

# TIPE : l'impact physique de la course à pied

Malaury DUTOUR

Épreuve de TIPE

Session 2023

# Problématique

Quelle est l'influence du type de revêtement de sol et du chaussage sur le corps humain lors de la course à pied ?

# Plan de l'exposé

- 1 Présentation du problème
- 2 Relevés expérimentaux
  - Présentation du dispositif expérimental
  - Calibration du dispositif
  - Premiers résultats
- 3 Visualisation des résultats expérimentaux et modèle physique
  - Visualisations
  - Modèle physique
- 4 Conclusion
- 5 Annexes
  - Photos
  - Codes

# Présentation du problème

Les sols dans nos villes sont souvent bétonnés et ne sembleraient donc pas optimaux pour les coureurs, est-ce vraiment le cas ? Quelle influence peut avoir le chaussage sur le confort du coureur ?

Nous allons le vérifier à l'aide d'un dispositif expérimental.

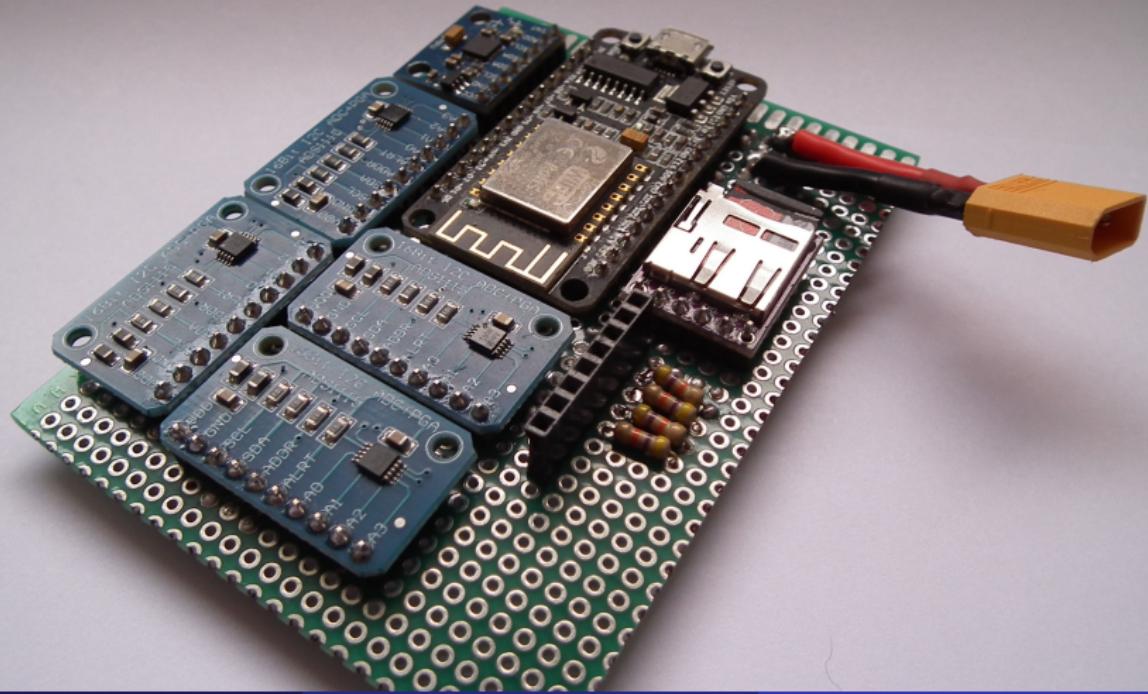
# Présentation du dispositif expérimental

Afin de mesurer les chocs subis par le coureur nous avons réalisé une semelle particulière dotée de :

- 4 capteurs de pression
- Un lecteur de carte SD
- Un microcontrôleur

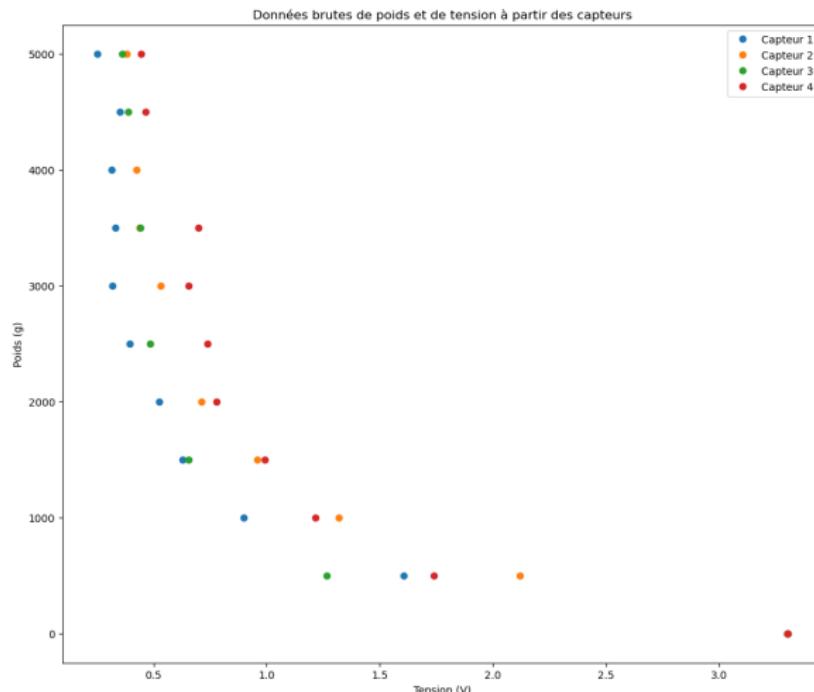
# Carte de contrôle

Voici la carte avec le microcontrôleur, les convertisseurs analogiques-numériques et le lecteur de carte SD :



# Le capteur de pression DF9-40

Le capteur de pression est une résistance variable de loi non linéaire.



