

Modulation analogique

AM et FM

Cours 2-ème année
Bachelor Cybersécurité
EPITA

Sommaire

1. Rappel théorique sur la modulation analogique
2. Modulation d'amplitude (AM)
3. Exercices sur la Modulation AM
4. Modulation de fréquence (FM)
5. Exercices sur la Modulation FM

1. Rappel théorique sur la modulation analogique

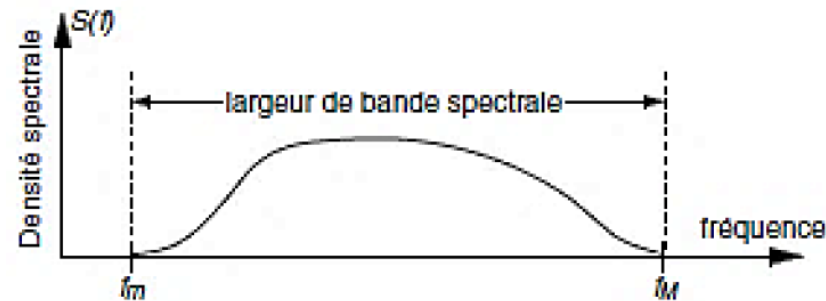
Spectre d'un signal et bande passante d'un support

La modulation des signaux vient du besoin de transmettre un signal physique, support d'une information, entre deux points distants.

Considérons un signal à transmettre $s(t)$, de spectre $S(f)$.

$S(f)$ est la zone de fréquence que le signal occupe, Cette zone appelée **largeur de bande spectrale**.

Pour tout signal réel $s(t)$, on a un spectre **borné** pour lequel on peut définir une fréquence minimale f_m et une fréquence maximale f_M telles que $S(f)=0$ pour toute fréquence en dehors de $[f_m, f_M]$.



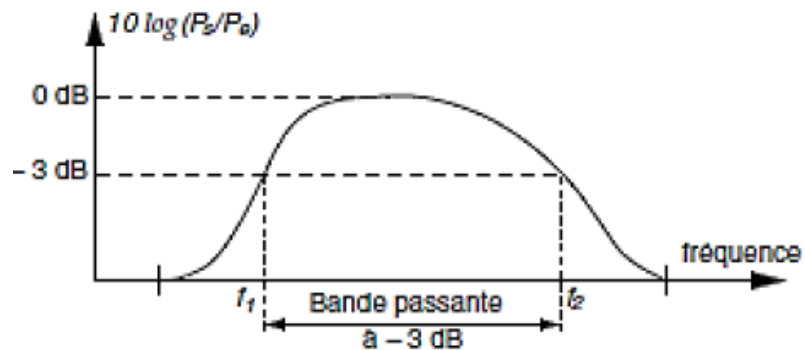
Exemples :

- signal de parole « téléphonie » : $f_m = 300$ Hz et $f_M = 3,4$ kHz
- signal sonore « haute-fidélité » : $f_m = 20$ Hz et $f_M = 16$ kHz

Spectre d'un signal et bande passante d'un support

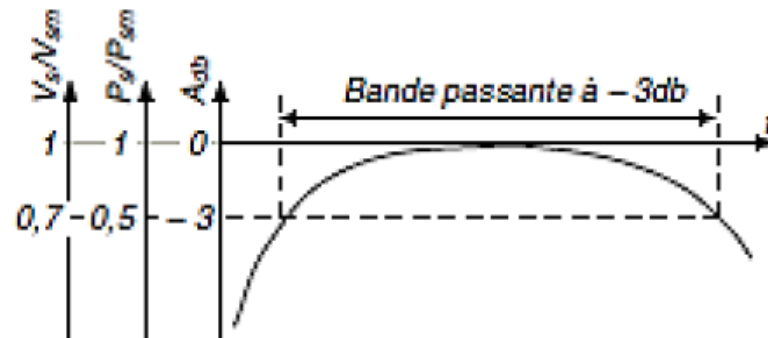
La transmission de $s(t)$ va être effectuée soit :

- à l'aide d'un support physique de transmission qui peut être un câble métallique (paire bifilaire, câble coaxial) ou une fibre optique,
- en utilisant une propagation libre d'ondes hertziennes.



La voie de transmission ne laisse passer que certaines fréquences.

Cette bande de fréquences, dans laquelle les signaux sont «correctement» transmis, caractérise le support de transmission ; elle est appelée **Bande Passante** du support.



Cette **Bande Passante** est généralement définie par rapport à la valeur du rapport P_s/P_e .

Par exemple, dans le cas d'une bande passante définie à -3 dB, la puissance de sortie sera égale à la moitié de la puissance du signal d'entrée

Compromis entre Largeur Spectrale du Signal et Bande Passante du support de transmission

Les deux caractéristiques, (largeur spectrale du signal et bande passante du support), conduisent aux deux remarques suivantes :

◇ le spectre du signal que l'on désire transmettre doit être compris dans la bande passante du support de la voie de transmission si l'on veut avoir une réception correcte sans déformation par la propagation dans le support

exemple : transmission impossible d'un signal télévision **HF** sur un simple câble bifilaire

◇ si le support de la voie de transmission a une très large bande passante par rapport au signal à transmettre, il est évident que l'utilisation de la voie de transmission n'est pas optimisée

exemple : utilisation d'une fibre optique pour transmettre une seule ligne téléphonique.

