

Task 5

Макуха Илья

August 2021

1 Постановка задачи

Необходимо реализовать и проанализировать степенной и скалярный алгоритмы нахождения наибольших по модулю собственных чисел матрицы.

2 Теоретический минимум

Степенной метод - это итеративный алгоритм. На каждой итерации вычисляется $x^{(k)}$ следующим образом:

$$x^{(k+1)} = Ax^{(k)}$$

При стремлении k к бесконечности отношение

$$\frac{x_i^{(k+1)}}{x_i^{(k)}}$$

стремится к наибольшему по модулю собственному числу. При этом $x^{(k)}$ стремится к направлению собственного вектора. В скалярном методе добавляется вектор $y^{(k+1)}$:

$$y^{(k+1)} = A^T y^{(k)}$$

Собственное число считается по формуле:

$$\frac{x^{(k+1)} y^{(k+1)}}{x^{(k)} y^{(k+1)}}$$

3 Тесты

Были выбраны следующие матрицы: Гильбертова(10) и матрица из методички Пакулиной. ϵ пробегает от 1 до 10^{-9} . Для проверки точности используется сравнение с результатами работы библиотеки вычислений numru.

```
[[1.    0.5   0.333 0.25  0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   ]
 [0.5   0.333 0.25  0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091]
 [0.333 0.25  0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083]
 [0.25  0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077]
 [0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071]
 [0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067]
 [0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.062]
 [0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.062 0.059]
 [0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.062 0.059 0.056]
 [0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.062 0.059 0.056 0.053]]
```

	eps	power_method	scalar_method
0	1.0e+00	2.4e-02, 4	6.8e-02, 2
1	1.0e-01	2.5e-02, 3	4.1e-04, 3
2	1.0e-02	2.2e-03, 5	4.2e-05, 3
3	1.0e-03	7.2e-05, 6	1.3e-05, 3
4	1.0e-04	2.0e-05, 8	5.2e-07, 5
5	1.0e-05	1.4e-06, 9	6.7e-08, 5
6	1.0e-06	1.1e-07, 11	1.5e-09, 6
7	1.0e-07	8.7e-09, 13	2.7e-09, 6
8	1.0e-08	6.3e-10, 14	1.6e-10, 8
9	1.0e-09	7.3e-11, 15	2.8e-11, 8

```

[[-0.814 -0.019  0.414]
 [-0.019  0.544  0.006]
 [ 0.414  0.006 -0.814]]

```

	eps	power_method	scalar_method
0	1.0e+00	1.7e-01, 2	9.1e-01, 2
1	1.0e-01	1.6e-02, 4	7.7e-03, 4
2	1.0e-02	2.5e-02, 3	3.2e-04, 3
3	1.0e-03	8.2e-04, 7	1.9e-04, 6
4	1.0e-04	2.0e-04, 12	5.4e-06, 6
5	1.0e-05	2.3e-06, 13	6.8e-07, 10
6	1.0e-06	2.6e-05, 11	1.2e-07, 10
7	1.0e-07	3.0e-08, 17	9.6e-09, 11
8	1.0e-08	4.5e-08, 21	1.0e-09, 16
9	1.0e-09	2.1e-10, 26	7.6e-11, 15

4 Github

https://github.com/MakuhIlyukh/mak_cm