

Programmierparadigmen und Compilerbau

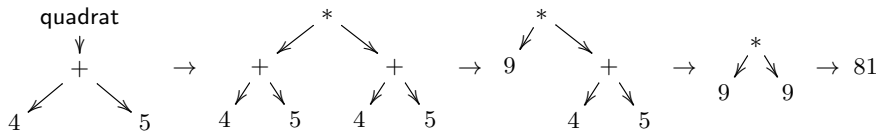
Syntax und Semantik
Teil 3: Verzögerte Auswertungsreihenfolge

Woche 2
Sommersemester 2021
Arne Nägel

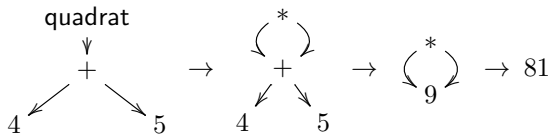
Definition *verzögerte Reihenfolge der Auswertung* (lazy reduction):

- wie normale Reihenfolge
- aber: **gerichteter Graph** statt **Syntax-Baum**
- Vermeidung von unnötiger Doppelauswertung durch gemeinsame Unterausdrücke (Sharing)
- Die gemeinsamen (d.h. shared) Unterausdrücke sind durch die Funktionsrümpfe festgelegt.

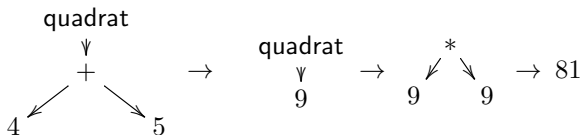
Normale Reihenfolge:



Verzögerte Reihenfolge:



Applikative Reihenfolge:



- 4 Reduktionen: (normale Reihenfolge)
 $\text{quadrat}(4 + 5) \rightarrow (4 + 5) * (4 + 5) \rightarrow 9 * (4 + 5) \rightarrow 9 * 9 \rightarrow 81$
- 3 Reduktionen (verzögerte Reihenfolge)
 $\text{quadrat}(4 + 5) \rightarrow (4 + 5)^{(1)} * (4 + 5)^{(1)} \rightarrow 9 * 9 \rightarrow 81$

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))


```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

if False then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

if False then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

```
fakultaet 4  
if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))  
if False then 1 else 4*(fakultaet(4-1))  
4*(fakultaet(4-1))
```

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

if False then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

4*(fakultaet(4-1))

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

if False then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

4*(fakultaet(4-1))

4*(if (4-1) <= 1 then 1 else (4-1)*(fakultaet((4-1)-1)))

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

fakultaet 4

if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

if False then 1 else 4*(fakultaet(4-1))

4*(fakultaet(4-1))

4*(if (4-1) <= 1 then 1 else (4-1)*(fakultaet((4-1)-1)))

```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

```
fakultaet 4  
if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))  
if False then 1 else 4*(fakultaet(4-1))  
4*(fakultaet(4-1))  
4*(if (4-1) <= 1 then 1 else (4-1)*(fakultaet((4-1)-1)))  
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3 * (fakultaet( 3 -1)))
```



```
fakultaet x = if x <= 1 then 1  
              else x*(fakultaet (x-1))
```

Rot: die Stelle, die reduziert wird

Grün: die Stelle, die identisch mit der roten ist

```
fakultaet 4  
if 4 <= 1 then 1 else 4*(fakultaet(4-1))  
if False then 1 else 4*(fakultaet(4-1))  
4*(fakultaet(4-1))  
4*(if (4-1) <= 1 then 1 else (4-1)*(fakultaet((4-1)-1)))  
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3 * (fakultaet(3 -1)))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1) <= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
```



```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))  
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))  
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))  
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))  
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))  
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))  
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(fakultaet(3-1)))  
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))  
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))  
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
```



```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*1))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*1))
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*1))
4*(3*2)
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*1))
4*(3*2)
```



```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*1))
4*(3*2)
4*6
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*1))
4*(3*2)
4*6
```

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*1))
4*(3*2)
4*6
```

24

```
4*(if 3 <= 1 then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4* (if False then 1 else 3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(fakultaet(3-1)))
4*(3*(if (3-1)<= 1 then 1 else (3-1)*(fakultaet((3-1)-1))))
4*(3*(if 2 <= 1 then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(if False then 1 else 2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(fakultaet(2-1))))
4*(3*(2*(if (2-1)<= 1 then 1 else (2-1)*(fakultaet ((2-1)-1)))))
4*(3*(2*(if 1 <= 1 then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*(if True then 1 else 1*(fakultaet(1-1)))))
4*(3*(2*1))
4*(3*2)
4*6
```

24

(18 Auswertungsschritte)