

27/9/24

1. Dimostrare che le seguenti due implicazioni sono vere per ogni linguaggio L

a \circ ϵ appartiene a L implica ϵ appartiene a L^+

b \circ ϵ appartiene a L^+ implica ϵ appartiene a L

2. Sia A l'alfabeto $\{0,1,b,B,L\}$ e Bin il linguaggio su A così definito:

$$\text{Bin} = \{ "0" \} \cdot \{ \{ "b" \} \cup \{ "B" \} \} \cdot \{ \{ "0" \} \cup \{ "1" \} \}^+ \cdot \{ \{ \epsilon \} \cup \{ "L" \} \}$$

Indicare quali delle seguenti stringhe appartengono a Bin :

- \circ ϵ (stringa vuota)
- \circ $"0L"$
- \circ $"0BL"$
- \circ $"0B01L"$
- \circ $"0B01"$
- \circ $"0b01"$

3. Dimostrare l'identità $L^+ = L^{**}$ per ogni linguaggio L .

Esercizio 1

a) Definizione di $L^+ = \bigcup_{m > 0} L^m$

Ricordiamo che $L^0 = \{ \epsilon \}$ $L^{m+1} = L \cdot L^m$

$$L^m = \underbrace{L \cdot L \cdot L \cdot \dots \cdot L}_{m \text{ volte}}$$

Ipotesi: $\epsilon \in L$ l'elemento di unione è L

Per definizione $L^1 \subseteq L^+$ e sappiamo che $L^1 = L$

$$\text{Quindi: } L^1 = L \cdot L^0 = L \cdot \{ \epsilon \} = L$$

Quindi $L \subseteq L^+$ e se ϵ appartiene a L allora ϵ appartiene a L^+

b) Se ϵ appartiene a L^+ per definizione di L^+ e di unione esiste $m > 0$ tale che ϵ appartiene a L^m , quindi per definizione di L^m , ϵ appartiene a $L \cdot L^{m-1}$.

PER DEFINIZIONE DI CONCATENAZIONE DI LINGUAGGI, ESISTE
 $m \in \mathbb{N}$ tale che $m \cdot v \in L$ per ogni $v \in V$ tale che $m \cdot v \in \{ \}$, quindi
 $\text{length}(m) + \text{length}(v) = \text{length}(m \cdot v) = \text{length}(\epsilon) = 0$.
 DATO CHE $\text{length}(m), \text{length}(v) \geq 0$ SI HA $\text{length}(m) = \text{length}(v) = 0$ E QUINDI $m = \epsilon \in L$

ESERCIZIO 2

IL VINCULO BIN HA SEI REGOLE DI SINTASSI, OVVERO:

- DEVE INIZIARE CON 0
- DEVE ESSERE "b" o "B"
- DEVE ESSERE 01 o QUALUNQUE LORO COMBINAZIONE
- INFINE DEVE ESSERE "f" o "F"

QUINDI, SOTTO LE ULTIME 3 SINGOLE APPARENZE AL POSTO BIN

ESERCIZIO 3

$$L^* \subseteq L^{**} \Rightarrow L^{**} = (L^*)^* = \bigcup_{n \geq 0} (L^*)^n \Rightarrow$$

$$(L^*)^1 \subseteq (L^*)^*$$

"

L^*

PER DEFINIZIONE ABBIAMO ALTERNATIVAMENTE QUESTA SCRITTURA

$$- L^{**} \subseteq L^*$$

$$A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$$

$$\text{SIA } \mu \in L^{**}, \text{ SE } \mu = \{ \quad \} \in L^*$$

$$\text{SE } \text{LENGTH}(\mu) > 0 \Rightarrow \exists m > 0 \quad \mu \in (L^*)^m \Rightarrow$$

$$\mu = \mu_1 \dots \mu_m \quad \text{con } \mu_1 \in L^*, \mu_m \in L^* \Rightarrow$$

$$\mu_1 \in L^{k_1} \dots, \mu_m \in L^{k_m} \quad \text{con } k_1, k_m \geq 0 \quad \text{QUESTA IMPRIMA}$$

$$\text{CHE LA NOSTRA STRUTTURA} \quad \mu_1^{k_1} \dots \mu_m^{k_m} \in L^{k_1 + k_2 + \dots + k_m} \Rightarrow$$

$$\mu = \bigcup_1^{k_1} \dots \bigcup_m^{k_m} \in L^*$$

$$L^{m_1} \cdot L^{m_2} = L^{m_1 + m_2}$$

1. Definire le espressioni regolari per i seguenti linguaggi:

- targhe automobilistiche italiane:** due lettere maiuscole, seguite da tre cifre decimali, seguite da altre due lettere maiuscole.
- numeri in base 16:** iniziano con 0, seguito da x oppure X, seguito da una o più cifre esadecimali (ossia le cifre decimali e le lettere minuscole o maiuscole da a a f);
- numeri in base 10 in formato normale o lungo:** iniziano con 0 solo se significativo, altrimenti iniziano con una cifra decimale diversa da 0 seguita da zero o più cifre decimali; opzionalmente terminano con lettera elle maiuscola o minuscola.

2. Stabilire quali stringhe appartengono al linguaggio definito da $\backslash d^+([eE][\rightarrow?d^+)?$ motivando le risposte:

- 0e+
- 000e+00
- 000

3. Stabilire quali stringhe appartengono al linguaggio definito da $[a-zA-Z_](\backslash.?\w)^*$ motivando le risposte:

- ab.0023
- ab.-0023
- ab.

1) TANCHE AUTOMOBILISTICHE NAZIONALE

$A(B|...|Z)$ oppure $[A-Z] \Rightarrow$ intervallo di punti, i codici che cominciano con A e finiscono con Z

A indica il limite di lunghezza 1 e stringa A

Quindi la scrittura per indicare le tanche è la seguente:

$[A-Z] \cdot [A-Z] \cdot [0-9] \cdot [0-9] \cdot [0-9] \cdot [A-Z] \cdot [A-Z]$

$[A-Z] \cdot \{2\} =$ modo per abbreviare

$[A-Z]\{2\} \cdot [0-9] \cdot \{3\} \cdot [A-Z]\{2\} =$ metodo abbreviato

2) NUMERI IN BASE 16

$\emptyset(x | X)$

\Downarrow ABBREVIAZIONE

$\in M(n)/COLA$

b

$\emptyset.[xX].[0-9A-Fa-f]^+$

\uparrow

\uparrow

= CONCATENAZIONE

USIAMO L'OPERATORE "+" PERCHÉ IL TESTO SPECIFICA CON
"UNA O PIÙ" SE INVECE CI FOSSE STATO SCritto "DA O PIÙ" AVREMO
USATO "~"

3) NUMERI IN BASE 10 IN FORMATO NORMALE O LUNGO.

$\emptyset | [1-9][0-9]^*$

\uparrow

UNIONE

ESERCIZIO 2

- 1) NON APPARTIENE: PERCHÉ MARCA USA CIFRA DOPO IL +
- 2) APPARTIENE
- 3) APPARTIENE

ESERCIZIO 3

- 1) APPARTIENE
- 2) NO PERCHÉ IL PUNTO DEVE ESSERE SEGUITO DA UN CARATTERE
- 3) MARCA UN CARATTERE DOPO IL PUNTO