

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3  
з дисципліни «Методи наукових досліджень»  
на тему «ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З  
ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ.»

ВИКОНАВ:  
студент 2 курсу  
групи ІВ-91  
Щоткін М. А.  
Залікова – 9131

ПЕРЕВІРИВ:  
ас. Регіда П. Г.

### Лабораторна робота № 3

Тема: ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ.

**Мета:** провести дробовий трьохфакторний експеримент. Скласти матрицю планування, знайти коефіцієнти рівняння регресії, провести 3 статистичні перевірки.

#### Завдання на лабораторну роботу

1. Скласти матрицю планування для дробового трьохфакторного експерименту. Провести експеримент в усіх точках факторного простору, повторивши N експериментів, де N – кількість експериментів (рядків матриці планування) в усіх точках факторного простору – знайти значення функції відгуку Y. Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі (випадковим чином).

$$y_{\max} = 200 + x_{\text{ср max}};$$

$$y_{\min} = 200 + x_{\text{ср min}}$$

$$\text{де } x_{\text{ср max}} = \frac{x_{1\max} + x_{2\max} + x_{3\max}}{3}, \quad x_{\text{ср min}} = \frac{x_{1\min} + x_{2\min} + x_{3\min}}{3}$$

2. Знайти коефіцієнти лінійного рівняння регресії. Записати лінійне рівняння регресії.
3. Провести 3 статистичні перевірки.
4. Написати комп'ютерну програму, яка усе це виконує.

130	10	50	20	60	20	25
-----	----	----	----	----	----	----

#### Програмний код

```
from random import randint
from functools import reduce
from numpy.linalg import det

def naturalize(matrix_of_plan, min_max_arr):
    result = []
    for i in matrix_of_plan:
        result.append(min_max_arr[1]) if i == 1 else result.append(min_max_arr[0])
    return result

def main():
    x1 = [10, 50]
    x2 = [20, 60]
    x3 = [20, 25]

    print("x1: ", x1)
    print("x2: ", x2)
    print("x3: ", x3)
```

```

x0_plan_array = [1, 1, 1, 1]
x1_plan_array = [-1, -1, 1, 1]
x2_plan_array = [-1, 1, -1, 1]
x3_plan_array = [-1 * (x1_plan_array[i] * x2_plan_array[i]) for i in
range(len(x1_plan_array))]

print("\nx0:", x0_plan_array)
print("x1:", x1_plan_array)
print("x2:", x2_plan_array)
print("x3:", x3_plan_array)

x1_plan_naturalized = naturalize(x1_plan_array, x1)
x2_plan_naturalized = naturalize(x2_plan_array, x2)
x3_plan_naturalized = naturalize(x3_plan_array, x3)

print('\nx1:', x1_plan_naturalized)
print('x2:', x2_plan_naturalized)
print('x3:', x3_plan_naturalized)

x_avg_max = (max(x1_plan_naturalized) + max(x2_plan_naturalized) +
max(x3_plan_naturalized)) / 3
x_avg_min = (min(x1_plan_naturalized) + min(x2_plan_naturalized) +
min(x3_plan_naturalized)) / 3

print("\nx_avg_max = ", x_avg_max)
print("x_avg_min = ", x_avg_min)

y_min = int(200 + x_avg_min)
y_max = int(200 + x_avg_max)

print("\ny_max = ", y_max)
print("y_min = ", y_min)

y1 = [randint(y_min, y_max) for i in range(4)]
y2 = [randint(y_min, y_max) for i in range(4)]
y3 = [randint(y_min, y_max) for i in range(4)]

print("\ny1:", y1)
print("y2:", y2)
print("y3:", y3)

y_avg_array = [(y1[i] + y2[i] + y3[i]) / 3 for i in range(4)]
print("\nAverage y: ", y_avg_array)

mx1 = reduce(lambda a, b: a + b, x1_plan_naturalized) / 4
mx2 = reduce(lambda a, b: a + b, x2_plan_naturalized) / 4
mx3 = reduce(lambda a, b: a + b, x3_plan_naturalized) / 4
my = reduce(lambda a, b: a + b, y_avg_array) / 4

print("\nmx1 = ", mx1)
print("mx2 = ", mx2)
print("mx3 = ", mx3)
print("my = ", my)

a1 = sum([x1_plan_naturalized[i] * y_avg_array[i] for i in range(4)]) / 4
a2 = sum([x2_plan_naturalized[i] * y_avg_array[i] for i in range(4)]) / 4
a3 = sum([x3_plan_naturalized[i] * y_avg_array[i] for i in range(4)]) / 4

a11 = sum([i * i for i in x1_plan_naturalized]) / 4
a22 = sum([i * i for i in x2_plan_naturalized]) / 4
a33 = sum([i * i for i in x3_plan_naturalized]) / 4

