1)

$$f(x) = \frac{|1+x|}{e^x}$$

Dom $= \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to -\infty} = \frac{\infty}{0} = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} = \frac{\infty}{\infty} = 0 \qquad \text{A.O} \quad \mathbb{R}$$

$+\infty$

b)

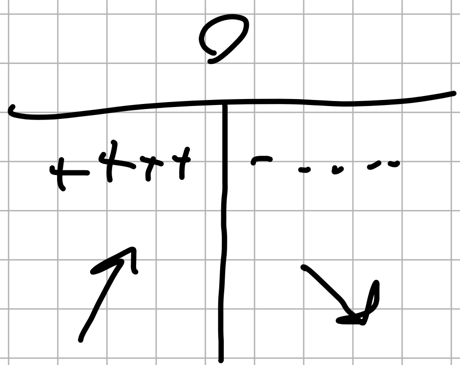
$$\frac{1 \cdot e^x - (1+x) \cdot e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x - (e^x + xe^x)}{e^{2x}}$$

$$\frac{e^x - e^x - xe^x}{e^{2x}} = -\frac{xe^x}{e^{2x}} = -\frac{x}{e^x}$$

c) $\dfrac{-x}{e^x} > 0$

$-x > 0 \Rightarrow x < 0$

$e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$



0 E' UN PUNTO DI MASSIMO RELATIVO

$f(x) > 0 = |1+x| > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

INTERSEZIONE ASSE X

$$y = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \qquad (-1, 0)$$

$$|1 + x| = 0$$

$$\Downarrow$$

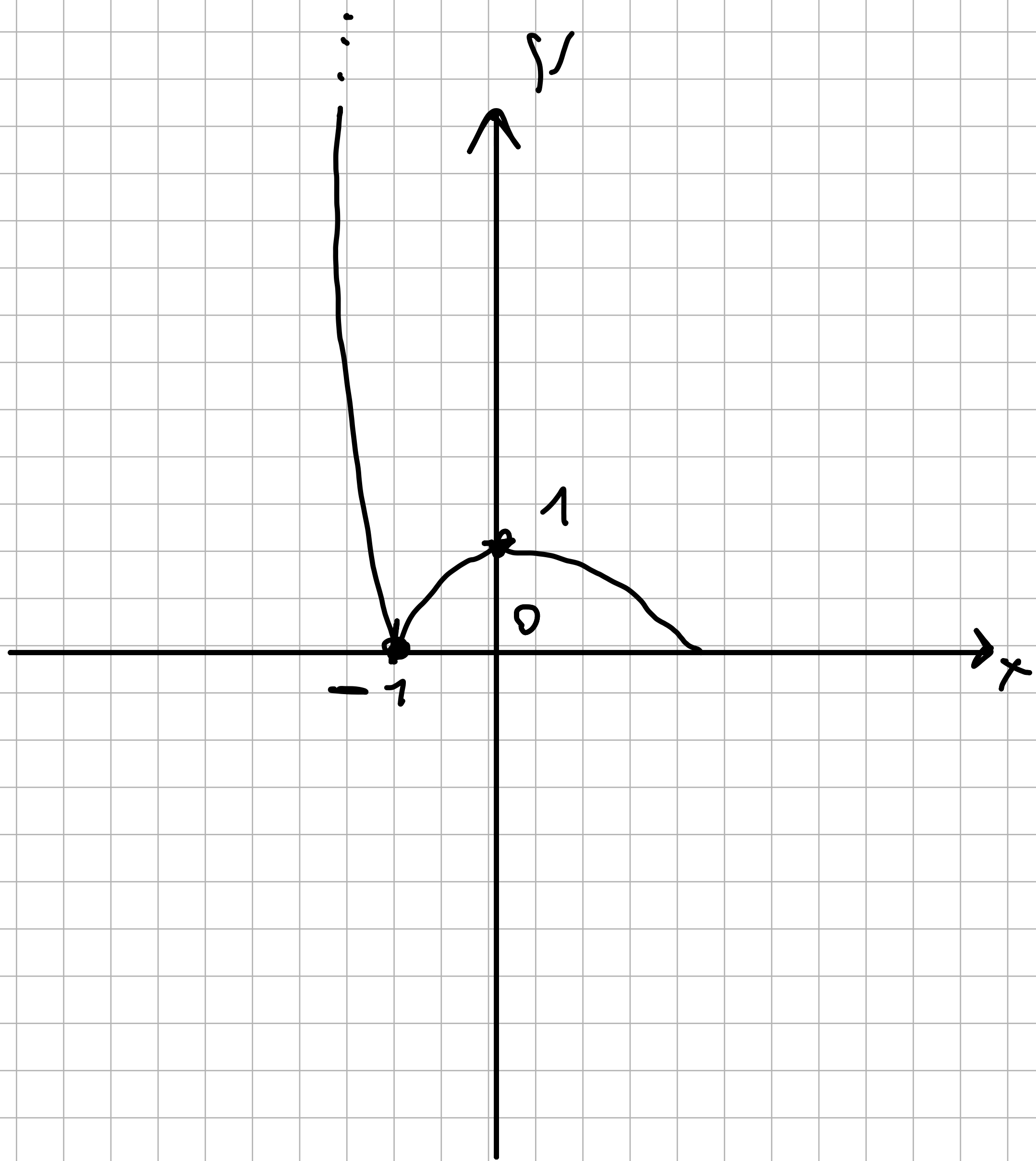
$$x = -1$$

$$e^x = 0 \quad \nexists$$

INTERSEZIONE ASSE Y

$$x = 0 \Rightarrow \frac{|1+0|}{e^0} = 1$$

$$(0, 1)$$



d) $g(x) = \dfrac{1}{f(x)} = \dfrac{1}{\frac{|1+x|}{e^x}} = \dfrac{e^x}{|1+x|}$

$\lim\limits_{x \to -1^-} = +\infty$

$$\lim_{x \to -1^+} = +\infty$$

LA FUNZIONE E' DERIVABILE NEL PUNTO -1

PER CONTINUITA'.

