Calculus 1

Esercizi tutorato 1

1. Risolvere le disequazioni

(a)
$$2(x-1)^2 - 2(x-1) > 2(x+1)(x-2)$$

(b)
$$\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} > 0$$

(c)
$$\frac{x-2}{x+1} < 1$$

(d)
$$\frac{(1-x)(2x-1)}{x(3x-1)} > 0$$

(e)
$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} > 2$$

Soluzioni: (a) $S = (-\infty, 2)$; (b) $S = (1, +\infty)$; (c) $S = (-1, +\infty)$; (d) $S = (0, 1/3) \cup (1/2, 1)$; (e) $S = (-\infty, (3 - \sqrt{17})/2) \cup ((3 + \sqrt{17})/2, +\infty)$.

2. Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni.

(a)
$$\begin{cases} x^2 - 7x - 8 > 0 \\ \frac{2x+5}{x-4} < \frac{x+3}{8-2x} \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} \frac{x+4}{3} - \frac{x^2-2}{2} \ge x - 3\\ (x+\sqrt{5})^2 - 2(x-\sqrt{5}) \le 2(x^2+5) \end{cases}$$

Soluzioni: (a) S = (-13/5, -1); (b) $S = [-4, \sqrt{5} - 2] \cup [\sqrt{5}, 8/3]$.

3. Determinare il dominio delle seguenti funzioni.

(a)
$$f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{|x|+1}$$
, dove $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \ge 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$

(b)
$$g(x) = \frac{2-x}{\sqrt{1-x}+2x}$$

(c)
$$f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x^2-9}$$

(d)
$$g(x) = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{4+x}}$$

(e)
$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

Soluzioni: (a)
$$D = [2, +\infty)$$
; (b) $D = (-\infty, -(1+\sqrt{17})/2) \cup (-(1+\sqrt{17})/2, 1]$; (c) $D = (-\infty, , 3]$; (d) $D = [1, 3]$; (e) $D = \mathbb{R}$.

4. Consideriamo le curve nel piano date da

$$C_1: (y-1)^2 + (x+2)^2 = 9,$$
 $C_2: y-1 = \sqrt{9-(x+2)^2}.$

- (a) Stabilire se $C_1 = C_2$ e spiegarne il motivo.
- (b) Stabilire quali fra C_1 e C_2 rappresentano dei grafici di funzioni.
- (c) Disegnare C_1 e C_2 .