МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

Кафедра систем штучного інтелекту

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконав:

студент групи КН-112

Стаськів Максим

Викладач:

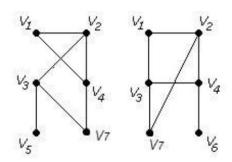
Мельникова Н.І.

Варіант 14

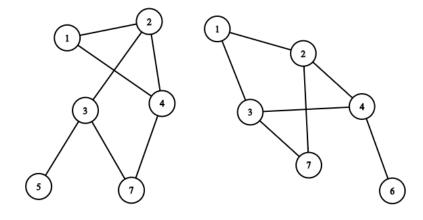
Завдання №1

Виконати наступні операції над графами:

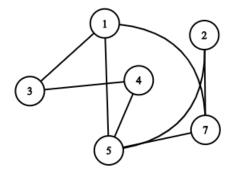
- 1) знайти доповнення до першого графу,
- 2) об'єднання графів,
- 3) кільцеву сумму G1 та G2 (G1+G2),
- 4) розмножити вершину у другому графі,
- 5) виділити підграф А що скадається з 3-х вершин в G1
- 6) добуток графів.



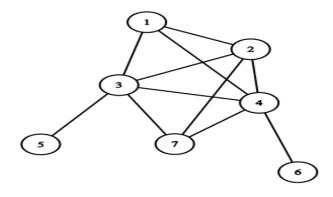
G1: G2:



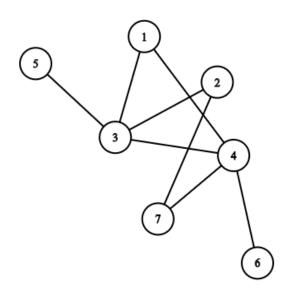
1) Доповнення до першого графу:



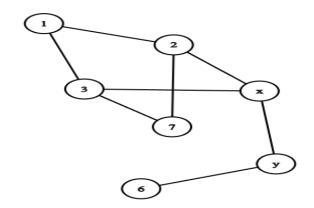
2) Об'єднання графів:



3) Кільцева сума G1 та G2 (G1+G2):

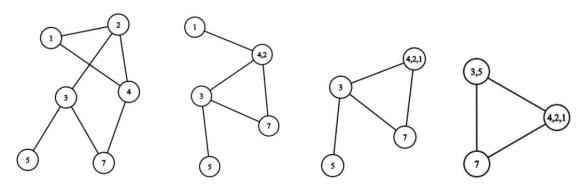


4) Розмноження вершини у другому графі:

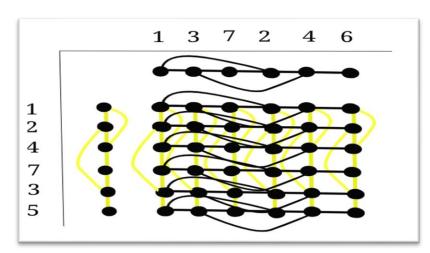


5) Виділення підграфа А - що скадається з 3-х вершин в G1:

G'=(V,E); $V(G')=\{1,2,4\}; V(G1)=\{1,2,3,4,5,7\}$



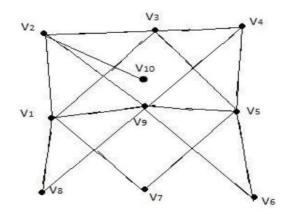
6) добуток графів.



Скласти таблицю суміжності для орграфа.

Таблиця Суміжності

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0
2	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
3	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
5	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
7	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0



Для графа з другого завдання знайти діаметр.

\mathbf{T}	· ~			\mathbf{T}	
- 1	ao.	пи	DI	к	ЯГ
	av.	,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	Ц/1	$\boldsymbol{\mathcal{L}}$	aı

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	2	2	2	1	1	1	2
2	1	0	1	2	2	2	2	2	1	1
3	1	1	0	1	1	2	2	2	2	2
4	2	2	1	0	1	2	2	2	1	3
5	2	2	1	1	0	1	1	2	1	3
6	2	2	2	2	1	0	2	2	1	3
7	1	2	2	2	1	2	0	2	2	3
8	1	2	2	2	2	2	2	0	1	3
9	1	1	2	1	1	1	2	1	0	2
10	2	1	2	3	3	3	3	3	2	0

 $\underline{\text{Діаметр}} = 3.$

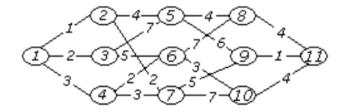
Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число) або вшир (закінчується на парне число).