$$\mathrm{Dom}(g) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

ASINTOTO VERTICALE IN -1

$$\lim_{x \to -\infty} = 0 \qquad \text{A.O.}$$

$$\lim_{x \to +\infty} = +\infty$$

$$\frac{e^x \cdot (1+x) - e^x \cdot 1}{(1+x)^2} =$$

$$= \frac{\cancel{e^x} + xe^x - \cancel{e^x}}{(1+x)^2} = \frac{xe^x}{(1+x)^2}$$

$$x \geq 0$$

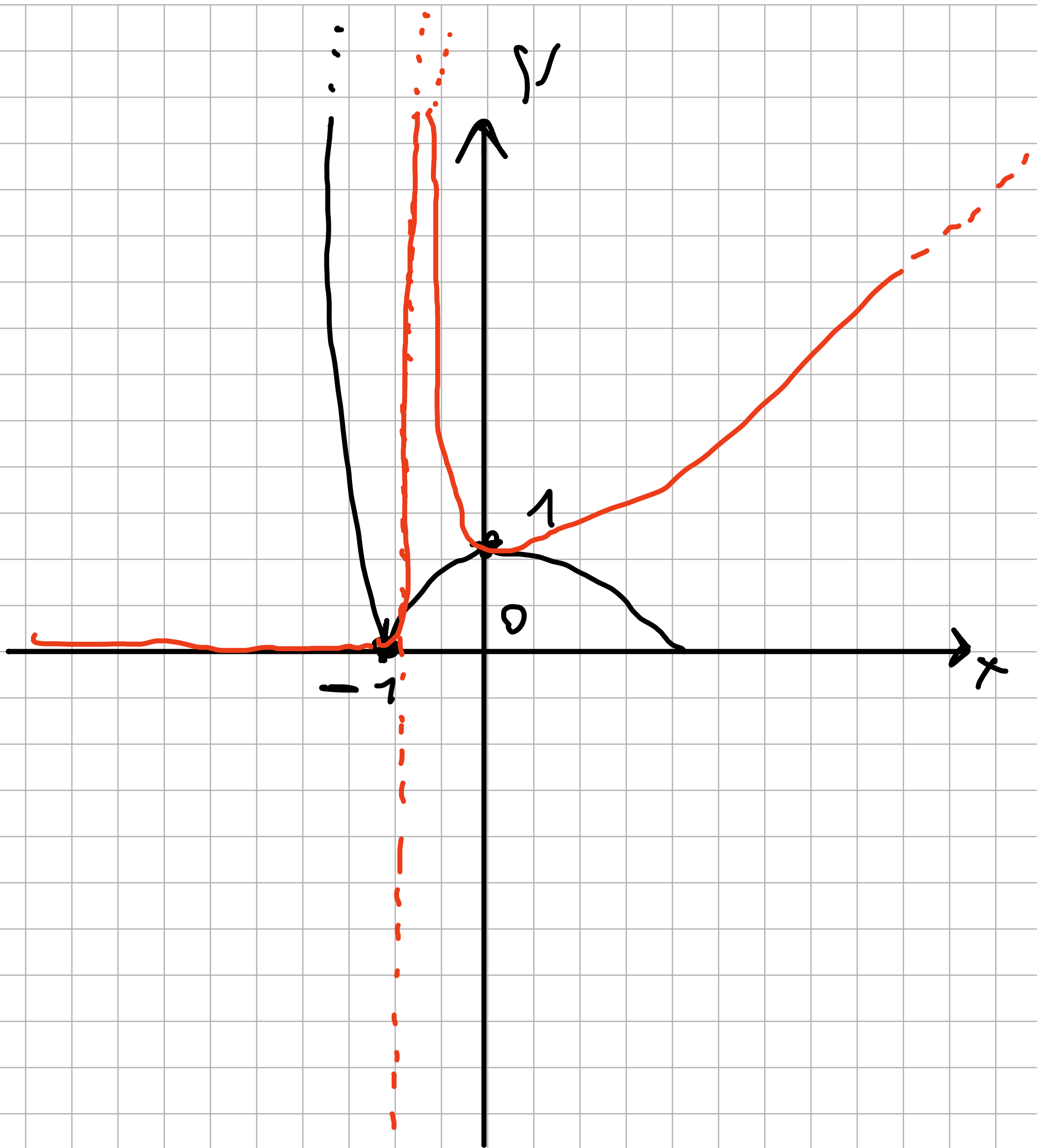
$$e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(1+x)^2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

	0	
$- - - -$		$+ + + + +$

INTERSEZIONI ASSE X $\nexists$

INTERSEZIONI ASSE Y $(0, 1)$



Esercizio 2

a) $$F(x) = \int_0^x \ln|1+t^2|\, dt$$

$$\int \ln|1+t^2|\, dt$$

$$\int \ln|1+t^2| \cdot 1$$

ORA INTEGRIAMO PER PARTI

$f(t) = \ln|1+t^2|$ $\qquad f'(t) = \frac{1}{1+t^2} \cdot 2t$

$g(t) = t$ $\qquad g'(t) = 1$

