


Рисунок 1 – Схема нивелирной сети

# **УРАВНИВАНИЕ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРАВНЕННЫХ ОТМЕТОК РЕПЕРОВ**

Проанализируем нивелирную сеть, приведённую на рисунке 1.

- 1. В данной сети десять избыточных измерений r = N t = 17 7 = 10.
- 2. По числу избыточных измерений необходимо составить десять условных уравнения поправок.

Условные уравнения поправок будут иметь вид:

$$h_{4} - h_{12} - h_{2} - w_{1} = 0$$

$$h_{2} + h_{10} + h_{15} - h_{3} - w_{2} = 0$$

$$h_{3} - h_{9} - h_{1} - w_{3} = 0$$

$$h_{7} - h_{4} + h_{1} - h_{5} - w_{4} = 0$$

$$h_{5} + h_{8} - h_{6} - w_{5} = 0$$

$$h_{9} - h_{16} - h_{8} - w_{6} = 0$$

$$h_{16} - h_{15} + h_{13} - w_{7} = 0$$

$$h_{11} - h_{14} - h_{10} - w_{8} = 0$$

$$h_{12} - h_{17} - h_{11} - w_{9} = 0$$

$$h_{1} - h_{5} - (H_{Rp2} - H_{Rp1}) - w_{10} = 0$$
(1.1)

## Создаём вектор невязок W

$$W = \begin{pmatrix} 0,068 \\ 0,052 \\ 0,022 \\ -0,089 \\ -0,011 \\ -0,046 \\ -0,005 \\ 0,021 \\ -0,031 \\ -0,010 \end{pmatrix}$$

Вычисляем допустимые невязки реперов по формуле(1.2) (для III класса):

$$w_{\partial on} = 10 \cdot \sqrt{L} \tag{1.2}$$

где L – длина хода, км.

$$w_{1\partial on} = 0.044 \text{M}$$
 $w_{2\partial on} = 0.053 \text{M}$ 
 $w_{3\partial on} = 0.044 \text{M}$ 
 $w_{4\partial on} = 0.054 \text{M}$ 
 $w_{5\partial on} = 0.048 \text{M}$ 
 $w_{6\partial on} = 0.044 \text{M}$ 
 $w_{7\partial on} = 0.048 \text{M}$ 
 $w_{8\partial on} = 0.035 \text{M}$ 
 $w_{9\partial on} = 0.026 \text{M}$ 
 $w_{10\partial on} = 0.039 \text{M}$ 

Все невязки допустимы, кроме 1,4,6,9.

Коэффициент при превышении равняется:

- + 1, если направление хода и полигона совпадают;
- 1, если направление хода и полигона не совпадают;
  - 0, если в полигоне нет данного хода.

Создадим матрицу коэффициентов условных уравнений поправок В:

Создадим диагональную матрицу весов Р

Где вес рассчитывается по формуле:

$$P = \left(\frac{1}{\sigma_0 \cdot \sqrt{L}}\right)^2 \tag{1.3}$$

где L – длина хода, км.

Вычислим матрицу коэффициентов нормальных уравнений *R* 

Расчёт матрицы коэффициентов нормальных уравнений R в матричном виде

$$R = B \cdot P^{-1} \cdot B^T \tag{1.4}$$

Расчёт вектора коррелат K в матричном виде

$$K = -R^{-1} \cdot W \tag{1.5}$$

$$K = \begin{pmatrix} -47,957 \\ -47,343 \\ -23,898 \\ 32,759 \\ 14,349 \\ 20,171 \\ -5,736 \\ -31,288 \\ -2,743 \\ -25,718 \end{pmatrix}$$

Вычисляем уравненные поправки

$$V = P^{-1} \cdot B^{T} \cdot K$$

$$\begin{pmatrix} 0,017 \\ 0,001 \\ 0,020 \\ -0,052 \\ 0,007 \\ -0,008 \\ 0,027 \\ -0,004 \\ V = \begin{pmatrix} 0,025 \\ -0,005 \\ -0,018 \\ 0,015 \\ -0,006 \\ 0,009 \\ -0,027 \\ -0,017 \\ 0,002 \end{pmatrix}$$

$$(1.6)$$

Далее найдем уравненные превышения и рассчитаем по ним невязки.

