

Calculus 1 - Prova scritta del 06 giugno 2022

1. Consideriamo la funzione f definita da : $f(x) = \frac{|x-2|}{x^2} - 1$
- (a) Determinare dom f , calcolare i limiti di f agli estremi di dom f , studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
 - (b) Calcolare la derivata di f e determinare eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi e eventuali punti di non derivabilità.
 - (c) Studiare la concavità / convessità di f e determinare gli eventuali punti di flesso.
 - (d) Determinare l'immagine di f e disegnare un grafico qualitativo di f .

2. Calcolare i seguenti integrali definiti: $\int_0^1 \frac{x-1}{x^2+1} dx$, $\int_{-1}^1 x \sin(3x^2-1) dx$

3. Per $a \in \mathbb{R}$, sia $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+a^2x)}{x} - a & \text{se } x > 0, \\ 2\cos x - \frac{x}{2} & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è continua.
- (b) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è derivabile.

Calculus 1 - Prova scritta del 06 giugno 2022

1. Consideriamo la funzione f definita da : $f(x) = \frac{|x-2|}{x^2} - 1$
- (a) Determinare dom f , calcolare i limiti di f agli estremi di dom f , studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
 - (b) Calcolare la derivata di f e determinare eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi e eventuali punti di non derivabilità.
 - (c) Studiare la concavità / convessità di f e determinare gli eventuali punti di flesso.
 - (d) Determinare l'immagine di f e disegnare un grafico qualitativo di f .

2. Calcolare i seguenti integrali definiti: $\int_0^1 \frac{x-1}{x^2+1} dx$, $\int_{-1}^1 x \sin(3x^2-1) dx$

3. Per $a \in \mathbb{R}$, sia $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+a^2x)}{x} - a & \text{se } x > 0, \\ 2\cos x - \frac{x}{2} & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è continua.
- (b) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è derivabile.