

Отчёт по лабораторной работе №7

Математическое моделирование

Модель распространения рекламы. Вариант №30

Выполнила: Малащенко Марина Владимировна,
НФИбд-01-20, 1032202459

Содержание

Цель работы	4
Теоретическое введение. Построение математической модели.	5
Задание	8
Выполнение лабораторной работы	9
Решение с помощью программ	9
Julia	9
Результаты работы кода на Julia	13
OpenModelica	14
Результаты работы кода на OpenModelica	16
Анализ полученных результатов. Сравнение языков.	17
Вывод	18
Список литературы. Библиография.	19

Список иллюстраций

1	График решения уравнения модели Мальтуса	6
2	График логистической кривой	7
1	График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia	13
2	График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia	14
3	График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia	14
4	График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica	16
5	График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica	16
6	График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica	16

Цель работы

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность реклам-

ной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

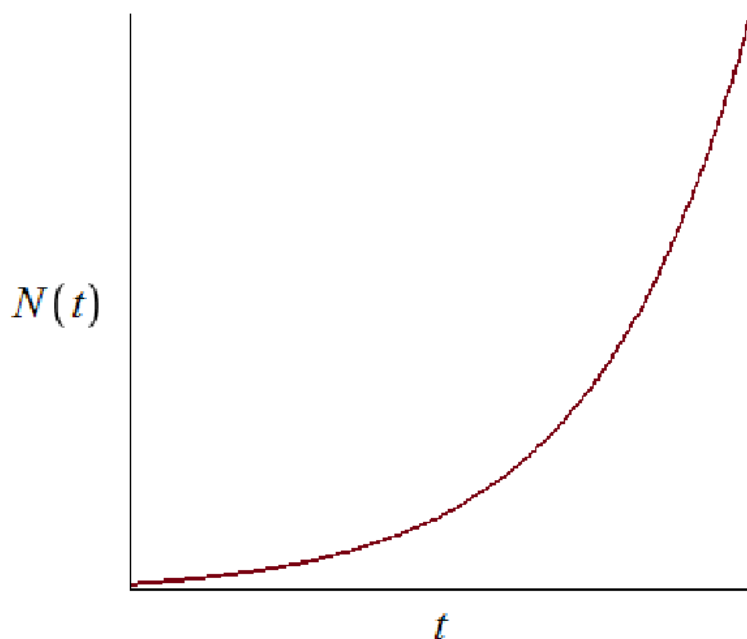


Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой

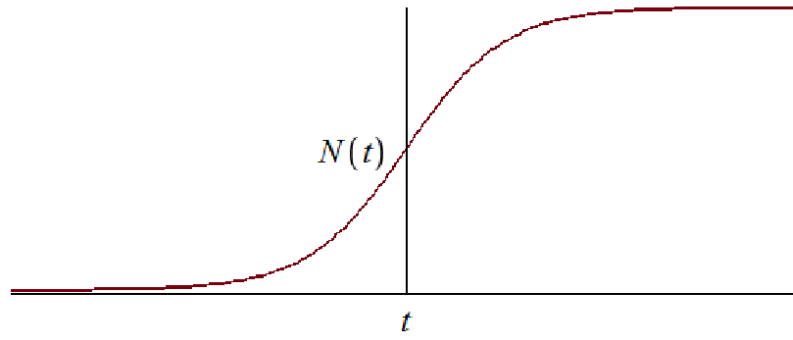


Рис. 2: График логистической кривой

Задание

Вариант 30

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.000061n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000056 + 0.66n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.66 \sin t + 0.66 \sin(6t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 860$, в начальный момент о товаре знает 2 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Решение с помощью программ

Julia

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.000061n(t))(N - n(t))$:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 860
n0 = 2

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.66 + 0.00061*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
```

```

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (1) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)

savefig(plt, "lab07_1.png")

```

Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.000056 + 0.66n(t))(N - n(t))$:

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 860
n0 = 2

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000056 + 0.66*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)

```

```

n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (2) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)
plot!(
    plt,
    [max_dn_t],
    [max_dn_n],
    seriestype = :scatter,
    color = :red)

```

```
savefig(plt, "lab07_2.png")
```

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.66 \sin t + 0.66 \sin(6t)n(t))(N - n(t))$:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 860
```

