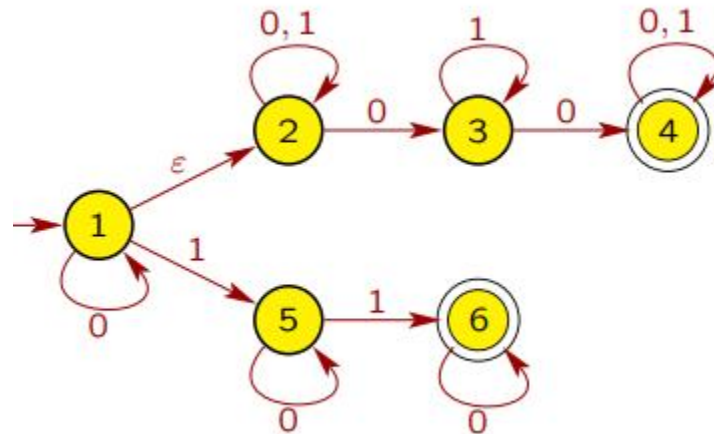


Exercise: $L = \{ w \in \Sigma^* \mid w \text{ en az iki sıfır içerir veya tam olarak iki bir içerir} \}$

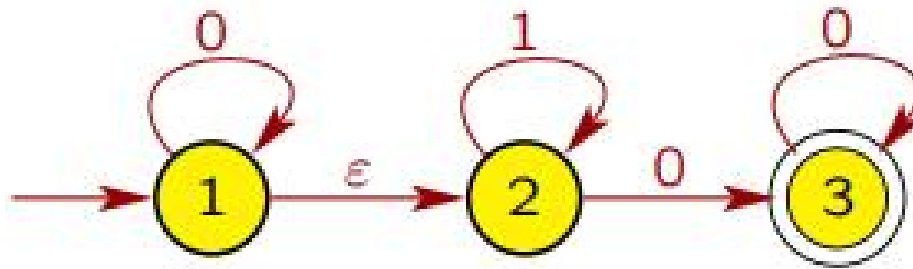
Exercise: $L = \{ w \in \Sigma^* \mid w \text{ en az iki sıfır içerir veya tam olarak iki bir içerir} \}$



Exercise: $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = 0^* 1^* 0^* 0\}$

üç durumla elde ediniz.

Exercise: $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = 0^* 1^* 0^* 0\}$
üç durumla elde ediniz.



PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
2021 BAHAR

Biçimsel Diller ve Otomata Teorisi

Formal languages and automata theory

NFA to DFA Conversion

Nondeterministic/Deterministic Finite Automata

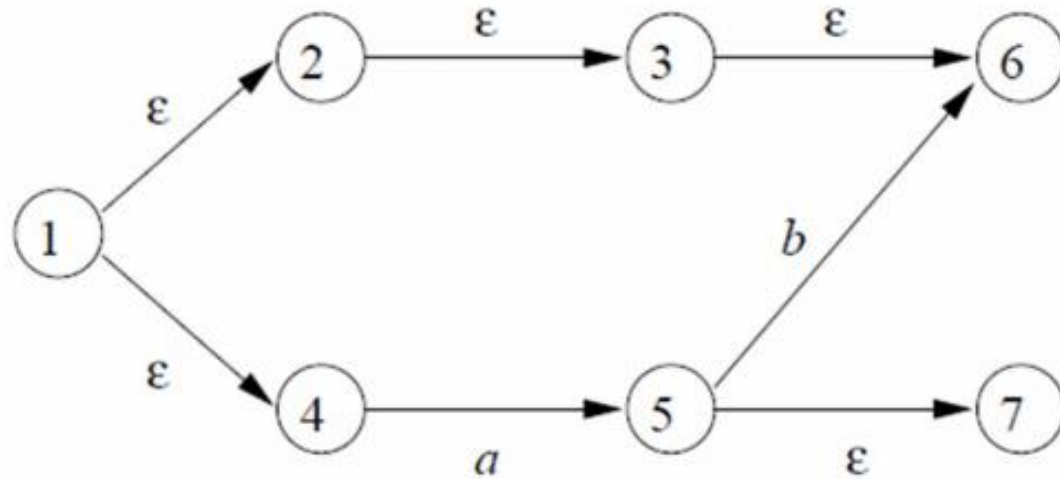
- Her NFA için bir DFA eşiti olduğu ispatlanmıştır.
- $M = (K, \Sigma, \Delta, s, F)$ bir NFA ve $M' = (K', \Sigma, \delta', s', F')$ DFA eşiti olsun.
- M toplam $\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ olmak üzere 5 duruma sahip olsun.
- M bir durumdayken, okunan bir string için $\{q_0, q_2, q_3\}$ durumlarında olabiliyorsa, M' için tek bir durum olarak $\{q_0, q_2, q_3\}$ kümesi alınır.
- NFA'da $\{q_0, q_2, q_3\}$ durumlarından bazılarına ***e-transition*** ile geçilebilir.
- M ve M' automat'larının eşit olabilmesi için,

$$w \in \Sigma^* \text{ ve } (s, w) \vdash_M^* (f, e), f \in F \text{ için}$$

$$(E(s), w) \vdash_M^* (Q, e), \quad E(s): \textit{epsilon closure}$$

öyleki Q kümesinin en az bir elemanı için $f \in F$ olmak zorundadır.

