Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

з дисципліни «Методи наукових досліджень»

на тему «Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів.»

ВИКОНАВ:
студент 2 курсу
групи ІВ-91
Щоткін М.А.
Залікова – 9131

ПЕРЕВІРИВ:
ас. Регіда П. Г.

Київ – 2021

Мета: Провести повний трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний композиційний план. Знайти рівняння регресії, яке буде адекватне для опису об'єкту.

Завдання на лабораторну роботу

1. Взяти рівняння з урахуванням квадратичних членів.
2. Скласти матрицю планування для ОЦКП
3. Провести експеримент у всіх точках факторного простору (знайти значення функції відгуку Y). Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі. Варіанти вибираються по номеру в списку в журналі викладача.

$$y_{i\max} = 200 + x_{cp\max}$$
$$y_{i\min} = 200 + x_{cp\min}$$

где $x_{cp\max} = \frac{x_{1\max} + x_{2\max} + x_{3\max}}{3}$, $x_{cp\min} = \frac{x_{1\min} + x_{2\min} + x_{3\min}}{3}$

4. Розрахувати коефіцієнти рівняння регресії і записати його.
5. Провести 3 статистичні перевірки.

129	-5	5	-9	3	-3	5

Програмний код

```
import random
import numpy as np
import sklearn.linear_model as lm
from scipy.stats import f, t
from functools import partial
from pyDOE2 import *


x_range = ((-5, 5), (-9, 3), (-3, 5))

x_aver_max = sum([x[1] for x in x_range]) / 3
x_aver_min = sum([x[0] for x in x_range]) / 3

y_max = 200 + int(x_aver_max)
y_min = 200 + int(x_aver_min)


def regression(x, b):
    y = sum([x[i] * b[i] for i in range(len(x))])
    return y


def s_kv(y, y_aver, n, m):
    res = []
    for i in range(n):
        s = sum([(y_aver[i] - y[i][j]) ** 2 for j in range(m)]) / m
        res.append(round(s, 3))
    return res


def plan_matrix5(n, m):
    print('\nЛабораторна 5')
    print("\nРівняння регресії з урахуванням квадратичних членів:")
    print(
```

```
        "ŷ = b0 + b1*x1 + b2*x2 + b3*x3 + b12*x1*x2 + b13*x1*x3 + b23*x2*x3 +
b123*x1*x2*x3 + b11x1^2 + b22x2^2 + b33x3^2\n")
    print(f'\nГенеруємо матрицю планування для n = {n}, m = {m}')

    y = np.zeros(shape=(n, m))
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            y[i][j] = random.randint(y_min, y_max)

    if n > 14:
        no = n - 14
    else:
        no = 1
    x_norm = ccdesign(3, center=(0, no))
    x_norm = np.insert(x_norm, 0, 1, axis=1)

    for i in range(4, 11):
        x_norm = np.insert(x_norm, i, 0, axis=1)

    l = 1.215

    for i in range(len(x_norm)):
        for j in range(len(x_norm[i])):
            if x_norm[i][j] < -1 or x_norm[i][j] > 1:
                if x_norm[i][j] < 0:
                    x_norm[i][j] = -l
                else:
                    x_norm[i][j] = l

    def add_sq_nums(x):
        for i in range(len(x)):
            x[i][4] = x[i][1] * x[i][2]
            x[i][5] = x[i][1] * x[i][3]
            x[i][6] = x[i][2] * x[i][3]
            x[i][7] = x[i][1] * x[i][3] * x[i][2]
            x[i][8] = x[i][1] ** 2
            x[i][9] = x[i][2] ** 2
            x[i][10] = x[i][3] ** 2
        return x

    x_norm = add_sq_nums(x_norm)

    x = np.ones(shape=(len(x_norm), len(x_norm[0])), dtype=np.int64)
    for i in range(8):
        for j in range(1, 4):
            if x_norm[i][j] == -1:
                x[i][j] = x_range[j - 1][0]
            else:
                x[i][j] = x_range[j - 1][1]

    for i in range(8, len(x)):
        for j in range(1, 3):
            x[i][j] = (x_range[j - 1][0] + x_range[j - 1][1]) / 2

    dx = [x_range[i][1] - (x_range[i][0] + x_range[i][1]) / 2 for i in
range(3)]

    x[8][1] = l * dx[0] + x[9][1]
    x[9][1] = -l * dx[0] + x[9][1]
    x[10][2] = l * dx[1] + x[9][2]
    x[11][2] = -l * dx[1] + x[9][2]
    x[12][3] = l * dx[2] + x[9][3]
    x[13][3] = -l * dx[2] + x[9][3]
```

```
    x = add_sq_nums(x)

