UN INSIEME È DETERMINATO DAI SUOI ELEMENTI, CIOÈ È DEFINITO QUANDO SI CONOSCONO TUTTI GLI OGGETTI CHE NE FANNO PARTE, E SI DICE CHE "UN OGGETTO APPARTIENE A UN INSIEME".

PER INDICARE UN INSIEME SI USANO LETTERE MAIUSCOLE:

$$A, B, X, Y, Z \ldots$$

PER SPECIFICARE DI QUALI ELEMENTI È COMPOSTO UN INSIEME A SI SCRIVE $A = \{\ldots\}$ DOVE AL POSTO DEI PUNTINI SI ELENCANO GLI ELEMENTI SEPARATI DA UNA VIRGOLA.

ESEMPIO:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 100, \ldots\}$ NUMERI NATURALI

$\mathbb{Z} = \{\ldots, -100, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, 100 \ldots\}$ NUMERI INTERI

$\mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, \text{MCD}(m, n) = 1\}$ NUMERI RAZIONALI

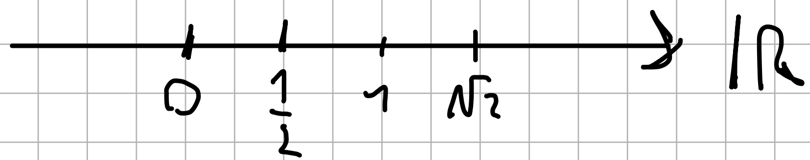
$\mathbb{R}$, INSIEME DEI NUMERI REALI, È

L'INSIEME DEGLI ALLINEAMENTI DECIMALI CON SEGNO

$$a_0, a_1, a_2 \dots a_n \dots$$

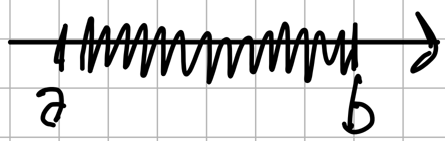
OSSERVAZIONE

L'INSIEME $\mathbb{R}$ SI PUO' DEFINIRE COME L'INSIEME DEI PUNTI DI UNA RETTA ORIENTATA

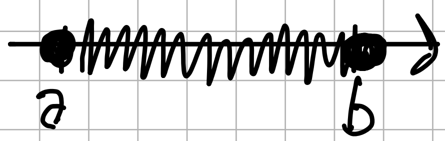


INTERVALLI LIMITATI: SIANO $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$

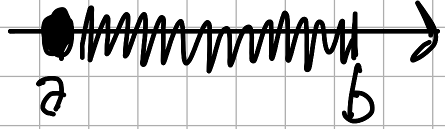
- $(a,b) = \{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$ **INTERVALLO APERTO**



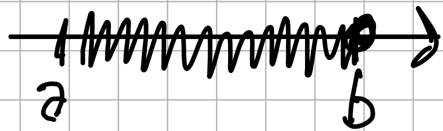
- $[a,b] = \{x \in \mathbb{R};\ a \leq x \leq b\}$ **INTERVALLO CHIUSO**



- $[a,b) = \{x \in \mathbb{R};\ a \leq x < b\}$



- $(a,b] = \{x \in \mathbb{R} ; a < x \le b\}$



INTERVALLI ILLIMITATI: $a \in \mathbb{R}$

- $(a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x > a\}$

  INTERVALLO APERTO ILLIMITATO A DESTRA

- $[a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \ge a\}$

  INTERVALLO CHIUSO ILLIMITATO A DESTRA

- $(-\infty,a) = \{x \in \mathbb{R} ; x < a\}$

  INTERVALLO APERTO ILLIMITATO A SINISTRA

- $(-\infty,a] = \{x \in \mathbb{R} : x \le a\}$

  INTERVALLO CHIUSO ILLIMITATO A SINISTRA

DEFINIZIONE

SIA E UN INSIEME CONTENUTO IN $\mathbb{R}$;

E SI DICE LIMITATO SUPERIORMENTE SE ESISTE UN NUMERO M PER CUI RISULTI

$x \leq M$ PER OGNI x IN E E IL NUMERO M SI DICE MAGGIORANTE DI E.

