

Calculus 1

Esercizi tutorato 2

1. Determinare dominio e immagine delle seguenti funzioni e stabilire se sono iniettive, surgettive e/o bigettive.

(a) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

(b) $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3} - \pi$

(c) $h(x) = \frac{1}{\sqrt{3 + x - x^2}}$

Soluzioni: (a) $D = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = [1, +\infty)$, non iniettiva, non surgettiva; (b) $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$, $\text{Im}(g) = [-\pi, +\infty)$, non iniettiva, non surgettiva; (c) $D = ((1 - \sqrt{13})/2, (1 + \sqrt{13})/2)$, $\text{Im}(h) = [2/\sqrt{13}, +\infty)$, non iniettiva, non surgettiva.

2. Determinare dominio e immagine delle seguenti funzioni e stabilire se sono iniettive, surgettive e/o bigettive. Stabilire inoltre se sono invertibili e, in tal caso, calcolare le corrispondenti funzioni inverse.

(a) $f(x) = 3x - 2$

(b) $g(x) = |2x - 5|$

(c) $h(x) = \begin{cases} 2x - 5 & \text{se } x < 1 \\ x - 4 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Soluzioni: (a) $D = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$, bigettiva, $f^{-1}(y) = (y + 2)/3$; (b) $D = \mathbb{R}$, $\text{Im}(g) = [0, +\infty)$, non iniettiva, non surgettiva; (c) $D = \mathbb{R}$, $\text{Im}(h) = \mathbb{R}$, bigettiva, $h^{-1}(y) = (y + 5)/2$ per $y < -3$, $h^{-1}(y) = y + 4$ per $y \geq -3$.

3. Consideriamo la funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} - 1$.

(a) Determinare il dominio A e l'immagine B di f .

(b) Stabilire se è iniettiva, surgettiva e/o bigettiva.

(c) Determinare un intervallo $I \subseteq A$ tale che la funzione f ristretta ad I , che denotiamo con $f|_I$, sia invertibile, e calcolare $(f|_I)^{-1}$.

Soluzioni: $A = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$, $B = [-1, +\infty)$, non iniettiva, non surgettiva, $I = [2, +\infty)$, $(f|_I)^{-1}(y) = \sqrt{y^2 + 2y + 5}$.