    print('\nX:\n', x)
    print('\nX нормоване:\n')
    for i in x_norm:
        print([round(x, 2) for x in i])
    print('\nY:\n', y)

    return x, y, x_norm


def find_coef(X, Y, norm=False):
    skm = lm.LinearRegression(fit_intercept=False)
    skm.fit(X, Y)
    B = skm.coef_

    if norm == 1:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:')
    else:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії:')
    B = [round(i, 3) for i in B]
    print(B)
    print('\nРезультат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:\n', np.dot(X,
B))
    return B


def kriteriy_cochrana(y, y_aver, n, m):
    f1 = m - 1
    f2 = n
    q = 0.05
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    Gp = max(S_kv) / sum(S_kv)
    print('\nПеревірка за критерієм Кохрена')
    return Gp


def cohren(f1, f2, q=0.05):
    q1 = q / f1
    fisher_value = f.ppf(q=1 - q1, dfn=f2, dfd=(f1 - 1) * f2)
    return fisher_value / (fisher_value + f1 - 1)


# оцінки коефіцієнтів
def bs(x, y_aver, n):
    res = [sum(1 * y for y in y_aver) / n]

    for i in range(len(x[0])):
        b = sum(j[0] * j[1] for j in zip(x[:, i], y_aver)) / n
        res.append(b)
    return res


def kriteriy_studenta(x, y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    s_kv_aver = sum(S_kv) / n

    # статистична оцінка дисперсії
    s_Bs = (s_kv_aver / n / m) ** 0.5  # статистична оцінка дисперсії
    Bs = bs(x, y_aver, n)
    ts = [round(abs(B) / s_Bs, 3) for B in Bs]

    return ts
```

```
def kriteriy_fishera(y, y_aver, y_new, n, m, d):
    S_ad = m / (n - d) * sum([(y_new[i] - y_aver[i]) ** 2 for i in
range(len(y))])
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    S_kv_aver = sum(S_kv) / n

    return S_ad / S_kv_aver


def check(X, Y, B, n, m):
    print('\n\tПеревірка рівняння:')
    f1 = m - 1
    f2 = n
    f3 = f1 * f2
    q = 0.05

    ### табличні значення
    student = partial(t.ppf, q=1 - q)
    t_student = student(df=f3)

    G_kr = cohren(f1, f2)
    ###

    y_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]
    print('\nСереднє значення y:', y_aver)

    disp = s_kv(Y, y_aver, n, m)
    print('Дисперсія y:', disp)

    Gp = kriteriy_cochrana(Y, y_aver, n, m)
    print(f'Gp = {Gp}')
    if Gp < G_kr:
        print(f'З ймовірністю {1 - q} дисперсії однорідні.')
    else:
        print("Необхідно збільшити кількість дослідів")
        m += 1
        main(n, m)

    ts = kriteriy_studenta(X[:, 1:], Y, y_aver, n, m)
    print('\nКритерій Стьюдента:\n', ts)
    res = [t for t in ts if t > t_student]
    final_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]
    print('\nКоефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з
рівняння.'.format(
        [round(i, 3) for i in B if i not in final_k]))

    y_new = []
    for j in range(n):
        y_new.append(regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in
res], final_k))

    print(f'\nЗначення "y" з коефіцієнтами {final_k}')
    print(y_new)

    d = len(res)
    if d >= n:
        print('\nF4 <= 0')
        print('')
        return
    f4 = n - d

    F_p = kriteriy_fishera(Y, y_aver, y_new, n, m, d)
```

```
    fisher = partial(f.ppf, q=0.95)
    f_t = fisher(dfn=f4, dfd=f3)  # табличне знач
    print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера')
    print('Fp =', F_p)
    print('F_t =', f_t)
    if F_p < f_t:
        print('Математична модель адекватна експериментальним даним')
    else:
        print('Математична модель не адекватна експериментальним
даним\nНеобхідно збільшити кількість дослідів')


def main(n, m):
    X5, Y5, X5_norm = plan_matrix5(n, m)

    y5_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y5]
    B5 = find_coef(X5, y5_aver)

    check(X5_norm, Y5, B5, n, m)


if __name__ == '__main__':
    main(17, 5)
```

