COGNOME:
NOME:
MATRICOLA:
DATA: 18 settembre 2023

# Calculus 1 - Test

*Scrivere nella tabella sottostante la lettera corrispondente alla risposta a ciascuna domanda. Tenere presente che le risposte esatte valgono* 3 *punti, quelle sbagliate* $-1$ *punto, mentre le domande senza risposta valgono* 0 *punti. Ciascun quesito ha una e una sola risposta corretta.*

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

**1.** Sia $E \subseteq \mathbb{R}$ un insieme limitato. Allora:
(a) l'insieme dei maggioranti di $E$ ha un massimo.
(b) l'insieme dei maggioranti di $E$ ha un minimo.
(c) l'insieme dei minoranti di $E$ ha un minimo.
(d) nessuna delle precedenti.

**2.** Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione invertibile. Quale fra i seguenti enunciati è vero?
(a) Il grafico di $f^{-1}$ è il simmetrico del grafico di $f$ rispetto alla retta $y = x$.
(b) Il grafico di $f^{-1}$ è il simmetrico del grafico di $f$ rispetto all'origine.
(c) Il grafico di $f^{-1}$ è il simmetrico del grafico di $f$ rispetto all'asse $x$.
(d) Il grafico di $f^{-1}$ è il simmetrico del grafico di $f$ rispetto all'asse $y$.

**3.** Siano $f$, $g$ due funzioni tali che $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}$ e $\mathrm{Dom}(g) = (0, +\infty)$. Allora
(a) $\mathrm{Dom}(f \circ g) = (0, +\infty)$.
(b) $\mathrm{Dom}(g \circ f) = (0, +\infty)$.
(c) $\mathrm{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$.
(d) $\mathrm{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R}$.

**4.** Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ e $f\colon A \to \mathbb{R}$ una funzione iniettiva. Allora
(a) $\mathrm{Dom}(f^{-1}) = \mathbb{R}$.
(b) $\mathrm{Dom}(f^{-1}) = f(A)$.
(c) $\mathrm{Dom}(f^{-1}) = A$.
(d) $\mathrm{Im}(f^{-1}) = f(A)$.

**5.** Siano $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R}$ tali che $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty$. Allora
(a) per ogni $M > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $|x - x_0| < \delta$ si ha $f(x) > M$.
(b) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $M > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $|x - x_0| < \varepsilon$ si ha $f(x) > M$.
(c) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $M > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $0 < |x - x_0| < \varepsilon$ si ha $f(x) > M$.
(d) per ogni $M > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ si ha $f(x) > M$.

**6.** Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. Allora

(a) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x > N$ si ha $f(x) < -M$.

(b) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x > M$ si ha $f(x) < -N$.

(c) per ogni $M > 0$ esiste $N > 0$ tale che per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x > M$ si ha $|f(x)| < -N$.

(d) nessuna delle precedenti.

**7.** Sia $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(a) < f(b)$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

(a) Se $f(a) < 0$, esiste $c \in (a,b)$ tale che $f(c) < 0$.

(b) Se $f(b) > 0$, esiste $c \in (a,b)$ tale che $f(c) > 0$.

(c) $[f(a), f(b)] \subseteq f([a,b])$.

(d) $f([a,b]) \subseteq [f(a), f(b)]$.

**8.** Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua, e sia $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to x_0} g(x) = \ell$ con $\ell \in \mathbb{R}$. Allora:

(a) $\lim_{x\to x_0} f(g(x)) = f(\ell)$.

(b) $\lim_{x\to x_0} g(f(x)) = g(\ell)$.

(c) $\lim_{x\to x_0} f(g(x)) = \ell$.

(d) nessuna delle precedenti.

**9.** Siano $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e $x_0 \in \mathbb{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

(a) $f$ è continua in $x_0$.

(b) $f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

(c) $f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

(d) $f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0)$ per ogni $x$ in un opportuno intorno di $x_0$.

**10.** Siano $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua, $x_0 \in \mathbb{R}$ e $F\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da

$$F(x) = \int_{x_0}^{x} f(t)\,dt.$$

Allora:

(a) $F$ è derivabile e $F'(x_0) = 0$.

(b) $F$ è derivabile e $F'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

(c) $F(x_0) = f(x_0)$.

(d) $F(x)$ è l'area compresa tra il grafico di $f$ e l'asse $y$ nell'intervallo $[x_0, x]$.