$$h_n + v_n = h_n^{yp} \tag{1.7}$$

$$\begin{pmatrix} 1,879 \\ 1,589 \\ 1,469 \\ -1,038 \\ 4,697 \\ 2,680 \\ 1,691 \\ -2,028 \\ -0,432 \\ 0,073 \\ -0,812 \\ -2,695 \\ -1,788 \\ -0,906 \\ -0,141 \\ 1,642 \\ -1,852 \end{pmatrix} + V = \begin{pmatrix} 1,896 \\ 1,590 \\ 1,489 \\ -1,090 \\ 4,704 \\ 2,672 \\ 1,718 \\ -2,032 \\ -0,407 \\ 0,068 \\ -0,830 \\ -2,680 \\ -1,794 \\ -0,897 \\ -0,168 \\ 1,625 \\ -1,850 \end{pmatrix}$$

$$w_{1} = h_{4} - h_{12} - h_{2} = 0$$

$$w_{2} = h_{2} + h_{10} + h_{15} - h_{3} = 0$$

$$w_{3} = h_{3} - h_{9} - h_{1} = 0$$

$$w_{4} = h_{7} - h_{4} + h_{1} - h_{5} = 0$$

$$w_{5} = h_{5} + h_{8} - h_{6} = 0$$

$$w_{6} = h_{9} - h_{16} - h_{8} = 0$$

$$w_{7} = h_{16} - h_{15} + h_{13} = 0$$

$$w_{8} = h_{11} - h_{14} - h_{10} = 0$$

$$w_{9} = h_{12} - h_{17} - h_{11} = 0$$

$$w_{10} = h_{1} - h_{5} - (H_{RP2} - H_{RP1}) = 0$$

Все невязки равны 0.

Вычислим уравненные отметки реперов:

$$\begin{cases} H_1 = H_{M1} + h_1 = 182,385\text{M} \\ H_2 = H_{M1} + h_2 = 182,079\text{M} \\ H_3 = H_{M1} + h_3 = 181,978\text{M} \\ H_4 = H_{M1} + h_4 = 179,399\text{M} \\ H_5 = H_{M1} + h_1 + h_8 = 180,353\text{M} \\ H_6 = H_{M1} + h_3 - h_{15} = 182,146\text{M} \\ H_7 = H_{M1} + h_2 + h_{11} = 181,249\text{M} \end{cases}$$

## ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ КОРРЕЛАТНОГО СПОСОБА УРАВНИВАНИЯ

Рассчитаем ковариационную матрицу уравненных превышений

$$Q_{vp}^{h} = P^{-1} - P^{-1} \cdot B^{T} \cdot R^{-1} \cdot B \cdot P^{-1}$$
(1.8)

Рассчитаем ковариационную матрицу уравненных отметок реперов

$$Q_{yp}^{H} = A \cdot Q_{yp}^{h} \cdot A^{T} \tag{1.9}$$

A — матрица частных производных;

Для составления матрицы A используем формулу переноса ошибок

$$F = f(a,b)$$

$$m_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial a}\right)^2 \cdot m_a^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b}\right)^2 \cdot m_b^2 \tag{1.10}$$

Например, первая строка матрицы А рассчитывается следующим образом

$$H_1 = H_{M1} + h_1$$

$$m_{H_1}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial h_1}\right)^2 \cdot m_{h_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_2}\right)^2 \cdot m_{h_2}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_3}\right)^2 \cdot m_{h_3}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_4}\right)^2 \cdot m_{h_4}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_4}\right)^2 \cdot m_{h$$

$$+\left(\frac{\partial f}{\partial h_{5}}\right)^{2}\cdot m_{h_{5}}^{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{6}}\right)^{2}\cdot m_{h_{6}}^{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{7}}\right)^{2}\cdot m_{h_{7}}^{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{8}}\right)^{2}\cdot m_{h_{8}}^{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{9}}\right)^{2}\cdot m_{h_{9}}^{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{9}}\right)^{2}\cdot m_{h_{9}}$$

$$\begin{split} & + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{10}}\right)^2 \cdot m_{h_{10}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{11}}\right)^2 \cdot m_{h_{11}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{12}}\right)^2 \cdot m_{h_{12}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{13}}\right)^2 \cdot m_{h_{13}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{14}}\right)^2 \cdot m_{h_{14}}^2 \\ & + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{15}}\right)^2 \cdot m_{h_{15}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{16}}\right)^2 \cdot m_{h_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial h_{17}}\right)^2 \cdot m_{h_{17}}^2 = \end{split}$$

$$=1^{2} \cdot m_{h_{1}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{2}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{3}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{4}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{5}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{6}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{7}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{7}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{9}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{1}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{11}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{12}}^{2} + 0^{2} \cdot m_{h_{13}}^{2}$$

$$Q_{yp}^{H} = \begin{pmatrix} 0,00022 & 0,00004 & 0,00010 & 0,00002 & 0,00009 & 0,00006 & 0,00004 \\ 0,00004 & 0,00027 & 0,00007 & 0,00016 & 0,00006 & 0,00019 & 0,00020 \\ 0,00010 & 0,00007 & 0,00025 & 0,00005 & 0,00012 & 0,00011 & 0,00009 \\ 0,00002 & 0,00016 & 0,00005 & 0,00023 & 0,00004 & 0,00013 & 0,00016 \\ 0,00009 & 0,00006 & 0,00012 & 0,00004 & 0,00025 & 0,00010 & 0,00008 \\ 0,00006 & 0,00019 & 0,00011 & 0,00013 & 0,00010 & 0,00023 & 0,00023 \\ 0,00004 & 0,00020 & 0,00009 & 0,00016 & 0,00008 & 0,00023 & 0,00035 \end{pmatrix}$$