$$\ln|1+t^2| \cdot t - \int \frac{1}{1+t^2} \cdot 2t \cdot t$$

$$\ln|1+t^2| - \int \frac{2t \cdot t}{1+t^2} = \ln|1+t^2| - 2\int \frac{t^2}{1+t^2}$$

$$2\left[\frac{t^2+1-1}{1+t^2}\right] = 2\left[\int \frac{t^2+1}{1+t^2} - \int \frac{1}{1+t^2}\right]$$

$$\int 1 - \int \frac{1}{1+t^2} \Rightarrow t - \arctan(1+t^2)$$

$$\Downarrow$$

$$\ln|1+t^2| \cdot t - 2t - 2\arctan(t) + C$$

$$\left[\ln|1+t^2| \cdot t - 2t - 2\arctan(t) + c\right]_0^1$$

AL POSTO DI X METTO 1

$$\ln|2| \cdot 1 - 2 - 2\arctan(1) - \ln|1| \cdot 0 - 0 - 0$$

$$\ln|2| - 2 - \frac{\pi}{4}$$

b) $$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{f(x)} - 1}{x^3} = +\infty$$

VISTO CHE e ELEVATO A QUALCOSA

MI DA SEMPRE RISULTATO POSITIVO

E UN NUMERO POSITIVO FRATTO 0^+

E' UGUALE A $+\infty$ IL NOSTRO LIMITE

E' $+\infty$.