

УДК 532.23, 553.048

*М. И. Райковский*

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

## Численный метод расчета фазового равновесия углеводородов с учетом капиллярных свойств для заданных пористых сред

Настоящая работа посвящена анализу численного метода расчета двухфазного равновесия углеводородной смеси с капиллярным скачком давления с привязкой к конкретной пористой среде. Данный метод представляет собой совместный анализ термодинамической капиллярной кривой, полученной путем расчета фазового равновесия с капиллярным скачком углеводородной смеси, которая описывается уравнением состояния Пенга – Робинсона, и экспериментальной капиллярной кривой, описывающей пористую среду.

Полученные результаты демонстрируют возможности использования данного метода при расчетах с учетом эффекта капиллярного скачка давления. Описанная расчетно-теоретическая методика применима к системам с произвольным числом компонент и легко обобщается на другие уравнения состояния, например, такое, как уравнение Редлиха – Квонга.

**Ключевые слова:** капиллярный скачок давления, насыщенность фазы, фазовое равновесие, газоконденсатная смесь, свободная энергия

*M. I. Raikovskiy*

Moscow Institute of Physics and Technology

## Numerical method for calculating the phase equilibrium of hydrocarbons taking into account capillary properties for given porous media

This work is devoted to the analysis of a numerical method for calculating the two-phase equilibrium of a hydrocarbon mixture with a capillary pressure jump with reference to a specific porous medium. This method is a joint analysis of the thermodynamic capillary curve obtained by calculating the phase equilibrium with a capillary jump of a hydrocarbon mixture, which is described by the Peng – Robinson equation of state, and the experimental capillary curve describing a porous medium.

The results obtained demonstrate the possibilities of using this method in calculations taking into account the capillary pressure jump effect. The described calculation-theoretical technique is applicable to systems with an arbitrary number of components and can be easily generalized to other equations of state, such as the Redlich – Kwong equation.

**Key words:** capillary pressure jump, phase saturation, phase equilibrium, gas-condensate mixture, free energy

## 1. Введение

В практике проектирования разработки газоконденсатных и нефтегазовых месторождений [1] необходимой составляющей является расчет фазовых переходов газ-жидкость. В настоящее время общепринятым методом анализа фазового поведения углеводородных смесей является подход на основе уравнений состояния (УС), например, уравнение Пенга – Робинсона [2, 3]. Метод УС встроен в пластовые симуляторы и используется в композиционных гидродинамических моделях в соответствии с существующими требованиями [4].

Однако при моделировании фазового равновесия в современных популярных пластовых симуляторах капиллярные эффекты не учитываются. Влияние капиллярных сил на равновесие между газовой и жидкой фазами является недостаточно изученным. Поэтому представляет интерес систематический анализ численных методов расчета фазового равновесия с учетом свойств пористой среды, а также влияния капиллярных сил на составы фаз углеводородных смесей. В публикациях [5, 6] отмечалась важность учета капиллярных эффектов, которые учитывались одновременно при расчете фазового равновесия газоконденсатной смеси и при моделировании течения в пористой среде, в частности, в окрестности добывающей скважины.

В настоящей работе представлен анализ методики совмещения результатов термодинамических расчетов зависимости давления капиллярного скачка от насыщенности, представленных в работе [7], с любыми участками коллектора, характеризующимися разными кривыми капиллярного давления. Таким образом, задача сводится к отысканию общих точек термодинамической капиллярной кривой и экспериментальной капиллярной кривой.

## 2. Теоретическая постановка

Опишем теоретическую постановку задачи. Пусть для некоторой горной породы имеется характеризующая ее капиллярная кривая (КК):

$$P_c = P_c(S), \quad (1)$$

полученная из эксперимента, например, путем нагнетания ртути в образец [8]. Здесь  $S$  – насыщенность, а  $P_c$  – давление капиллярного скачка, которая определяется выражением

$$P_{liq} - P_{gas} = P_c. \quad (2)$$

Пусть также имеется термодинамическая зависимость насыщенности конденсата от давления в фазах, которая описывается уравнением (3):

$$P_c = P_c(S, P_{liq}, P_{gas}), \quad (3)$$

полученная путем термодинамических расчетов фазового равновесия углеводородной смеси с единым начальным составом без учета пористой среды, представленных в [7].