Вершина	BFS-номер	Вміст черги
V_{10}	1	V_{10}
V_2	2	$V_{10} V_2$
-	-	V_2
V_3	3	$V_2 V_3$
V_1	4	$V_2 V_3 V_1$
V_9	5	$V_2 V_3 V_1 V_9$
-	-	$V_3 V_1 V_9$
V_4	6	$V_3 V_1 V_9 V_4$
V_5	7	$V_3 V_1 V_9 V_4 V_5$
-	-	$V_1 V_9 V_4 V_5$
V_8	8	$V_1 V_9 V_4 V_5 V_8$
V_7	9	$V_1 V_9 V_4 V_5 V_8 V_7$
-	-	$V_9 V_4 V_5 V_8 V_7$
V_6	10	$V_9 V_4 V_5 V_8 V_7 V_6$
-	-	$V_4 V_5 V_8 V_7 V_6$
-	-	$V_5 V_8 V_7 V_6$
-	-	$V_8V_7V_6$
-	-	V_7V_6
-	-	V_6
-	-	Ø

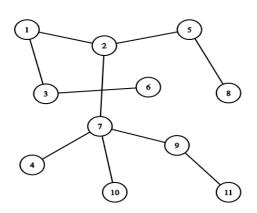
```
*main.cpp X
            #include <iostream>
     2
            #include<queue>
            #define v 10
     3
     4
            using namespace std;
     5
     6
           class n {
           public:
                int val:
     8
     9
                int st; };
    10
          int matrix[v][v] = {
    11
           12
                                               1,
                                                   0),
    13
                                               1, 1},
                                               0, 0},
    14
            {1, 1, 0, 1, 1, 0, 0,
                                          Ο,
                                                   0},
    15
            {0, 0, 1, 0,
                             1,
                                 0,
                                      Ο,
                                           Ο,
                                               1,
            0},
    16
                             Ο,
                                           Ο,
                                  1,
                                      1,
                                                1,
    17
                                                    0},
                                  Ο,
                                           Ο,
                                                1,
                              1,
                                      ο,
                                                   0},
            {1, 0, 0, 0,
    18
                             1,
                                  Ο,
                                      Ο,
                                           Ο,
                                               Ο,
    19
                                                1, 0},
            {1, 0, 0, 0, 0, 0,
                                 0,
                                      Ο,
                                           Ο,
    20
            {1, 1, 0, 1, 1,
                                 1,
                                      Ο,
                                               0, 0},
                                           1,
    21
           {0, 1, 0,
                        0,
                             Ο,
                                  Ο,
                                           ο,
                                               0,
                                                   0}
                                      0,
           L<sub>};</sub>
    22
    23
          void bfs(n* verh, n s) {
    24
    25
                n u;
    26
                int i, j;
                queue<n> que;
for(i=0; i<v; i++){</pre>
    27
    28
    29
                     verh[i].st=0;
    30
   31
             verh[s.val].st=1;
   32
             que.push(s);
             while(!que.empty()){
   34
35
                 u=que.front();
                 que.pop();
   36
37
38
39
40
41
                 cout<<u.val+1<<"";
for(i=0; i<v; i++){
                     if(matrix[i][u.val]){
                      if(verh[i].st==0) {
    verh[i].st=1;
                            que.push(verh[i]);
   42
43
44
45
                    }
                 u.st=2;}
   47
48
        int main(){
   49
             n start;
   51
52
             for (int i=0;i<v;i++){
               verh[i].val=i;
   53
             start.val=s-65;
   55
   56
57
             cout<<"BFS:";
             bfs(verh, start);
cout<< endl;</pre>
   59
```

```
Process returned 0 (0x0) execution time : 0.108 s
Press any key to continue.
```

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.



