- Enunciare gli assiomi della probabilità.

IN TOTALE GLI ASSIOMI DELLA PROBABILITA' SONO 3:

- $P(A) \geq 0$: LA PROBABILITA' DI QUALSIASI EVENTO E' UN NUMERO REALE NON NEGATIVO. LA PROBABILITA' DI UN EVENTO NON PUO' ESSERE NEGATIVA.

- $P(S)=1$: LA PROBABILITA' DELLO SPAZIO CAMPIONARIO (INSIEME DI TUTTI I POSSIBILI RISULTATI) E' UGUALE A 1. QUINDI SI VERIFICHERA' UNO DEGLI EVENTI POSSIBILI

- $P\left(\bigcup_i E_i\right) = \sum_i P(E_i)$: PER UNA SEQUENZA NUMERABILE DI EVENTI DISGIUNTI (EVENTI CHE NON POSSONO ACCADERE CONTEMPORANEAMENTE) LA PROBABILITA' DELLA LORO UNIONE E' UGUALE ALLA SOMMA DELLE PROBABILITA' DEI SINGOLI EVENTI.

- Enuncia il Teorema di Bayes per gli eventi casuali $E$, $E^c$ ed $F$.

LA FORMULA GENERALE DEL TEOREMA DI BAYES E' $\quad P(E|F) = \dfrac{P(E)\cdot P(F|E)}{P(F)}$

IL DENOMINATORE E' ESPRIMIBILE COME: $P(F) = \underbrace{P(E)\cdot P(F|E)}_{\text{P. CHE ACCADE}} + \underbrace{P(E^c)\cdot P(F|E^c)}_{\text{P. CHE NON ACCADE}}$

- Mostra che, per $a$ e $b$ costanti, e $X$ variabile aleatoria continua: $E[aX+b] = aE[X]+b$, $Var(aX+b) = a^2 Var(X)$.

DOBBIAMO TENERE A MENTE 3 PROPRIETA' PER RISOLVERE LA PRIMA RICHIESTA:

- $E[aX] = a\cdot E[X]$
- $E[A+B] = E[A] + E[B]$
- $E[K] = K$ CON $K$ = COSTANTE

DALLA SECONDA PROPRIETA' RICAVIAMO: $\underbrace{E[aX]}_{1^\circ \text{ PROP.}} + \underbrace{E[b]}_{2^\circ \text{ PROP.}} \Rightarrow a\cdot E[X] + b$ ✓

PER LA SECONDA RICHIESTA SAPPIAMO CHE: $VAR = E[(X-E[X])^2]$ QUINDI:

$E[(aX+b-E[aX+b])^2] \Rightarrow E[(aX+\cancel{b}-aE[X]-\cancel{b})^2] \Rightarrow E[a^2(X-E[X])^2] \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma^2 \, E[(X - E[X])^2] \Rightarrow \sigma^2 \, VAR(X)$ ✓

- Definire la funzione di probabilità cumulata sia nel caso continuo che in quello discreto. Disegnarne il grafico nel caso di un dado a sei facce onesto.

LA CDF DI UNA VARIABILE CASUALE $X$ È LA FUNZIONE CHE, A OGNI VALORE DI $x$, ASSOCIA LA PROBABILITÀ CHE $X$ ASSUMA UN VALORE MINORE O UGUALE A $x$:

$$F(x) = P(X \le x)$$

SE LA VARIABILE È DISCRETA (LANCIO DI UN DADO) LA CDF È UNA FUNZIONE A GRADINI. PER OGNI VALORE $x$, SOMMO TUTTE LE PROBABILITÀ DEI VALORI POSSIBILI FINO A $x$. PARTIAMO DA 0 FINO A 1.

CASO CONTINUO: SE LA VARIABILE È CONTINUA LA CDF È DATA DA UN INTEGRALE DELLA DENSITÀ DI PROBABILITÀ $f(t)$:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt$$

LA FUNZIONE IN QUESTO CASO È CONTINUA E CRESCENTE. NON FA "SCALINI"

GRAFICO NEL CASO DEL DADO ONESTO: