

COGNOME:
NOME:
MATRICOLA:

Calculus 1
8 gennaio 2023

1. Sia data la funzione f definita da

$$f(x) = \left(\frac{x}{x+1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

- (a) Calcolare il dominio, i limiti agli estremi del dominio e determinare il segno e gli eventuali asintoti orizzontali e/o verticali di f .
- (b) Calcolare la derivata prima e determinare eventuali massimi e/o minimi assoluti e/o relativi di f .
- (c) Tracciare il grafico di f e determinare l'immagine di f .
- (d) Determinare, se esiste, l'inversa di f specificandone dominio e immagine, e tracciarne il grafico.

2. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2}.$$

- (a) Trovare tutte le primitive di f .
- (b) Calcolare l'area sottesa dal grafico di f nell'intervallo $[0, 1]$.

3. Per $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ si consideri la funzione

$$g_{\alpha, \beta}(x) = \begin{cases} \beta x & \text{se } x \leq 1 \\ \alpha + \frac{\ln(x)}{x-1} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali α, β , se esistono, $g_{\alpha, \beta}$ è continua su \mathbb{R} .
- (b) Stabilire per quali α, β , se esistono, $g_{\alpha, \beta}$ è derivabile su \mathbb{R} .