COGNOME:
NOME:
MATRICOLA:
DATA: 21 giugno 2023

Calculus 1 - Test

Scrivere nella tabella sottostante la lettera corrispondente alla risposta a ciascuna domanda. Tenere presente che le risposte esatte valgono 3 *punti, quelle sbagliate* −1 *punto, mentre le domande senza risposta valgono* 0 *punti. Ciascun quesito ha una e una sola risposta corretta.*

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

1. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
(a) Se f è strettamente monotona, allora f è iniettiva.
(b) Se f è strettamente monotona, allora f è suriettiva.
(c) Se f è iniettiva, allora f è strettamente monotona.
(d) Se f è suriettiva, allora f è strettamente monotona.

2. Se $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione limitata, allora:
(a) il massimo di f esiste ed è finito.
(b) l'estremo superiore di f esiste ed è finito.
(c) l'estremo superiore di f esiste ma non si può dire se sia finito.
(d) nessuna delle precedenti.

3. Siano $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R}$ tali che $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$. Allora:
(a) per ogni $M > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $|x - x_0| < \delta$ si ha $f(x) < -M$.
(b) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $M > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $|x - x_0| < \varepsilon$ si ha $f(x) < -M$.
(c) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $M > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $0 < |x - x_0| < \varepsilon$ si ha $f(x) < -M$.
(d) per ogni $M > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ si ha $f(x) < -M$.

4. Siano $f, g, h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $h(x) \le f(x) \le g(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Sia $x_0 \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x\to x_0} h(x) = \ell \in \mathbb{R}$. Cosa ci permette di affermare che $\lim_{x\to x_0} f(x) = \ell$?
(a) f continua in x_0.
(b) g, h continue in x_0.
(c) $\lim_{x\to x_0} g(x) = \ell$.
(d) Nessuna delle precedenti.

5. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che $f(x) > M$ per ogni x tale che $2 < x < 2 + \frac{1}{M}$, dove $M > 0$. Allora:
(a) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$.
(b) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = +\infty$.
(c) $\lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$.
(d) $\lim_{x\to \infty} f(x) = 2$.

6. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Allora:
(a) f è limitata.
(b) se f è derivabile, $\lim_{x\to+\infty} f'(x) = 0$.
(c) esiste $M > 0$ tale che f è monotona per ogni $x > M$.
(d) esiste $M > 0$ tale che $f(x) > \frac{1}{2}$ per ogni $x > M$.

7. Sia $f\colon (a,b) \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora
(a) f è limitata in (a,b).
(b) f è derivabile in (a,b).
(c) per ogni $x_0 \in (a,b)$, si ha $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.
(d) f ammette massimo e minimo in (a,b).

8. Sia $f\colon (a,b) \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
(a) f è crescente in (a,b) se e solo se $f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a,b)$.
(b) se $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (a,b)$, allora f è strettamente crescente in (a,b).
(c) se f è strettamente crescente in (a,b), allora $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (a,b)$.
(d) se f è decrescente in (a,b), allora $f'(x) \leq 0$ per ogni $x \in (a,b)$.

9. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
(a) La derivata di $\int_0^x f(t)\,dt$ è $f(x)$.
(b) f è una primitiva di f'.
(c) f è Riemann integrabile su $[a,b]$ per ogni $a,b \in \mathbb{R}$ con $a < b$.
(d) Per ogni $a,b \in \mathbb{R}$ con $a < b$, si ha $\int_a^b f(x)\,dx = f'(b) - f'(a)$.

10. Sia $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}$ una funzione continua in $[0,2]\setminus\{1\}$ e tale che $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 1$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 2$. Allora:
(a) non esiste nessuna primitiva di f in $(0,2)$.
(b) f ammette infinite primitive su $(0,2)$.
(c) f non è Riemann integrabile su $[0,2]$.
(d) nessuna delle precedenti.