Les Types de transmission

Ces deux remarques permettent de distinguer les deux techniques de transmission de signaux utilisées :

Transmission en bande de base: les signaux sont transmis tels qu'ils sortent de la source, c'est-à-dire dans leur bande de fréquence originale. Cette technique est utilisée chaque fois que le milieu de transmission convient au sens des domaines fréquentiels

Transmission par modulation ou Transmission en bande transposée : cette opération consiste à transposer un signal en un autre signal contenant la même information, mais avec une modification en fréquence du signal. Ce dernier mode de transmission par modulation, que nous allons étudier, présente essentiellement deux avantages :

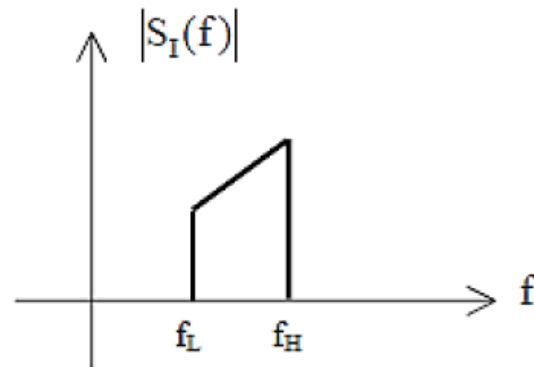
- le multiplexage fréquentiel : utilisation du même support de transmission par plusieurs communications ;
- l'adaptation aux conditions particulières d'un milieu de transmission : insensibilisation aux parasites, augmentation des distances de propagation, etc.

Nécessité d'une modulation

Comment transmettre une information $s_i(t)$ d'un point E(émetteur) vers un point R(récepteur) ?

$s_i(t)$ peut être une information issue d'un capteur (microphone, résultat d'une mesure ...) ou un signal traité (résultat d'un calcul, données informatiques ...).

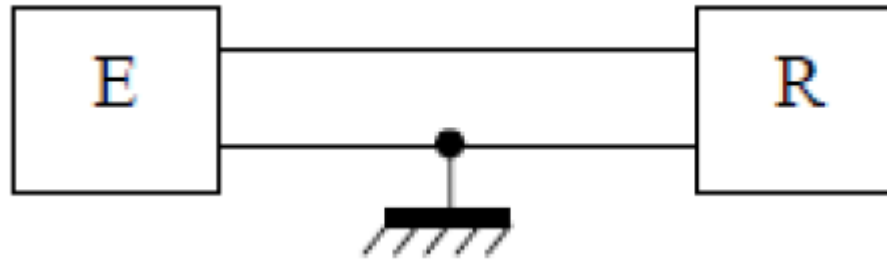
Cette information peut aussi être définie dans le domaine spectral, par $S_i(f)$. On suppose que le spectre est compris dans la bande $[f_L, f_H]$; .



Nécessité d'une modulation

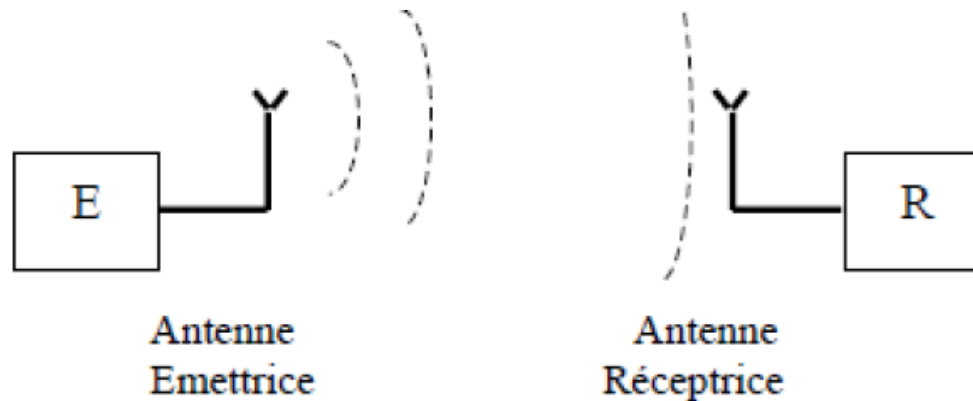
Il existe deux méthodes pour transmettre un signal :

- **Liaison physique** entre E et R par câble ou paire de fils ou fibre optique :



La transmission est dite « en bande de base » si le signal $s_i(t)$ est transmis sans modification, en particulier de son spectre

- **Liaison hertzienne**

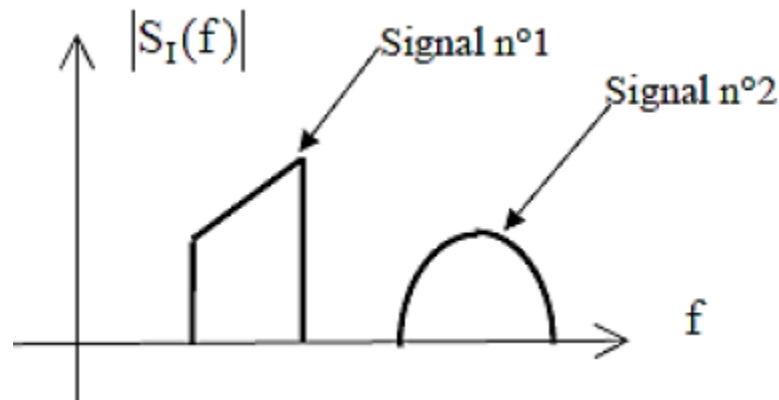


Nécessité d'une modulation

1-Transmission en Bande de base

La Transmission en **Bande de base** peut poser des difficultés pour les raisons suivantes :

- Si les fréquences du signal sont basses, il y a un risque de superposition du bruit lié au fonctionnement des dispositifs utilisés;
- Il y a une liaison physique entre l'émetteur et le récepteur, d'où des problèmes sur de grandes distances (avion liaison à la tour de contrôle);
- Il n'est pas possible de transmettre simultanément plusieurs signaux.