```
n0 = 2
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    (n) = u
```

```
    du[1] = (0.66 + 0.66*sin(6*t)*u[1])*(N - u[1])
```

```
end
```

```
v0 = [n0]
```

```
tspan = (0.0, 0.1)
```

```
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

```
n = [u[1] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(
```

```
    dpi = 600,
```

```
    title = "Эффективность распространения рекламы (3) ",
```

```
    legend = false)
```

```
plot!(
```

```
    plt,
```

```
    T,
```

```
n,
```

```
color = :red)
```

```
savefig(plt, "lab07_3.png")
```

Результаты работы кода на Julia

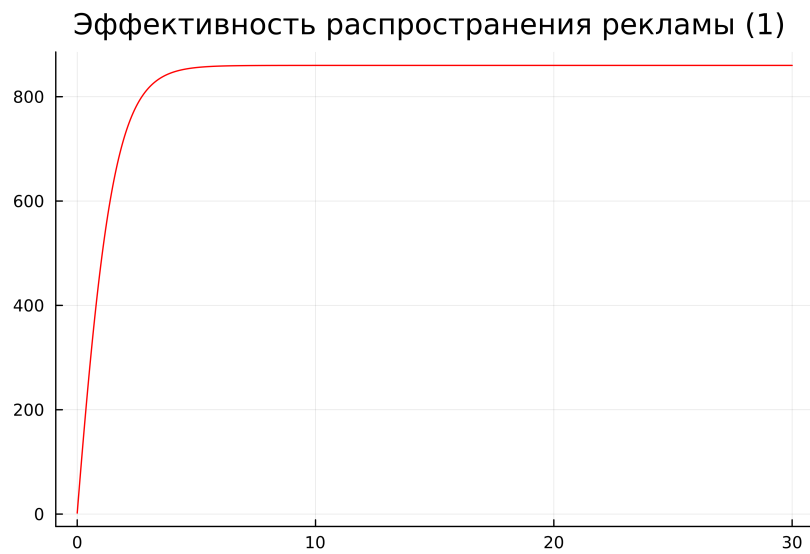


Рис. 1: График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia

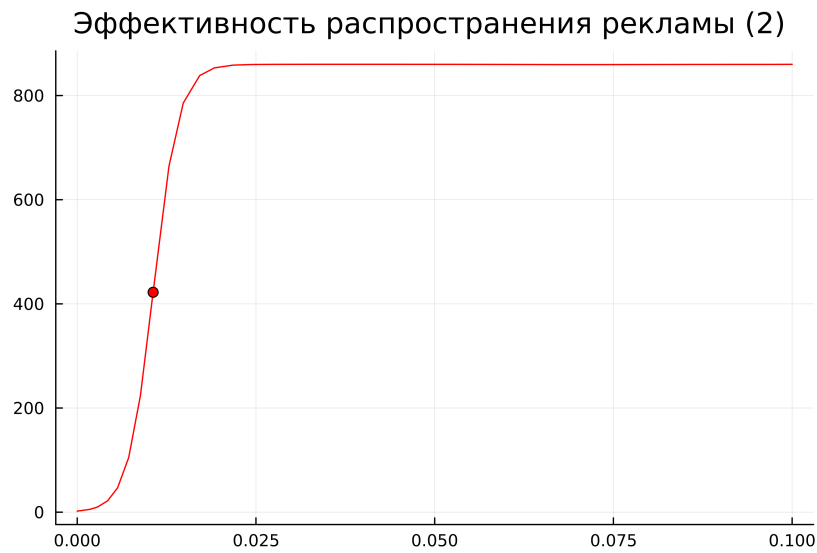


Рис. 2: График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia

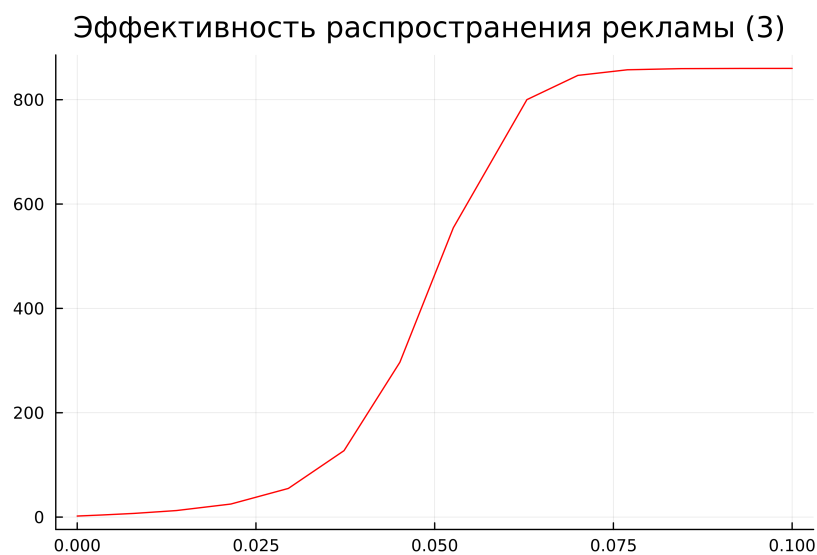


Рис. 3: График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia

OpenModelica

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.000061n(t))(N - n(t))$:

```

model lab07_1
Real N = 610;
