

# Calculus 1

## Esercizi tutorato 6

1. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \frac{x+1}{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \sin e^x$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\ln(1 + \sin^2(3x))}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos(x)}}{|x|}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{\log(3x + 2) - \ln 2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{\pi} - \sqrt{x}}{1 + \cos x}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x^2)}{\arcsin(\sqrt{x})}$

h)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^{-x^2} + e^{\frac{1}{x}} - 1)$

**Soluzioni:** (a) 1; (b) 0; (c) 2/9; (d) 0; (e)  $-2/3$ ; (f)  $\not\exists$ ; (g) 0; (h) 1.

2. Studiare i limiti agli estremi del dominio delle funzioni:

a)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2} \cos(x)$

b)  $f(x) = \frac{\cos x^2 - \cos x}{x^2}$

c)  $f(x) = \ln(x) \sin \sqrt{x}$

d)  $f(x) = \frac{\arcsin x^2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$

**Soluzioni:** (a)  $f(-\infty) = 0$ ,  $f(0) = +\infty$ ,  $f(+\infty) = 0$ ; (b)  $f(-\infty) = 0$ ,  $f(0) = 1/2$ ,  $f(+\infty) = 0$ ; (c)  $f(0^+) = 0$ ,  $\not\exists f(+\infty)$ ; (d)  $f((-1)^+) = f(1^-) = 1/2(1 + \sqrt{2})\pi$ ,  $f(0) = 2$ .

3. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti di successioni:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n + 2}{2^n + 3}$

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{e^n}$

d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(\pi n)$

e)\*  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos n$

**Soluzioni:** (a)  $+\infty$ ; (b) 0; (c)  $+\infty$ ; (d)  $\not\exists$ ; (e)  $\not\exists$ .

4. Stabilire se esiste una successione  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tale che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{n^n} = +\infty.$$

5. Trovare due successioni  $a, b: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{\pi/2 + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$  tali che  $a_n \rightarrow +\infty$ ,  $b_n \rightarrow +\infty$  e

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \tan(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} \tan(b_n).$$

Dedurre che non esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tan x$ .