Pour transmettre deux informations s_{i1} et s_{i2} via le même support il faut que leurs spectres ne se recouvrent pas.

Ce type de transmission est utilisée sur de courtes distances (liaisons informatiques par exemple),

Nécessité d'une modulation

2-liaison hertzienne

Il est difficile d'avoir une bonne adaptation de la taille de l'antenne vis-à-vis des fréquences transmises en basse fréquence ; la transmission est optimale lorsque les dimensions de l'antenne sont de même ordre que la longueur d'onde.

◆ La longueur de l'antenne est de l'ordre de la longueur d'onde λ

$$\left(\lambda = \frac{c}{f} \text{ avec } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s et la longueur de l'antenne} = \frac{\lambda}{4} \right)$$

Exemple : pour un signal de 1 kHz, la longueur de l'antenne doit être : $L = \frac{\lambda}{4} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^3} = 75 \text{ km}$

◆ Pour une puissance d'émission P_e donnée, la puissance reçue par l'antenne réceptrice est, en première approximation, proportionnelle à f^2 .

Par exemple si l'antenne réceptrice reçoit 1 mW pour 100 MHz, elle recevrait :

$$\frac{10^{-3}}{(10^5)^2} = 10^{-13} \text{ W pour 1 kHz.}$$

On voit donc qu'un signal basse fréquence ne peut être transmis directement par liaison hertzienne. L'idée consiste à utiliser « **une porteuse** » par exemple sinusoïdale de haute fréquence et de faire varier une de ces caractéristiques en fonction de l'information.

Les différentes formes de modulation

La modulation d'un signal utilise un signal sinusoïdal $s_p(t)$ de fréquence f_p , appelé onde porteuse:

$$S_p(t) = A \cdot \cos(\Omega_p t + \varphi) \quad \text{avec} \quad f_p = \Omega_p / 2\pi$$

Ce signal ou onde porteuse $s_p(t)$ est utilisé pour transmettre le signal «informatif » en modifiant l'une de ses caractéristiques. C'est-à-dire l'un des paramètres de l'onde porteuse va varier au « rythme » du signal à transmettre. Les trois possibilités de modification ou modulation sont donc :

- amplitude A du signal porteur : **Modulation d'Amplitude (AM)** ;
- fréquence f_p du signal porteur : **Modulation de Fréquence (FM)** ;
- phase ϕ du signal porteur : **Modulation de Phase (PM)**.

Remarques

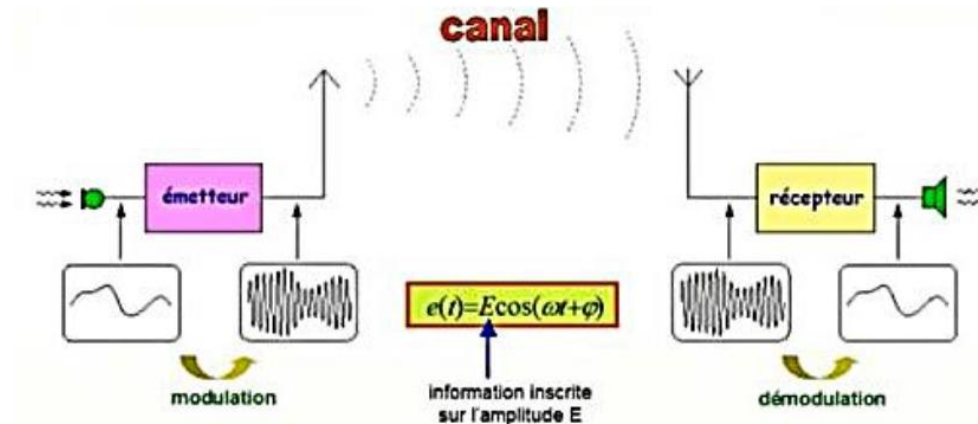
- f_p est en général très supérieure à la plus haute fréquence f_M du signal à transmettre.
- En utilisant des porteuses de fréquences différentes, on pourra transmettre simultanément plusieurs informations.
- On peut même transmettre simultanément deux informations sur la même porteuse en utilisant deux types de modulation (MA et MP)

Modulation AM



2. Modulation d'Amplitude AM

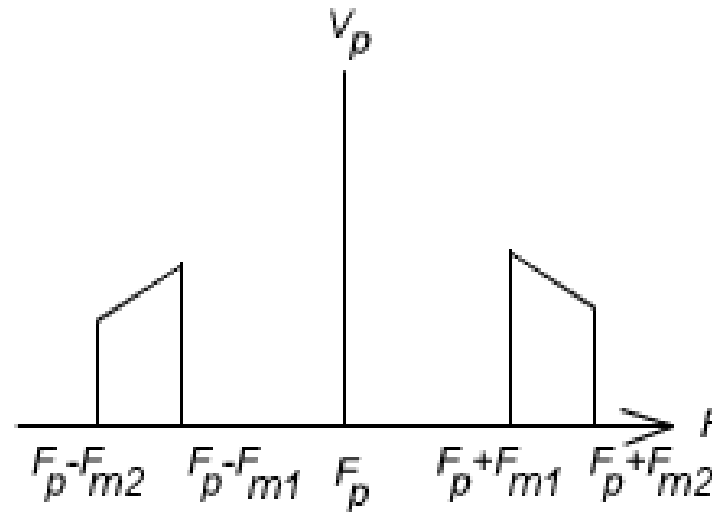
Un système de transmission transmet à travers d'un canal des informations de la source vers un utilisateur.