```

```

a12 = sum([x1_plan_naturalized[i] * x2_plan_naturalized[i] for i in range(4)])
/ 4
a13 = sum([x1_plan_naturalized[i] * x3_plan_naturalized[i] for i in range(4)])
/ 4
a23 = sum([x2_plan_naturalized[i] * x3_plan_naturalized[i] for i in range(4)])
/ 4

a21 = a12
a31 = a13
a32 = a23

print("\na1 = ", a1)
print("a2 = ", a2)
print("a3 = ", a3)

print("\na11 = ", a11)
print("a22 = ", a22)
print("a33 = ", a33)

print("\na12 = ", a12)
print("a13 = ", a13)
print("a23 = ", a23)

print("\na21 = ", a21)
print("a31 = ", a31)
print("a32 = ", a32)

b0 = det([my, mx1, mx2, mx3],
          [a1, a11, a12, a13],
          [a2, a21, a22, a23],
          [a3, a31, a32, a33]]) / det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                         [mx1, a11, a12, a13],
                                         [mx2, a21, a22, a23],
                                         [mx3, a31, a32, a33]])

b1 = det([[1, my, mx2, mx3],
          [mx1, a1, a12, a13],
          [mx2, a2, a22, a23],
          [mx3, a3, a32, a33]]) / det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                         [mx1, a11, a12, a13],
                                         [mx2, a21, a22, a23],
                                         [mx3, a31, a32, a33]])

b2 = det([[1, mx1, my, mx3],
          [mx1, a11, a1, a13],
          [mx2, a21, a2, a23],
          [mx3, a31, a3, a33]]) / det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                         [mx1, a11, a12, a13],
                                         [mx2, a21, a22, a23],
                                         [mx3, a31, a32, a33]])

b3 = det([[1, mx1, mx2, my],
          [mx1, a11, a12, a1],
          [mx2, a21, a22, a2],
          [mx3, a31, a32, a3]]) / det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                         [mx1, a11, a12, a13],
                                         [mx2, a21, a22, a23],
                                         [mx3, a31, a32, a33]])

print("\ny = b0 + b1*x1 + b2*x2 + b3*x3")
print(f"y = {b0} + {b1}*x1 + {b2}*x2 + b3*x3")

for i in range(4):
    y = b0 + b1 * x1_plan_naturalized[i] + b2 * x2_plan_naturalized[i] + b3 *