Epsilon Closure



$$E(1) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

$$E(2) = \{2, 3, 6\}$$

$$E(3) = \{3, 6\}$$

$$E(4) = \{4\}$$

$$E(5) = \{5, 7\}$$

$$E(6) = \{6\}$$

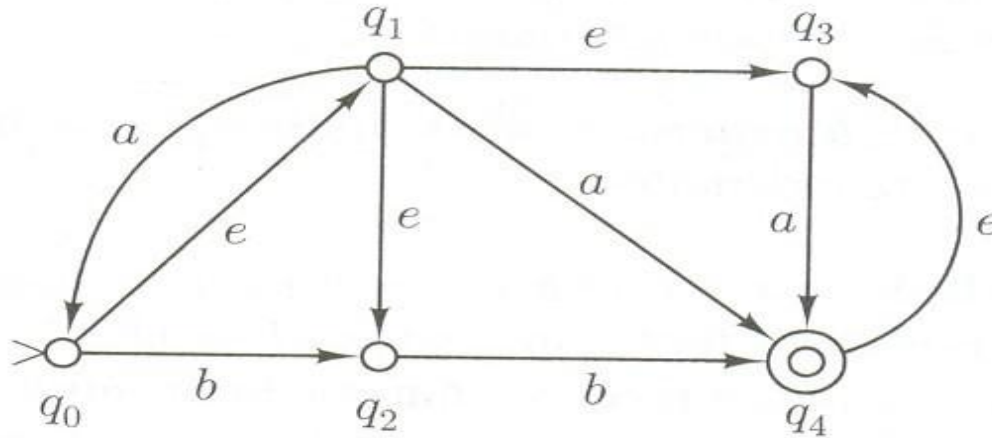
Nondeterministic/Deterministic Finite Automata


- M $\{q_0, q_2, q_3\}$ durumlarında iken girilen bir sembol q_0 'ı q_1 veya q_2 'ye, q_2 'yi q_0 'a ve q_3 'ü q_2 'ye götürüyorsa bir sonraki durum $\{q_0, q_1, q_2\}$ kümesi olarak alınır.
- Bu şekilde oluşturulabilecek DFA M' için en fazla $K' = 2^K$ olacaktır. K kümesinin power kümesinin tüm elemanları kullanılmayabilir.
- M' DFA'sı için final states kümesi F' , M için tanımlanmış K kümesinin altkümelerinden, **içerisinde en az bir tane final state** bulunanlardan oluşur.
- M' için transition function *e-transition*'ları da içine alan kümeyle ifade edilir.
- Bir q durumu için *e-transition* aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$E(q) = \{p \in K : (q, e) \vdash_M^* (p, e)\} \quad \forall q \in K \text{ olmak üzere}$$

Nondeterministic/Deterministic Finite Automata

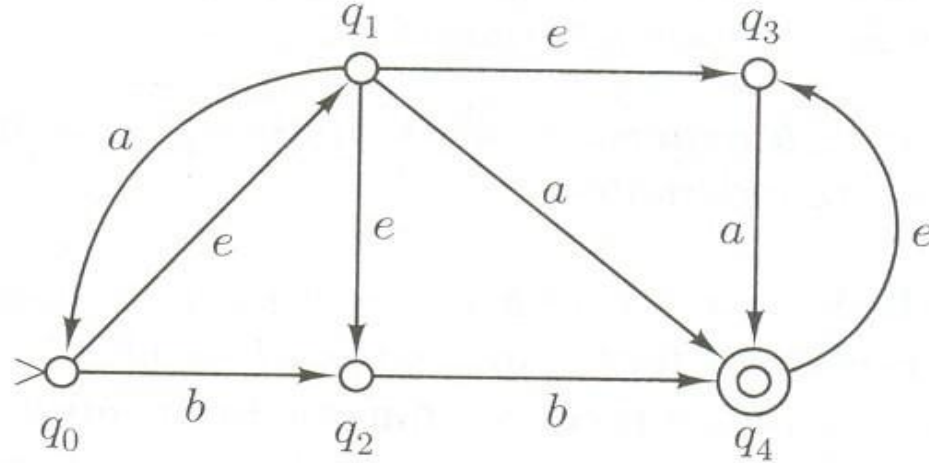
Örnek:



- Yukarıdaki NFA için $E(q_0) = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $E(q_1) = \{q_1, q_2, q_3\}$ ve $E(q_2) = \{q_2\}$ olarak bulunur. 
- $M' = (K', \Sigma, \delta', s', F')$ DFA eşitinin tanımını aşağıdaki şekilde yapılır;
 $K' \subseteq 2^K$ $s' = E(s)$
 $F' = \{Q \subseteq K : Q \cap F \neq \emptyset\}$
ve her $Q \subseteq K$ için ve her $a \in \Sigma$ için
$$\delta'(Q, a) = \bigcup \{E(p) : p \in K \text{ ve } (q, a, p) \in \Delta \text{ bazı } q \in Q \text{ için}\}$$

Nondeterministic/Deterministic Finite Automata

Örnek: (Devam)



- $\delta'(Q, a)$ geçişi, a girişi için gidilen durumların ve bu durumlarda e -transition 'larla gidilen durumlara geçişlerin tümünü ifade eder.
- $s' = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ olarak elde edilir.
- q_1 durumundayken a girişi için q_0 veya q_4 'e geçilebilir. Böylece $\delta'(q_1, a) = E(q_0) \cup E(q_4) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ olur.

Nondeterministic/Deterministic Finite Automata

Örnek: (Devam)

- M , 5 duruma sahiptir böylece

M' en fazla $2^5 = 32$ duruma sahip olur.

- 32 durumdan sadece herhangi bir girişle s' durumundan ulaşılabilenler (reachable states) alınır.

- $s' = E(q_0) = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

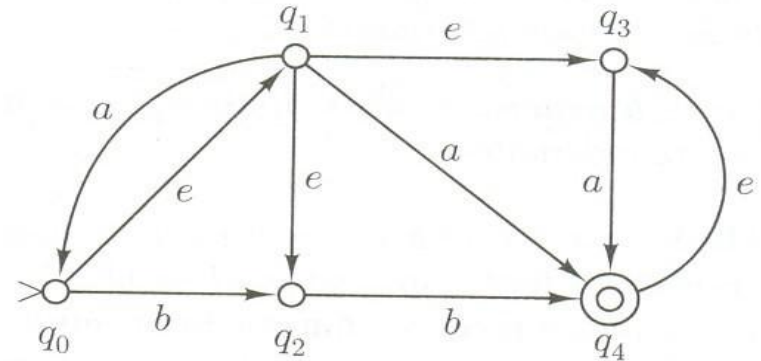
$q \in s'$ için (q, a, p) şeklinde (q_1, a, q_0) , (q_1, a, q_4) ve (q_3, a, q_4) geçişleri tanımlanır.

Böylece $\delta'(s', a) = E(q_0) \cup E(q_4) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ olur.

- $q \in s'$ için (q, b, p) şeklinde (q_0, b, q_2) ve (q_2, b, q_4) geçişleri tanımlanır.

Böylece $\delta'(s', b) = E(q_2) \cup E(q_4) = \{q_2, q_3, q_4\}$ olur.

- Aynı işlemler \emptyset elde edilinceye kadar yeni elde edilen durumlar için tekrar edilir.



Nondeterministic/Deterministic Finite Automata

Örnek: (Devam)

■ $\delta'(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, a) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ kendisi

■ $\delta'(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, b) = \{q_2, q_3, q_4\}$ sonraki durum