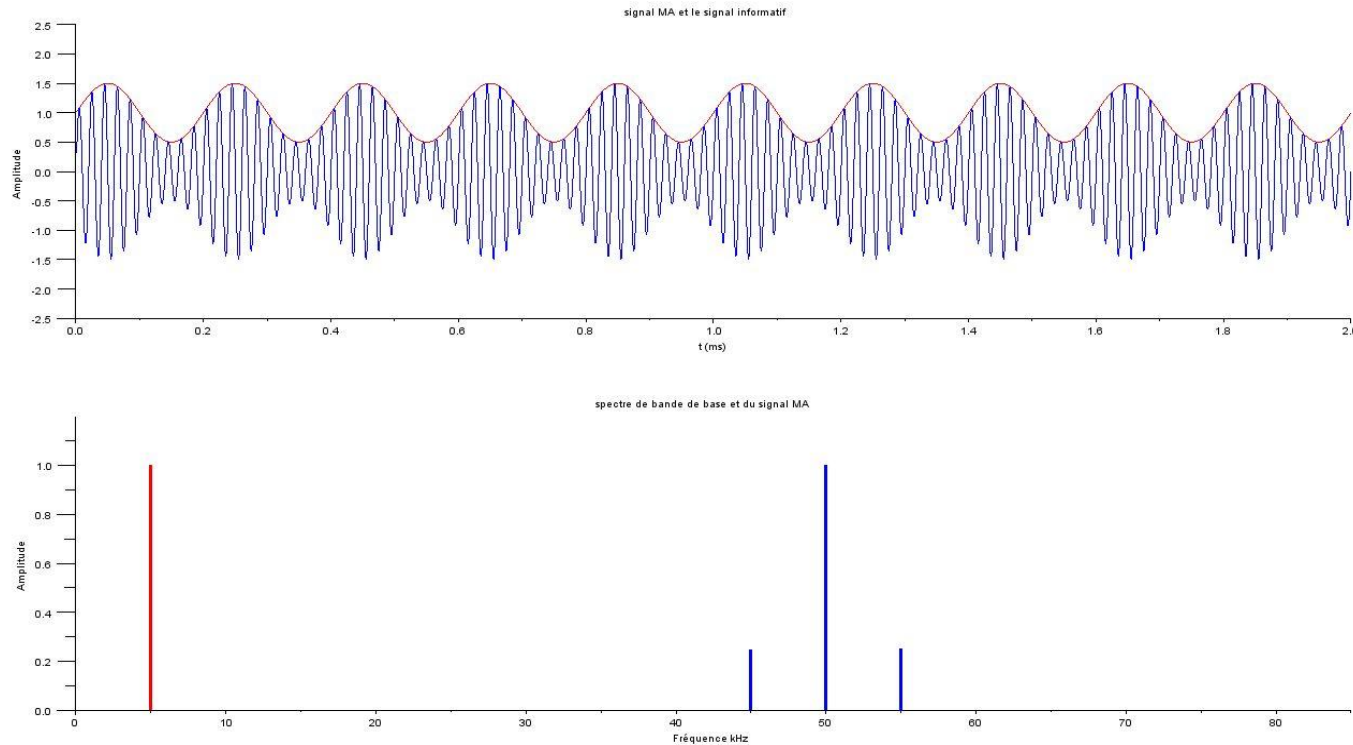
- La source fournit l'information sous la forme d'un signal analogique ou numérique.
- L'Émetteur inscrit cette information sur l'amplitude d'une porteuse sinusoïdale de fréquence f_0 : c'est la **modulation d'amplitude**.
- L'antenne d'émission transforme ce signal électrique en une onde électromagnétique, l'antenne de réception effectue l'opération inverse.
- Le récepteur sélectionne la fréquence de la porteuse et démodule l'information qui y est inscrite).

La modulation d'amplitude

- Principe
 - L'amplitude d'une porteuse HF varie instantanément selon la forme d'onde du signal BF modulant.



Spectre et bandes latérales



Modulation d'amplitude d'une porteuse 50KHz par une sinusoïde pure de 5KHz ; $m = 0.5$

- En diffusion radiophonique la profondeur de modulation reste souvent faible en raison de la nature du signal modulant (musique, paroles) où le niveau moyen est faible devant le niveau maximum.