L'INSIEME E SI DICE LIMITATO INFERIORMENTE SE ESISTE UN NUMERO m PER CUI RISULTI $m \leq x$ PER OGNI x IN E E IL NUMERO m E' DETTO UN MINORANTE DI E.

SE SONO VERIFICATE ENTRAMBE LE CONDIZIONI CIOE' $m \leq x \leq M$ PER OGNI x IN E, ALLORA L'INSIEME SI DICE LIMITATO.

DENOTEREMO CON $M(E)$ L'INSIEME DEI MAGGIORANTI DI UN INSIEME E E CON $m(E)$ L'INSIEME DEI MINORANTI.

E' EVIDENTE CHE UN INSIEME E' LIMITATO SE E' CONTENUTO IN UN INTERVALLO (a, b)

CON $a, b \in \mathbb{R}$.

ESEMPIO

a) GLI INTERVALLI $[0, 1]$ E $(-1, 2)$ SONO ESEMPI DI INSIEMI LIMITATI, MENTRE

$(-\infty, 1)$ E' LIMITATO SUPERIORMENTE MA NON INFERIORMENTE E L'INTERVALLO $(0, +\infty)$

VICEVERSA E' LIMITATO INFERIORMENTE MA NON SUPERIORMENTE.

b) L'INSIEME $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \ldots \frac{1}{n} \ldots\}$ E' LIMITATO

c) L'INSIEME $\{x \in \mathbb{R} : |x| > 2\}$ NON E' LIMITATO NE SUPERIORMENTE NE INFERIORMENTE

d) L'INSIEME DEI NUMERI NATURALI PARI E' LIMITATO INFERIORMENTE MA NON SUPERIORMENTE

DEFINIZIONE:

SIA E UN SOTTOINSIEME NON VUOTO DI $\mathbb{R}$, DICIAMO CHE E AMMETTE MASSIMO SE ESISTE UN ELEMENTO $x_M \in E$ TALE CHE $x \le x_M$

PER OGNI $x \in E$. L'ELEMENTO x_M DI E SI DICE IL MASSIMO DELL'INSIEME E E SI DENOTA CON

$\max E$

DEFINIZIONE:

SIA E UN SOTTOINSIEME NON VUOTO DI $\mathbb{R}$. DIREMO CHE AMMETTE **MINIMO** SE ESISTE UN ELEMENTO $x_m \in E$ TALE CHE $x_m \leq x$ PER OGNI $x \in E$. L'ELEMENTO x_m DI E SI DICE IL MINIMO DELL'INSIEME E E SI DENOTA CON

$\min E$.

DEFINIZIONE:

1) SE UN INSIEME NON VUOTO E' SUPERIORMENTE LIMITATO, L'INSIEME DEI SUOI MAGGIORANTI HA MINIMO.

2) SE UN INSIEME NON VUOTO E' INFERIORMENTE LIMITATO, L'INSIEME DEI SUOI MINORANTI HA MASSIMO.

DEFINIZIONE:

SIA E UN SOTTOINSIEME NON VUOTO E SUPERIORMENTE

LIMITATO DI $\mathbb{R}$.

IL MINIMO DELL'INSIEME DEI MAGGIORANTI DI E SI CHIAMA ESTREMO SUPERIORE DI E E SI DENOTA CON SUP. E.

IL MASSIMO DEI SUOI MINORANTI SI CHIAMA ESTREMO INFERIORE DI E E SI DENOTA CON INF. E

DEFINIZIONI:

1) UN INSIEME NON VUOTO E SUPERIORMENTE LIMITATO HA MASSIMO SE E SOLO SE IL SUO ESTREMO SUPERIORE APPARTIENE ALL'INSIEME.

2) UN INSIEME NON VUOTO E INFERIORMENTE LIMITATO HA MINIMO SE E SOLO SE IL SUO ESTREMO INFERIORE APPARTIENE ALL'INSIEME.