```

```

x3_plan_naturalized[i]

    dispersion = [(y1[i] - y_avg_array[i]) ** 2 + (y2[i] - y_avg_array[i]) ** 2 +
(y3[i] - y_avg_array[i]) ** 2) / 3
                for i in
                range(4)]

print("\ndispersion: ", dispersion)

gp = max(dispersion) / sum(dispersion)

print("\nКоефіцієнт Gp = ", gp)

m = 3
# f1=m-1=2, f2=N=4, q=0.05 => Gt=0.7679 за таблицею
if gp > 0.7679:
    print("\nДисперсія неоднорідна!")
    exit()

print("\nGp < 0.7679 => Дисперсія однорідна")

#КРИТЕРІЙ СТЬЮДЕНТА
s2b = sum(dispersion) / 4
s2bs_avg = s2b / (4 * m)
sb = s2bs_avg ** (1 / 2)

beta0 = sum([y_avg_array[i] * x0_plan_array[i] for i in range(4)]) / 4
beta1 = sum([y_avg_array[i] * x1_plan_array[i] for i in range(4)]) / 4
beta2 = sum([y_avg_array[i] * x2_plan_array[i] for i in range(4)]) / 4
beta3 = sum([y_avg_array[i] * x3_plan_array[i] for i in range(4)]) / 4

beta_array = [beta0, beta1, beta2, beta3]

print("\nbeta: ", beta_array)

t_array = [abs(beta_array[i]) / sb for i in range(4)]

print("\nt: ", t_array)
print()

d = 0
indexes = []
for i, v in enumerate(t_array):
    if t_array[i] > 2.306:
        indexes.append(i)
        d += 1
    else:
        print(f"Коефіцієнт b{i} = {v} є статистично незначущим і його слід
виключити з рівняння регресії.")

b_array = [b0, b1, b2, b3]

b_result = [b_array[indexes[0]] for i in range(4)]

#КРИТЕРІЙ ФІШЕРА
s2_ad = m * sum([(y_avg_array[i] - b_result[i]) ** 2 for i in range(4)]) / (4 -
d)
fp = s2_ad / s2b

print("\nFp = ", fp)

```

```
if fp < 4.1:
    print("Fp < Ft.")
else:
    print("Fp > Ft. ")

if __name__ == '__main__':
    main()
```

Результат програми

```
C:\Users\maksy\PycharmProjects\MND\venv\Scripts\python.exe C:/Users/maksy/PycharmProjects/MND/MND3.py
```

```
x1: [10, 50]
x2: [20, 60]
x3: [20, 25]
```

```
x0: [1, 1, 1, 1]
x1: [-1, -1, 1, 1]
x2: [-1, 1, -1, 1]
x3: [-1, 1, 1, -1]
```

```
x1: [10, 10, 50, 50]
x2: [20, 60, 20, 60]
x3: [20, 25, 25, 20]
```

```
x_avg_max = 45.0
x_avg_min = 16.666666666666668
```

```
y_max = 245
y_min = 216
```

```
y1: [219, 219, 236, 222]
y2: [238, 241, 226, 244]
y3: [224, 229, 232, 245]
```

```
Average y: [227.0, 229.66666666666666, 231.33333333333334, 237.0]
```

```
mx1 = 30.0
mx2 = 40.0
mx3 = 22.5
my = 231.25
```

```
a1 = 6995.833333333334
a2 = 9291.666666666668
a3 = 5201.25
```

```
a11 = 1300.0
a22 = 2000.0
a33 = 512.5
```

```
a12 = 1200.0
a13 = 675.0
a23 = 900.0
```

```
a21 = 1200.0
a31 = 675.0
a32 = 900.0
```

```
y = b0 + b1*x1 + b2*x2 + b3*x3
y = 229.45833333333334 + 0.14583333333333334*x1 + 0.10416666666666667*x2 + b3*x3
```

```
dispersion: [64.66666666666667, 80.88888888888889, 16.88888888888889, 112.66666666666667]
```

```
Коефіцієнт Gr = 0.40953150242326336
```

```
Gr < 0.7679 => Дисперсія однорідна
```

```
beta: [231.25, 2.9166666666666667, 2.0833333333333286, -0.75]
```

```
t: [96.5935871701168, 1.218297495839316, 0.8702124970280773, 0.31327649893010856]
```

Коефіцієнт  $b_1 = 1.218297495839316$  є статистично незначущим і його слід виключити з рівняння регресії.  
Коефіцієнт  $b_2 = 0.8702124970280773$  є статистично незначущим і його слід виключити з рівняння регресії.  
Коефіцієнт  $b_3 = 0.31327649893010856$  є статистично незначущим і його слід виключити з рівняння регресії.

$F_p = 0.9665791599352125$

$F_p < F_t$ . Отримана математична модель з прийнятим рівнем статистичної значимості  $q$  адекватна оригіналу

Process finished with exit code 0