Совместный численный анализ уравнений (1) и (3) позволяет получить значения насыщенности конденсата ( $S_{liq}$ ) и давления жидкой фазы ( $P_{liq}$ ) при заданной температуре ( $T$ ) и давлении газовой фазы ( $P_{gas}$ ), характеризующие фазовый состав смеси.

В зависимости от свойств пористой среды предполагается три различные ситуации взаимного расположения кривых (1) и (3): смачиваемой пористой среды, несмачиваемой пористой среды, случай смешанной смачиваемости.

КК для смачиваемой пористой среды описывается следующими уравнениями: пусть  $r$  – размер пор, а  $\varphi(r)$  – их распределение, тогда

$$P_{liq} - P_{gas} = P_c = \frac{\beta_w}{r}, \quad (4)$$

$$V(r) = \alpha_w r^3, \quad (5)$$

$$\int \varphi(r)dr = 1, \quad (6)$$

$$\int V(r)\varphi(r)dr = \Phi, \quad (7)$$

$$\frac{1}{\Phi} \int_0^R V(r)\varphi(r)dr = S_w, \quad (8)$$

$$P_{liq} - P_{gas} = P_c = \frac{\beta_w}{R}, \quad (9)$$

где  $V(r)$  – объем пор, а  $\alpha_w$  и  $\beta_w$  – некоторые коэффициенты для смачиваемой пористой среды, при этом величина  $\alpha_w$  безразмерная, а  $\beta_w$  имеет размерность [Н/м]. В данном случае КК (1) и (3) имеют как минимум одну точку пересечения в области положительных значений капиллярного скачка (см. рис. 1а). В данном случае давление в жидкой фазе выше давления в газовой ( $P_{liq} > P_{gas}$ ).

Случай несмачиваемой пористой среды имеет следующее аналитическое описание:

$$P_c = \frac{\beta_u}{r}, \quad (10)$$

$$V(r) = \alpha_u r^3, \quad (11)$$

$$\frac{1}{\Phi} \int_0^R V(r)\varphi(r)dr = S_u, \quad (12)$$

$$P_{liq} - P_{gas} = P_c = \frac{\beta_u}{R}, \quad (13)$$

где  $\alpha_u$  и  $\beta_u$  – некоторые коэффициенты для смачиваемой пористой среды, при этом аналогично случаю смачиваемой пористой среды величина  $\alpha_u$  безразмерная, а  $\beta_u$  имеет размерность [Н/м], а значение  $\Phi$  определяется выражением (7). В рассматриваемом случае несмачиваемой пористой среды КК (1) и (3) имеют так же, как и в случае смачиваемой пористой среды, минимум одну точку пересечения в области отрицательных значений, что соответствует случаю, когда давление в газовой фазе выше давления в жидкой ( $P_{liq} < P_{gas}$ ) (см. рис. 1б).

В случае если пористая среда имеет смешанную смачиваемость, выполняются оба варианта и КК имеют как минимум две точки пересечения, что можно увидеть на рис. 1в. Данный случай описывается следующим набором уравнений: пусть  $\varphi_w(r)$  и  $\varphi_u(r)$  – распределение пор для случаев смачиваемой и несмачиваемой пористых сред соответственно, тогда

$$\int_0^{+\infty} (\varphi_w(r) + \varphi_u(r))dr = 1, \quad (14)$$

$$\int_0^{+\infty} (V_w(r)\varphi_w(r) + V_u(r)\varphi_u(r))dr = \Phi, \quad (15)$$

$$\frac{1}{\Phi} \left( \int_0^{+\infty} V_w(r)\varphi_w(r)dr + \int_R^{+\infty} V_u(r)\varphi_u(r)dr \right) = S_{uw}, \quad (16)$$

где значения  $V_w(r)$  и  $V_u(r)$  определяются выражениями (5) и (11) соответственно, а значение переменной  $R$  получается из уравнения (13).

Определив координаты точки пересечения КК (1) и (3), а также давление в газовой фазе, возможно получить составы фаз рассматриваемой углеводородной смеси, используя метод расчета фазового равновесия с капиллярным скачком, который описан в [7].