Краскал:



 $V = \{1,2,9,11,3,7,4,5,8,6,10\}$

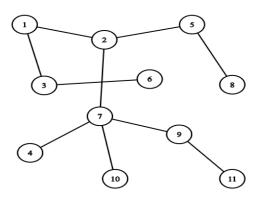
 $E=\{(1,2), (9,11), (1,3), (2,7), (2,5), (7,4), (3.6), (5,8), (7,9), (7,10).$

```
*main.cpp ×
               if (subsets[i].parent != i)

subsets[i].parent = find(subsets, subsets[i].parent);
return subsets[i].parent;
if (subsets[xroot].rank < subsets[yroot].rank)
subsets[xroot].parent = yroot;
else if (subsets[xroot].rank > subsets[yroot].rank)
subsets[yroot].parent = xroot;
else
                         qsort(graph->edge, graph->E, siseof(graph->edge[0]), myComp);
subset *subsets = new subset[( V * siseof(subset) )];
                       for (int v = 0; v < V; ++v)
{    subsets[v].parent = v;
    subsets[v].rank = 0;}</pre>
                        while (e < V - 1 && i < graph->E)
                             Edge next_edge = graph->edge[i++];
                           int x = find(subsets, next_edge.src);
int y = find(subsets, next_edge.dest);
                         if (x != y)
{    result[e++] = next_edge;
    Union(subsets, x, y);}
```

```
Enter weight of edge:4
Enter two Vershuna:10 7
Enter weight of edge:4
Enter two Vershuna:7 4
Enter weight of edge:3
Enter two Vershuna:3 1
Enter weight of edge:4
Enter weight of edge:4
Enter weight of edge:2
Enter two Vershuna:3 6
Enter weight of edge:6
Enter weight of edge:6
Enter weight of edge:1
Enter weight of edge:1
Enter two Vershuna:2 7
Enter weight of edge:2
Enter two Vershuna:3 5
Enter weight of edge:2
Enter two Vershuna:3 5
Enter two Vershuna:6 4
Enter weight of edge:7
Enter weight of edge:5
Enter weight of edge:5
Enter weight of edge:5
Enter weight of edge:5
Enter weight of edge:7
Enter weight of edge:7
Enter weight of edge:5
Enter weight of edge:6
Enter weight of edge:7
Enter weight of edge:
```

Прима:



$V = \{1,2,3,7,4,5,8,6,9,11,10\}$

 $E=\{(1,2),(1,3),(2,7),(2,5),(7,4),(3.6),(5,8),(7,9),(9,11),(7,10).$

```
#include <iostream>
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
class Edge
       public:
int src, dest, weight;
 class Graph
       if (subsets[i].parent != i)
subsets[i].parent = find(subsets, subsets[i].parent);
return subsets[i].parent;
         if (subsets[xroot].rank < subsets[yroot].rank)
subsets[xroot].parent = yroot;
else if (subsets[xroot].rank > subsets[yroot].rank)
subsets[yroot].parent = xroot;
         Edge* al = (Edge*)a;
Edge* bl = (Edge*)b;
return al->weight > bl->weight:
   woid Kruskal(Graph* graph)
          while (e < V - 1 && i < graph->E)
               Edge next_edge = graph->edge[i++];
                 int x = find(subsets, next_edge.src);
```

```
to the time of time of
```

Enter weight of edge:2 Enter two Vershuna:3 6 Enter weight of edge:6 Enter two Vershuna:11 9 Enter two Vershuna:11 9 Enter weight of edge:1 Enter two Vershuna:2 7 Enter weight of edge:2 Enter two Vershuna:3 5 Enter weight of edge:7 Enter two Vershuna:6 4 Enter weight of edge:2 Enter two Vershuna:6 9 Enter weight of edge:5 Enter weight of edge:5 Enter weight of edge:5 Enter weight of edge:3 Enter two Vershuna:6 10 Enter weight of edge:5 Enter two Vershuna:9 5 Enter weight of edge:5 Enter weight of edge:7 Enter two Vershuna:9 Enter weight of edge:1 Enter weight of edge:1 Enter wo Vershuna:9 Enter weight of edge:2 Enter two Vershuna:9 Enter weight of edge:1 Enter wo Vershuna:9 Enter weight of edge:2 Enter two Vershuna:9 Enter wo Ver

Завдання № 6

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

	1	2	3 5 0 2 5 4 1 5	4	5	6	7	8
1	90	1	1	1	1	1	3	1
2	1	00	5	1	2	1	3	3
3	1	5	90	2	5	4	1	5
4	1	1	2	00	5	5	6	1
5	1	2	5	5	90	1	5	1
6	1	1	4	5	1	00	5	6
7	3	3	1	6	5	5	00	1
8	1	3	5	1	1	6	1	90

