

ให้

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad b = [3 \quad 0 \quad 8].$$

จงคำนวณผลคูณและผลบวกต่อไปนี้ หรือให้เหตุผลว่าทำไมถึงหาค่าไม่ได้ (Undefined)

1. $Ab^T + Bb^T, (A + B)b^T, bA, BA, B - B^T$
2. $A^T b, b^T B, (3A - 2B)^T a, a^T (3A - 2B)$
3. $ab - ba, -(4b)(7a), -28ba, 5abB$
4. $B^3, BC, (BC)^2, (BC)(BC)^T$
5. $IA, AI, A(I + A), A + IA$

คำตอบ

1. $\begin{bmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{bmatrix}, \dots$
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

$$1.1) A^T b + B^T b$$

$$(A+B)^T b = \begin{bmatrix} 15 & 2 & -2 \\ 14 & 4 & 1 \\ -14 & 5 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 \\ 50 \\ 54 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix}$$

$$1.2) (A+B)^T b = \begin{bmatrix} 15 & 2 & -2 \\ 14 & 4 & 1 \\ -14 & 5 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 \\ 50 \\ 54 \end{bmatrix}$$

$$1.3) b^T A = [3 \ 0 \ 8] \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} = [-62 \ 34 \ 14]$$

$$1.4) BA = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 134 & -50 & 18 \\ 94 & -29 & 15 \\ -134 & 63 & 3 \end{bmatrix}$$

$$1.5) B - B^T = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -9 & -4 & 4 \\ -4 & -7 & 0 \\ 4 & 0 & -11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2.1) A^T b = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 10 & -10 \\ -2 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} = \text{Udf. med: } A^T b$$

$$2.2) b^T B = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} = \text{Udf. med: } b^T B$$

$$2.3) (3A - 2B)^T a = \left(\begin{bmatrix} 15 & -6 & 6 \\ 10 & -9 & 3 \\ -30 & 15 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -18 & -8 & 8 \\ -8 & -14 & 0 \\ 8 & 0 & -22 \end{bmatrix} \right)^T = \begin{bmatrix} -3 & -14 & 14 \\ 22 & -23 & 3 \\ -22 & 15 & -19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22 \\ -63 \\ 35 \end{bmatrix}$$

$$2.4) a^T (3A - 2B) = [5 \ 12] \left(\begin{bmatrix} 15 & -6 & 6 \\ 10 & -9 & 3 \\ -30 & 15 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -18 & -8 & 8 \\ -8 & -14 & 0 \\ 8 & 0 & -22 \end{bmatrix} \right) = [5 \ 12] \begin{bmatrix} -3 & -14 & 14 \\ 22 & -23 & 3 \\ -22 & 15 & -19 \end{bmatrix} = [-22 \ -63 \ 35]$$

$$3.1) ab - ba = [5 \ 12] \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} - [30 \ 8] \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 40 \\ 3 & 0 & 8 \\ 6 & 0 & 26 \end{bmatrix} + [-31] = \text{Udf. med: } ab - ba$$

$$3.2) -(4b)(7a) = [-1 \ 0 \ -32] \begin{bmatrix} 35 \\ 7 \\ 14 \end{bmatrix} = [-86 \ 8]$$

$$3.3) -28ba = [-84 \ 0 \ -224] \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = [-86 \ 8]$$

$$3.4) 5abB = \begin{bmatrix} 45 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} [3 \ 0 \ 8] \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 & 0 & 200 \\ 15 & 0 & 40 \\ 30 & 0 & 80 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -125 & 300 & 1800 \\ -25 & 60 & 360 \\ -80 & 120 & 960 \end{bmatrix}$$

$$4.1) B^3 = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 123 & 64 & -60 \\ 64 & 65 & -76 \\ -80 & -76 & 739 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1593 & 900 & -1332 \\ 900 & 711 & -432 \\ -1332 & -432 & 1827 \end{bmatrix}$$

$$4.2 \quad BC = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 0 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 1 \\ 12 & -10 \\ 32 & -4 \end{bmatrix}$$

4.3 $(BC)^2 = \left(\begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & 0 \\ -4 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \right)^2$: auff (Wozu? die Dimension von BC ist $(3,2)$ nicht quadratisch $(3,2)(3,2)$ nicht quadratisch!!)

$$4.4 \quad (BC)(BC)^T = \begin{bmatrix} 11 & 1 \\ 12 & -10 \\ 32 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 12 & 32 \\ 1 & -10 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 122 & 122 & 308 \\ 122 & 204 & 424 \\ 308 & 424 & 1040 \end{bmatrix}$$

$$5.1 \quad \mathbf{I} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

5.2 AI, $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -16 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -16 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

$$5.3 \quad A(1+A) = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 30 & -7 & 19 \\ -30 & 15 & -13 \end{bmatrix}$$

5.4 $A \leftrightarrow IA : \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 10 & -3 & 1 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} 12 & -4 & 4 \\ 2 & -1 & 2 \\ -20 & 10 & 2 \end{bmatrix}$