

Calculus 1 Prova scritta del 2 Febbraio 2023

1. Consideriamo la funzione f definita da $f(x) = \sqrt{x^2 - 6} \cdot e^{-x}$
- (a) Determinare dom f , calcolare i limiti di f agli estremi di dom f , studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
 - (b) Calcolare la derivata di f e determinare i punti di minimo/massimo assoluti e relativi ed eventuali punti di non derivabilità.
 - (c) Determinare l'immagine di f e disegnare un grafico qualitativo di f . Determinare quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0,001$

2. Calcolare i seguenti integrali definiti: $\int_{-\pi}^{\pi} x \cos(x^2) dx$, $\int_{-1}^0 \frac{x^2}{x-1} dx$

3. Per $a \in \mathbb{R}$, sia $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} xe^{ax} & \text{se } x \geq 0, \\ 2x & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è continua.
- (b) Stabilire se esistono valori di a per cui f_a è derivabile ed eventualmente determinarli.
- (c) Supponiamo ora $a < 0$. Studiare il segno della derivata di f_a , e stabilire per quali valori di a la funzione ha un massimo assoluto in $x = 2023$.

Calculus 1 Prova scritta del 2 Febbraio 2023

1. Consideriamo la funzione f definita da $f(x) = \sqrt{x^2 - 6} \cdot e^{-x}$
- (a) Determinare dom f , calcolare i limiti di f agli estremi di dom f , studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
 - (b) Calcolare la derivata di f e determinare i punti di minimo/massimo assoluti e relativi ed eventuali punti di non derivabilità.
 - (c) Determinare l'immagine di f e disegnare un grafico qualitativo di f . Determinare quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0,001$

2. Calcolare i seguenti integrali definiti: $\int_{-\pi}^{\pi} x \cos(x^2) dx$, $\int_{-1}^0 \frac{x^2}{x-1} dx$

3. Per $a \in \mathbb{R}$, sia $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} xe^{ax} & \text{se } x \geq 0, \\ 2x & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è continua.
- (b) Stabilire se esistono valori di a per cui f_a è derivabile ed eventualmente determinarli.
- (c) Supponiamo ora $a < 0$. Studiare il segno della derivata di f_a , e stabilire per quali valori di a la funzione ha un massimo assoluto in $x = 2023$.