COGNOME:
NOME:
MATRICOLA:
DATA: 1 febbraio 2024

Calculus 1 - Test

Scrivere nella tabella sottostante la lettera corrispondente alla risposta a ciascuna domanda. Tenere presente che le risposte esatte valgono 3 *punti, quelle sbagliate* -1 *punto, mentre le domande senza risposta valgono* 0 *punti. Ciascun quesito ha una e una sola risposta corretta.*

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

1. Sia $E \subseteq \mathbb{R}$ un insieme il cui estremo superiore è finito. Allora
(A) il massimo di E esiste ed è finito.
(B) esiste uno e un solo maggiorante di E.
(C) esistono infiniti maggioranti di E.
(D) nessuna delle precedenti.

2. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione. Il grafico di $x \mapsto f(x+1)$ si ottiene:
(A) traslando di 1 il grafico di f verso destra.
(B) traslando di 1 il grafico di f verso sinistra.
(C) traslando di 1 il grafico di f verso l'alto.
(D) traslando di 1 il grafico di f verso il basso.

3. Siano f, g due funzioni. Allora
(A) $f+g$ è definita su $\mathrm{Dom}(f) \cup \mathrm{Dom}(g)$.
(B) $f+g$ è definita su $\mathrm{Dom}(f) \cap \mathrm{Dom}(g)$.
(C) $f \circ g$ è definita su $\mathrm{Dom}(f) \cap \mathrm{Dom}(g)$.
(D) $f \circ g$ è definita su $\mathrm{Dom}(f) \cup \mathrm{Dom}(g)$.

4. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione il cui grafico interseca ogni retta orizzontale in almeno un punto. Allora
(A) f è iniettiva.
(B) f è suriettiva.
(C) f è strettamente monotona.
(D) nessuna delle precedenti.

5. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione. Per definizione, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ se
(A) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x < -N$ si ha $f(x) < -M$.
(B) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x < -M$ si ha $f(x) < -N$.
(C) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x > N$ si ha $|f(x)| < -M$.
(D) nessuna delle precedenti.

6. Una funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è continua in $x_0 \in \mathbb{R}$ se

(A) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $|x - x_0| < \delta$ si ha $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.
(B) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $|x - x_0| < \varepsilon$ si ha $|f(x) - f(x_0)| < \delta$.
(C) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ si ha $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.
(D) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $0 < |x - x_0| < \varepsilon$ si ha $|f(x) - f(x_0)| < \delta$.

7. Se $f\colon [a, b] \to \mathbb{R}$ è una funzione continua, la sua immagine $f([a, b])$ è

(A) un intervallo illimitato chiuso.
(B) un intervallo illimitato aperto.
(C) un intervallo limitato chiuso.
(D) un intervallo limitato aperto.

8. Sia $f\colon \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -1$ e $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$. Allora

(A) f è continua in 0;
(B) f non è continua in 0 ma può essere estesa per continuità in 0;
(C) f non può essere estesa per continuità in 0;
(D) nessuna delle precedenti.

9. Siano $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funzioni derivabili e $x_0 \in \mathbb{R}$. Allora $\lim_{x\to x_0} \frac{f(g(x)) - f(g(x_0))}{x - x_0}$ è uguale a:

(A) $f'(g'(x_0))g'(x_0)$.
(B) $f'(g(x_0))g'(x_0)$.
(C) $f'(g'(x_0))$.
(D) nessuna delle precedenti.

10. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua e sia $F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

(A) F è continua.
(B) F è derivabile.
(C) la retta tangente al grafico di F in 0 ha equazione $y = F(0)x$.
(D) $F(1)$ è l'area della regione compresa tra il grafico di f e l'asse x nell'intervallo $[0, 1]$.