Cas particulier : Signal information $s_i(t)$ est sinusoïdale

$$s_i(t) = S_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t + \phi_i)$$

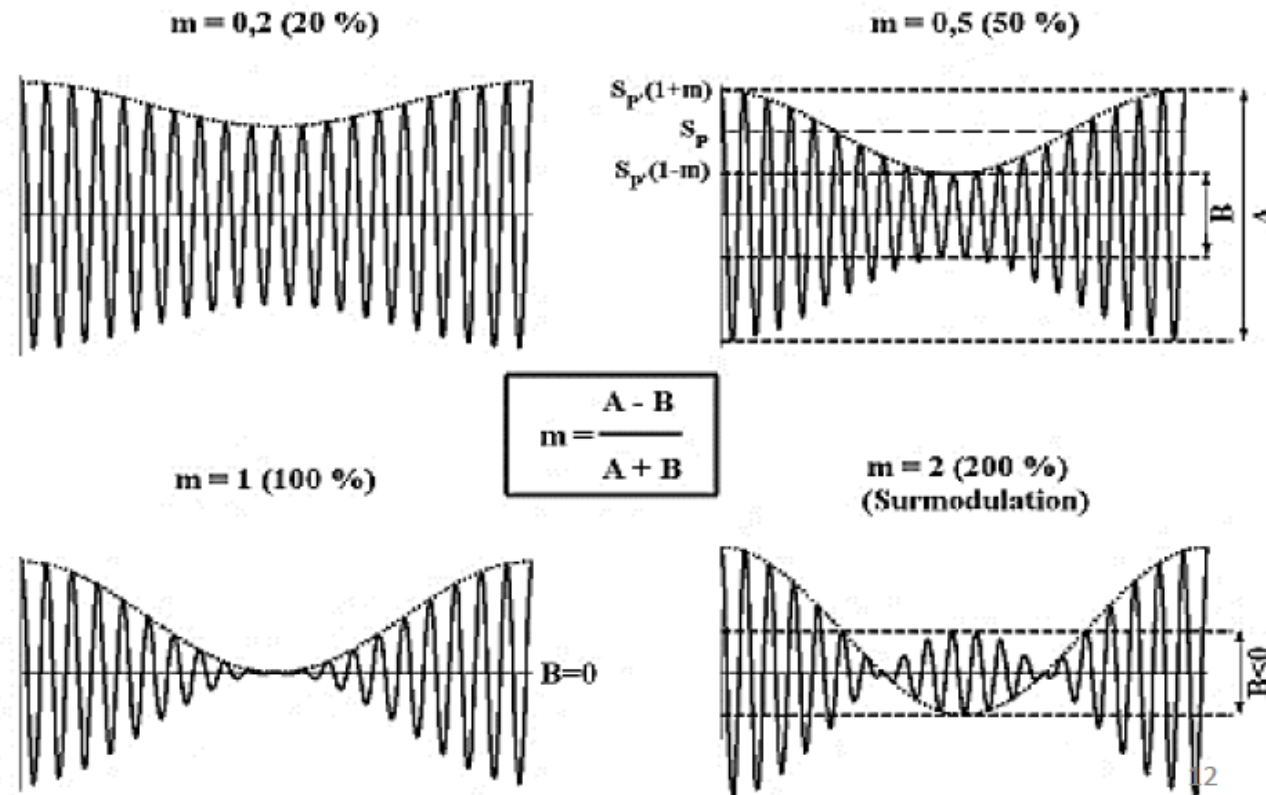
$$s_p(t) = S_p \cdot \cos(\Omega_p \cdot t + \phi_p)$$

$$s_m(t) = S_p \cdot [1 + m \cdot \cos(\omega_i t + \phi_i)] \cos(\Omega_p \cdot t + \phi_p)$$

On définit le taux de modulation m

$$m = \frac{S_i}{S_p}$$

En général, $0 < m \leq 1$.
Si $m > 1$, on parle de surmodulation



Principe

On fait varier, en général de façon linéaire, l'amplitude de la porteuse en fonction du signal modulant (information basse fréquence $s_i(t)$) :

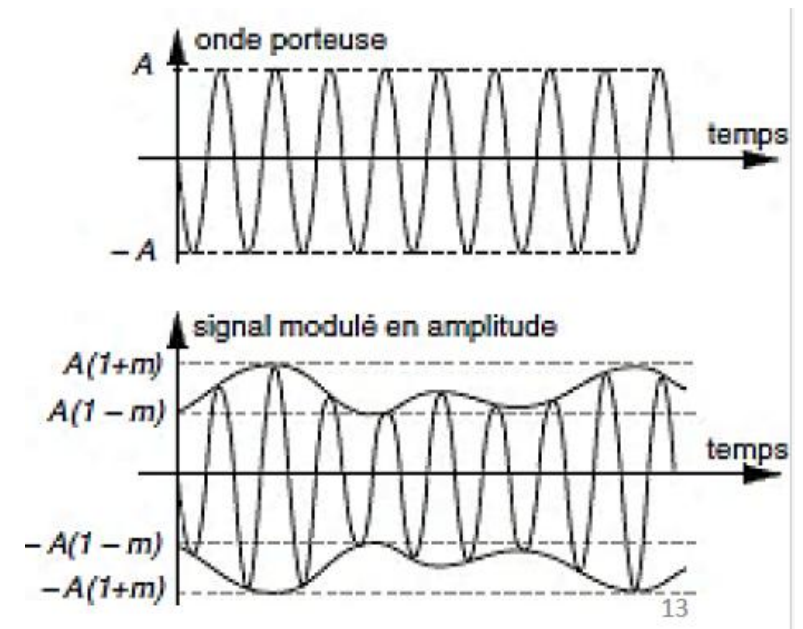
-- **Porteuse** : $s_p(t) = A \cdot \cos(\Omega_p \cdot t + \phi_p)$

-- **Information** : $s_i(t)$; $|s_i(t)|_{\max} \leq 1$

-- **Signal modulé** : $s_m(t) = A \cdot [1 + m \cdot s_i(t)] \cdot \cos(\Omega_p \cdot t)$ **Formule normalisée**

Où m est le taux de modulation (exprimé en %), nombre compris entre 0 et 1 tel que l'expression entre crochets soit toujours positive.

Dans le cas où l'amplitude maximale du signal $s(t)$ est égale à 1, l'enveloppe du signal modulé positive varie de $A(1+m)$ à $A(1-m)$ et celle négative entre $-A(1+m)$ et $-A(1-m)$.



