SIMULAZIONE TEST TEORIA

1) SIA $E \subseteq \mathbb{R}$ UN INSIEME NON VUOTO. SE E E' LIMITATO SUPERIORMENTE ALLORA:

D) L'INSIEME DEI MAGGIORANTI DI E NON E' VUOTO.

SE E E' LIMITATO SUPERIORMENTE PER DEFINIZIONE ESISTE UN MAGGIORANTE

2) SIA $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ UNA FUNZIONE INIETTIVA ALLORA:

B) OGNI RETTA ORIZZONTALE INTERSECA IL GRAFICO DI f IN AL PIU UN PUNTO.

SPIEGAZIONE: UNA FUNZIONE INIETTIVA NON PUO' AVERE DUE VALORI DISTINTI CON LA STESSA IMMAGINE QUINDI OGNI RETTA ORIZZONTALE INTERSECHERA' IL GRAFICO DELLA FUNZIONE IN AL PIU' UN PUNTO.

3) SIANO $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ E $x_0 \in \mathbb{R}$ TALI CHE $\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$. ALLORA:

C) PER OGNI $\varepsilon > 0$ ESISTE $\delta > 0$ TALE CHE PER OGNI $x \in \mathbb{R}$ CON $0 < |x - x_0| < \delta$ SI HA $|f(x) - \ell| < \varepsilon$

DEFINIZIONE 3.2. (*Limite finito*) Sia f una funzione definita in un intorno di $x_o \in \mathbb{R}$ tranne eventualmente che nel punto x_o. Si dice che f **ha limite** $\ell \in \mathbb{R}$ **per** x **tendente a** x_o e si scrive

(1.1)
$$\lim_{x \to x_o} f(x) = \ell$$

se per ogni numero reale $\varepsilon > 0$ esiste un $\delta > 0$ tale che

$$\forall x \in \operatorname{dom} f, \quad 0 < |x - x_o| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - \ell| < \varepsilon.$$

4) SIA $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ UNA FUNZIONE TALE CHE PER OGNI $\varepsilon > 0$ ESISTE $M > 0$ TALE CHE PER OGNI $x > M$ SI HA $|f(x) - 3| < \varepsilon$ ALLORA:

B) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 3$

SPIEGAZIONE: QUESTA E' LA DEFINIZIONE DEL LIMITE DELLA FUNZIONE CHE TENDE A 3 QUANDO x TENDE A $+\infty$

5) SIA $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ UNA FUNZIONE TALE CHE $x^2 \leq f(x) \leq x^4$ PER OGNI $x \in [1, +\infty)$. QUALE DELLE SEGUENTI AFFERMAZIONI E' FALSA?

B) E' CRESCENTE

6) SIANO $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ UNA FUNZIONE CONTINUA TALE CHE $f(a) = 1$ E $f(b) = 3$ ALLORA:

C) ESISTE ALMENO UN $c \in (a,b)$ TALE CHE $f(c) = 2$

SPIEGAZIONE: PER IL TEOREMA DEI VALORI INTERMEDI, UNA FUNZIONE CONTINUA CHE ASSUME VALORI DI SEGNO OPPOSTO DEVE ATTRAVERSARE TUTTI I VALORI INTERMEDI

7) SIA $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ CONTINUA IN $[a,b]$ E DERIVABILE IN (a,b). SOTTO QUALE DELLE SEGUENTI IPOTESI POSSIAMO AFFERMARE CHE ESISTE $c \in (a,b)$ TALE CHE $f'(c) = 0$?

D) $f(a) = f(b)$

SPIEGAZIONE: QUESTO E' IL TEOREMA DI ROLLE, CHE AFFERMA CHE SE UNA FUNZIONE CONTINUA IN UN INTERVALLO CHIUSO E DERIVABILE SULL'INTERVALLO APERTO HA VALORI UGUALI AGLI ESTREMI, ESISTE ALMENO UN PUNTO NELL'INTERVALLO APERTO DOVE LA SUA DERIVATA SI ANNULLA.

8) SIANO $f: (a,b) \to \mathbb{R}$ DERIVABILE E $x_0 \in (a,b)$ TALE CHE $f'(x_0) = 0$ ALLORA:

C) SE $f'(x) < 0$ PER $x \in (a, x_0)$ E $f'(x) > 0$ PER $x \in (x_0, b)$ ALLORA x_0 E' MINIMO RELATIVO

SPIEGAZIONE: SE LA DERIVATA PRIMA CAMBIA SEGNO DA NEGATIVA A POSITIVA IN x_0, ALLORA x_0 E' UN MINIMO RELATIVO.

9) SIA $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ UNA FUNZIONE. QUALE TRA LE SEGUENTI AFFERMAZIONI E' FALSA?

B) SE f AMMETTE UNA PRIMITIVA ALLORA E' DERIVABILE

SPIEGAZIONE: SE f AMMETTE UNA PRIMITIVA, SIGNIFICA CHE ESISTE UNA FUNZIONE F TALE CHE $F' = f$. TUTTAVIA, f POTREBBE NON ESSERE DERIVABILE IN ALCUNI PUNTI.

10) SOTTO QUALE DELLE SEGUENTI IPOTESI UNA FUNZIONE $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ E' INTEGRABILE SECONDO RIEMANN IN $[a,b]$?

A) f E' LIMITATA IN $[a,b]$

SPIEGAZIONE: UNA FUNZIONE LIMITATA SU UN INTERVALLO CHIUSO E LIMITATO E' INTEGRABILE SECONDO RIEMANN