Envisageons la fonction suivante :  $f_{a,b,c}(x) = \frac{a}{x^b} + c$

Notons  $x_i$  les valeurs en tension correspondant à un poids mesuré  $y_i$ .

Il faut trouver a,b,c minimisant  $\sum_{i=0}^n (f_{a,b,c}(x_i) - y_i)^2$

## Calibration - ajustement de courbe 2/2

Nous utilisons la méthode de la descente de gradient pour trouver une valeur approchée de  $a, b, c$  minimisant  $C(a, b, c) = \sum_{i=0}^n (f_{a,b,c}(x_i) - y_i)^2$ .

L'ideal est d'avoir  $\frac{\partial C}{\partial a}(a, b, c) = 0$   $\frac{\partial C}{\partial b}(a, b, c) = 0$   $\frac{\partial C}{\partial c}(a, b, c) = 0$ , soit  $\nabla C = 0$ .

Pour cela fixons  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ , le taux d'apprentissage et un seuil  $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$ .

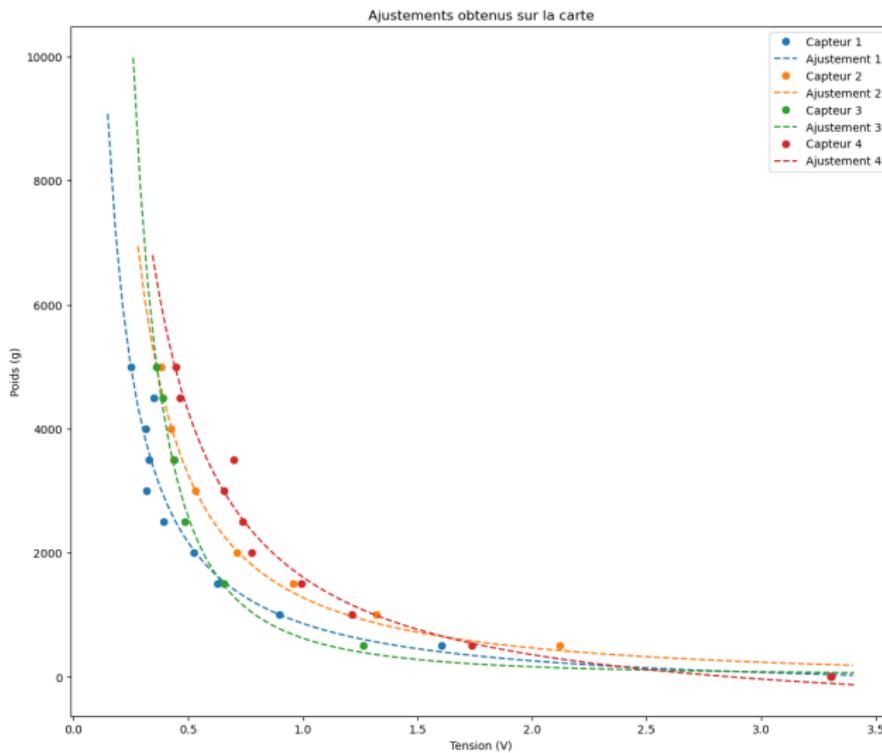
Nous construisons la suite  $P_k = \begin{pmatrix} a_k \\ b_k \\ c_k \end{pmatrix}$  de la façon suivante :

