

Introduction aux graphes et aux matrices

TD n°3

EPITA Cyber 2
2025-2026

Exercice 1 :

Ecrire la matrice A de taille 2×3 telle que $a_{i,j} = 1 + (-1)^{i+j}$, pour $i \in \{1, 2\}$ et $j \in \{1, 2, 3\}$.

Exercice 2 :

Soient deux réels x et y et les deux matrices A et B suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} x+1 & 13 \\ 3x & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 13 \\ y & 7 \end{bmatrix}$$

Résoudre l'équation $A = B$.

Exercice 3 :

Soient les deux matrices A et B suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Calculer $A + B$, $B + A$, et $2A + 3B$.

Exercice 4 :

Soient les deux matrices A et B suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Calculer AB et BA .

Exercice 5 :

Soient trois matrices : A de taille 2×3 , B de taille 3×2 , et C de taille 4×2 .

Parmi les produits matriciels suivants, lesquels sont définis : AB , BA , AC , BC , CB , $(AB)C$, et $(BA)C$?

Exercice 6 :

Soit le graphe orienté $G = (X, U)$ défini par $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ et $U = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 7), (5, 8), (6, 8), (7, 8)\}$.

1. Donner une représentation sagittale de G .
2. Donner la matrice d'adjacence de G .

3. Compléter la représentation sagittale de G à l'aide de la matrice de poids ci-dessous :

$$W(G) = \begin{bmatrix} / & 2 & / & / & / & / & / & / \\ / & / & 7 & 3 & 2 & / & / & / \\ / & / & / & / & / & 0 & / & / \\ / & / & / & / & / & / & 3 & / \\ / & / & / & / & / & / & / & 5 \\ / & / & / & / & / & / & / & 7 \\ / & / & / & / & / & / & / & 3 \\ / & / & / & / & / & / & / & / \end{bmatrix}$$

4. Soit un chemin μ dans G .

On définit le temps de parcours de μ comme la somme des poids des arcs du chemin.

Déterminer le chemin le plus rapide pour aller du sommet 1 au sommet 8.