Interprétation fréquentielle

Ce résultat montre que le spectre contient :

- Une raie à la fréquence de la porteuse f_c , d'amplitude A_c
- Deux raies symétriques, appelées **bandes latérales** :
 - Une **bande latérale supérieure** à $f_c + f_m$
 - Une **bande latérale inférieure** à $f_c - f_m$

Et chacune de ces bandes a une amplitude :

La forme canonique du signal AM

$$s(t) = A_c \cos(\omega_c t) + \frac{mA_c}{2} \cos((\omega_c + \omega_m)t) + \frac{mA_c}{2} \cos((\omega_c - \omega_m)t)$$

- Amplitude de la porteuse : A_c
- Amplitude de chaque bande latérale : $A_{BL} = \frac{mA_c}{2}$
- Indice de modulation $m = \frac{2A_{BL}}{A_c}$

- Si $m=1$
(modulation à 100 %) → chaque bande latérale a une amplitude égale à **la moitié de celle de la porteuse**.
- Si $m < 1$ → bandes latérales plus petites, modulation sous-modulée.
- Si $m > 1$ → surmodulation, déformation du signal (distorsion AM).

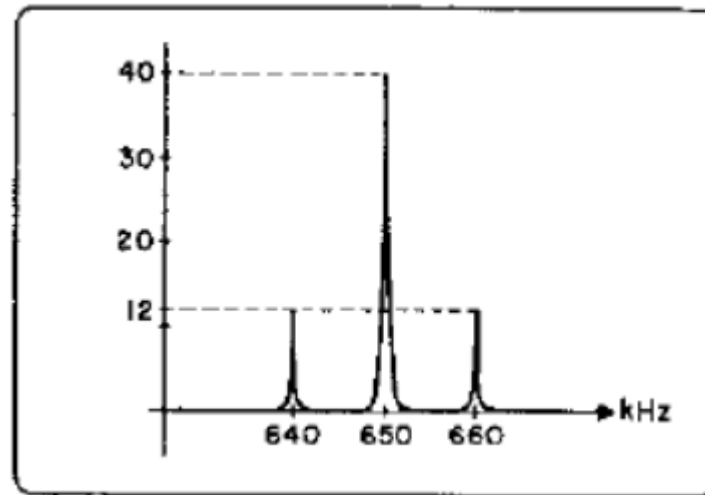
| | |
|--------------------------------|---------------------------|
| Amplitude bande latérale | $A_{BL} = \frac{mA_c}{2}$ |
| Indice de modulation | $m = \frac{2A_{BL}}{A_c}$ |
| Amplitude totale max du signal | $A_{\max} = A_c(1 + m)$ |
| Amplitude totale min du signal | $A_{\min} = A_c(1 - m)$ |

- Généralement monophonique
- Les bandes de fréquence:
 - Grandes Ondes ou Ondes Longues ou en anglais Long waves (GO ou OL = LW) : 150 à 281KHz
 - Moyennes Ondes ou en anglais Medium waves (MO = MW) : 520 à 1600KHz
 - + Bande étendue X : 1610 à 1710KHz
 - Petites Ondes ou ondes courtes ou en anglais Shorts waves (PO ou OC = SW) : 2.3MHz à 26.1MHz
- Occupation spectrale
 - Europe : 9KHz (modulant 4.5KHz max)
 - USA : 10KHz (modulant 5KHZ max)
 - Rares cas stéréophoniques de 12KHz

3.Exercices sur la modulation AM

Exercice 1 :

Un analyseur de spectre permet d'obtenir la représentation d'un spectre sur un écran. Un signal AM branché à un analyseur de spectre est représenté ci-dessous.



Questions :

1. Quelle est la fréquence de porteuse ?
2. Quelle est la fréquence de l'onde modulante ?
3. Quelle est la bande de fréquence occupée par le signal AM ?
4. Quel est le taux de modulation ?

Exercice 2

Soit le signal AM: $5 \cos(106t) + 3.5 \cos(103t) \cos(106t)$.

Questions :

- a) Quelle est la fréquence de porteuse ?
- b) Quelle est la fréquence modulante ?
- a) Quel est le taux de modulation ?

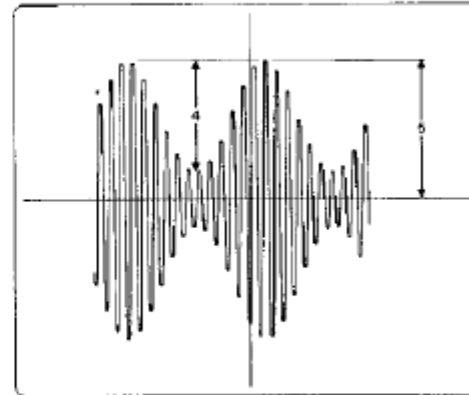
Exercice 3

Un signal AM a une fréquence de porteuse de 100 kHz, une fréquence modulante de 4 kHz, le signal capté au récepteur est visualisé sur oscilloscope.

a) Quelles sont les fréquences contenues dans l'onde modulée ?

b) Quelle est la bande de fréquence de l'onde modulée ?

