

COGNOME:
NOME:
MATRICOLA:

Calculus 1
1 febbraio 2024

1. Sia data la funzione f definita da

$$f(x) = \left(\frac{x^2}{x+1} \right)^{\frac{1}{3}}$$

- (a) Calcolare il dominio, i limiti agli estremi del dominio e determinare il segno e gli eventuali asintoti orizzontali e/o verticali di f .
- (b) Calcolare la derivata prima e determinare eventuali massimi e/o minimi assoluti e/o relativi di f .
- (c) Tracciare il grafico e determinare l'immagine di f .
- (d) Trovare quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = \pi$.

2. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x + 2 \sin x + 2}.$$

- (a) Trovare tutte le primitive di f , se esistono, la cui retta tangente al grafico in $x = 0$ ha equazione $y = \frac{x}{2} + 1$.
- (b) Calcolare $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$.

3. Per $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ si consideri la funzione

$$g_{\alpha, \beta}(x) = \begin{cases} \alpha + \arctan(x+1) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1 - \cos(\beta x)}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali α, β , se esistono, $g_{\alpha, \beta}$ è continua su \mathbb{R} .
- (b) Stabilire per quali α, β , se esistono, $g_{\alpha, \beta}$ è derivabile su \mathbb{R} .