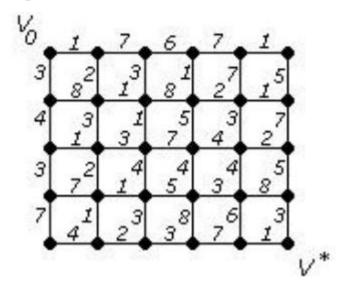
Вершина	Найближча до неї	Довжина шляху		
1(початкова)	2	1		
1-2	4	1+1		
1-2-4	8	1+1+1		
1-2-4-8	7	1+1+1+1		
1-2-4-8-7	3	1+1+1+1		
1-2-4-8-7-3	6	1+1+1+1+4		
1-2-4-8-7-3-6	5	1+1+1+1+1+4+1		
1-2-4-8-7-3-6-5	1	1+1+1+1+1+4+1+1		
1-2-4-8-7-3-6-5-1	=	11		

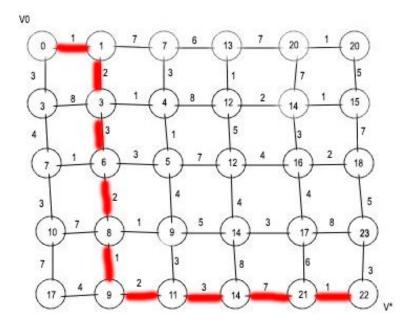
```
The result is: 11

Process returned 0 (0x0) execution time : 0.108 s

Press any key to continue.
```

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V0 і V *.



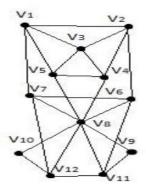


Найкоротша відстань від Vo до $V^* = 22$

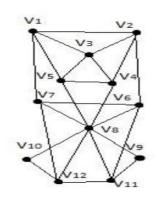
```
tops_path[p - 1] = 0;
int m;
  76
77
78
79
               for (int i = 0; i < v; i++)</pre>
                   m = min_top(tops, v);
for (int j = 0; j < v; j++)</pre>
  80
81
  82
  83
                        if (graph[m][j])
  84
85
                             if (tops[j][0] > tops[m][0] + (graph[m][j]))
  86
                                tops[j][0] = tops[m][0] + (graph[m][j]);
tops_path[j] = m;
  88
  89
  90
91
                       }
                   tops[m][1] = 0;
  92
  93
  94
95
               ///mngx
cout << "End at: ";
              96
97
  98
  99
 100
101
102
103
               for (int a = 0; tops_path[k] != p - 1; a++)
               {
    cout << tops_path[k] + 1 << " <-- ";
    k = tops_path[k];</pre>
 104
105
106
107
108
               cout << p << endl;
               return 0;
109
110
```

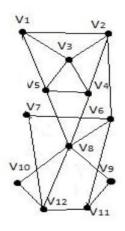
```
15 21 7
16 17 5
16 22 8
17 18 7
17 18 7
17 23 2
18 24 5
19 20 7
19 25 3
20 21 3
20 26 2
21 22 1
21 27 1
22 23 1
22 28 8
23 29 8
24 30 7
25 26 4
26 27 7
27 28 3
28 29 3
29 30 6
8egin at: 1
End at: 30
Shortest route: 24
30 <-- 29 <-- 28 <-- 27 <-- 21 <-- 15 <-- 9 <-- 3 <-- 2 <-- 1
Process returned 0 (0x0) execution time: 15.453 s
Press any key to continue.
```

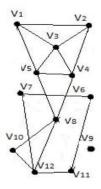
Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами: а) Флері; б) елементарних циклів.



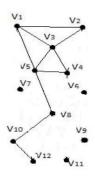
a)



