Calculus 1

Esercizi tutorato 3

1. Risolvere le disequazioni

(a)
$$\sqrt{x^2 + 1} \le x + 2$$

(b)
$$\sqrt{2x+4} > \sqrt{x^2+6x+5}$$

(c)
$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{x^2-3} > 0$$

(d)
$$\sqrt{4x^2 + 3x - 1} > 2x - 3$$

Soluzioni: (a) $S = [-3/4, +\infty)$; (b) $S = [-1, \sqrt{3} - 2)$; (c) $S = [\sqrt{3}, +\infty)$; (d) $S = [-3/4, +\infty)$ $(-\infty, -1] \cup [1/4, +\infty)$.

2. Determinare il dominio delle seguenti funzioni.

(a)
$$f(x) = \log(12 + x - x^2)$$

(b)
$$g(x) = \sqrt{\log(x^2 - 8x + 13)}$$

(c)
$$h(x) = \sqrt{1 - 2\sin x}$$

(d)
$$u(x) = \log(\tan x)$$

Soluzioni: (a) D = (-3, 4); (b) $D = (-\infty, 2] \cup [6, +\infty)$; (c) $D = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} [-7/6\pi + 2k\pi, \pi/6 + 2k\pi]$ $2k\pi$]; (d) $D = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (k\pi, \pi/2 + k\pi)$.

3. Disegnare il grafico delle seguenti funzioni, e stabilire se sono iniettive, surgettive e/o bigettive.

(a)
$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } -\frac{\pi}{2} \le x < 0 \\ -x+1 & \text{se } 0 \le x < 1 \\ \log x & \text{se } x \ge 1 \end{cases}$$

(b) $g(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} & \text{se } x \le -1 \\ x & \text{se } -1 < x \le 1 \\ x^3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

(b)
$$g(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} & \text{se } x \le -1 \\ x & \text{se } -1 < x \le 1 \\ x^3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

(c)
$$h(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{se } x \le 0 \\ x + 1 & \text{se } 0 < x \le 2 \\ 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Soluzioni: (a) non iniettiva, non surgettiva; (b) bigettiva; (c) non iniettiva, non surgettiva.

4. Ricavare le espressioni analitiche delle funzioni associate ai grafici qui sotto.