- $P_0$  fixé de manière arbitraire
- $P_{k+1} = P_k - \alpha \times \nabla C$

Condition d'arrêt :  $\nabla C < \varepsilon$

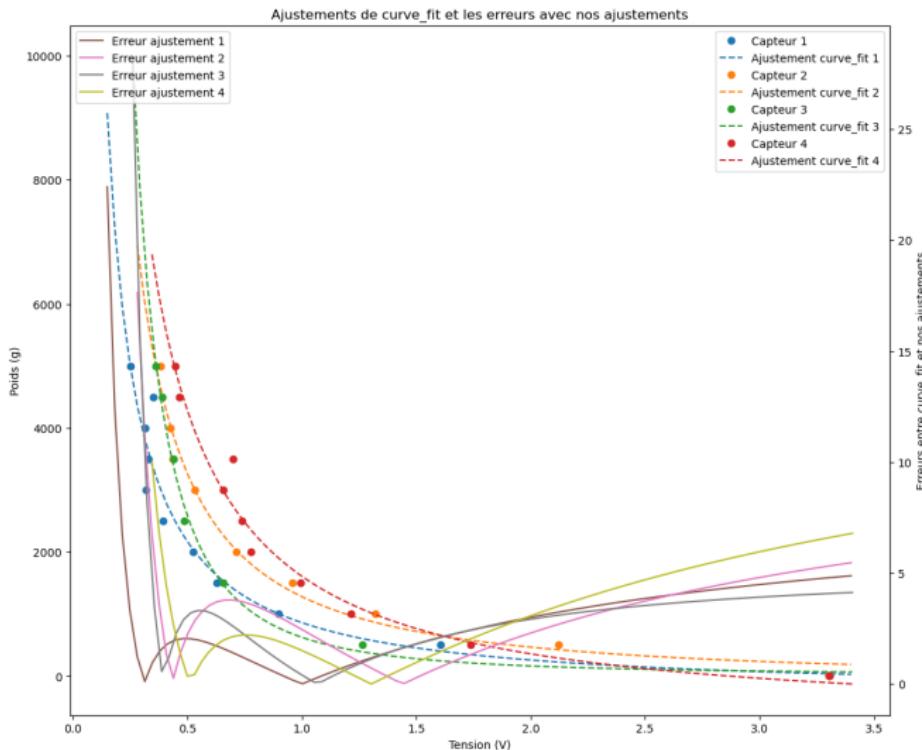
# Calibration - résultats 1/2

Résultats de la méthode des moindres carrés avec la descente de gradient effectuée sur la carte :



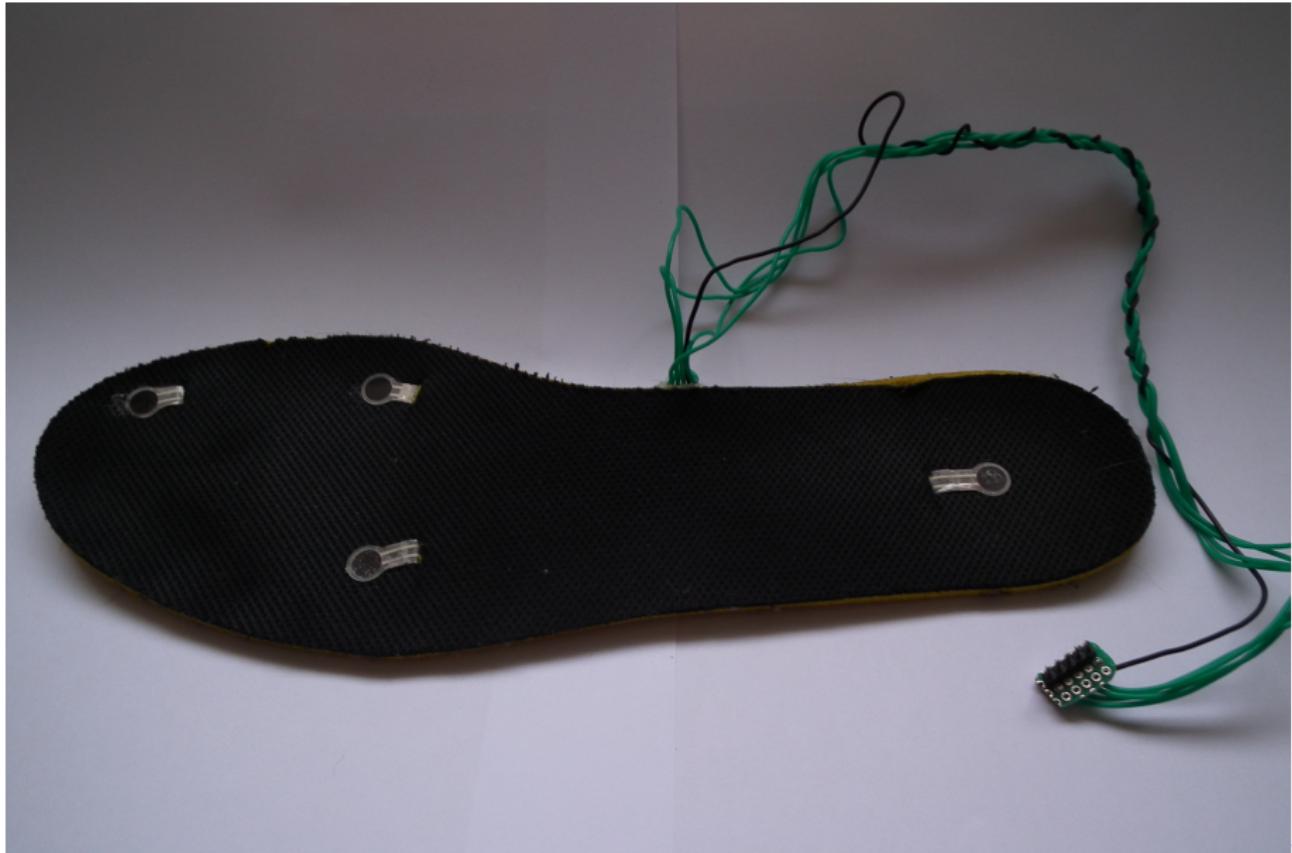
# Calibration - résultats 2/2

Comparaison avec la fonction `curve_fit` de `scipy` :