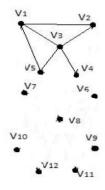




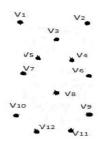
3)
$$2-4-8-12-11-6-7-12$$



4)
$$12 - 10 - 8 - 5 - 4$$

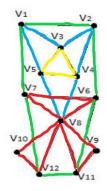


$$5) \quad 1 - 7 - 8 - 11 - 9 - 8 - 6 - 2 - 4 - 8 - 12 - 11 - 6 - 7 - 12 - 10 - 8 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 - 3 - 5 - 1$$



```
#include<iostream>
    2
              #include<vector>
     3
              #define NODE 12
             using namespace std;
             int graph[NODE][NODE] = {
                 10
   11
12
   14
   15
   16
   18
    19
             int tempGraph[NODE] [NODE];
           int tempGraph[NODE][
int findStartVert() {
    for(int i = 0; i<
   20
                 for(int i = 0; i<NODE; i++) {
  int deg = 0;
  for(int j = 0; j<NODE; j++) {</pre>
    21
   22
    23
   24
                        if(tempGraph[i][j])
    25
                          deg++;
   26
    27
                      if(deg % 2 != 0)
   28
                      return i;
    29
    30
                  return 0;
    31
32
             bool isBridge(int u, int v){
    33
34
                   int deg = 0;
for(int i = 0; i<NODE; i++)</pre>
     35
                       if(tempGraph[v][i])
     36
                      deg++;
if(deg>1){
     37
38
                       return false;
    39
40
                  return true;
    41
42
            int edgeCount(){
     43
44
                  int count = 0;
for(int i = 0; i<NODE; i++)</pre>
    45
46
                     for(int j = i; j<NODE; j++)
  if(tempGraph[i][j])</pre>
     47
48
                               count++;
                  return count;
    49
50
             void fleuryAlgorithm(int start){
                  static int edge = edgeCount();
for(int v = 0; v<NODE; v++){</pre>
     51
     52
     53
                      if(tempGraph[start][v]){
                          if(edge <= 1 || !isBridge(start, v)) {
   cout << start << "--" << v << " ";</pre>
     54
    55
56
                               tempGraph[start][v] = tempGraph[v][start] = 0;
     57
58
                               fleuryAlgorithm(v);
     59
     60
   61
   62
          int main(){
   63
                 for(int i = 0; i<NODE; i++)
for(int j = 0; j<NODE; j++)
tempGraph[i][j] = graph[i][j];
cout << "Flexy Path Or Circuit: ";</pre>
   64
   65
   67
                  fleuryAlgorithm(findStartVert());
   69
leury Path Or Circuit: 0 -- 6 -- 7 -- 10 -- 8 -- 7 -- 5 -- 1 -- 3 -- 7 -- 11 -- 10 -- 5 -- 6 -- 11 -- 9 -- 7 -- 4 -- 3 -- 2 -- 2 -- 4 -- 0 rocess returned 0 (0x0) execution time : 0.096 s ress any key to continue.
```

б)



Цикли:

- 1)1-2-6-11-12-7-1
- 2) 7-6-8-10-12-8-11-9-8-7
- 3)8-5-1-3-2-4-8
- 4)3-5-4-3

Ейлерів цикл:

1-5-3-4-5-8-10-12-8-11-9-8-4-2-6-11-12-7-6-8-7-1-3-2-1

```
bool isBridge(int u, int v){
33
                   int deg = 0;
for(int i = 0; i<NODE; i++)</pre>
35
36
                         if(tempGraph[v][i])
  deg++;
37
38
                         if (deg>1) {
                              return false;
39
40
41
42
                   return true;
          int edgeCount(){
                  int count = 0;
int count = 0;
for(int i = 0; i<NODE; i++)
    for(int j = i; j<NODE; j++)
        if(tempGraph[i][j])</pre>
43
44
45
46
47
48
                   return count;
49
50
          \squarevoid fleuryAlgorithm(int start){
51
52
53
54
                   static int edge = edgeCount();
for(int v = 0; v<NODE; v++){</pre>
                         if(tempGraph[start](v)]{
   if(edge <= 1 || !isBridge(start, v)) {
        cout << start << "--" << v << " ";
        tempGraph[start][v] = tempGraph[v][start] = 0;</pre>
55
56
57
58
                                    edge--;
fleuryAlgorithm(v);
59
60
```

```
Euler Path Or Circuit: 0--1 1--3 3--2 2--0 0--4 4--1 1--5 5--6 6--7 7--2 2--4 4--3 3--7 7--5 5--10 10--7 7--8 8--10 10--

11 11--6 11--7 7--9
Process returned 0 (0x0) execution time : 0.116 s
Press any key to continue.
```

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ)

```
x\overline{y}z \vee \overline{x}\overline{z} \vee xy
```

Оскільки наша функція відповідає цим вимогам:

- 1) будь-які два доданки відрізняються як мінімум в двох позиціях,
- 2) жоден з Кон'юнктів не міститься в іншому.

можемо стверджувати що ця функція вже є скороченою ДНФ, і спростити її не можна.