

# Task 7

Макуха Илья

August 2021

## 1 Постановка задачи

Пусть имеется дифференциальное уравнение:

$$k(x)u'' + p(x)u' + q(x)u = f(x)$$

С краевыми условиями:

$$\alpha_1 u(a) + \alpha_2 u'(a) = \alpha$$

$$\beta_1 u(b) + \beta_2 u'(b) = \beta$$

Необходимо найти численное решение ДУ сеточным методом.

## 2 Теоретический минимум

Разбиваем отрезок на  $n$  равных частей длины  $h$ . Для каждой точки заменяем производные на их численные варианты:

$$u' = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h}$$

$$u'' = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2}$$

Получаем Систему:

$$B_0 u_0 + C_0 u_1 = D_0$$

$$A_i u_{i-1} + B_i u_i + C_i u_{i+1} = D_i$$

$$A_n u_{n-1} + B_n u_n = D_n$$

Решаем методом прогонки:

$$s_0 = -\frac{C_0}{B_0}$$

$$t_0 = \frac{D_0}{B_0}$$

$$s_i = -\frac{C_i}{A_i s_{i-1} + B_i}$$

$$t_i = \frac{D_i - A_i t_{i-1}}{A_i s_{i-1} + B_i}$$

$$u_i = s_i u_{i+1} + t_i$$

$$u_n = t_n$$

Сгущаем сетку пока  $\delta$  не станет меньше  $\epsilon$

$$\delta = \frac{u - u_{prev}}{r^p - 1}$$

$r$  - коэффициент сгущения сетки,  $p$  - теоретический порядок точности метода

### 3 Тесты

Были выбраны вариант 3 и вариант 5 из методички Пакулиной. Начальный размер сетки – 4 отрезка. Максимальное кол-во итераций: 20.  $\epsilon = 1e-6$   
Анимации:

[https://drive.google.com/drive/folders/1oG\\_-dotPqBgwgjNlxeAgkpv6Ql2vGTwG?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1oG_-dotPqBgwgjNlxeAgkpv6Ql2vGTwG?usp=sharing)

Скачайте папку вычи и запустите html-файлы. В подпапке `<i>_animation_frames` находятся кадры, если не хотите запускать html-анимацию.

### 4 Github

[https://github.com/MakuhIlyukh/mak\\_cm](https://github.com/MakuhIlyukh/mak_cm)