INTRODUZIONE E TERMINOLOGIA

DEF: UN GRAFO (ORIENTATO) E' UNA COPPIA $\boxed{G = (V, E)}$ DOVE:

- V E' UN INSIEME I CUI ELEMENTI SONO DETTI NODI O VERTICI
- E E' UN INSIEME DI ARCHI (EDGES) DOVE UN ARCO E' UNA COPPIA DI NODI DETTI ESTREMI DELL'ARCO

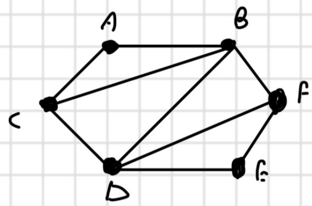
IN UN GRAFO NON ORIENTATO GLI ARCHI SONO COPPIE NON ORDINATE, OSSIA (u, v) E (v, u) DENOTANO LO STESSO ARCO.

UN ARCO DA UN NODO IN SE STESSO $(v \to v)$ E' DETTO CAPPIO. UN GRAFO SENZA CAPPI E' DETTO SEMPLICE.

LA DEFINIZIONE DI GRAFO SI PUO' GENERALIZZARE A QUELLA DI MULTIGRAFO, IN CUI GLI ARCHI SONO UN MULTINSIEME.

NEL CASO DI GRAFI ORIENTATI, IL PRIMO ELEMENTO DELLA COPPIA E' DETTO NODO USCENTE O CODA, IL SECONDO NODO ENTRANTE O TESTA.

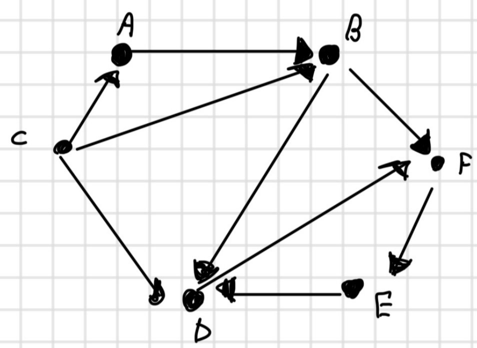
ESEMPIO GRAFO NON ORIENTATO:



* ARCO (A,B) GLI ESTREMI SONO A E B

- L'ARCO (A,B)* E' INCIDENTE SUI NODI A E B
- I NODI A E B SONO ADIACENTI, A E' ADIACENTE A B, B E' ADIACENTE AD A
- I NODI ADIACENTI A UN NODO A SI CHIAMANO ANCHE I VICINI DI A
- IL GRADO $\delta(u)$ DI UN NODO u E' IL NUMERO DI ARCHI INCIDENTI SUL NODO, PER ESEMPIO $\delta(B) = 4$

ESEMPIO GRAFO ORIENTATO



- L'ARCO (A,B) E' INCIDENTE SUI NODI A E B, USCENTE DA A, ENTRANTE IN B
- IL NODO B E' ADIACENTE AD A, MA A NON E' ADIACENTE A B
- I NODI ADIACENTI A UN NODO A SI CHIAMANO ANCHE I VICINI DI A
- IL GRADO $\delta(u)$ DI UN NODO u E' IL NUMERO DI ARCHI INCIDENTI SUL NODO, PER ESEMPIO $\delta(B) = 4$
- IL GRADO USCENTE $\delta_{out}(u)$ DI UN NODO u E' IL NUMERO DI ARCHI USCENTI DAL NODO, PER ESEMPIO $\delta_{out}(B) = 2$
- IL GRADO ENTRANTE $\delta_{in}(u)$ DI UN NODO u E' IL NUMERO DI ARCHI ENTRANTI NEL NODO, PER ESEMPIO $\delta_{in}(B) = 2$

DATO UN GRAFO $G = (V, E)$, CON n NODI ED m ARCHI, SI HANNO LE SEGUENTI OVVIE PROPRIETÀ:

