ESERCIZI DEL CORSO "CALCULUS I" - FOGLIO 7

INFORMATICA 20/21

Es 1. Calcolate la derivate delle seguenti funzioni.

a) $e^x x^2 + \sin x$

b) $2\cos(3x) - \log x$

c) $\dfrac{\tan x}{x^2+1}$

d) $\log(x^3 - \sqrt{x})$

e) $\dfrac{\sqrt[3]{x} - 2^x}{\arctan x}$

f) $\sin(e^{3x-3})$

g) $\dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^4 + \log_3 x}$

h) $4^{x/2} - \log_4(3x)$

i) $x^\pi \arcsin(3x)$

j) $\pi^x \arccos(2x)$

k) $\left(\dfrac{1}{\tan x}\right)^2$

l) $\arctan x + \arctan \dfrac{1}{x}$

m) $\sqrt[4]{\log x^2 + 5x + 1}$

n) $\dfrac{e^{3x} - x}{x^2 + 2^x}$

o) $\cos \log \sqrt{x}$

p) $\log \dfrac{\sin x}{e^x}$

q) $\dfrac{\cos e^x}{\sqrt[22]{x}}$

r) $x \log x^4 - 3\ 2^{3x-7}$

s) $(x+2)^x$

t) $(\sin x)^{\cos x}$

u) $(\log \log x)^2$

(Suggerimento per gli esercizi (u) e (v): usare la relazione $f(x)^{g(x)} = e^{g(x)\log f(x)}$).

Es 2. Calcolate la retta tangente al grafico di $f(x)$ nel punto $P_0 = (x_0, f(x_0))$ (potete disegnare il grafico della funzione e della retta usando Desmos).

a) $f(x) = 2x^2 - x + 1 \qquad x_0 = -1$

b) $f(x) = \arctan x \qquad x_0 = 0$

c) $f(x) = xe^x \qquad x_0 = -1$

d) $f(x) = \log x \qquad x_0 = 1$

e) $f(x) = \arccos x \qquad x_0 = 0$

f) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2} \qquad x_0 = -2$

Es 3. Determinate gli intervalli di monotonia delle seguenti funzioni studiando il segno della derivata prima (potete confrontare il risultato con il grafico della funzione ottenuto usando Desmos).

a) $2x^3 - 9x^2 + 12x - 1$

b) $\dfrac{x+1}{x-3}$

c) $\dfrac{x}{x^2+1}$

d) $xe^{\frac{8}{x}}$

e) $\sqrt{x^2 - 2x}$

f) $\sqrt[3]{x^2 + x - 2}$

g) $\log \dfrac{x}{x-2}$

h) $\cos x - \sin x$

i) $\sin x - \dfrac{x}{2}$

Es 4. Studiate il grafico delle seguenti funzioni

a) $f(x) = x - 2\sin x$

b) $f(x) = \ln x - \arctan x$

c) $f(x) = e^{2x} - e^{3x}$

d) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$

e) $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{x}$

f) $f(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$

g) $f(x) = \log(x^2 - 3x + 2)$

h) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$

Es 5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{1-x}$$

a) trovate il dominio A e i limiti agli estremi di A. Studiate la derivata individuando eventuali massimi e minimi relativi. Disegnate il grafico.

b) Stabilite se f è crescente nell'intervallo $[\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, +\infty)$.

c) Stabilite se la funzione f ristretta all'intervallo $[2, +\infty)$ sia invertibile. In caso positivo determinate dominio e immagine della sua inversa disegnandone il grafico.