DEFINIZIONE: SIANO $A, B \subseteq \mathbb{R}$ NON VUOTI.

UNA **FUNZIONE $f: A \to B$** E' UNA LEGGE CHE **ASSOCIA AD OGNI ELEMENTO DI A UNO E UN SOLO ELEMENTO DI B.**

L'INSIEME A E' DETTO **DOMINIO** DI f. E LO DENOTIAMO ANCHE CON **$\mathrm{Dom}(f)$**. B E' DETTO **CODOMINIO**.

L'INSIEME **$\mathrm{Im}(f) = \{ f(x) : x \in A \}$** $\subseteq B$ E' DETTO **IMMAGINE** DI f.

ESEMPI:

1) $f(x) = \frac{1}{x}$ $\qquad \mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\} = \{ y \in \mathbb{R} : \exists x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : y = \frac{1}{x} \}$$

2) $f(x) = x^2$ $\qquad \mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}$

$$\mathrm{Im}(f) = [0, +\infty) = \{ x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \}$$

3) $y = 4 - \frac{x+2}{1-x^2}$

Dom: $1 - x^2 \neq 0 \Rightarrow -x^2 \neq -1 \Rightarrow x^2 \neq 1$

$\Rightarrow \quad x \neq \pm 1$

$$\mathrm{Im}(\varphi) = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$$

DEFINIZIONE: SIANO $A, B \subseteq \mathbb{R}$ E $\varphi : A \to B$ FUNZIONE

- SI DICE CHE φ E' INIETTIVA SE

$$\forall x_1, x_2 \in A, \; x_1 \neq x_2 \rightarrow \varphi(x_1) \neq \varphi(x_2)$$

- SI DICE CHE φ E' SURIETTIVA SE

$$\forall y \in B \; \exists x \in A : y = \varphi(x)$$

EQUIVALENTEMENTE $B = \mathrm{Im}(\varphi)$

- SI DICE CHE φ E' BIETTIVA SE LA FUNZIONE φ E' INIETTIVA E SURIETTIVA

POSSIAMO CAPIRE CHE φ E' INIETTIVA O/E SURIETTIVA ANCHE DAL GRAFICO:

- φ E' INIETTIVA $\Longleftrightarrow$ OGNI RETTA ORIZZONTALE INTERSECA $\Gamma(\varphi)$ IN AL PIU' UN PUNTO

- φ E' SURIETTIVA $\Longleftrightarrow$ OGNI RETTA ORIZZONTALE INTERSECA $\Gamma(\varphi)$ IN ALMENO UN PUNTO

• f E' BIGETTIVA $\Leftrightarrow$ OGNI RETTA ORIZZONTALE INTERSECA $\Gamma(f)$ IN UNO E UN SOLO PUNTO

DEFINIZIONE: UNA FUNZIONE SI DICE LIMITATA (SUP O INF) SE LO E' $Im(f)$

SE $Im(f)$ HA MASSIMO $M \in \mathbb{R}$ E $x_M \in$ DOM f E' TALE CHE $f(x_M) = M$, CHIAMIAMO x_M PUNTO DI MASSIMO ASSOLUTO PER f.

ANALOGO PER IL MINIMO

MONOTONIA

UNA FUNZIONE $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ SI DICE MONOTONA STRETTAMENTE CRESCENTE SE $\forall x_1, x_2 \in A$ _ $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

f SI DIRA' MONOTONA CRESCENTE SE

$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

UNA FUNZIONE f E' **MONOTONA STRETTAMENTE DECRESCENTE**

SE $\forall x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

f SI DIRA' **MONOTONA DECRESCENTE** SE

$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$