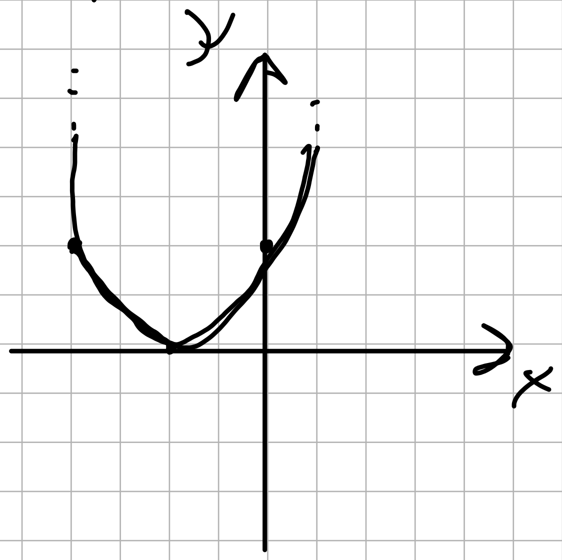
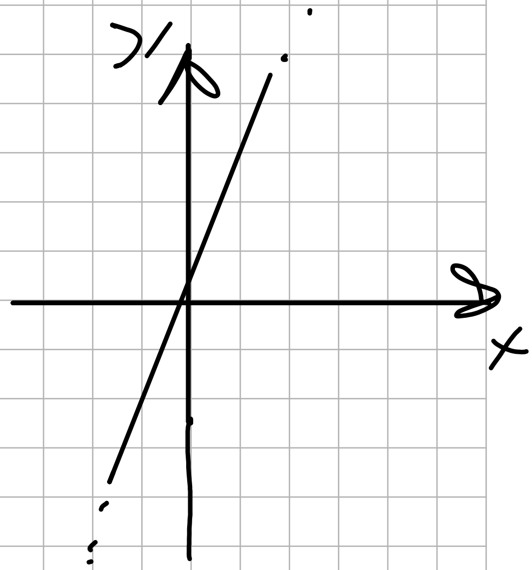
EXERCICE 1

a) $f(x) = (x+1)^2$ $\qquad$ $g(x) = x$





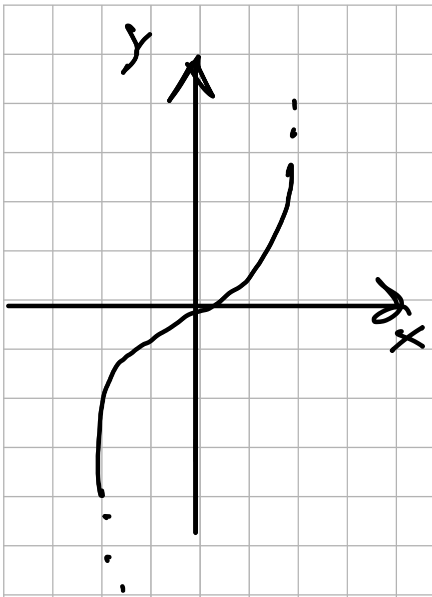
$Dom(f) = \mathbb{R}$ $\qquad$ $Dom(g) = \mathbb{R}$

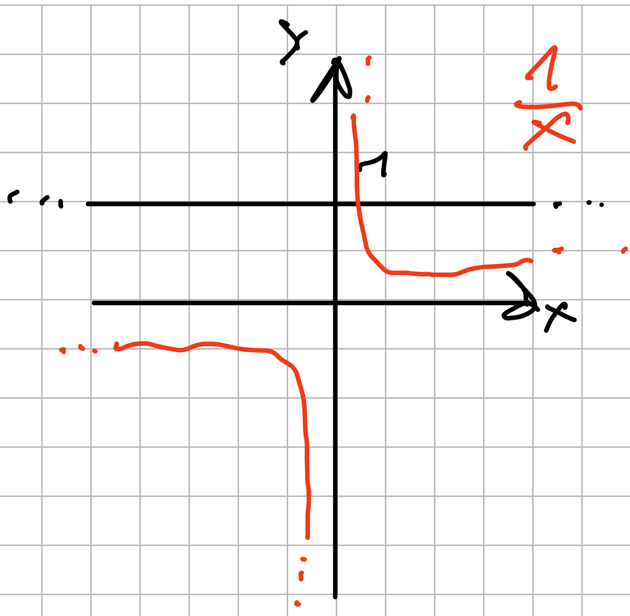
$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x) = (x+1)^2$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+1)^2 = (x+1)^2$$

