COGNOME:
NOME:
MATRICOLA:
DATA: 8 gennaio 2024

Calculus 1 - Test

Scrivere nella tabella sottostante la lettera corrispondente alla risposta a ciascuna domanda. Tenere presente che le risposte esatte valgono 3 *punti, quelle sbagliate* -1 *punto, mentre le domande senza risposta valgono* 0 *punti. Ciascun quesito ha una e una sola risposta corretta.*

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

1. Sia $E \subseteq \mathbb{R}$ un insieme limitato. Allora
(A) esiste $R > 0$ tale che $E \subseteq [-R, R]$.
(B) esiste $R > 0$ tale che $[-R, R] \subseteq E$.
(C) per ogni $R > 0$ si ha $E \subseteq [-R, R]$.
(D) per ogni $R > 0$ si ha $[-R, R] \subseteq E$.

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione. Quale fra i seguenti enunciati è vero?
(A) Il grafico di $f + 1$ si ottiene traslando di 1 il grafico di f verso destra.
(B) Il grafico di $f + 1$ si ottiene traslando di 1 il grafico di f verso sinistra.
(C) Il grafico di $f + 1$ si ottiene traslando di 1 il grafico di f verso l'alto.
(D) Il grafico di $f + 1$ si ottiene traslando di 1 il grafico di f verso il basso.

3. Siano f, g due funzioni tali che $\mathrm{Im}(f) = \mathrm{Dom}(g)$. Allora
(A) $f \circ g$ è ben definita su $\mathrm{Dom}(g)$.
(B) $f \circ g$ è ben definita su $\mathrm{Dom}(f)$.
(C) $g \circ f$ è ben definita su $\mathrm{Dom}(g)$.
(D) $g \circ f$ è ben definita su $\mathrm{Dom}(f)$.

4. Sia $E \subseteq \mathbb{R}$ e $f : E \to \mathbb{R}$ una funzione iniettiva. Allora
(A) $\mathrm{Dom}(f^{-1}) = \mathbb{R}$.
(B) $\mathrm{Im}(f^{-1}) = f(E)$.
(C) $\mathrm{Dom}(f^{-1}) = E$.
(D) $\mathrm{Im}(f^{-1}) = E$.

5. Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x_0, \ell \in \mathbb{R}$. Per definizione, $\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$ se
(A) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ si ha $|f(x) - \ell| < \varepsilon$.
(B) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $|x - x_0| < \delta$ si ha $|f(x) - \ell| < \varepsilon$.
(C) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $0 < |x - x_0| < \varepsilon$ si ha $|f(x) - \ell| < \delta$.
(D) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $|x - x_0| < \varepsilon$ si ha $|f(x) - \ell| < \delta$.

6. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Per definizione, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ se
(A) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x > N$ si ha $f(x) > M$.
(B) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x > M$ si ha $f(x) > N$.
(C) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x > N$ si ha $|f(x)| > N$.
(D) nessuna delle precedenti.

7. Sia $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
(A) f ammette massimo e minimo in $[a,b]$.
(B) f ammette massimo e minimo in (a,b).
(C) $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ per ogni $x_0 \in (a,b)$.
(D) $\lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$ e $\lim_{x\to b^-} f(x) = f(b)$.

8. Sia $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(a) = 0$ e $f(b) = 1$. Allora
(A) esiste $c \in (a,b)$ tale che $f(c) = \frac{1}{2}$.
(B) esiste $c \in (a,b)$ tale che $f(c) = 1$.
(C) non esiste $c \in (a,b)$ tale che $f(c) = 2$.
(D) nessuna delle precedenti.

9. Siano $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbb{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
(A) $\lim_{x\to x_0} f(x)$ esiste finito.
(B) $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ esiste finito.
(C) esiste la retta tangente al grafico di f in x_0.
(D) se $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un massimo o un minimo relativo per f.

10. Siano $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione e $F\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una primitiva di f. Allora
(A) f è derivabile e $f' = F$.
(B) $\int_0^x F(t)\,dt = f(x) - f(0)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
(C) F è derivabile e $F' = f$.
(D) nessuna delle precedenti.