- SE G È NON ORIENTATO:
  - LA SOMMA DEI GRADI DEI NODI È IL DOPPIO DEL NUMERO DI ARCHI: $\boxed{\sum_{u \in V} \delta(u) = 2m}$

ESEMPIO COL GRAFO DI PRIMA:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(A) = 2 & \delta(D) = 4 \\ \delta(B) = 4 & \delta(E) = 2 \\ \delta(C) = 3 & \delta(F) = 3 \end{array}\right\} \Sigma = 18 \Rightarrow 2 * 9 = 18$$

VERIFICATO

  - IL NUMERO MASSIMO DI ARCHI POSSIBILI SI HA QUANDO TUTTI I NODI SONO COLLEGATI FRA LORO. $\boxed{m = \frac{n(n-1)}{2}}$ QUINDI $m = O(n^2)$

- SE G È ORIENTATO:
  - LA SOMMA DEI GRADI USCENTI DEI NODI E LA SOMMA DEI GRADI ENTRANTI DEI NODI SONO UGUALI AL NUMERO DI ARCHI: $\sum_{u \in V} \delta_{out}(u) = \sum_{u \in V} \delta_{in}(u) = m$, QUINDI ANCHE IN QUESTO CASO $\boxed{\sum_{u \in V} \delta(u) = 2m}$
  - m È AL MASSIMO IL NUMERO DI TUTTE LE POSSIBILI COPPIE ORDINATE DI NODI, OSSIA n^2, QUINDI $m = O(n^2)$

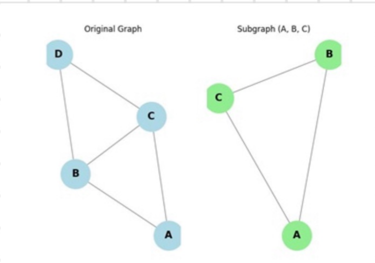
UN GRAFO G È ACICLICO SE NON VI SONO CICLI IN G. UN GRAFO ORIENTATO ACICLICO È DETTO ANCHE DAG.

UN GRAFO NON ORIENTATO SI DICE CONNESSO SE OGNI NODO È RAGGIUNGIBILE DAGLI ALTRI NODI. UN GRAFO ORIENTATO SI DICE FORTEMENTE CONNESSO SE OGNI NODO È RAGGIUNGIBILE DA OGNI ALTRO. DEBOLMENTE CONNESSO SE IL GRAFO NON ORIENTATO È CONNESSO.

UN GRAFO CONNESSO AVENTE n NODI DEVE AVERE ALMENO $n-1$ ARCHI.

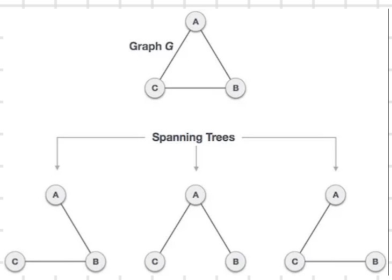
UN SOTTOGRAFO DI $G = (V, E)$ È UN GRAFO OTTENUTO DA G NON CONSIDERANDO ARCHI O NODI (INCIDENTI SU DI ESSI).

ESEMPIO:

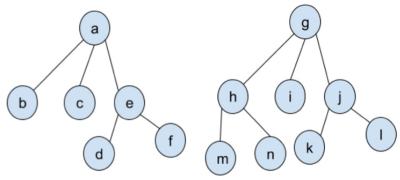


UN ALBERO LIBERO È UN GRAFO NON ORIENTATO CONNESSO ACICLICO.

UN ALBERO RICOPRENTE (SPANNING TREE) DI G È UN SOTTOGRAFO DI G CHE CONTIENE TUTTI I NODI ED È UN ALBERO LIBERO.



UNA FORESTA E' L'UNIONE DI PIU' ALBERI DISGIUNTI.



Forest