

DEFINIZIONE: UN ORDINE TOPOLOGICO SU UN GRAFO ORIENTATO Aciclico $G=(V,E)$ E' UN ORDINE TOTALE (simbolo) \leftarrow SU

V TALE CHE, PER OGNI $u, v \in V$: $(u,v) \in E \Rightarrow u < v$

NOTA: POSSONO ESISTERE DIVERSI ORDINI TOPOLOGICI PER LO STESSO GRAFO

DEFINIZIONE: IN UN GRAFO ORIENTATO DEFINIAMO UN NODO SORLENTE SE NON HA ALCUNI ENTRANTI, MENTRE PIZZO SE NON HA ALCUNI USCENTI.

IN UN DAG ESISTONO SEMPRE ALMENO UN PIZZO E UN NODO SORLENTE. DI CONSEGUENZA ESISTERA' SEMPRE UN ORDINE TOPOLOGICO, INFATTI ESISTE SEMPRE UN NODO SORLENTE, ELIMINANDO QUESTO DAL GRAFO CON TUTTI I SUOI NODI USCENTI ESISTE SEMPRE UN NODO SORLENTE NEL GRAFO RESTANTE.

PER EVITARE DI MODIFICARE IL GRAFO E TROVARE IN TEMPO COSTANTE A OGNI PASSO UN NODO SORLENTE, POSSIAMO MEMORIZZARE PER OGNI NODO IL SUO INDEGREE. INVECE DI AUMENTARE UN ARCO (u,v) SI DECREMENTA IL VALORE INDEGREE PER IL NODO v .

QUANDO INDEGREE = 0 TALE NODO SI INSERISCE IN UN INSIEME DI NODI SORLENTI DA CUI SI ESTRAE OGNI VOLTA IL NODO SUCCESSIVO DA INSIEME NELL'ORDINE TOPOLOGICO.

$$\text{INDEGREE} = \text{MAGGIORI ENTRANTI}$$

ALGORITMO:

TOPOLOGICAL SORT (G)

S = INSIEME VUOTO

QND = SEQUENZA VUOTA

FOR EACH (M NODO IN G) INDEGREE[M] = INDEGREE DI M // M PASSI

FOR EACH (M NODO IN G) IF (INDEGREE[M] = 0) S. ADD (M) // M PASSI

WHILE (S NON VUOTO) // IN TUTTI M PASSI

$M = S. REMOVE()$

$QND. ADD (M)$ // AGGIUNGE IN FONDO

FOR EACH ((M,V) ARCO IN G)

INDEGREE[V] --

IF (INDEGREE[V] = 0) S. ADD (V)

RETURN QND

COMPLESSITA': $O(M + N)$

IN SEGUITO UN ALGORITMO DI VISITA PROFONDA MA CHE TIENE CONTO DEL TEMPO IMPIEGATO:

DFS (G) FUNZIONE DI SUPPORTO

FOR EACH (M NODO IN G) MARCA M COME BIANCO; PARENT[M] = NULL

TIME = 0

FOR EACH (M NODO IN G) IF (M BIANCO) DFS (G, M)

DFS(G, u, τ)

TIME ++; START[u] = TIME

VISITA u ;

FOR EACH ((u, v) IN G)

IF (v BLANCO)

PARENT[v] = u

DFS(G, v)

TIME ++; END[u] = TIME

↓

SPERANZA DA DARE ALGORITMO: È UN ORDINE TOPLOG SU V TALE CHE, PER OGNI COPPIA DI NODI $u \in V$, SE NEL GRADO ESISTE UN ARCO CHE VA DA u A v ($(u, v) \in E$) ALLORA NELL'ORDINAMENTO TOPLOGICO u DEVE COMPARE NECESSARIAMENTE PRIMA DI v .