

IL TEOREMA DI BAYES CI PERMETTE DI CALCOLARE LA PROBABILITÀ DI UN EVENTO A SAPENDO CHE È ACCADUTO UN ALTO EVENTO B.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \left. \right\} \text{FORMULA GENERICA}$$

$P(B|A)$ = probabilità che accada B SE A È VERO

$P(A)$ = probabilità INIZIALE di A

$P(B)$ = probabilità che accada B

QUESTO TEOREMA È MOLTO IMPORTANTE PERCHE' CI PERMETTE DI FAR PREVISIONI MIGLIORI MENO MENO CHE RACCOLGONO PIÙ DATI.

ESEMPIO (TEMA D'ESAME, TIPICAMENTE 3.2)

HAI DUE MONETE UGUALI A E B. LA PROBABILITÀ DI TESTA PER A È $1/2$, PER B È $1/10$. QUAI È LA PROBABILITÀ DI OTTENERE TESTA LANCIANO UNA MONETA A CASO?

$$P(T_1) = \text{probabilità di ottenere testa lanciando A caso} = P(T_1|A) \cdot P(A) + P(T_1|B) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{5+1}{20} = \frac{6}{20} = \boxed{\frac{3}{10}}$$

$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ OVVERO LA PROBABILITÀ DI PEGGIORE A O B.

ESEMPIO NOTE PAGINE 18

SE UNA PERSONA HA UNA MALARIA IL TEST RISULTA POSITIVO IL 95%. DALLE VOLTE, QUINDI $P(\text{positivo} | \text{malaria}) = 0,95$

SE UNA PERSONA NON HA MALARIA, IL TEST RISULTA NEGATIVO IL 99%. DALLE VOLTE, QUINDI $P(\text{negativo} | \text{sano}) = 0,99$

SE UNA PERSONA È SANA, IL TEST RISULTA POSITIVO IL 1%. DALLE VOLTE QUINDI $P(\text{positivo} | \text{sano}) = 0,1$
SOLI CO 0,2%. SENZA PAROLEGGIARE A QUESTA MALARIA, QUINDI $P(\text{malaria}) = 0,002$

SOBBIETTO CALCOLARE $P(\text{malaria} | \text{positivo})$

$$P(\text{malaria} | \text{positivo}) = \frac{P(\text{positivo} | \text{malaria}) \cdot P(\text{malaria})}{P(\text{positivo})} = \frac{0,95 \cdot 0,002}{0,00198} \approx 18\%$$

$$P(\text{positivo}) = P(\text{positivo} | \text{malaria}) \cdot P(\text{malaria}) + P(\text{positivo} | \text{sano}) \cdot P(\text{sano}) = 0,0188$$

LOGARITMICAMENTE
0,98

ESEMPI CON LA CANNA

Ci sono 3 canne A, B e C. La canna A è rossa sul lato 1 e sul lato 2, la canna B rossa sul lato 1 e bianca sul lato 2, la canna C è bianca sul lato 1 e nera sul lato 2. Ponendo su un tavolo una canna, la canna A casca, ottenendo che il lato visibile è di colore rosso. Quale è la probabilità che anche il lato non visibile sia rosso?

Ogni canna ha 2 lati, quindi, poniamo che abbiano 6 possibili modi di pescare una canna e poniamo che le probabilità di pescare una canna siano uguali. Allora la probabilità che la canna A sia rossa ma solo 2 di pescare nella seconda volta una canna rossa è $\frac{2}{3}$.

$$P(A \mid \text{rosso}) = \frac{P(\text{rosso} \mid A) \cdot P(A)}{P(\text{rosso})} = \frac{2}{3}$$

$P(\text{rosso} \mid A) = 1$ perché se ho pescato una canna A ed è rossa, qual è la probabilità che il lato non visibile sia rosso?

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{rosso}) = \text{SIMILARE AL CASO DELLE MONETE} = P(\text{rosso} \mid A) \cdot P(A) + P(\text{rosso} \mid B) \cdot P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{rosso} \mid A) = \frac{1}{3}$$

EVENTI INDEPENDENTI

Due eventi sono indipendenti se la realizzazione di uno non modifica la probabilità dell'altro.