

Task 4

Макуха Илья

August 2021

1 Постановка задачи

СЛАУ имеет вид:

$$Ax = b$$

Необходимо применить несколько итерационных методов решения СЛАУ и сравнить скорость их работы при разной точности сходимости.

2 Теоретический минимум

Стационарный метод:

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + C$$

Метод Зейделя:

$$x_i^{(k+1)} = - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k)} + \frac{b_i}{a_{ii}}.$$

Метод релаксаций:

```
1  for i in 1..n:
2      Вычислить невязки для тех строчек,
3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
7      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
8      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
9      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
10     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
11     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
12     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
13     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
14     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
15     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
16     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
17     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
18     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
19     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
20     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
21     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
22     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
23     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
24     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
25     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
26     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
27     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
28     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
29     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
30     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
31     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
32     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
33     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
34     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
35     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
36     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
37     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
38     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
39     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
40     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
41     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
42     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
43     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
44     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
45     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
46     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
47     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
48     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
49     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
50     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
51     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
52     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
53     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
54     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
55     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
56     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
57     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
58     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
59     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
60     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
61     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
62     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
63     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
64     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
65     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
66     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
67     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
68     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
69     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
70     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
71     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
72     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
73     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
74     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
75     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
76     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
77     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
78     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
79     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
80     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
81     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
82     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
83     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
84     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
85     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
86     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
87     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
88     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
89     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
90     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
91     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
92     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
93     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
94     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
95     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
96     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
97     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
98     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
99     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
100    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
```

3 Тесты

Было проведено два теста: для маленьких матриц и для большой. В первом тесте оценивались матрица из методички Пакулиной и Гильбертова(2). Метод релаксаций сходил только в одном случае из трех, в остальных невязка увеличивалась к бесконечности. Количество итераций для разного ϵ представлены ниже.

Маленькие матрицы:

A:

[[1.0.5]]

[0.50.33333333]]

	eps	stationary	zeydel	relaxation
0	1.000e-01	19	4	4
1	1.000e-02	35	12	12
2	1.000e-03	51	20	20
3	1.000e-04	67	28	28
4	1.000e-05	83	36	36
5	1.000e-06	99	44	44
6	1.000e-07	115	52	52
7	1.000e-08	131	60	60

A:

[[−402.94200.02]]

[1200.12−600.96]]

	eps	stationary	zeydel	relaxation
0	1.000e-01	403	2	NaN
1	1.000e-02	931	2	NaN
2	1.000e-03	1459	211	NaN
3	1.000e-04	1987	475	NaN
4	1.000e-05	2515	739	NaN
5	1.000e-06	3043	1003	NaN
6	1.000e-07	3571	1267	NaN
7	1.000e-08	4099	1531	NaN

Большая матрица:

```

A:
[[4.89449951e+02 9.26997048e-01 7.26988984e-01 ... 6.48723461e-01
  4.10810021e-01 2.17042198e-01]
 [4.66767605e-02 4.94345388e+02 9.54681235e-01 ... 3.09943378e-01
  8.60383569e-01 4.42475035e-01]
 [1.84265403e-01 3.60263525e-01 5.03947073e+02 ... 8.90512568e-01
  2.36158849e-01 7.71120520e-01]
 ...
 [4.98507338e-01 6.27842993e-01 8.80571344e-02 ... 4.91333635e+02
  4.16993465e-01 8.19129946e-01]
 [2.18771961e-01 8.08871534e-01 6.18475241e-01 ... 6.54126896e-01
  5.14243460e+02 4.75900864e-01]
 [1.30967608e-01 1.94126891e-01 1.87720653e-01 ... 8.68927690e-01
  9.59828399e-01 4.87989680e+02]]

```

	eps	stationary	zeydel	relaxation
0	1.000e-01	2	2	NaN
1	1.000e-02	1161	4	NaN
2	1.000e-03	3479	5	NaN
3	1.000e-04	5797	6	NaN
4	1.000e-05	8114	8	NaN
5	1.000e-06	10432	9	NaN
6	1.000e-07	12750	11	NaN
7	1.000e-08	15067	12	NaN

4 Github

https://github.com/MakuhIlyukh/mak_cm