СКП единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T \cdot P \cdot V}{N - t}} \tag{1.11}$$

$$V^T \cdot P \cdot V = 10,536$$
$$\mu = 1,026$$

СКП превышений

$$\begin{pmatrix} m_{h_1} \\ m_{h_2} \\ m_{h_3} \\ m_{h_4} \\ m_{h_5} \\ m_{h_6} \\ m_{h_7} \\ m_{h_8} \\ m_{h_9} \\ m_{h_{11}} \\ m_{h_{12}} \\ m_{h_{13}} \\ m_{h_{14}} \\ m_{h_{15}} \\ m_{h_{15}} \\ m_{h_{15}} \\ m_{h_{10}} \\ m_{h_{11}} \\ m_{h_{12}} \\ m_{h_{13}} \\ m_{h_{14}} \\ m_{h_{15}} \\ m_{h_{16}} \\ m_{h_{17}} \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{Q_{yp33}^h} \\ \sqrt{Q_{yp44}^h} \\ \sqrt{Q_{yp55}^h} \\ \sqrt{Q_{yp66}^h} \\ \sqrt{Q_{yp77}^h} \\ \sqrt{Q_{yp77}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1010}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1010}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1010}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1111}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1212}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1313}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1414}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1414}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1515}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1616}^h} \\ \sqrt{Q_{yp1616}^h}$$

# СКП реперов

$$\begin{pmatrix} m_{H_1} \\ m_{H_2} \\ m_{H_3} \\ m_{H_4} \\ m_{H_5} \\ m_{H_6} \\ m_{H_7} \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{Q_{yp11}^H} \\ \sqrt{Q_{yp22}^H} \\ \sqrt{Q_{yp33}^H} \\ \sqrt{Q_{yp44}^H} \\ \sqrt{Q_{yp44}^H} \\ \sqrt{Q_{yp55}^H} \\ \sqrt{Q_{yp66}^H} \\ \sqrt{Q_{yp66}^H} \\ \sqrt{Q_{yp77}^H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.015 \\ 0.017 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ 0.017 \\ 0.019 \end{pmatrix}$$

#### ПОИСК ГРУБЫХ ОШИБОК В НИВЕЛИРНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Для того, чтобы найти грубые ошибки в измерениях, используем апостериорный метод, а конкретнее  $\tau$  – тест. Он заключается в сравнении нормативных поправок с коэфициентом  $\tau$ .

Для начала для оценки теоретического значения стандарта определяем величину  $\chi^2$  для нижнего интервала и для верхнего.

И получаем соответственно 3,247 и 20,483.

Найдем нормативные поправки по формуле:

$$S_{V_i} = \frac{|V_i|}{\mu \cdot \sqrt{Q_{V_i}}} \tag{1.12}$$

где  $V_i$  – i-тая поправка;

 $Q_{Vi}-i$ -ый элемент ковариационной матрицы поправок.

Ковариационной матрица поправок вычисляется следующим образом:

$$Q_V = P^{-1} - Q_{yp}^h (1.13)$$

Матрица нормативных поправок:

$$S_{V} = \begin{pmatrix} 0,9102 \\ 0,0222 \\ 0,7927 \\ 2,5002 \\ 0,2510 \\ 0,4480 \\ 1,0753 \\ 0,1944 \\ 1,4102 \\ 0,4341 \\ 0,8654 \\ 1,2480 \\ 0,2173 \\ 0,8874 \\ 1,4412 \\ 0,8468 \\ 0,0871 \\ \end{pmatrix}$$

Коэфициент  $\tau$  вычисляется по формуле:

$$\tau = \frac{t \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{r - 1 + t^2}} \tag{1.14}$$

где r — число степеней свободы;

t – коэффициент Стьюдента (с вероятностью P=0.95).

 $\tau = 2,421$ .

После проведения сравнения нормативных поправок с коэффициентом  $\tau$  с учетом следующего условия:  $S_{Vi} \leq \tau$ , была выявлена одна грубая ошибка(  $S_{V6}$  ) в исходных измерениях, так как условие не выполнялось  $S_{V6} \geq \tau$  .

**Вывод**: В данной работе было выполнено уравнивание коррелатным способом сети нивелирования III класса, были вычислены уравненные высотные отметки. Произведены обобщенная оценка точности полученных результатов и поиск грубых ошибок, используя  $\tau$  – тест, который выявил одну грубую ошибку.