$$Dom(f \circ g) = Dom(g \circ f) = \mathbb{R}$$

b) $f(x) = x^3$ $\qquad$ $g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ 1/x & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$





$Dom(f) = \mathbb{R}$

$Dom\left(\frac{1}{x}\right) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$Dom(1) = 1$ costante

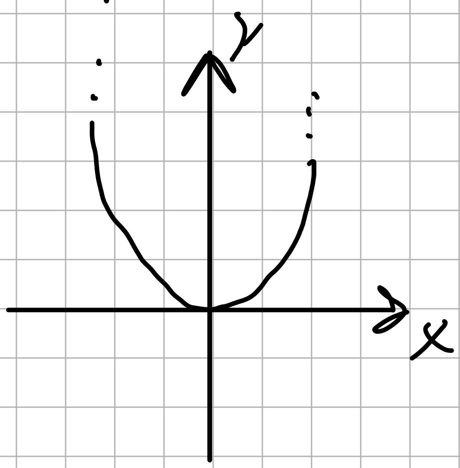
$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \begin{cases} f(1) & \text{se } x = 0 \\ f\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \end{cases} =$$

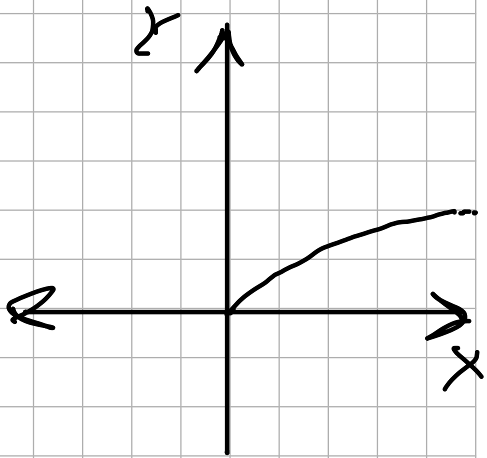
$$= \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0 \\ \frac{1}{x^3} & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^3) = \begin{cases} 1 & \text{se } x^3 = 0 \\ \frac{1}{x^3} & \text{se } x^3 \neq 0 \end{cases}$$

c) $f(x) = x^2$

$g(x) = \sqrt{x}$





Dom $= \mathbb{R}$

Dom: $[0, +\infty)$

$$(f \circ g)(x) = f(\sqrt{x}) = f(\sqrt{x})^2 =$$

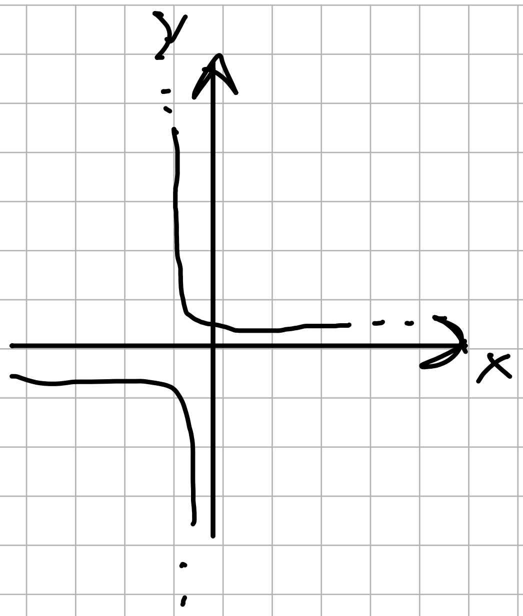
$$= |x| = x \quad \text{poiché} \quad x \geq 0$$

