

COGNOME:
NOME:
MATRICOLA:

Calculus 1
21 giugno 2023

1. Sia data la funzione f definita da

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x-2}$$

- (a) Calcolare il dominio, i limiti agli estremi del dominio e determinare il segno e gli asintoti orizzontali e/o verticali di f .
- (b) Calcolare la derivata prima e determinare eventuali massimi e/o minimi assoluti e/o relativi di f .
- (c) Determinare l'immagine di f e tracciare un grafico qualitativo di f .
- (d) Calcolare la funzione g data da $g(x) = f(x)f(-x)$ e dimostrare che g è pari.
- (e) Determinare il dominio di g e, se esiste, un prolungamento per continuità di g in $x = 0$.

2. (a) Data la funzione u definita da

$$u(x) = \ln^2(x) + \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$$

si trovino tutte le primitive di u che valgono 2 in $x = 1$.

- (b) Calcolare

$$\int_1^2 \frac{x}{x^2 - 2x - 3} dx.$$

3. Per $\alpha, \beta > 0$, si consideri la funzione h definita da

$$h(x) = \begin{cases} \arctan(\ln(1 - \alpha x)) & \text{se } x < 0 \\ e^{\alpha x} - x - \beta & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali α, β , se esistono, h è continua su \mathbb{R} .
- (b) Stabilire per quali α, β , se esistono, h è derivabile su \mathbb{R} .