

Calculus 1

Esercizi tutorato 5

1. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^{2023} + x^{2022} + 2^x$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x^{-2}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \log |x| e^x \cos x$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \log |\sin x|$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(\log |x|)$

(g) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \tan(\pi x) \sin(\pi x)$

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} + \cos x$

Soluzioni: (a) $+\infty$; (b) $-\infty$; (c) $+\infty$; (d) $-\infty$; (e) $-\infty$; (f) $\nexists \lim$; (g) $-\infty$; (h) $\nexists \lim$.

2. Calcolare i limiti agli estremi del dominio delle seguenti funzioni.

• $f(x) = x^3 + 2x^2 + e^x$

• $g(x) = \cos\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$

• $h(x) = \sqrt{1 - 2 \ln x}$

• $p(x) = |1 - x|$

• $q(x) = \arctan(\log x)$

• $r(x) = \ln(1 + \cos x)$

• $s(x) = (2 + x)^{(1-x^2)}$

Soluzioni: $f(-\infty) = -\infty$, $f(+\infty) = +\infty$; $g(-\infty) = g(+\infty) = 1$; $h(0^+) = +\infty$, $h(\sqrt{e}) = 0$; $p(-\infty) = p(+\infty) = +\infty$; $q(0^+) = -\pi/2$, $q(+\infty) = \pi/2$; $r(\pi + 2k\pi) = -\infty$; $s((-2)^+) = +\infty$, $s(+\infty) = 0$.

3. Scrivere due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ che abbiano i seguenti limiti.

• $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

• $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty$

4. Verificare, usando la definizione, che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x - 1|} = +\infty.$$