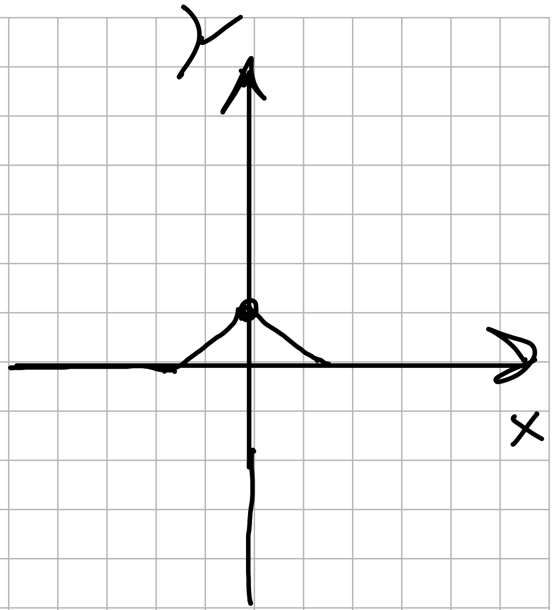
$$(g \circ f)(x) = g(f) = g(x^2) = \sqrt[2]{x^2} =$$

$|x|$

d) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

$g(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$





$Dom = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$Dom = \mathbb{R}$

$$(f \circ g)(x) = f(g) = f\left(\frac{1}{x^2+1}\right) =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{x^2+1} + 1} = \frac{x^2+1}{x^2+2}$$

$Dom(f \circ g) = \mathbb{R}$

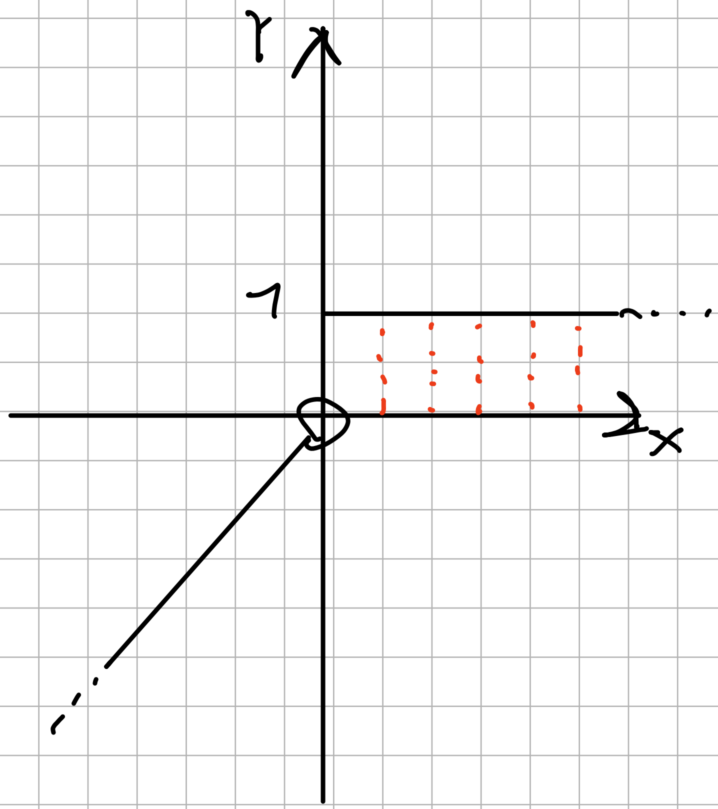
$$(g \circ f)(x) = g(f) = g\left(\frac{1}{x+1}\right) =$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{1}{x+1}\right)^2 + 1} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2+1}$$

$Dom(g \circ f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

ESERCIZIO 2

1) $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$



2) NELL'INTERVALLO $(-\infty, 0)$ E' STRETTAMENTE CRESCENTE. LA FUNZIONE E' COSTANTE IN 1. NEL COMPLESSO f E' MONOTONA CRESCENTE.

B) INIETTIVA NO PERCHÉ 1 VIENE ASSOCIATO A DIVERSE X.

SURIETTIVA NO, PER ESEMPIO $2(Y)$ NON VIENE MAI RAGGIUNTO.