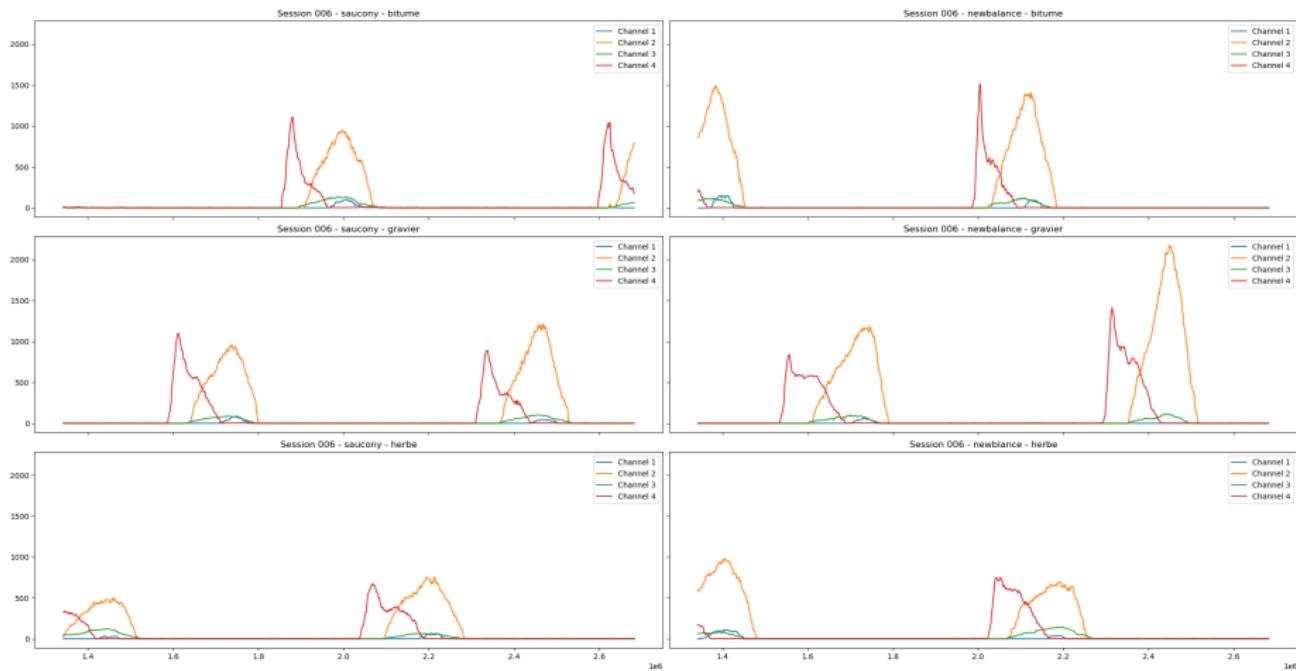
# La semelle

Voici les capteurs disposés sur la semelle :