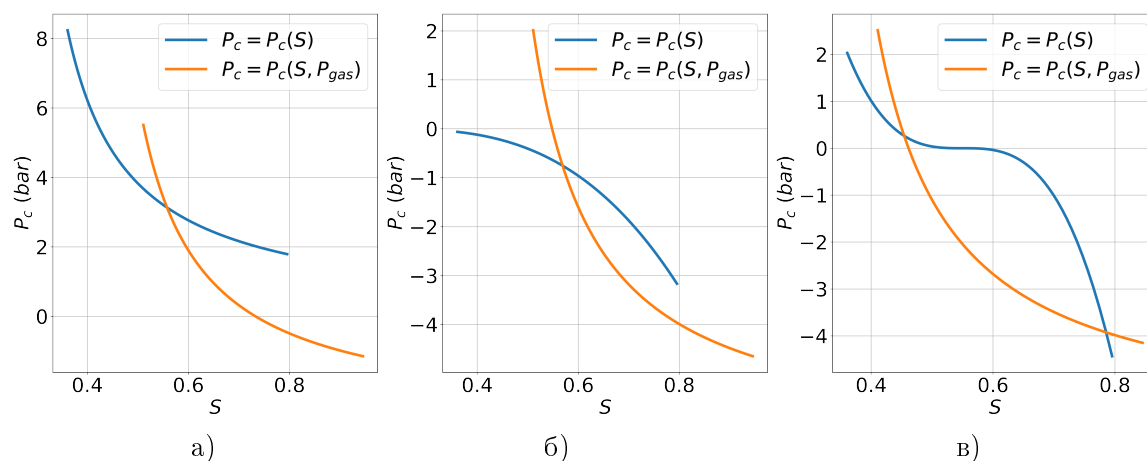


Рис. 1. Возможные случаи пересечения капиллярных кривых: а) смачиваемая пористая среда; б) несмачиваемая пористая среда; в) смешанная смачиваемость

В настоящей работе рассматриваются две углеводородные смеси. Первая летучая смесь из 15 компонент, а вторая газоконденсатная смесь состоит из 10 компонент. Сами компоненты и их мольные концентрации для первой и второй углеводородной смеси представлены в табл. 1 и 2 соответственно, а также способ определения КК с использованием модели Брукса – Кори (МБК).

Таблица 1

#### Состав и мольные концентрации 1-й углеводородной смеси

N <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> S	C1	C2	C3	IC4	NC4	IC5	NC5	C6	C7	C8	C9	C10
0,81	2,9	13,32	43,24	8,53	4,78	1,06	2,4	1,2	1,25	1,94	2,33	2,64	2,22	1,13

Таблица 2

#### Состав и мольные концентрации 2-й углеводородной смеси

N <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	C1	C2	C3	C4	C5	C6+	C11+	C27+
0,689	1,089	78,64	8,095	3,857	2,195	0,879	2,854	1,564	0,135

В МБК КК аппроксимируется уравнением

$$S = S_0 + (1 - S_0) \left( \frac{P_{c0}}{P_c} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (17)$$

где значения  $S_0$ ,  $P_{c0}$ ,  $n$  определяются из экспериментальных данных.

Дальнейшие расчеты кривой, описываемой уравнением (1), будут описаны с учетом данной модели.

### 3. Результаты расчета

Параметры  $S_0$ ,  $P_{c0}$ ,  $n$  принимают значения, показанные в табл. 3.

Таблица 3

#### Значение параметров МБК

$S_0$	$P_{c0}$ (бар)	$n$
0,24	0,896	1,18

График для выражения (17), построенный с учетом параметров из табл. 3, изображен на рис. 2. Из данного рисунка видно, что для любого значения насыщенности ( $S$ ) давления

капиллярного скачка ( $P_c$ ) остаются положительными, что, исходя из вышеприведенного анализа возможных капиллярных кривых, соответствует случаю смачиваемой пористой среды, и, как отмечалось ранее, для значений давлений в фазах будет верно соотношение  $P_{gas} \leq P_{liq}$ .

