
Тестовые вопросы к лекции 2

Дедлайн (жёсткий): 15 февраля 2023 года, 23:59 по Москве

Ответьте на следующие 5 вопросов (пояснения приветствуются, но не обязательны). Каждый вопрос стоит 0.4 балла. Просьба присылать ответы (желательно в формате PDF) на почту Горбунова Эдуарда: ed-gorbunov@yandex.ru. Кроме того, просьба указывать следующую тему письма:

«Методы оптимизации в ML, весна 2023. Тест 2»

1. Какое из указанных ниже множеств является **невыпуклым**?

- (a) $Q = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1 \text{ и } x_i \geq 0 \text{ для всех } i = 1, \dots, n\}$
- (b) $Q = \mathbb{R}^n$
- (c) $Q = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i < 0 \text{ для всех } i = 1, \dots, n\}$
- (d) $Q = \{0\}$ (множество, содержащее одну точку -0)

2. Выберите правильное утверждение:

- (a) Если функция $f_1(x)$ – выпуклая, а $f_2(x)$ – невыпуклая, то $f_1(x) + f_2(x)$ – невыпуклая
- (b) Если функция $f_1(x)$ – выпуклая, а $f_2(x)$ – невыпуклая, то $f_1(x) + f_2(x)$ – выпуклая
- (c) Если функция $f_1(x)$ – невыпуклая, а $f_2(x)$ – выпуклая, то $f_1(x) - f_2(x)$ может быть как выпуклой, так и невыпуклой
- (d) Если функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ – выпуклые, то $f_1(x) - f_2(x)$ может быть как выпуклой, так и невыпуклой

3. Пусть функция $f(x)$ является L -гладкой и μ -сильно выпуклой. Выберите правильное утверждение.

- (a) Если функция $f(x)$ – дважды непрерывно-дифференцируема, то $\lambda_{\min}(\nabla^2 f(x)) \geq \mu$ и $\lambda_{\max}(\nabla^2 f(x)) \leq L$
- (b) Возможна ситуация, что $L = \frac{\mu}{2}$
- (c) Для всех x, y выполнены неравенства: $f(y) \leq f(x) - \langle \nabla f(x), y - x \rangle + \frac{L}{2} \|y - x\|_2^2$ и $f(y) \geq f(x) - \langle \nabla f(x), y - x \rangle + \frac{\mu}{2} \|y - x\|_2^2$
- (d) Для всех x, y выполнены неравенства: $\langle \nabla f(y) - \nabla f(x), y - x \rangle \geq \frac{1}{\mu} \|\nabla f(x) - \nabla f(y)\|_2^2$ и $\langle \nabla f(y) - \nabla f(x), y - x \rangle \geq L \|x - y\|_2^2$

4. Рассмотрим функцию одного аргумента:

$$f(x) = \begin{cases} -3x - 6, & \text{если } x \leq -3, \\ -x, & \text{если } -3 < x \leq -1, \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1, \\ x, & \text{если } 1 < x \leq 3, \\ 3x - 6, & \text{если } x > 3. \end{cases} \quad (1)$$

Какое утверждение из перечисленных ниже является правильным и наиболее сильным про выпуклость функции f ?

- (a) Функция не является выпуклой
- (b) Функция является выпуклой
- (c) Функция является строго выпуклой
- (d) Функция является сильно выпуклой

5. Выберите правильное утверждение про L -гладкость функции f , заданной в (1).

- (a) Функция не является L -гладкой
- (b) Функция является L -гладкой с $L = 1$, причём для $L < 1$ она не является L -гладкой
- (c) Функция является L -гладкой с $L = 2$, причём для $L < 2$ она не является L -гладкой
- (d) Функция является L -гладкой с $L = 3$, причём для $L < 3$ она не является L -гладкой