Результат роботи програми

```
Лабораторна 5

Рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів:
ŷ = b0 + b1*x1 + b2*x2 + b3*x3 + b12*x1*x2 + b13*x1*x3 + b23*x2*x3 + b123*x1*x2*x3 + b11x1^2 + b22x2^2 + b33x3^2


Гереруємо матрицю планування для n = 17, m = 5

X:
 [[   1   -5   -9   -3   45   15   27 -135   25   81    9]
 [   1    5   -9   -3  -45  -15   27  135   25   81    9]
 [   1   -5    3   -3  -15   15   -9   45   25    9    9]
 [   1    5    3   -3   15  -15   -9  -45   25    9    9]
 [   1   -5   -9    5   45  -25  -45  225   25   81   25]
 [   1    5   -9    5  -45   25  -45 -225   25   81   25]
 [   1   -5    3    5  -15  -25   15  -75   25    9   25]
 [   1    5    3    5   15   25   15   75   25    9   25]
 [   1    6   -3    1  -18    6   -3  -18   36    9    1]
 [   1   -6   -3    1   18   -6   -3   18   36    9    1]
 [   1    0    4    1    0    0    4    0    0   16    1]
 [   1    0  -10    1    0    0  -10    0    0  100    1]
 [   1    0   -3    5    0    0  -15    0    0    9   25]
 [   1    0   -3   -3    0    0    9    0    0    9    9]
 [   1    0   -3    1    0    0   -3    0    0    9    1]
 [   1    0   -3    1    0    0   -3    0    0    9    1]
 [   1    0   -3    1    0    0   -3    0    0    9    1]]
```

```
X нормоване:

[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.22, 0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, -0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```

```
Y:
 [[203. 198. 201. 202. 200.]
 [204. 202. 201. 203. 203.]
 [203. 195. 203. 197. 201.]
 [202. 196. 203. 199. 198.]
 [199. 196. 199. 203. 203.]
 [196. 199. 198. 202. 202.]
 [202. 196. 200. 197. 204.]
 [196. 201. 200. 197. 204.]
 [196. 197. 197. 203. 199.]
 [204. 197. 198. 201. 198.]
 [201. 203. 199. 202. 196.]
 [196. 197. 196. 202. 198.]
 [201. 196. 202. 204. 200.]
 [195. 203. 199. 199. 200.]
 [197. 199. 203. 201. 200.]
 [203. 196. 200. 195. 196.]
 [195. 203. 196. 201. 201.]]

Коефіцієнти рівняння регресії:
[198.996, -0.024, -0.025, -0.133, -0.009, -0.008, 0.021, 0.002, 0.003, 0.002, 0.065]

Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:
 [200.334 201.684 200.034 199.584 199.838 199.108 200.594 199.984 199.
 199.132 198.944 199.168 199.734 200.262 198.958 198.958 198.958]
```

```
Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:
 [200.334 201.684 200.034 199.584 199.838 199.108 200.594 199.984 199.
 199.132 198.944 199.168 199.734 200.262 198.958 198.958 198.958]

    Перевірка рівняння:

Середнє значення y: [200.8, 202.6, 199.8, 199.6, 200.0, 199.4, 199.8, 199.6, 198.4, 199.6, 200.2, 197.8, 200.6, 199.2, 200.0, 198.0, 199.2]
Дисперсія y: [2.96, 1.04, 10.56, 6.64, 7.2, 5.44, 8.96, 8.24, 6.24, 6.64, 6.16, 4.96, 7.04, 6.56, 4.0, 9.2, 9.76]

Перевірка за критерієм Кохрена
Gp = 0.09462365591397849
З ймовірністю 0.95 дисперсії однорідні.

Критерій Стьюдента:
 [718.524, 0.478, 1.464, 1.207, 0.339, 0.508, 0.847, 0.508, 463.368, 463.368, 463.93]

Коефіцієнти [-0.024, -0.025, -0.133, -0.009, -0.008, 0.021] статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.

Значення "y" з коефіцієнтами [198.996, 0.003, 0.002, 0.065]
[199.066, 199.066, 199.066, 199.066, 199.066, 199.066, 199.066, 199.066, 199.00042867500002, 199.00042867500002, 198.99895245000002, 198.99895245000002, 199.091954625, 199.0919

Перевірка адекватності за критерієм Фішера
Fp = 1.5265299996973771
F_t = 1.8669463026594668
Математична модель адекватна експериментальним даним
```

Висновок:

Під час виконання даної лабораторної роботи я провів трьохфакторний експеримент при використанні регресії з урахуванням квадратичних членів, перевірив однорідність дисперсії за критерієм Кохрена, отримав коефіцієнти рівняння регресії, оцінив значимість знайдених коефіцієнтів за критеріями Стьюдента та Фішера.

Мета лабораторної роботи була досягнута.