

Координаты точки $C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$$OA = L_1, \quad AB = L_2, \quad BC = L_3$$

1) Продлим прямую AB до пересечения с осью OX. Обозначим точку пересечения D

$$2) \angle OAD = \theta_2 \text{ и } \angle ODB = 180^\circ - \theta_3$$

3) Построим отрезок OB. Пусть его длина равна r

4) $\angle OAB = 180^\circ - \theta_2$ \Rightarrow Напишем теорему косинусов для $\triangle OAB$:

$$r^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos(180^\circ - \theta_2) = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \cos(\theta_2)$$

Выразим угол θ_2 :

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{r^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}\right)$$

5) Обозначим $\angle BOA = \gamma$ и $\angle BOD = \alpha$. Напишем теорему косинусов для $\triangle OAB$:

$$L_2^2 = r^2 + L_1^2 - 2rL_1 \cos(\gamma)$$

Выразим угол γ :

$$\gamma = \arccos\left(\frac{L_2^2 - r^2 - L_1^2}{-2rL_1}\right)$$

6) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{r_y}{r_x}$. Координаты точки $B = \begin{pmatrix} x - L_3 \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow r_x = x - L_3$ и $r_y = y$

Тогда $\alpha = \arctg\left(\frac{y}{x - L_3}\right)$

7) $\alpha = \gamma + \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \alpha - \gamma = \arctg\left(\frac{y}{x - L_3}\right) - \arccos\left(\frac{L_2^2 - L_1^2 - y^2 - (x - L_3)^2}{-2L_1 \sqrt{y^2 + (x - L_3)^2}}\right)$

8) Из $\triangle OBD$ следует, что $\theta_1 + \theta_2 + 180^\circ - \theta_3 = 180^\circ \Rightarrow$

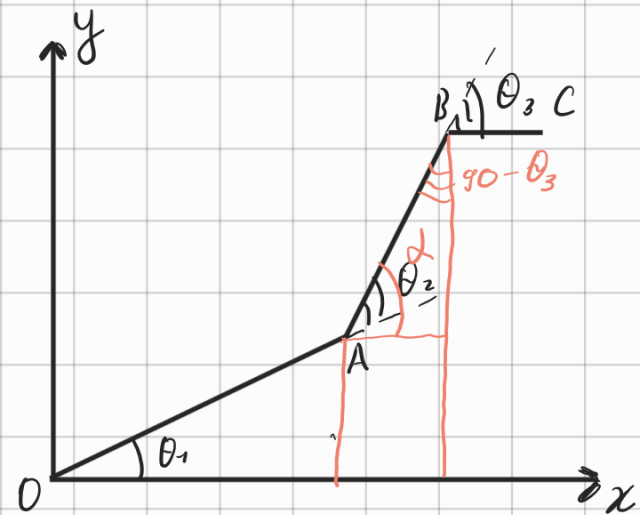
$$\Rightarrow \theta_3 = \theta_1 + \theta_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta_3 = \arctg\left(\frac{y}{x - L_3}\right) - \arccos\left(\frac{L_2^2 - L_1^2 - y^2 - (x - L_3)^2}{-2L_1 \sqrt{y^2 + (x - L_3)^2}}\right) + \arccos\left(\frac{y^2 + (x - L_3)^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}\right)$$

Для проверки сделаем сверку по координатам точки C.

1) Координаты точки C должны лежать в круге радиусом $R = L_1 + L_2 + L_3 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \leq R$

2) Через найденные углы мы должны высчитать корректные координаты



Рассмотрим снова рисунок

Текущая координата x получается:

$$x = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \alpha + L_3 \quad \Rightarrow$$

$$\text{Угол } \alpha = \theta_3$$

$$\Rightarrow x = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_3 + L_3$$

Текущая координата y получается:

$$y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \alpha = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \theta_3$$