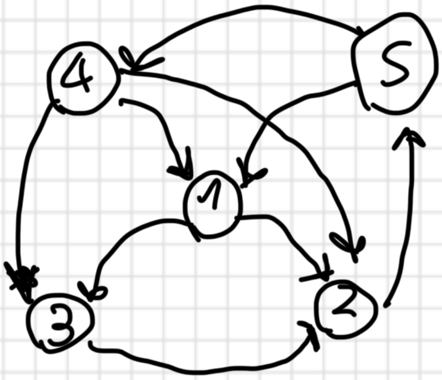
9/12

PAGE RANK



$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

QUANTI LINK CI SONO E COME SONO DISTRIBUITI

ASSEGNARE L'IMPORTANZA ALLE PAGINE VUOL DIRE TROVARE UN VETTORE $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1 & 1/3 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

DATO CHE LA SOMMA DEGLI ELEMENTI DELLE COLONNE FA 1 SE PRENDO G^T HA AUTOVALORE 1

$$G^T = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \qquad G^T \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 + 1/2 \\ 1 \\ 1 \\ 1/3 + 1/3 + 1/3 \\ 1/2 + 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

G^T HA AUTOVALORE 1 $\Longrightarrow$ G HA AUTOVALORE 1. QUESTO DIPENDE DAL FATTO CHE $\det(G - \lambda I) = \det(G^T - \lambda I)$

HANNO LO STESSO POLINOMIO CARATTERISTICO.

$$\boxed{G^T - \lambda I = (G - \lambda I)^T \quad \wedge \quad \det(M) = \det(M^T) \ \forall M}$$

<u>ANCHE G HA AUTOVALORE 1</u>

$\boxed{\lambda = 1}$

QUINDI $\exists \ \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$ TALE CHE $\boxed{G \underline{x} = \underline{x}}$ ← EQUAZIONE DI PUNTO FISSO

$$G \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \qquad G \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_5 \end{pmatrix}$$

$$(G - 1 I) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & -1 & 1 & 1/3 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

COSTRUIAMO IL SISTEMA LINEARE OMOGENEO ASSOCIATO

$$\begin{cases} -x_1 + \frac{1}{3} x_4 + \frac{1}{2} x_5 = 0 & x_1 = \frac{2}{3} x_5 \\ 1/2\, x_1 - x_2 + x_3 + \frac{1}{3} x_4 = 0 & x_3 = \frac{1}{2} x_5 \\ 1/2\, x_1 - x_3 + \frac{1}{3} x_4 = 0 & x_4 = \frac{1}{2} x_5 \\ -x_4 + 1/2\, x_5 = 0 & x_2 = x_5 \\ x_2 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$\ker(G - 1 I)$

ANALISI ERRORE

CONSIDERIAMO A AUTOVALORI $\lambda_1, \dots, \lambda_m$
B " $\mu_1, \dots, \mu_m$ $\Big\} \in \mathbb{R}^{m \times m}$

TEOREMA: BAUER FIKE.

SIA A DIAGONALIZZABILE $A = V \Lambda V^{-1}$

ERRORE SUL CALCOLO DI λ

ALLORA:

$$\forall \lambda \; \underbrace{\exists \mu}_{\text{TROVO AUTOVALORE}} \quad |\lambda - \mu| \le \underbrace{K(V)}_{\text{COND. DI } V} \; \underbrace{\| A - B \|}_{\text{NORMA DELLA DIFFERENZA}}$$

PER OGNI AUTOVALORE DI A TROVO UN AUTOVALORE DI B CHE E' VICINO A LAMBDA

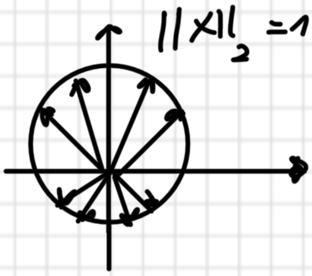
SE A E' SIMMETRICA $\exists X \mid A = X \Lambda X^T$

DOVE X E' ORTOGONALE

LA MATRICE X HA $\underbrace{\text{CONDIZIONAMENTO}}_{K(X)} = 1$; IL RISULTATO DIVENTA

$$|\lambda - \mu| \le \| A - B \|$$

$\|x\|_2 = 1$



$\|A\|_2$

$\downarrow$

NORMA INDOTTA

$A : \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^m$

$\| \; \|_2 \longrightarrow \| \; \|_2$

$$\boxed{\|A\|_2 = \max_{\|x\|_2 = 1} \|Ax\|_2}$$

$$\boxed{\|A\|_2 = \sqrt{\lambda_{max}(A^T A)}}$$

FORMULA PER CALCOLARE NORMA 2 DI A