

Task 8

Макуха Илья

August 2021

1 Постановка задачи

Пусть имеется дифференциальное уравнение:

$$-(p(x)u')' + r(x)u = f(x)$$

С краевыми условиями:

$$\alpha_1 u(-1) - \alpha_2 u'(-1) = 0$$

$$\beta_1 u(1) + \beta_2 u'(1) = 0$$

Необходимо найти приближенное решение ДУ методом Рунге.

2 Теоретический минимум

Материал взят из Пакулиной(часть 2)(стр 14-15)

Выбираем набор функций w_1, \dots, w_n , вычисляем $a_{ij} = [w_i, w_j]$ - билинейная форма, $b_i = \langle f, w_i \rangle$ - скалярное произведение в $L^2(-1, 1)$

$$[y, z] = \int_{-1}^1 (py'z' + ryz)dx + Q_l + Q_r,$$

$$Q_l = \begin{cases} 0, & \text{I, II,} \\ \frac{\alpha_1}{\alpha_2} p(-1) y(-1) z(-1), & \text{III.} \end{cases}$$

$$Q_r = \begin{cases} 0, & \text{I, II,} \\ \frac{\beta_1}{\beta_2} p(1) y(1) z(1), & \text{III.} \end{cases}$$

Решаем систему $Ac = b$. Ответ: $u = c_1 w_1 + \dots + c_n w_n$

3 Тесты

Был выбран вариант 1 из методички Пакулиной. Для интегрирования реализован составной метод симпсона(Задание на полплюса?). Решение сравнивалось с сеточным методом. Анимации:

https://drive.google.com/drive/folders/1oG_-dotPqBgwgjNlxeAgkpv6Ql2vGTwG?usp=sharing

Скачайте папку вычи и запустите html-файлы. В подпапке `<i>_animation_frames` находятся кадры, если не хотите запускать html-анимацию.

4 Github

https://github.com/MakuhIlyukh/mak_cm