

Варіант 13.

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_3 = 5 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Шукаємо двоїсту систему:

$$4y_1 + 6y_2 + 5y_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 1 \\ 4y_1 - y_2 \geq 1 \\ -y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 1 \end{cases} \quad y_1, y_2, y_3 - \text{основні змінні.}$$

Зводимо до канонічної форми:

$$\begin{cases} 3y_1 + y_2 + 2y_3 - y_4 = 1 \\ 4y_1 - y_2 - y_5 = 1 \\ -y_1 + 2y_2 + y_3 - y_6 = 1 \end{cases} \quad y_4, y_5, y_6 - \text{додаткові змінні.}$$



Застосуємо симплекс метод:

За допомогою методу Гауса шукаємо базис:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 6 \\ 2 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{:3} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & -\frac{7}{3} & \frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{5}{3} & \frac{7}{3} \end{pmatrix} \xrightarrow{: -\frac{7}{3}} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Будуємо симплекс таблицю:

Базис	Сб	План	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$x_1$	1	1	1	0	0
$x_2$	1	1	0	1	0
$x_3$	2	3	0	0	1
$\Delta$			0	0	0

Розрахуємо дельти:  $\Delta_i = C_1 \cdot a_{1i} + C_2 \cdot a_{2i} + C_3 \cdot a_{3i} - C_i$

$$\Delta_1 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 1 = 0$$

$$\Delta_2 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 1 = 0$$

$$\Delta_3 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 2 = 0$$

Всі  $\Delta \leq 0$ , отже план оптимальний.

$$x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 3$$

$$F = 8$$