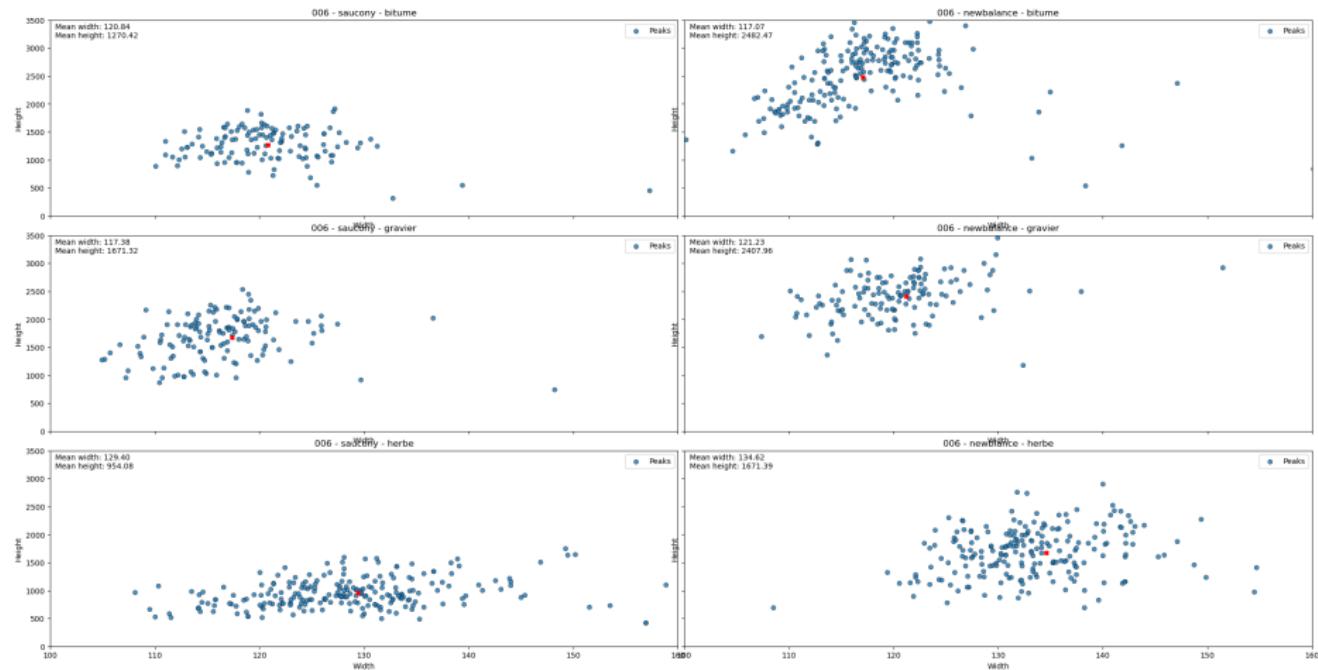


# Les premiers résultats

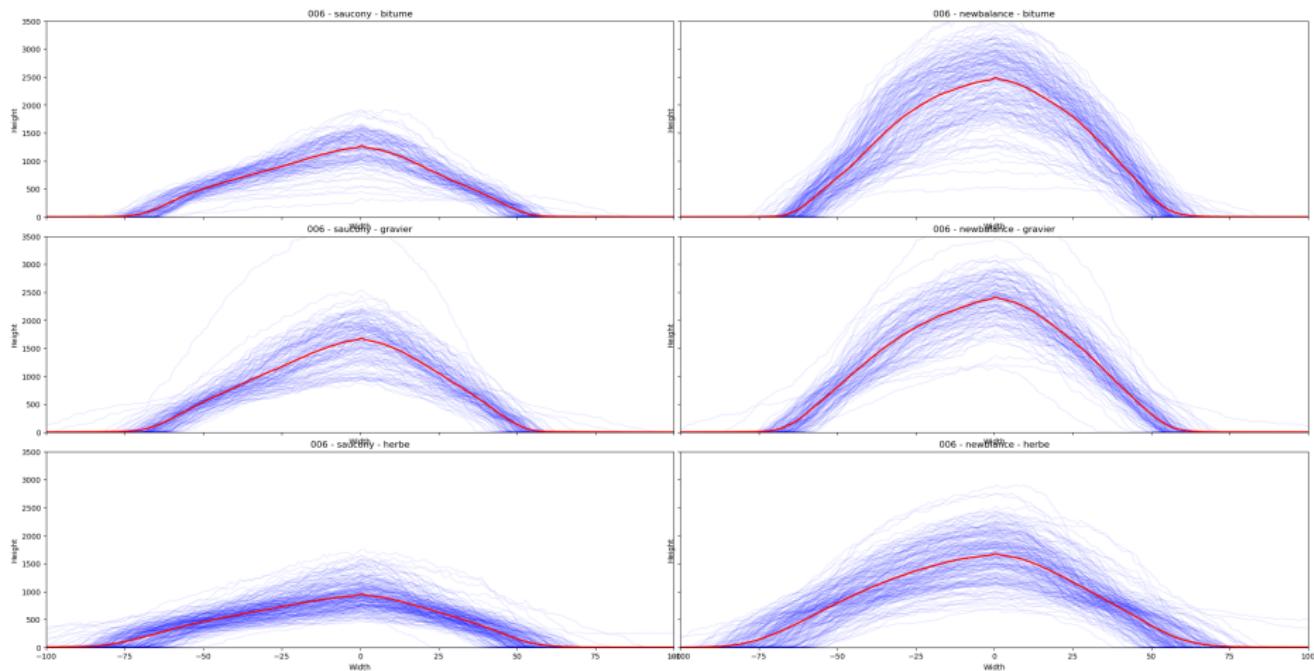
Après avoir couru sur différents revêtements (béton, gravier, pelouse) avec des chaussures de ville et de course, nous obtenous :



# Quelques visualisations 1/3

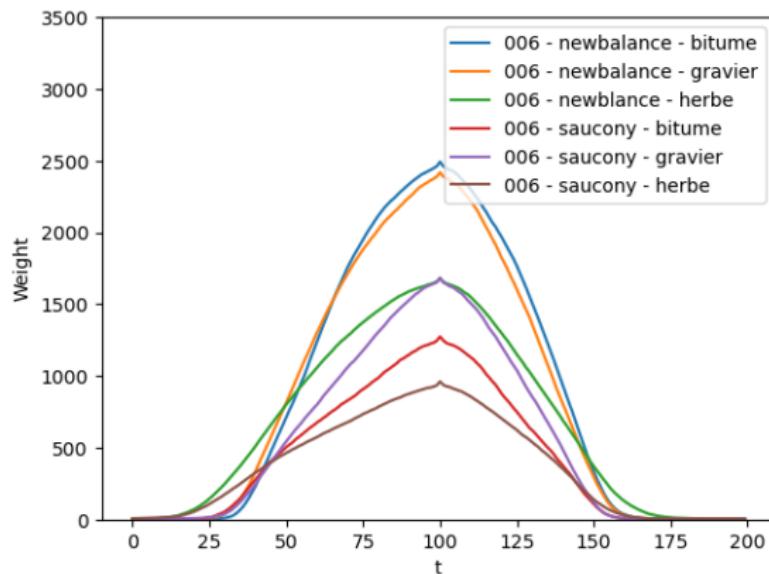


# Quelques visualisations 2/3

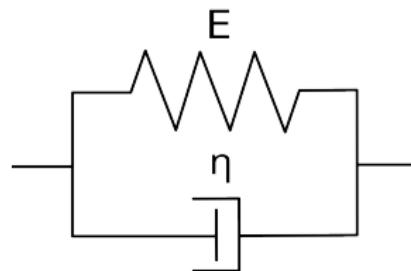


# Quelques visualisations 3/3

Gardons ici les pics moyens pour chaque revêtement et type de chaussures :



L'os est un matériau viscoélastique, utilisons le modèle de Kelvin-Voigt :



Nous établissons l'équation différentielle suivante :