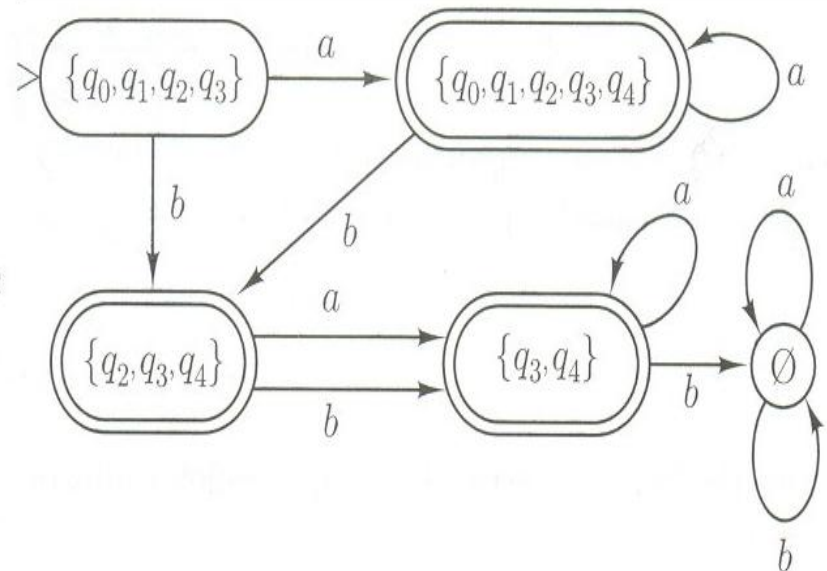
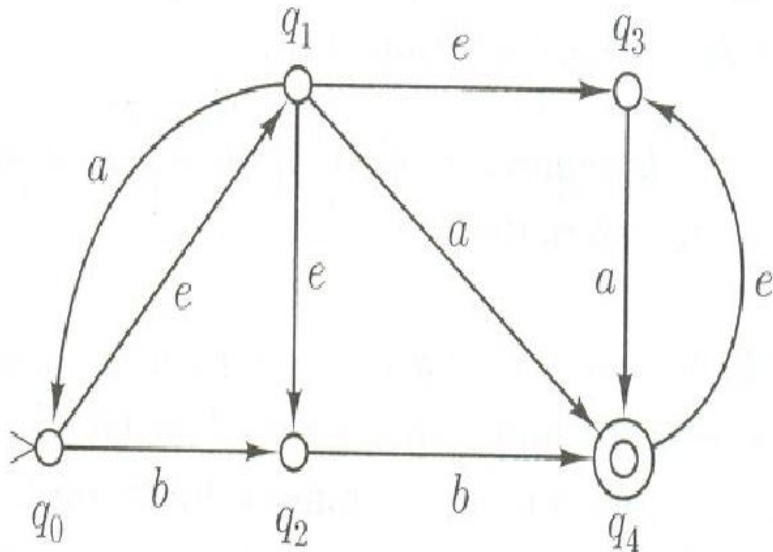
■ $\delta'(\{q_2, q_3, q_4\}, a) = E(q_4) = \{q_3, q_4\}$ sonraki durum

■ $\delta'(\{q_2, q_3, q_4\}, b) = E(q_4) = \{q_3, q_4\}$ sonraki durum

■ $\delta'(\{q_3, q_4\}, a) = E(q_4) = \{q_3, q_4\}$ kendisi

■ $\delta'(\{q_3, q_4\}, b) = \emptyset$ sonraki durum

■ $\delta'(\emptyset, a) = \delta'(\emptyset, b) = \emptyset$ kendisi



Nondeterministic/Deterministic Finite Automata

Örnek: (Devam)

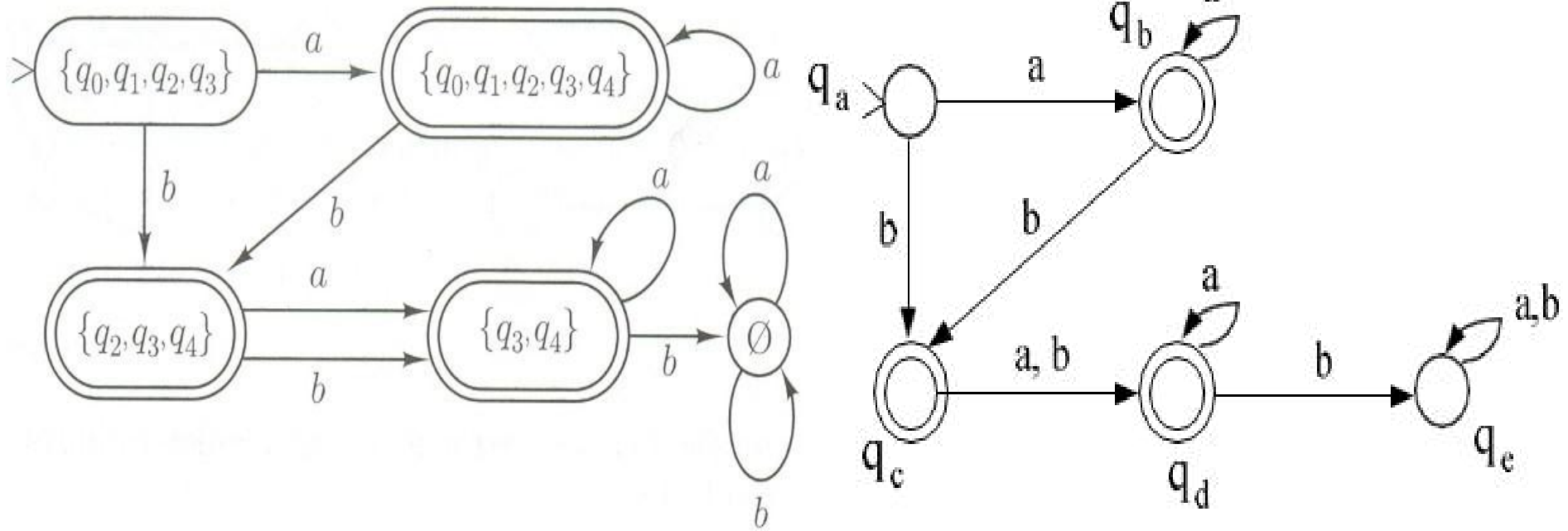
- $K' = \{q_a, q_b, q_c, q_d, q_e\}$

$$q_a = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \quad q_b = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\},$$