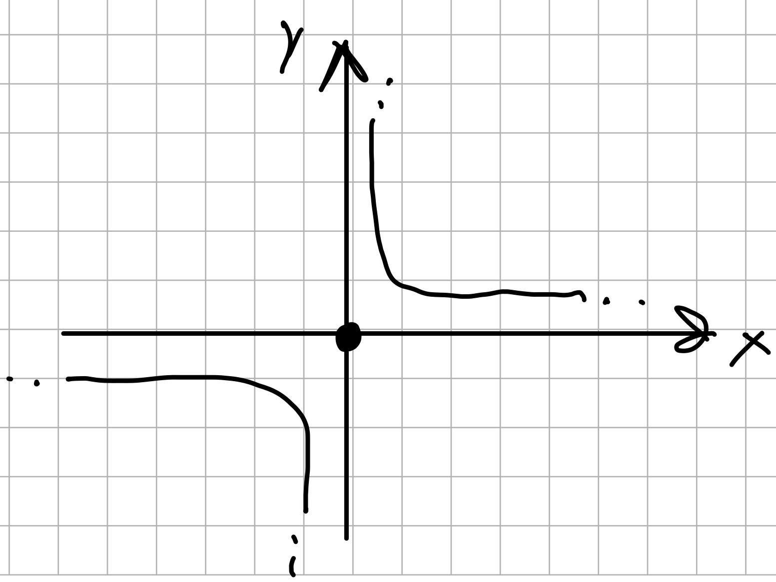
C) PARI: $f(x) = f(-x)$

LA FUNZIONE IN QUESTO CASO **NON** È PARI.

NON È DISPARI PERCHÉ $f(-2) \neq -f(2)$

D) NON POSSO FARE L'INVERSA IN QUANTO NON È BIETTIVA QUINDI NON INVERTIBILE

2) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{SE } x = 0 \\ 1/x & \text{SE } x \neq 0 \end{cases}$



a) NEL COMPLESSO NON E' MONOTONA IN QUANTO ABBIAMO DIVERSI INTERVALLI.

MA NELL'INTERVALLO $(0, +\infty)$ LA FUNZIONE E' STRETTAMENTE CRESCENTE. MENTRE IN $(0, -\infty)$ E' STRETTAMENTE DECRESCENTE

b) E' INIETTIVA ED SURIETTIVA.

c) NON E' PARI MA DISPARI

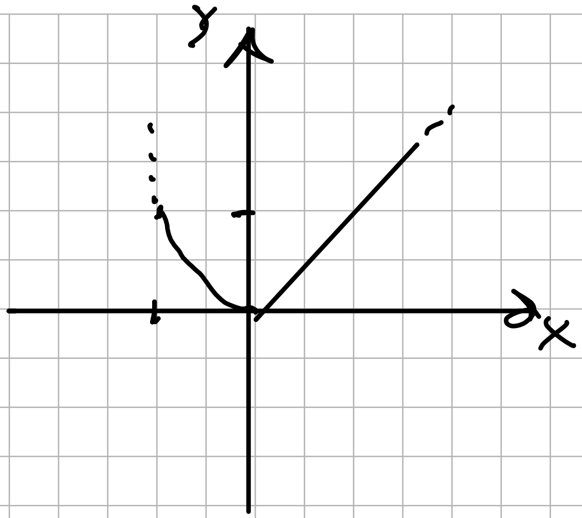
PERCHE' $\frac{1}{x} = -\left(-\frac{1}{x}\right) \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$

D) E' INVERTIBILE:

$\frac{1}{x} = y \Rightarrow 1 = xy \Rightarrow 1 \cdot \frac{1}{y} = xy \cdot \frac{1}{y} \Rightarrow$

$\frac{1}{y} = x$

3) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{SE } x < 0 \\ x & \text{SE } x \geq 0 \end{cases}$



