

Task 6

Макуха Илья

August 2021

1 Постановка задачи

Необходимо реализовать и проанализировать алгоритм Якоби нахождения собственных чисел матрицы.

2 Теоретический минимум

Метод Якоби заключается в постепенном уменьшении радиусов содержания собственных чисел с помощью изменения матрицы:

$$A^{(k+1)} = T_{ij} A^{(k)} T_{ij}^*$$

где T_{ij} - это матрица плоского вращения.

Опорный элемент может выбираться разными способами: максимальный по модулю среди недиагональных или просто чередованием.

3 Тесты

Были выбраны следующие матрицы: Гильбертова(10) и матрица из методики Пакулиной. ϵ пробегает от 1 до 10^{-9} . Для проверки точности используется сравнение с результатами работы библиотеки символьных вычислений sympy. Также считается число итераций и проверяется выполнение теоремы Гершгошина.

```
[[1.    0.5   0.333 0.25  0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   ]
 [0.5   0.333 0.25  0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091]
 [0.333 0.25  0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083]
 [0.25  0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077]
 [0.2   0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071]
 [0.167 0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067]
 [0.143 0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.062]
 [0.125 0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.062 0.059]
 [0.111 0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.062 0.059 0.056]
 [0.1   0.091 0.083 0.077 0.071 0.067 0.062 0.059 0.056 0.053]]
```

	eps	max_method	cyclic_method
0	1.0e+00	2.7e-1, 5, True	3.2e-1, 8, True
1	1.0e-01	3.0e-2, 20, True	1.7e-2, 54, True
2	1.0e-02	1.6e-3, 39, True	5.9e-5, 93, True
3	1.0e-03	9.3e-5, 55, True	8.2e-7, 99, True
4	1.0e-04	1.8e-5, 70, True	2.3e-7, 108, True
5	1.0e-05	2.8e-6, 79, True	3.8e-8, 135, True
6	1.0e-06	9.3e-9, 99, True	3.8e-8, 159, True
7	1.0e-07	9.3e-9, 109, True	3.8e-8, 161, True
8	1.0e-08	9.2e-10, 118, True	1.5e-12, 179, True
9	1.0e-09	1.1e-11, 130, True	1.5e-12, 206, True

```

[[-0.814 -0.019  0.414]
 [-0.019  0.544  0.006]
 [ 0.414  0.006 -0.814]]

```

	eps	max_method	cyclic_method
0	1.0e+00	4.1e-1, 0, True	4.1e-1, 0, True
1	1.0e-01	2.8e-4, 1, True	2.8e-4, 1, True
2	1.0e-02	9.6e-5, 2, True	9.6e-5, 2, True
3	1.0e-03	1.1e-8, 3, True	1.1e-8, 3, True
4	1.0e-04	1.1e-8, 3, True	1.1e-8, 3, True
5	1.0e-05	5.3e-13, 4, True	5.3e-13, 4, True
6	1.0e-06	5.3e-13, 4, True	5.3e-13, 4, True
7	1.0e-07	2.2e-16, 5, True	2.2e-16, 5, True
8	1.0e-08	2.2e-16, 5, True	2.2e-16, 5, True
9	1.0e-09	2.2e-16, 5, True	2.2e-16, 5, True

4 Github

https://github.com/MakuhIlyukh/mak_cm