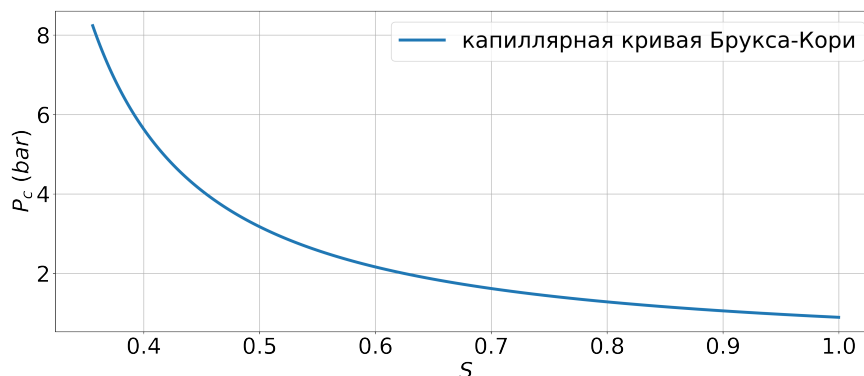


Рис. 2. Аппроксимация капиллярной кривой по МБК

Пористая среда, которая описывается МБК с параметрами из табл. 3, не соответствует пористой среде ни одной из смесей, следовательно, необходимы преобразования КК. Стоит также заметить, что из этого следует возможность несуществования точек пересечения для кривых (1) и (3) для рассматриваемых смесей.

КК, аппроксимируемая уравнением (17), также, ввиду смачиваемости пористой среды, описывается уравнением (4). В уравнении (4) величина  $\beta_w$  представима в виде  $\beta_w = \sigma \cos \theta$ , где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\theta$  – угол смачивания. Тогда уравнение (4) принимает вид

$$P_c = \frac{\sigma \cos \theta}{r}, \quad (18)$$

где  $r$  является функцией пористости ( $\psi$ ) и проницаемости ( $k$ ) и, в свою очередь, описывается выражением

$$r = \left( \frac{k}{\psi} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (19)$$

Если мы предполагаем, что рассматриваемые нами смеси находятся в пористой среде, которая описывается уравнением (17), то такие параметры, как пористость, проницаемость и угол смачивания остаются постоянными ( $k = \text{Const}$ ,  $\psi = \text{Const}$ ,  $\theta = \text{Const}$ ), тогда для КК Брукса – Кори ( $P_{c(BC)}$ ) и КК рассматриваемой углеводородной смеси ( $P_{c(mix)}$ ) верно, опираясь на выражения (18) и (19), следующее соотношение:

$$\frac{P_{c(BC)}}{P_{c(mix)}} = \frac{\sigma_{BC}}{\sigma_{mix}}.$$

Отсюда несложно получить поправку для рассматриваемой углеводородной смеси относительно МБК:

$$P_{c(mix)} = \frac{\sigma_{mix}}{\sigma_{BC}} P_{c(BC)}. \quad (20)$$

Расчет значения величины поверхностного натяжения для смеси проводился по следующей формуле:

$$\sigma_{mix} = \frac{\sum_{k=1} \sigma_k}{K} = \frac{\sum_{k=1} \left( \sum_{n=1} \Pi_n \left( \frac{x_n}{V_i} - \frac{y_n}{V_g} \right) \right)^4}{K}, \quad (21)$$

где  $\Pi_n$  – парахор,  $x_n$  и  $y_n$  – мольные концентрации жидкой и газовой фаз соответственно,  $V_l$  и  $V_g$  – мольный объем жидкой и газовой фаз соответственно. Расчет значений  $x_n$  и  $y_n$  проводился для  $K$  точек фазовой диаграммы в окрестности точки росы с учетом капиллярного скачка в координатах  $(P_{gas}, P_{liq})$  при температуре  $T = 380$  К.

Значения величины поверхностных натяжений для обеих смесей, а также для МБК представлены в табл. 4.

Таблица 4

**Значения величины поверхностного натяжения для обеих рассматриваемых углеводородных смесей, а также МБК**

$\sigma_{mix1}$ (Н/м)	$\sigma_{mix2}$ (Н/м)	$\sigma_{BC}$ (Н/м)
0,0001452	0,00003482	0,03

По выражению (20) получаем, что значения капиллярного скачка для 1-й смеси в примерно 200 раз меньше, чем для МБК и лежит в диапазоне  $P_c \in [0,005; 0,04]$  бар, а значение капиллярного скачка для 2-й смеси в примерно 860 раз меньше и лежит в диапазоне  $P_c \in [0,001; 0,01]$  бар. КК для обеих смесей, которые были получены по формулам (20) и (21), продемонстрированы на рис. 3.