$$q_c = \{q_2, q_3, q_4\}, \quad q_d = \{q_3, q_4\}, \quad q_e = \emptyset$$

- $s' = q_a, \quad F' = \{q_b, q_c, q_d\}$

- $\delta' = \{(q_a, a, q_b), (q_a, b, q_c), (q_b, a, q_b), (q_b, b, q_d), (q_c, a, q_d), (q_c, b, q_d), (q_d, a, q_d), (q_d, b, q_e), (q_e, a, q_e), (q_e, b, q_e)\}$



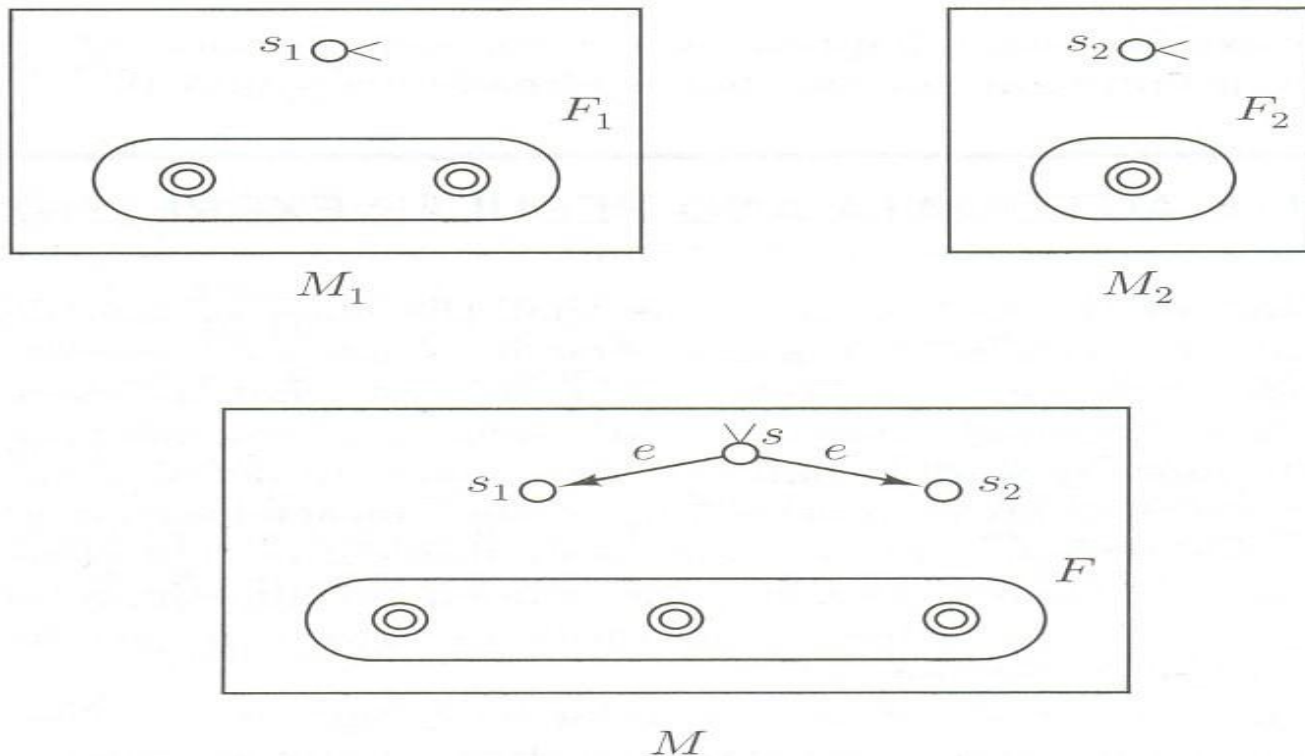
Finite Automata and Regular Expressions

- Finite automata tarafından kabul edilen diller sınıfı aşağıdaki özelliklere sahiptir;
 - Union
 - Concatenation
 - Kleene star
 - Complementation
 - Intersection

Finite Automata and Regular Expressions

■ Union

- $M_1 = (K_1, \Sigma, \Delta_1, s_1, F_1)$ ve $M_2 = (K_2, \Sigma, \Delta_2, s_2, F_2)$ **NFA olsun.**
- $L(M) = L(M_1) \cup L(M_2)$ olacak şekilde yeni bir automata M tanımlanabilir.