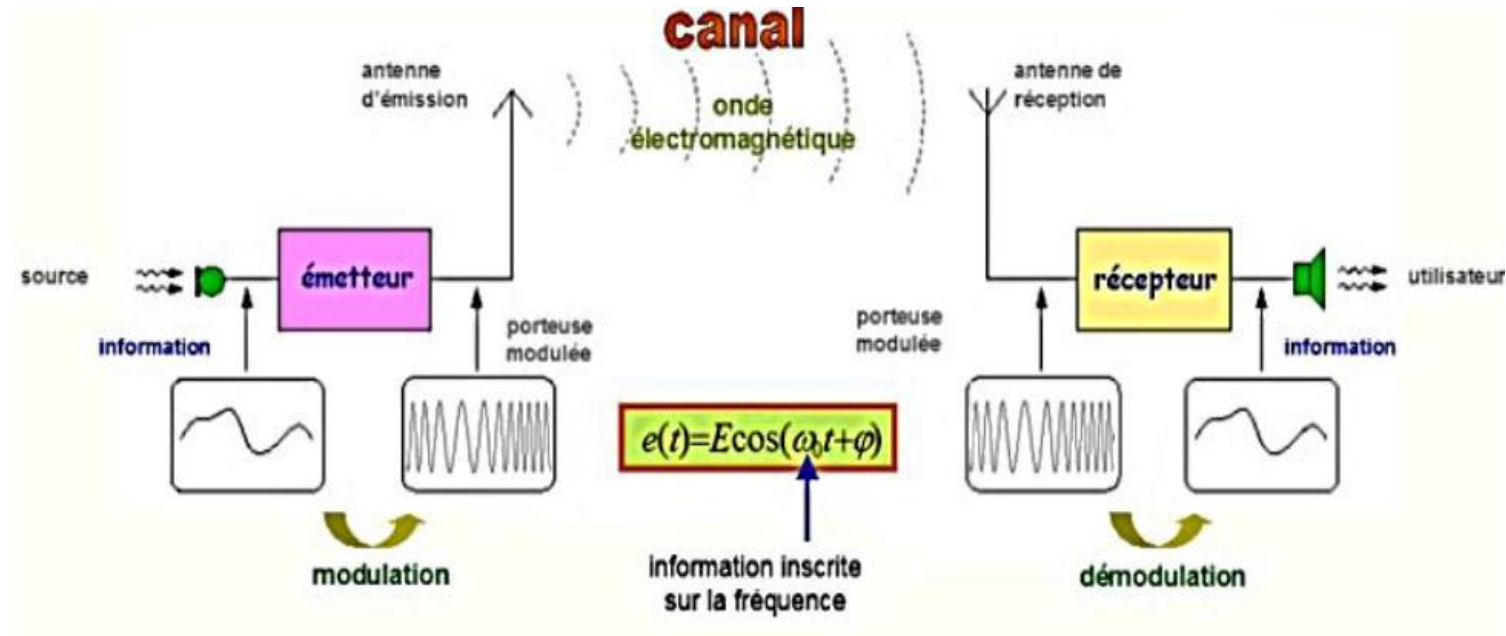
c) Quel est le taux de modulation ?



Modulation FM



3. Modulation de Fréquence FM



Avantages de la FM sur la AM :

- Moins d'interférences avec d'autres stations
- Moins sensible aux parasites atmosphériques
- Pas de problème de surmodulation
- Respecte la dynamique du signal musicale

La bande dédiée à la radiodiffusion FM est de **88 à 108 MHz**

Introduction

La modulation d'amplitude présente un inconvénient majeur : les parasites (le Bruit) affectent essentiellement l'amplitude du signal émis. Or c'est justement les variations de l'amplitude qui permettent de transporter une information ; cette information sera donc elle-même entachée de bruit. Le remède est d'utiliser la modulation de fréquence : la fréquence instantanée $F(t)$ du signal modulé émis varie en fonction de l'information autour de la fréquence de la porteuse;

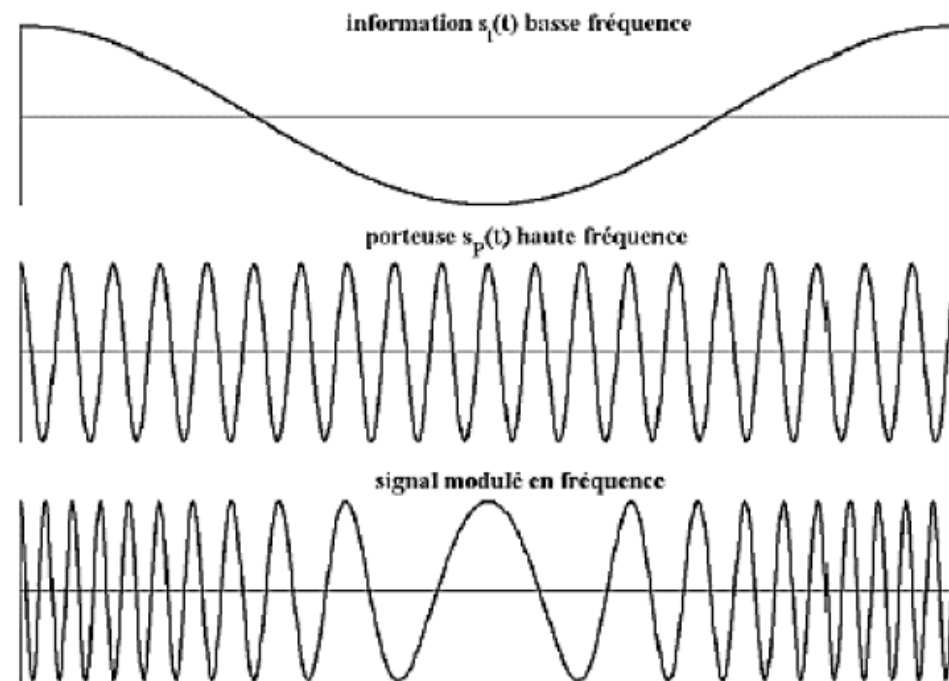
Principe : La fréquence d'une porteuse HF varie instantanément selon la forme d'onde du signal BF modulant.

$$F(t) = F_p + \alpha \cdot s_i(t)$$

α est une constante.