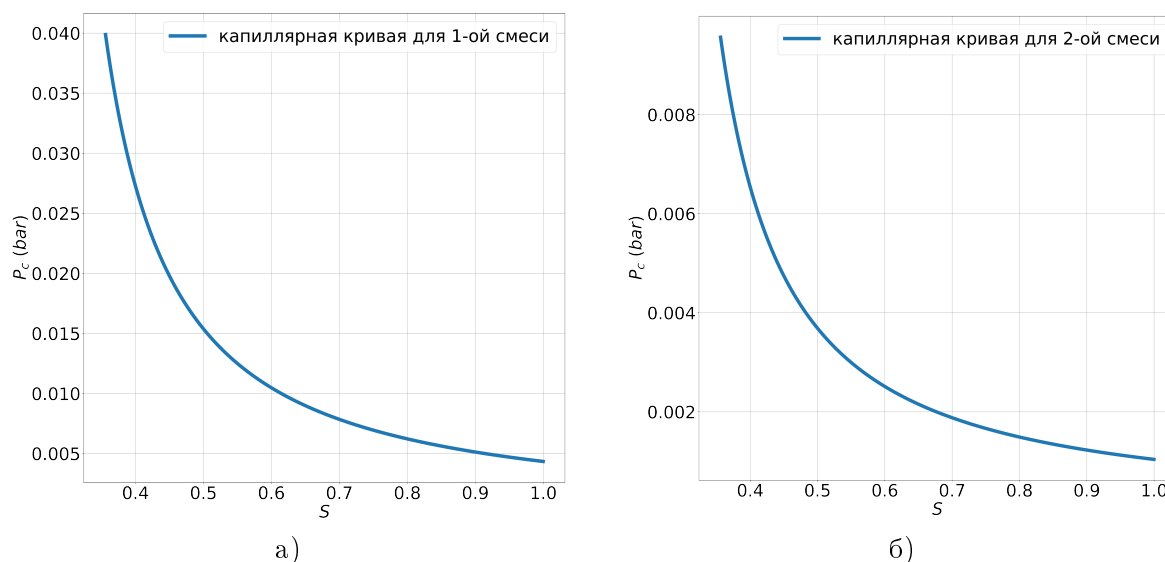


Рис. 3. Преобразованные капиллярные кривые: а) капиллярная кривая для 1-й смеси с коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma_{mix1} = 1.452 \times 10^{-4}$ , б) капиллярная кривая для 2-й смеси с коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma_{mix2} = 3.482 \cdot 10^{-5}$

Для исключения возможности несуществования точек пересечения был произведен графический анализ преобразованных КК и кривой (3) на наличие общих точек. Для 1-й летучей смеси при температуре смеси  $T = 380$  К для любого значения  $P_{gas} \in [100; 273]$  бар существует одна точка пересечения, а для 2-газоконденсатной смеси при температуре  $T = 380$  К для любого значения  $P_{gas} \in [100; 388]$  бар не существует точек пересечения. На рис. 4а продемонстрированы КК для летучей смеси, а также КК для трех различных давлений в газовой фазе, а на рис. 4б показаны КК для газоконденсатной смеси, а также КК для трех различных давлений в газе. Опираясь на результаты графического анализа, дальнейшие расчеты проводились только для 1-й летучей углеводородной смеси.

Нахождение точек пересечения КК проводилось путем решения нелинейного уравнения

$$u(S, P_{gas}) = p_c(S) - P_c(S, P_{gas}), \quad (22)$$

где  $p_c(S)$  – КК для 1-й углеводородной смеси соответственно.

