

## ESERCIZI DEL CORSO “CALCULUS I” - FOGLIO 4

INFORMATICA 22/23

Esercizi su dominio di funzioni e limiti.

1. **Esercizio.** (Frazioni) Calcolare il dominio delle seguenti funzioni.

$$(1) f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$(3) f(x) = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{3x - 2}}$$

$$(2) f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$(4) f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2 + 3}}$$

2. **Esercizio.** (Radici) Calcolare il dominio delle seguenti funzioni.

$$(1) f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$$

$$(3) f(x) = \sqrt{\log(x) + 1}$$

$$(2) f(x) = \sqrt[3]{x+1}$$

$$(4) f(x) = \sqrt{e^x - 5}$$

3. **Esercizio.** (Logaritmi) Calcolare il dominio delle seguenti funzioni.

$$(1) f(x) = \log(x+1)$$

$$(3) f(x) = 5 + \log|x+1|$$

$$(2) f(x) = x + \log(x^2 + 2)$$

$$(4) f(x) = \log(x) - (x+1)\log(x-3)$$

4. **Esercizio.** (Trigonometriche) Calcolare il dominio delle seguenti funzioni.

$$(1) f(x) = \tan(x) + \arctan(x)$$

$$(4) f(x) = \frac{\arcsin(x^2 + 1)}{\arccos(x - 1)}$$

$$(2) f(x) = \tan(3x - 2)$$

$$(5) f(x) = \arctan(x^2 + 1) \arccos(x^2 - 1)$$

$$(3) f(x) = \arcsin(x^2) + \arccos(x - 1)$$

$$(6) f(x) = \arcsin \frac{(x^2 + 1)}{x - 2}$$

5. **Esercizio.** Calcolare il dominio delle seguenti funzioni.

$$(1) f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x + 1}$$

$$(9) f(x) = \frac{\sqrt[5]{4x^3 + 1}}{2 - \log |x - 1|}$$

$$(2) f(x) = \frac{x^5 - 32}{\log(x + 1)}$$

$$(10) f(x) = e^{\arctan(x^2 + 1)}$$

$$(3) f(x) = \frac{\tan(x - 2\pi)}{\sqrt{3x - 2}}$$

$$(11) f(x) = \sqrt{\arccos(x^2 - 3)}$$

$$(4) f(x) = \frac{x + 1}{\arcsin(1 - x^7)}$$

$$(12) f(x) = \log\left(\frac{x\sqrt{x}}{x - 1}\right)$$

$$(5) f(x) = \sqrt[3]{(x + 1)\log(x - 3)}$$

$$(13) f(x) = \frac{1}{\cos x}$$

$$(6) f(x) = \log(\sqrt{\log(x) + 1})$$

$$(14) f(x) = \frac{2x}{\ln(1 + e^{-x})}$$

$$(7) f(x) = \frac{\arcsin(5x^2 + 1)}{\sqrt{e^x + 1}}$$

$$(15) f(x) = \cos(\arcsin x)$$

$$(8) f(x) = \log(\arcsin(e^x))$$

$$(16) f(x) = \log \frac{1}{|1 - x^4|}$$

6. **Esercizio.** (Forme determinate) Risolvere i seguenti limiti

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x - 1)^2}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\arctan x}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1}{\cos x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow +\infty} x 2^x$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow -\infty} \arcsin \frac{1}{1 - x^2}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 1}{x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + e^{-x})$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + x^2}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\tan(x))^x$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + x^2}$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \tan(x)$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow +0^+} \frac{\log(x)}{\sqrt{3x}}$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x-1}}$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+7} \log x$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+3} \log x$$

7. **Esercizio.** (Limite destro e sinistro). Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

( $0^+$  sta per limite da destra,  $0^-$  da sinistra) per le funzioni :

$$(1) f(x) = \frac{1}{x}$$

$$(3) f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

$$(2) f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$(4) f(x) = e^{(x^{-2})}$$

e per ogni funzione, dire se esiste il limite in zero:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . Calcolare anche i limiti a  $-\infty$  e  $+\infty$ .

8. **Esercizio.** (Polinomi e frazioni). Calcolare i limiti ai punti di accumulazione esterni al dominio delle seguenti funzioni

$$(1) f(x) = x + 1$$

$$(5) f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$(2) f(x) = x^2 - 1$$

$$(6) f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$(3) f(x) = x^7 + 4x^4 - x^3 + 7$$

$$(7) f(x) = \frac{x^2-1}{x-2}$$

$$(4) f(x) = x^6 + 3x^5 + 3x^3 - 1$$

$$(8) f(x) = \frac{x+1}{x^2-2}$$

9. **Esercizio.** (Forme indeterminate) Risolvere i seguenti limiti

$$(1) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 + x^3 - x$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - x^3 - x) e^{-x^2}$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{x}{3x^2 + 1}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^7 - 15x^3}{3x^7 - 2x + 1}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow +3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 3x^2 + 3x + 1}{2x^2 - x}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x-1} - \sqrt{x-2}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \log(2x) - \log(x-1)$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{(2+x)} - e^x$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{(x-1)} - e^x$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\left(\frac{x+7}{x-1}\right)}$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x-1}\right)^{x^2-1}$$