F_p : Fréquence de la porteuse.

$s_i(t)$: signal information



Pulsation et fréquence instantanée

Considérons un signal sinusoïdal quelconque, modulé ou pas :

$$s(t) = S(t) \cdot \cos[\theta(t)]$$

- En modulation d'amplitude, l'information $s_i(t)$ intervient dans $S(t)$.
- En modulation de fréquence, cette information intervient dans $\theta(t)$.

Posons $S(t) = S_p$

On définit , la pulsation instantanée $\Omega(t)$ par :

$$\Omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$$
$$\Rightarrow F(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

Expression d'un signal modulé en fréquence

La **fréquence instantanée** $F(t)$ du signal modulé varie autour de la fréquence F_P de la porteuse :

$$F(t) = F_p + \alpha \cdot s_i(t)$$

De même pour la **pulsation instantanée** : $\Omega(t) = \Omega_p + 2\pi\alpha \cdot s_i(t)$

La pulsation est la dérivée de la **phase instantanée** d'un signal : $\Omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$

$$\Rightarrow \theta(t) = \Omega_p \cdot t + 2\pi\alpha \int_0^t s_i(\tau) \cdot d\tau$$

Remarque

Parce que l'information $s(t)$ est inscrite dans la phase $\theta(t)$ (angle), on dit que la FM est une **modulation angulaire**.

Une porteuse de pulsation Ω_P **modulée en fréquence** par le signal information $s_i(t)$ a pour expression :

$$s_m(t) = S_p \cdot \cos \left[\Omega_p \cdot t + 2\pi\alpha \int_0^t s_i(\tau) \cdot d\tau \right]$$

Cas d'une information sinusoïdale

$$s_i(t) = S_i \cos(\omega_i t)$$

La pulsation instantanée du signal modulé en fréquence (FM) est :

$$\Omega(t) = \Omega_p + 2\pi\alpha S_i \cos(\omega_i t)$$

Et sa fréquence instantanée :

$$F(t) = F_p + \Delta F \cdot \cos(2\pi f_i t)$$

On a donc :

$$F_p - \Delta F \leq F(t) \leq F_p + \Delta F$$

$\Delta F \cdot \cos(\omega_i t)$ est la **dévi**ation instantanée de fréquence. On voit que :

$\Delta F = \alpha S_i$ est l'**excursion en fréquence**.

Cas d'une information sinusoïdale

Taux d'une modulation FM

Par analogie avec la modulation d'amplitude, **le taux de modulation est :**
En général ce taux est très faible.

$$k = \frac{\Delta F}{F_p} = \frac{\Delta \Omega}{\Omega_p}$$

Exemple en radiodiffusion : $F_p \approx 100\text{MHz}$, $\Delta F \approx 50\text{ kHz} \Rightarrow k \approx 5.10^{-4}$

Indice d'une modulation FM

En introduisant **l'indice de modulation :**

$$m = \frac{\Delta F}{f_i} = \frac{\Delta \Omega}{\omega_i}$$

Exemple : En radio transmission, $20\text{ Hz} \leq f_i \leq 20\text{ kHz}$; $\Delta F \approx 50\text{ kHz} \Rightarrow 2,5 \leq m \leq 2500$

Remarque: Ne pas confondre le taux de modulation et l'indice de modulation :

- Le taux de modulation est très faible
- L'indice de modulation peut prendre n'importe quelle valeur

Un Signal modulé en fréquence par une information sinusoïdal $s_i(t) = S_i \cos(\omega_i t)$ a pour expression :

$$s_m(t) = S_p \cos\left(\Omega_p t + m \cdot \sin(\omega_i t)\right)$$

Exemple

Pour la radio en modulation de fréquence (FM), $20 \text{ Hz} \leq f_i \leq 20 \text{ kHz}$ et les normes sont :

--Porteuse : **$88 \text{ MHz} \leq F_p \leq 108 \text{ MHz}$**

--Excursion en fréquence : **$\Delta F \leq 75 \text{ kHz}$**

--Bande d'émission : 200 kHz maximum

$$B \approx 2(\Delta F + f_i) \leq 2(75 + 20) = 190 \text{ kHz}$$

$$\text{Ceci autorise } \frac{(108 - 88)10^6}{200 \cdot 10^3} = \frac{20 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^3} = 100 \text{ émissions différentes} \\ (100 \text{ stations})$$

5.Exercices sur la modulation FM

Exercice 1 :

Un signal $s(t)$ de fréquence 1 MHz d'amplitude 1V est modulé en fréquence. L'onde modulante est une onde sinusoïdale d'amplitude $A_{BF} = 2,5$ V et de fréquence $f_{BF} = 500$ Hz. L'excursion de modulation est 5,5 kHz.

Ecrire l'expression mathématique du signal modulé, déterminer l'indice de modulation

Exercice 2 :

Soit le signal modulé en fréquence suivant $v_r(t) = V_0 \cos(\omega_1 t + 0.5 \sin(\omega_2 t))$

On prendra $V_0 = 1 \text{ V}$, $\omega_1 = 107 \text{ rad/s}$ et $\omega_2 = 104 \text{ rad/s}$.

Donner la fréquence de la porteuse, la fréquence modulante, l'excursion en fréquence, l'indice de modulation et l'encombrement spectral.