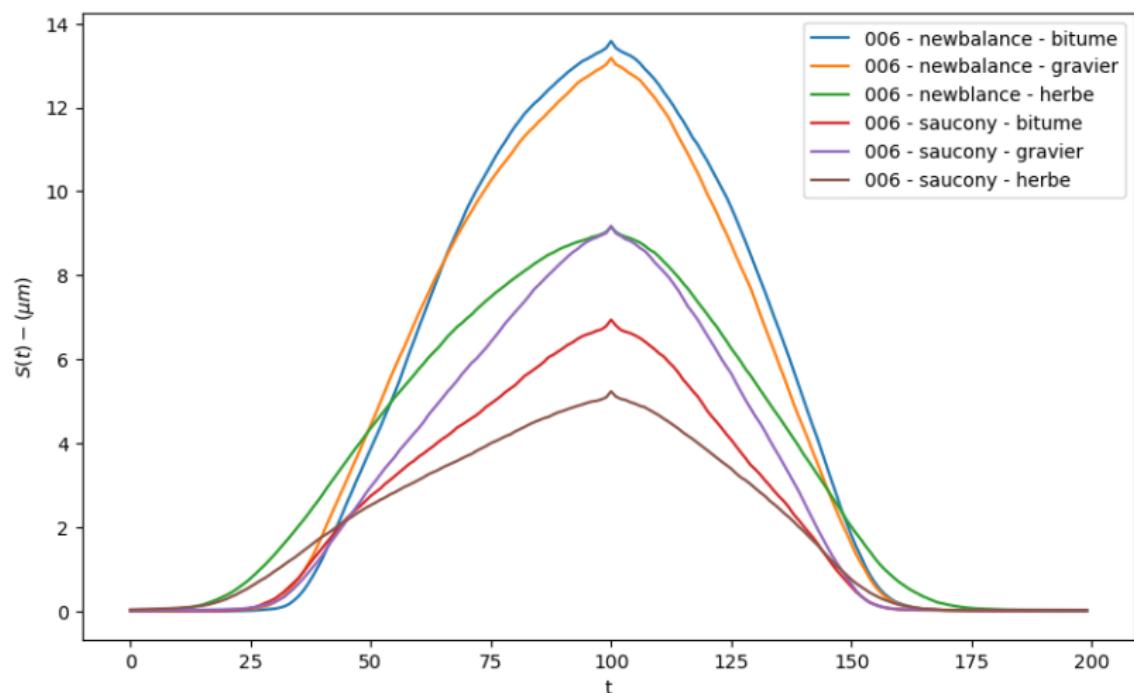
$$\sigma = E \times \varepsilon + \eta \times \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Et la fonction de transfert associée :

$$H(\omega) = \frac{1}{E + i\omega\eta} \quad \text{avec} \quad E = 18 \cdot 10^9 GPa \quad \eta = 218,4 Pa \cdot sec^{-1}$$

# Résultats

Puisque  $\omega \ll 10^3 \text{rad} \cdot \text{sec}^{-1}$ , nous avons  $H(\omega) \approx \frac{1}{E}$  on obtient donc :



D'après les résultats expérimentaux et le modèle physique :

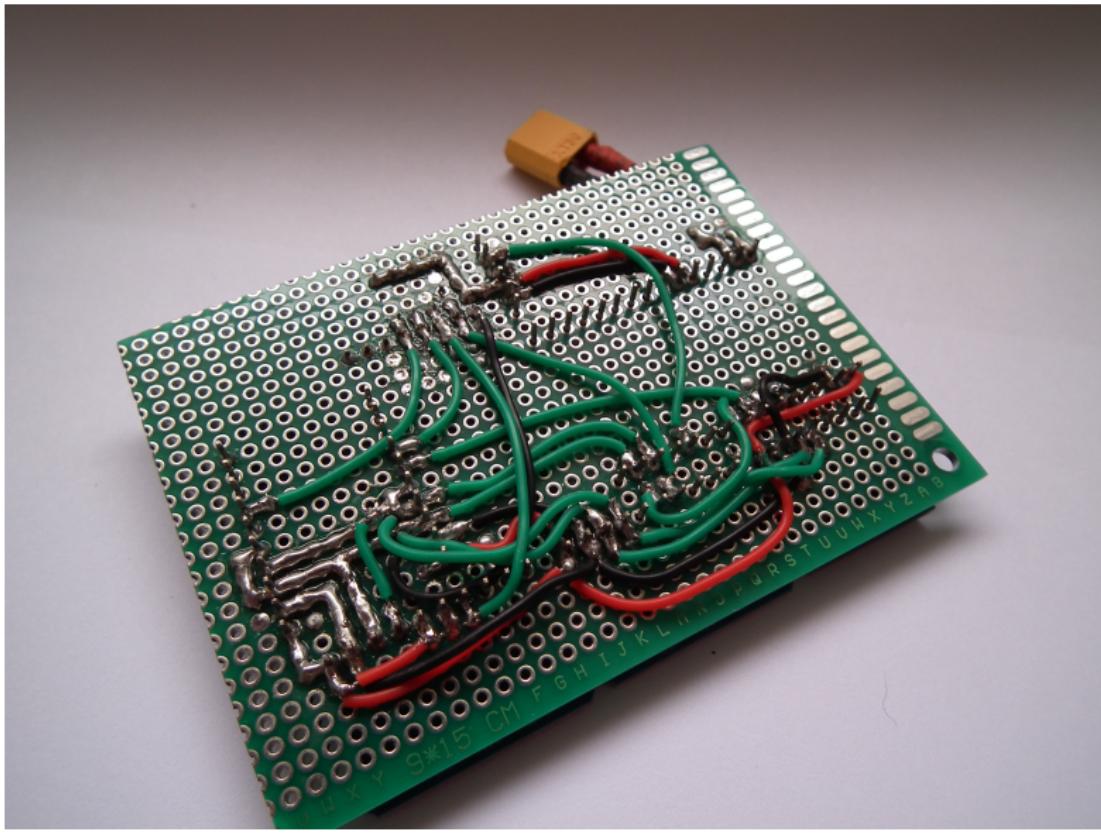
- Un chaussage adapté est primordial pour atténuer les chocs
- Le revêtement le moins traumatisant est le gazon