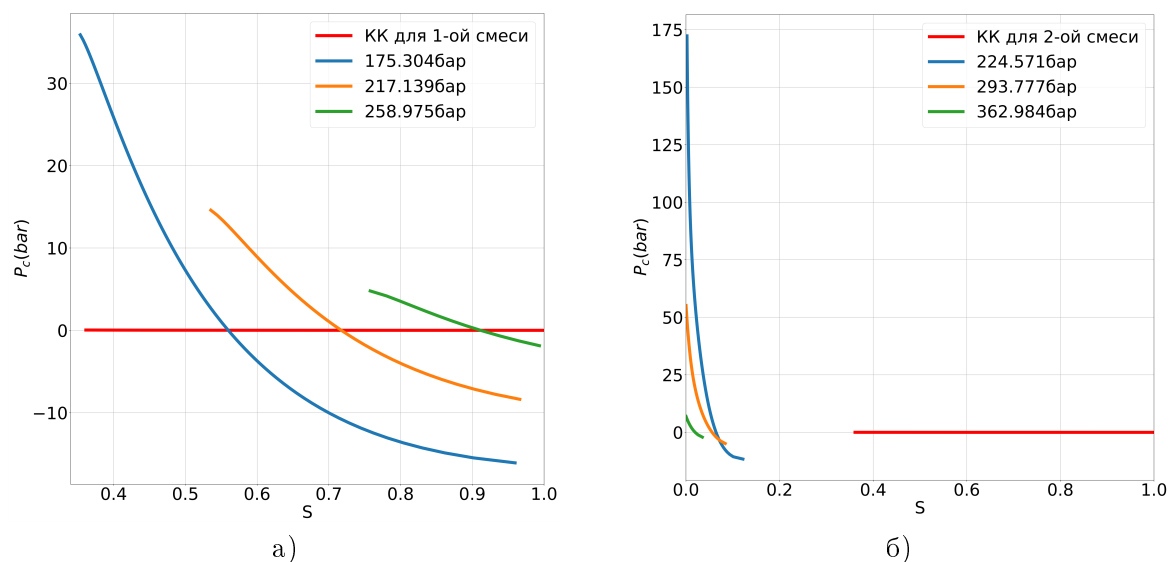


Рис. 4. Графический анализ КК: а) графический анализ для 1-й летучей углеводородной смеси; б) графический анализ для 2-й газоконденсатной углеводородной смеси

Для представленных на рис. 4а КК получены с помощью уравнения (22) координаты точек пересечения, а также составы фаз. Расчеты фазового равновесия для первой летучей углеводородной смеси для давлений в газовой фазе  $P_{gas} = 175,304$  бар,  $P_{gas} = 217,14$  бар,  $P_{gas} = 258,98$  бар при температуре  $T = 380$  К с учетом капиллярного скачка и без него продемонстрировали, что разница мольных концентраций составляет порядка 0,1%. При этом влияние капиллярного скачка на состав жидкой фазы тем больше, чем ближе  $P_{gas}$  к значению давления в точке росы.

В результате решения уравнения (22) при температуре  $T = 380$  К множество точек пересечения отложены пунктирной линией на фазовой диаграмме (ФД) (рис. 5).

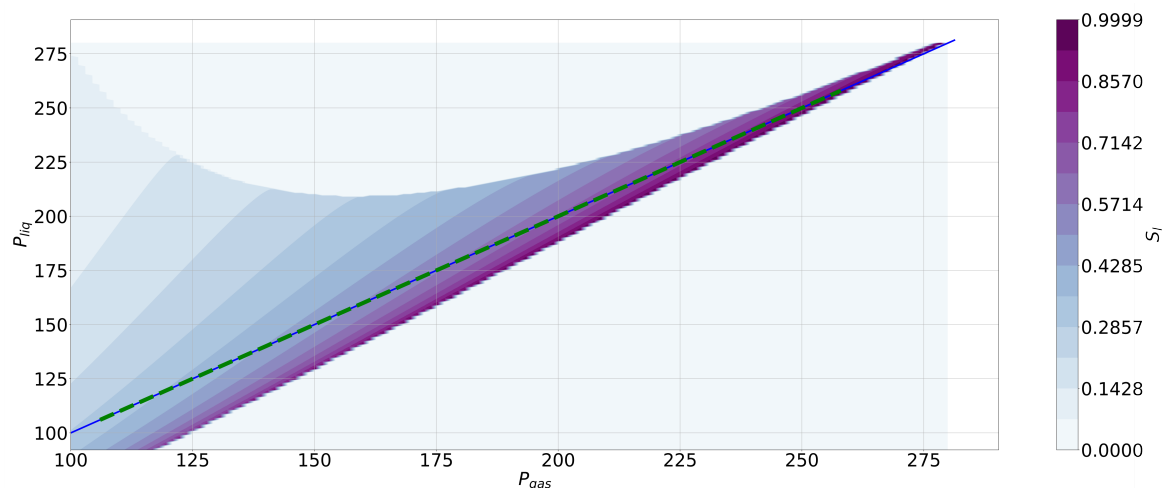


Рис. 5. Множество точек пересечения на фазовой диаграмме

В рассматриваемых масштабах значений давлений  $P_{gas}$  и  $P_{liq}$  на ФД множество точек пересечения визуально слабо отличимо от биссектрисы (множество точек, для которых  $P_{gas} = P_{liq}$ ), что следует из диапазона значений  $P_c \in [0,005 \text{ бар}; 0,04 \text{ бар}]$  в то время как величина капиллярного скачка на диаграмме может привывать  $P_c = 100$  бар.