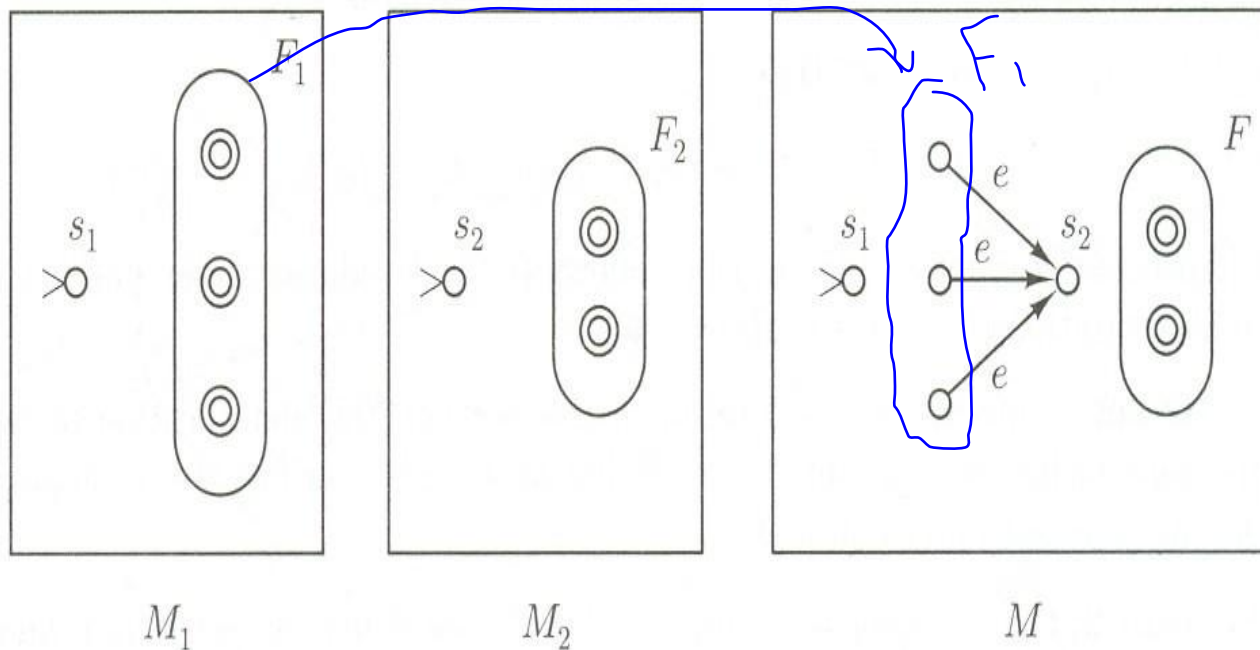


M otomatı, M_1 ve M_2 arasında başlangıçta nondeterministic (e-transition) geçiş yapar.

Finite Automata and Regular Expressions

■ Concatenation

- $M_1 = (K_1, \Sigma, \Delta_1, s_1, F_1)$ ve $M_2 = (K_2, \Sigma, \Delta_2, s_2, F_2)$ **NFA olsun.**
- $L(M) = L(M_1) \circ L(M_2)$ olacak şekilde yeni bir automata M tanımlanabilir.

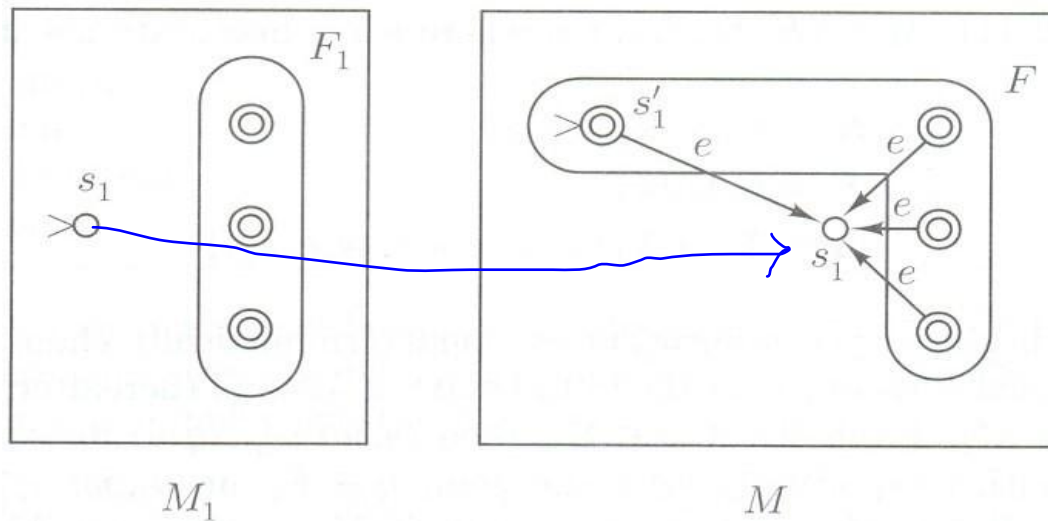


M_1 sonlanınca nondeterministic olarak (e-transition) M_2 'ye geçiş yapar.