Dès lors, la bétonisation des sols est traumatisante pour les coureurs.

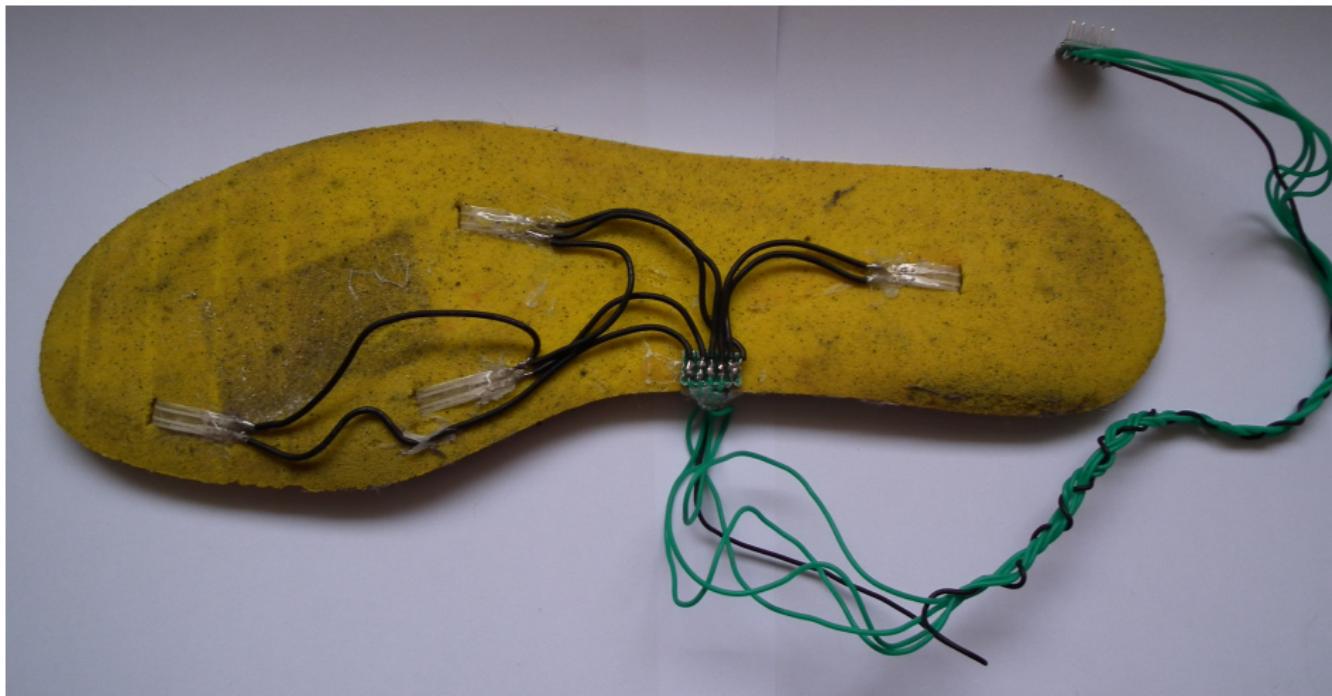
# Annexe 1



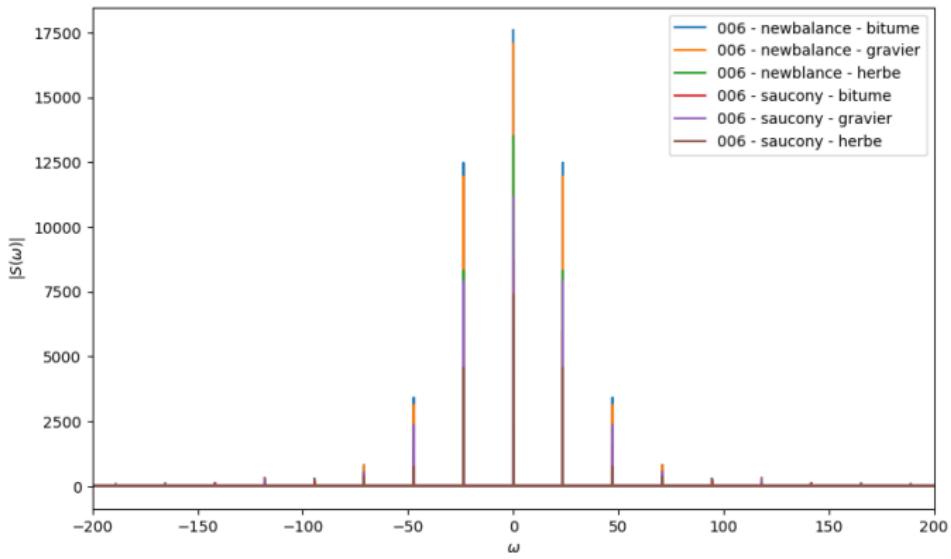
## Annexe 2



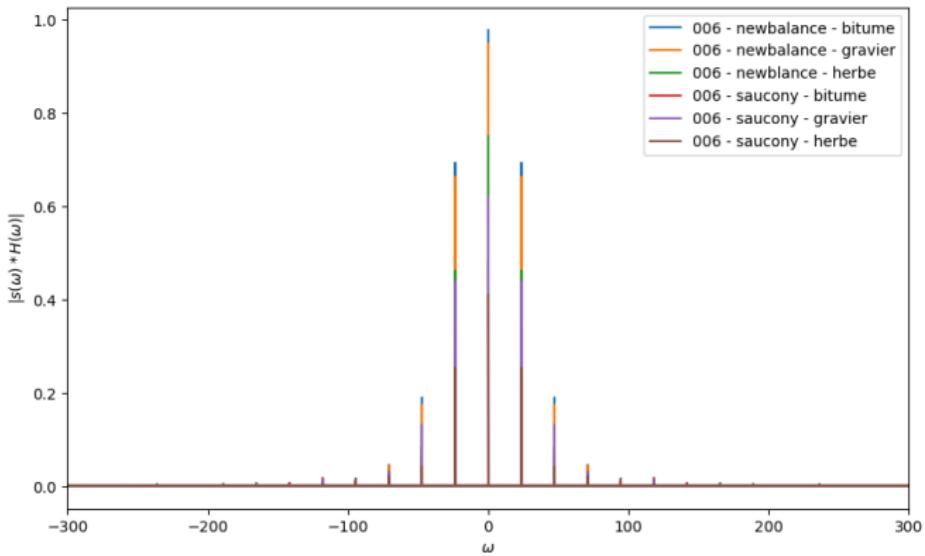
## Annexe 3



# Annexe 4



# Annexe 5



# Annexe 6

```
template <typename T, std::size_t params_count>
T GradientDescFactory<T, params_count>::cost_func(
    DataSet<T> &data, std::array<T, params_count> params) {
    T cost = data.accumulate([&](DataPoint<T> dp) {
        return std::pow(func(dp.x, params) - dp.y, 2);
    });
    return cost / (2 * data.size());
}
template <typename T, std::size_t params_count>
std::array<T, params_count>
GradientDescFactory<T, params_count>::grad_cost_func(
    DataSet<T> &data, std::array<T, params_count> params) {
    std::array<T, params_count> grad;
    std::array<T, params_count> deriv_eps;
    std::fill(deriv_eps.begin(), deriv_eps.end(), T());
    T h = std::pow(std::numeric_limits<T>::epsilon(), T(1.0 / 3.0));
    for (std::size_t i = 0; i < params_count; i++) {
        deriv_eps[i] = h;
        grad[i] = (cost_func(data, add_arr(params, deriv_eps)) -
                   cost_func(data, add_arr(params, deriv_eps, T(-1.0)))) /
                   (2 * h);
        deriv_eps[i] = T();
    }
    return grad;
}
```

# Annexe 7

```
template <typename T, std::size_t params_count>
std::unique_ptr<FittingResult<T>>
GradientDescFactory<T, params_count>::calculateFitting(
    DataSet<T> &data_nonnorm) {