#### 4. Заключение

Представленные результаты демонстрируют возможности разработанной методики расчета капиллярного скачка при заданном значении в газовой фазе ( $P_{gas}$ ) учитывать влияние капиллярных сил при фазовых переходах типа газ-жидкость, которые имеют место при разработке газоконденсатных и газонефтяных залежей.

Принимая во внимание двухфазные области, полученные в [7], и возможное взаимное расположение КК (1) и (3), продемонстрированного на рис. 1, можно заметить, что при зависимости между давлениями фаз, определяемой выражением  $P_{liq} = P_{gas} + P_c$ , все точки пересечения кривых (1) и (3) находятся в области выше биссектрисы, а следовательно, существование всех точек области двухфазных состояний углеводородной газоконденсатной смеси, находящейся выше точки росы и полученной в рамках исключительно термодинамических расчетов, невозможно для случая смачиваемой пористой среды. Совершенно противоположный результат при сохранении такой же зависимости между давлениями получается для случаев смешанной смачиваемости и несмачиваемой пористой среды.

#### Список литературы

1. *Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д.* Нефтегазовая гидромеханика: Учебное пособие для вузов. Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2005. 544 с.
2. *Брусиловский А.И.* Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа. Москва : Грааль, 2002. 575 с.
3. *Firoozabadi A.* Thermodynamics of Hydrocarbon Reservoirs. New York : McGraw-Hill, 1998.
4. *Закревский К.Е., Максимова К.Е.* РД 153-39.0-047-00. Регламент по созданию постоянно-действующих геолого-технологических моделей нефтяных и газонефтяных месторождений. Москва : Грааль, 2002. 143 с.
5. *Bedrikovetsky P.* Mathematical Theory of Oil and Gas Recovery. New York : Springer Science+Business Media, 1993.
6. *Динариев О.Ю., Евсеев Н.В.* О роли капиллярных сил при фильтрации газоконденсатной смеси вблизи скважины // Инженерно-физический журнал. 2004. Т. 77, № 11. С. 17–23.
7. *Райковский М.И., Демьянов А.Ю., Динариев О.Ю.* Об учете капиллярных сил при моделировании газоконденсатных смесей // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2022. № 2. С. 37–52.
8. *Тиаб Дж., Доналдсон Эрл Ч.* Петрофизика: теория и практика изучения коллекторских свойств горных пород и движения пластовых флюидов / пер. с английского. Москва : ООО «Премииум Инжиниринг», 2009. 868 с.

#### References

1. *Basiev K.S., Dmitriev N.M., Rozenberg G.D.* Neftegazovaia gidromekhanika: Uchebnoe posobie dla vuzov. Izhevsk : Institute of Computer Research, 2005. 544 p. (in Russian).
2. *Brusilovskiy A.I.* Fazovye prevrashcheniya pri pazrabotke mestorozhdeniy nefiti i gaza. Moscow : Graal Publ., 2002. 575 p. (in Russian).
3. *Firoozabadi A.* Thermodynamics of Hydrocarbon Reservoirs. New York : McGraw-Hill, 1998.
4. *Zakrevskiy K.E., Maksimov M.M.* RD 153-39.0-047-00. Reglament po sozdaniyu postoyanno-deystvuyushchih modeley neftaynyh i gazokondensatnyh mestorozhdeniy. Moscow : Graal Publ., 2000. 143 p. (in Russian).



5. *Bedrikovetsky P.* Mathematical Theory of Oil and Gas Recovery. New York : Springer Science+Business Media, 1993.
6. *Dinariev O. Yu., Evseev N. V.* O roli kapillarnykh sil pri filtratsii gazokondensatnoy smesi vblizi skvazhiny. Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal. 2004. V. 77, N 11. P. 17–23. (in Russian).
7. *Raikovskiy M.I., Demianov A. Yu., Dinariev O. Yu.* On the accounting of capillary forces in the modeling of gas-condensate mixtures. Oil and Gas Studies. 2022. N 2. P. 37–52. (in Russian).
8. *Tiab Dj., Donaldson Erle C.* Petrofizika: teoria i praktika kolektornih svoistv gornih porod i dviganiya plastovih fluidov. Translation from English. Moscow : ООО «Premium Enginiring», 2009. 868 p.

*Поступила в редакцию 21.06.2023*