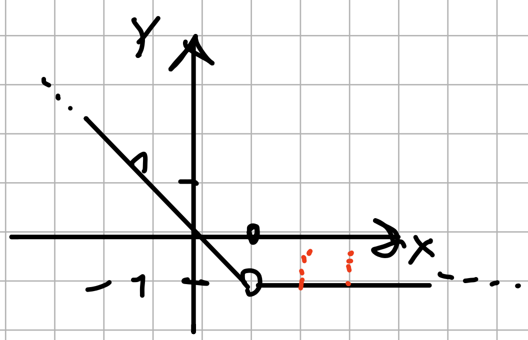
a) PER L'INTERVALLO $x < 0$ LA FUNZIONE È STRETTAMENTE DECRESCENTE.
MENTRE PER L'INTERVALLO $x \geq 0$ È STRETTAMENTE CRESCENTE.

b) NO INIETTIVA NO SURIETTIVA

c) NON È PARI E NON È DISPARI.

D) NON È INVERTIBILE

4) $f(x) = \begin{cases} -x & \text{SE } x < 1 \\ -1 & \text{SE } x \geq 1 \end{cases}$



a) PER L'INTERVALLO $x < 1$ LA FUNZIONE E' STRETTAMENTE DECRESCENTE.

PER L'INTERVALLO $x \geq 1$ LA FUNZIONE E' COSTANTE.

NEL COMPLESSO POSSIAMO DIRE CHE LA FUNZIONE E' MONOTONA DECRESCENTE

b) NON INIETTIVA PERCHE IL -1 VIENE ASSOCIATO A DIVERSE x.

NON SURIETTIVA

c) NON PARI $\quad f(-x) = f(-(-x)) =$

$= x = -x$

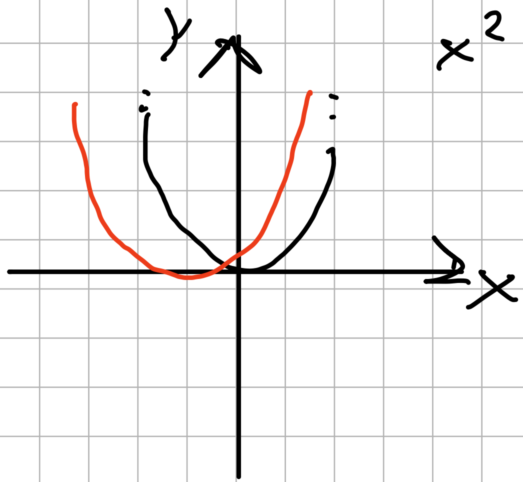
$$f(-x) = -f(-(-x))$$

LA FUNZIONE NON E' DISPARI.

d) NON INVERTIBILE.

ESERCIZIO 3

1) $f(x) = \boxed{x^2 + 2x + 1}$



$f \mapsto f_1$ TRASLAZIONE VERSO SINISTRA $x \mapsto x+1$

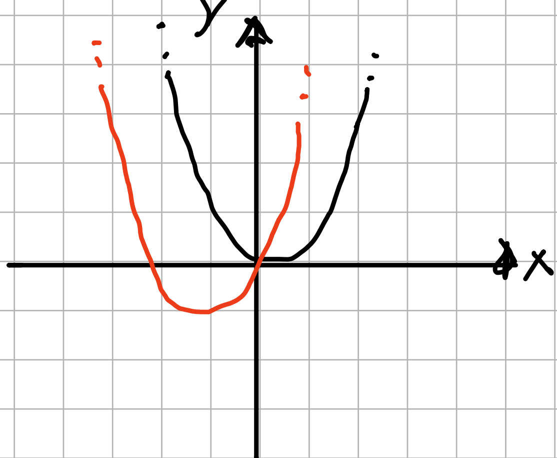
2) $f(x) = x^2 + 4x + 1$

LA POSSO SCRIVERE COME $(x+2)^2 - 3$

$$x^2 \longmapsto (x+2)^2 \longmapsto (x+2)^2 - 3$$

TRASLAZIONE DELLA PARABOLA A SINISTRA

TRASLAZIONE DELLA PARABOLA A DESTRA



3) $f(x) = 2x^2 + x - 1$

$$2x^2 + x - 1 = 2\left(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= 2\left(x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{2}\right) =$$