    std::array<T, params_count> params;
    auto data = data_nonnorm.normalize();
    auto initial_params = settings.getInitialParams();
    std::copy(initial_params.begin(), initial_params.end(), params.begin());

    T learning_rate = settings.getLearningRate();
    long iterations = 0;
    GradientDescCompletion completion = GRADIENT_DESC_CONVERGED;
    while (true) {
        auto grad = grad_cost_func(data, params);
        for (std::size_t i = 0; i < params_count; i++) {
            params[i] -= learning_rate * grad[i];
        }

        T norm_grad = 0;
        for (std::size_t i = 0; i < params_count; i++) {
            norm_grad += std::pow(grad[i], 2);
        }

        if (norm_grad < settings.getTolerance()) {
            break;
        }
        if (iterations > settings.getMaxIterations()) {
            completion = GRADIENT_DESC_MAX_ITERATIONS;
            break;
        }
    }
}
```

# Annexe 8

```
if (iterations % 100 == 0) {
    ESP.wdtFeed();
    Serial.println("Iteration:" + String(iterations) +
                   "Norm:" + String(norm_grad, 8));
}
iterations++;
}
T cost = cost_func(data, params);

T rmse = std::sqrt(cost / data.size());
T sse = cost;
T r2 = 1 - (sse / (data.size() * std::pow(data.std(), 2)));

last_stats = GradientDescStats<T>(completion, sse, r2, rmse, iterations);

return std::make_unique<GradientDescResult<T, params_count>>(
    func, params, data_nonnorm.mean(), data_nonnorm.std());
};
```