Finite Automata and Regular Expressions

■ Kleene star

- $M_1 = (K_1, \Sigma, \Delta_1, s_1, F_1)$ **NFA olsun.**
- $L(M) = L(M_1)^*$ olacak şekilde yeni bir automata M tanımlanabilir.



M_1 sonlanınca nondeterministic (e - transition) olarak başlangıç durumuna geçiş yapar. Yeni başlangıç durumu aynı zamanda bitiş durumudur.

Finite Automata and Regular Expressions

■ Complementation



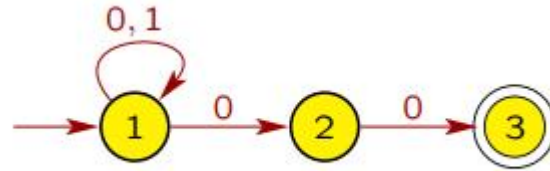
■ $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$ bir **DFA olsun.**

—
■ $L = \Sigma^* - L(M)$ olacak şekilde yeni bir automata tanımlanabilir.

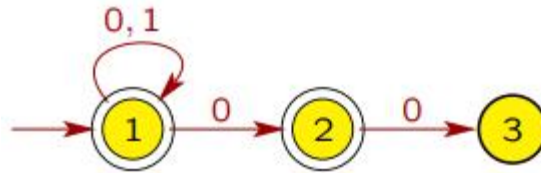
—
■ $M = (K, \Sigma, \Delta, s, K - F)$ olacak şekilde yeni bir automata M tanımlanabilir.

■ **(NFA için geçerli değil!) : NFA için de complementation elde edilebilir. Fakat bu şekilde bir yöntem geçerli değildir.**

- Aşağıdaki M1 NFA'sı $C = \{ w \in \Sigma^* \mid w \text{ 00 ile biter} \}$, dilini tanır.



M1'in kabul edilen ve kabul edilmeyen durumlarının değiştirilmesi, aşağıdaki M2 NFA'sını verir.



M2 için $100 \notin \overline{C} = \{ w \mid w \text{ 00 ile bitmez} \}$, bu nedenle M2, \overline{C} dilini tanımıyor.

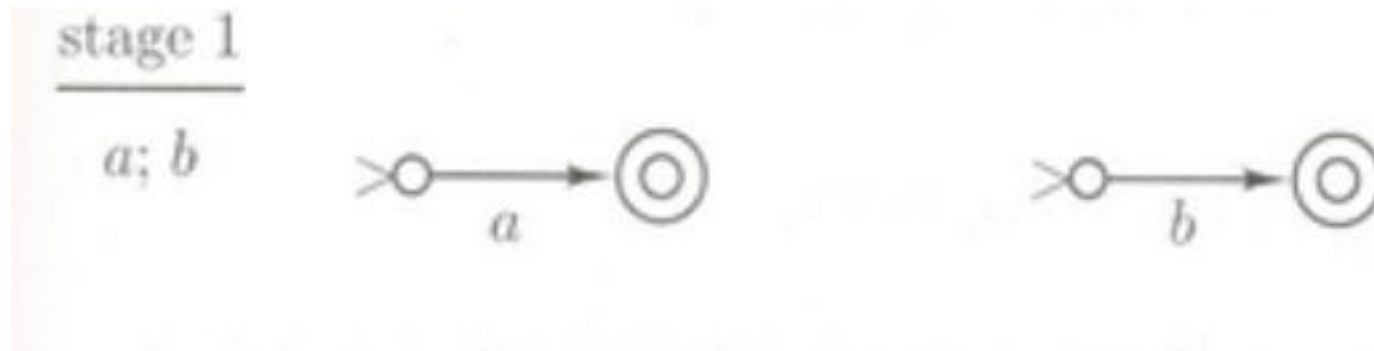
Finite Automata and Regular Expressions

- Intersection

- $L_1 \cap L_2 = \Sigma^* - ((\Sigma^* - L_1) \cup (\Sigma^* - L_2))$

Finite Automata and Regular Expressions

Örnek: $(ab \cup aab)^*$ regular expression tarafından tanımlanan dili kabul eden NFA'yı (e-NFA) oluşturunuz (pp.79).