Real n;
initial equation
n = 2;
equation
der(n) = (0.66 + 0.00061*n)*(N-n);
end lab07_1;

```

Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.000056 + 0.66n(t))(N - n(t))$:

```

model lab07_2
Real N = 860;
Real n;
initial equation
n = 2;
equation
der(n) = (0.000056 + 0.66*n)*(N-n);
end lab07_2;

```

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.66 \sin t + 0.66 \sin(6t)n(t))(N - n(t))$:

```

model lab07_3
Real N = 860;
Real n;
initial equation
n = 2;
equation
der(n) = (0.66 + 0.66*sin(6*time)*n)*(N-n);
end lab07_3;

```

Результаты работы кода на OpenModelica

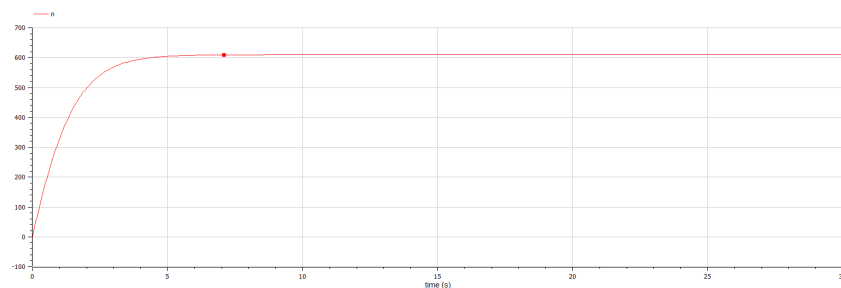


Рис. 4: График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

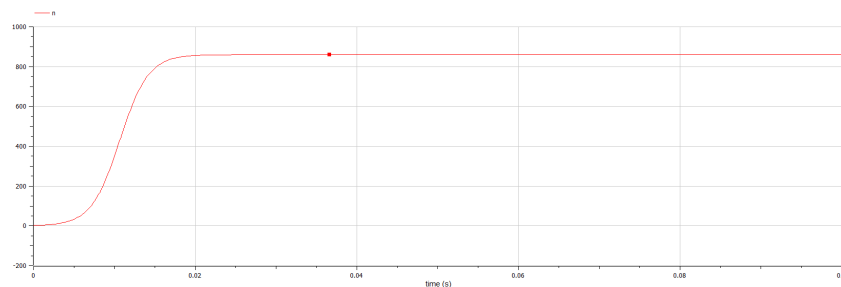


Рис. 5: График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

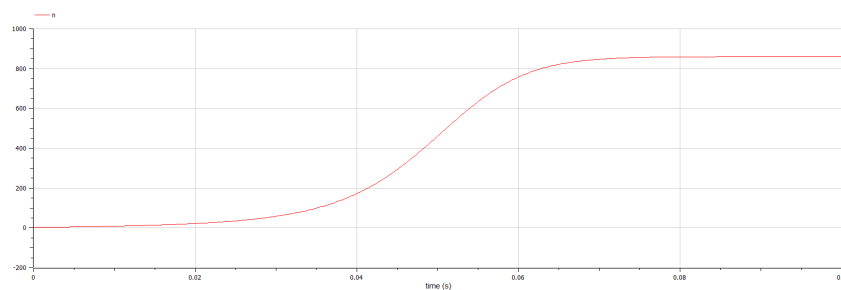


Рис. 6: График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica

Анализ полученных результатов.

Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста: <https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>