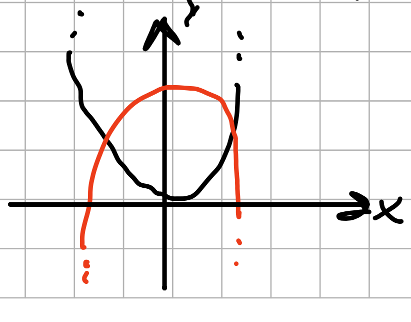
$$= 2\left(\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - \frac{1}{2}\right) = 2\left(\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{-1-8}{16}\right) = 2\left(\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right)$$

$$x \longmapsto x^2 \underset{\text{TRASLAZIONE SX}}{\longmapsto} \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 \underset{\text{TRAS. IN GIU'}}{\longmapsto} \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

DILATAZIONE

4) $f(x) = -x^2 + 2$

$$x \longmapsto x^2 \underset{\text{DILATAZIONE}}{\longmapsto} -x^2 \underset{\text{TRASLAZIONE}}{\longmapsto} -x^2 + 2$$



ESERCIZIO 4

1) $f(x) = x^3 - x^1$

a) $Dom = \mathbb{R}$

b) NON E' PARI, MA E' DISPARI (POSSO NOTARLO DAGLI ESPONENTI)

c) $g_1(x) = x \qquad g_2(x) = (x^2 - 1)$

$$g_1(x) \cdot g_2(x) = f(x)$$

2) $f(x) = x^2 + 2x$

a) $Dom = \mathbb{R}$

b) NON E' DISPARI

$f(x) = f(-x) \Rightarrow f(2) \neq f(-2)$ NON PARI

c) $g_1(x) = x \qquad g_2(x) = (x+2)$

$$g_1(x) \cdot g_2(x) = f(x)$$

3) $f(x) = x^8 + 2x^4 - 1$

a) DOM = $\mathbb{R}$

b) NON DISPARI

$f(1) = f(-1)$ QUINDI PARI (LO VEDEVO ANCHE DAGLI ESPONENTI)

c) $g_1(x) = x^8$ $g_2(x) = x^4$ $g_3(x) = 2$

$g_4(x) = -1$ $g_1(x) + (g_3(x) \cdot g_2(x)) - g_4$

4) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$

a) DOM = $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) NON PARI $f(2) \neq f(-2)$

$f(x) \neq -f(-x)$ NON DISPARI

c) $g_1(x) = x+1$ $g_2(x) = \dfrac{1}{x-1}$ $g_1 \cdot g_2$

5) $f(x) = \frac{3}{2+x^2}$

a) Dom $= \mathbb{R}$

b) $f(1) = f(-1)$ PARI

NON DISPARI

c) $g_1(x) = 3$ $g_2(x) = \frac{1}{2+x^2}$

$g_1(x) \cdot g_2(x) = f(x)$

6) $f(x) = \frac{1}{x^5}$

a) Dom $= \mathbb{R} \setminus \{0\}$

b) NON PARI MA DISPARI

c) $g_1(x) = 1$ $g_2(x) = \frac{1}{x^5}$

$g_1(x) \cdot g_2(x) = f(x)$

ESERCIZIO 5

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

DOMINIO È SICURAMENTE $\mathbb{R}$ IN QUANTO NON HO NESSUN TIPO DI RESTRIZIONE.

SICURAMENTE LA FUNZIONE È UNA PARABOLA E IN BASE AL VALORE CHE ASSUME a LA PARABOLA RISULTERÀ "SCHIACCIATA". IN BASE AL VALORE DI b LA FUNZIONE SI SPOSTERÀ VERSO SINISTRA MENTRE COL VALORE DI c LA PARABOLA SI SPOSTERÀ VERSO L'ALTO.

IN GENERE ESSENDO UNA PARABOLA NON È NÉ INIETTIVA NÉ SURIETTIVA DI CONSEGUENZA NON INVERTIBILE.

PER LA MONOTONIA NEL COMPLESSO NON È MONOTONA.