

Calculus 1 Prova scritta del 9 gennaio 2023

1. Consideriamo la funzione f definita da $f(x) = xe^{-x^2}$
- (a) Determinare $\text{dom } f$, calcolare i limiti di f agli estremi di $\text{dom } f$, studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
 - (b) Calcolare la derivata di f e determinare eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi e eventuali punti di non derivabilità.
 - (c) Studiare la concavità / convessità di f e determinare gli eventuali punti di flesso.
 - (d) Determinare l'immagine di f e disegnare un grafico qualitativo di f . Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra il grafico di f e l'asse delle ascisse, nell'intervallo $[0, 1]$

2. Calcolare i seguenti integrali definiti: $\int_0^\pi x \sin(x) \, dx$, $\int_{-1}^0 \frac{x+2}{x+3} \, dx$

3. Per $a > 0$, sia $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} a \cos(x) + \sin(x) & \text{se } x \geq 0, \\ \frac{\sin(x) + a - a \cos(x)}{x} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è continua.
- (b) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è derivabile.

Calculus 1 Prova scritta del 9 gennaio 2023

1. Consideriamo la funzione f definita da $f(x) = xe^{-x^2}$
- (a) Determinare $\text{dom } f$, calcolare i limiti di f agli estremi di $\text{dom } f$, studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
 - (b) Calcolare la derivata di f e determinare eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi e eventuali punti di non derivabilità.
 - (c) Studiare la concavità / convessità di f e determinare gli eventuali punti di flesso.
 - (d) Determinare l'immagine di f e disegnare un grafico qualitativo di f . Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra il grafico di f e l'asse delle ascisse, nell'intervallo $[0, 1]$

2. Calcolare i seguenti integrali definiti: $\int_0^\pi x \sin(x) \, dx$, $\int_{-1}^0 \frac{x+2}{x+3} \, dx$

3. Per $a > 0$, sia $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} a \cos(x) + \sin(x) & \text{se } x \geq 0, \\ \frac{\sin(x) + a - a \cos(x)}{x} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è continua.
- (b) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è derivabile.