

# Introduction aux graphes et aux matrices

TD n°3

EPITA Cyber 2  
2025-2026

## Exercice 1 :

Ecrire la matrice  $A$  de taille  $2 \times 3$  telle que  $a_{i,j} = 1 + (-1)^{i+j}$ , pour  $i \in \{1, 2\}$  et  $j \in \{1, 2, 3\}$ .

## Exercice 2 :

Soient deux réels  $x$  et  $y$  et les deux matrices  $A$  et  $B$  suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} x+1 & 13 \\ 3x & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 13 \\ y & 7 \end{bmatrix}$$

Résoudre l'équation  $A = B$ .

## Exercice 3 :

Soient les deux matrices  $A$  et  $B$  suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Calculer  $A + B$ ,  $B + A$ , et  $2A + 3B$ .

## Exercice 4 :

Soient les deux matrices  $A$  et  $B$  suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Calculer  $AB$  et  $BA$ .

## Exercice 5 :

Soient trois matrices :  $A$  de taille  $2 \times 3$ ,  $B$  de taille  $3 \times 2$ , et  $C$  de taille  $4 \times 2$ .

Parmi les produits matriciels suivants, lesquels sont définis :  $AB$ ,  $BA$ ,  $AC$ ,  $BC$ ,  $CB$ ,  $(AB)C$ , et  $(BA)C$  ?

## Exercice 6 :

Soit le graphe orienté  $G = (X, U)$  défini par  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  et  $U = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 7), (5, 8), (6, 8), (7, 8)\}$ .

1. Donner une représentation sagittale de  $G$ .
2. Donner la matrice d'adjacence de  $G$ .

3. Compléter la représentation sagittale de  $G$  à l'aide de la matrice de poids ci-dessous :

$$W(G) = \begin{bmatrix} / & 2 & / & / & / & / & / & / \\ / & / & 7 & 3 & 2 & / & / & / \\ / & / & / & / & / & 0 & / & / \\ / & / & / & / & / & / & 3 & / \\ / & / & / & / & / & / & 5 & 10 \\ / & / & / & / & / & / & / & 7 \\ / & / & / & / & / & / & / & 3 \\ / & / & / & / & / & / & / & / \end{bmatrix}$$

4. Soit un chemin  $\mu$  dans  $G$ .

On définit le temps de parcours de  $\mu$  comme la somme des poids des arcs du chemin.

Déterminer le chemin le plus rapide pour aller du sommet 1 au sommet 8.