

## ESERCIZI DEL CORSO “CALCULUS I” - FOGLIO 2

INFORMATICA 22/23

Esercizi da fare usando gli strumenti disponibili dopo le prime 4 lezioni: Composizione di funzioni. Funzione inversa e suo grafico; funzioni monotone e strettamente monotone; invertibilit  di funzioni strettamente monotone; somma di funzioni monotone. Monotonia di prodotto di funzioni; trasformazioni (traslazioni, dilatazioni, simmetrie); funzioni pari e funzioni dispari. Funzioni elementari: potenza intera positiva, polinomi, potenza intera negativa.

1. **Esercizio.** Calcolare il dominio di ciascuna funzione, disegnare il grafico, e per ogni coppia di funzioni  $f$  e  $g$  calcolare  $f \circ g$  e  $g \circ f$  specificando il dominio.

$$f(x) = (x + 1)^2$$

$$g(x) = x$$

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0 \\ 1/x & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

$$f(x) = \frac{1}{x + 1}$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

2. **Esercizio.** Per ciascuna delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 0 \\ x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x = 0 \\ 1/x & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x < 1 \\ -1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

- a) dire dove monotone e dove strettamente monotone
- b) dire se sono iniettive e/o surgettive
- c) dire se sono pari, se sono dispari
- d) dire se sono invertibili e nel caso scrivere la funzione inversa

3. **Esercizio.** Per ciascuna delle seguenti funzioni quadratiche dire di quale dilatazione e di quale traslazione della funzione  $f(x) = x^2$  si tratta:

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(x) = 2x^2 + x - 1$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

$$f(x) = -x^2 + 2$$

4. **Esercizio.** Per ciascuna delle seguenti funzioni:

$$1) f(x) = x^3 - x$$

$$4) f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$2) f(x) = x^2 + 2x$$

$$5) f(x) = \frac{3}{2+x^2}$$

$$3) f(x) = x^8 + 2x^4 - 1$$

$$6) f(x) = \frac{1}{x^5}$$

- a) determinare il dominio
- b) dire se è pari e dire se è dispari
- c) esprimerla come composizione di due o più funzioni

5. **Esercizio.** Discutere, al variare dei valori di  $a, b, c \in \mathbb{R}$  il dominio, iniettività e surgettività, monotonia e esistenza dell'inversa della funzione

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$