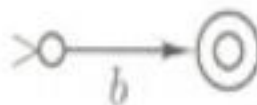
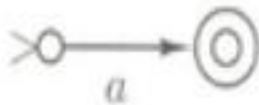


Finite Automata and Regular Expressions

Örnek: $(ab \cup aab)^*$ regular expression tarafından tanımlanan dili kabul eden NFA'yi oluşturunuz.

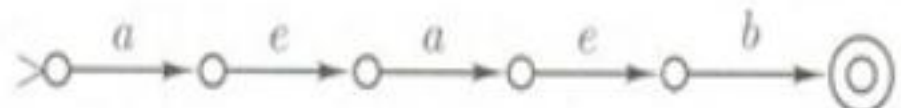
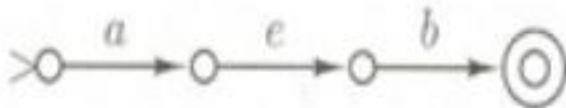
stage 1

$a; b$



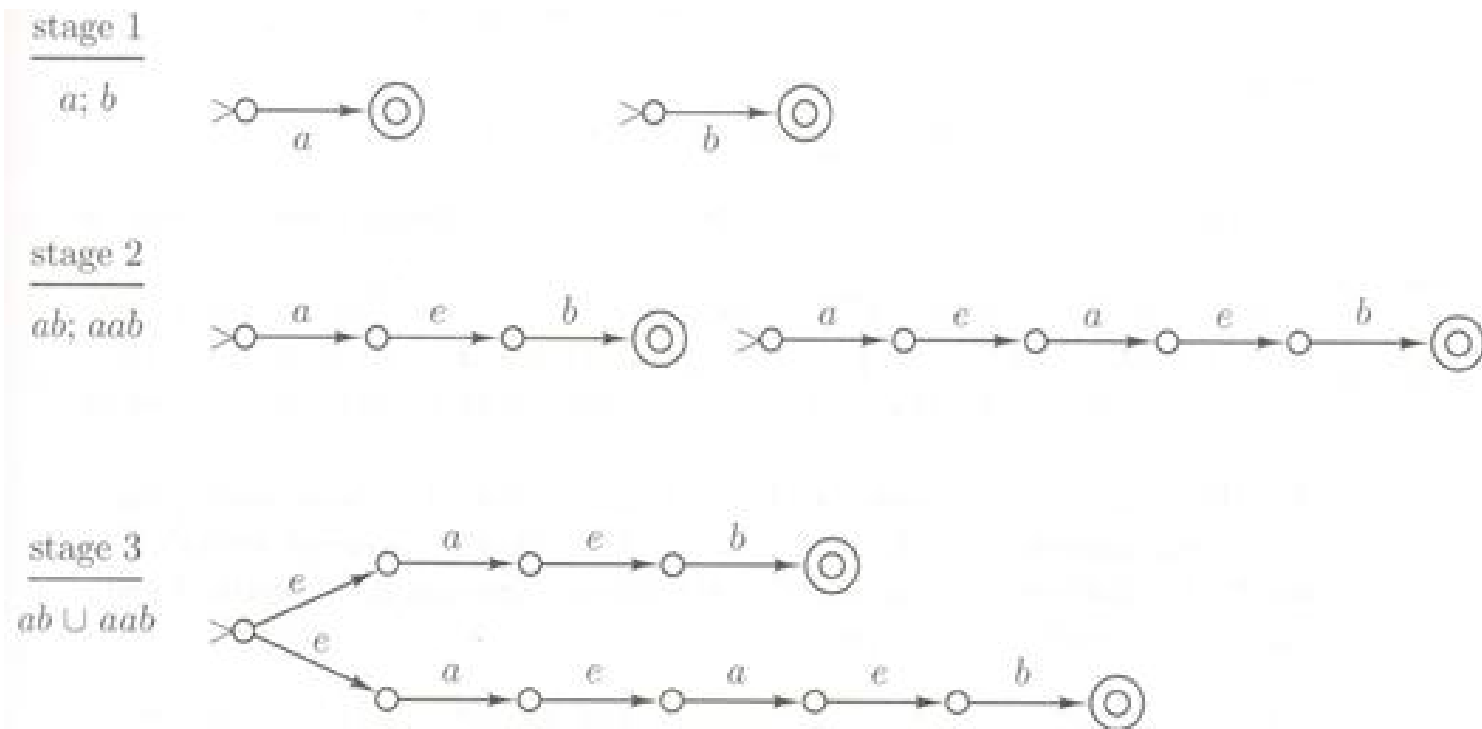
stage 2

$ab; aab$



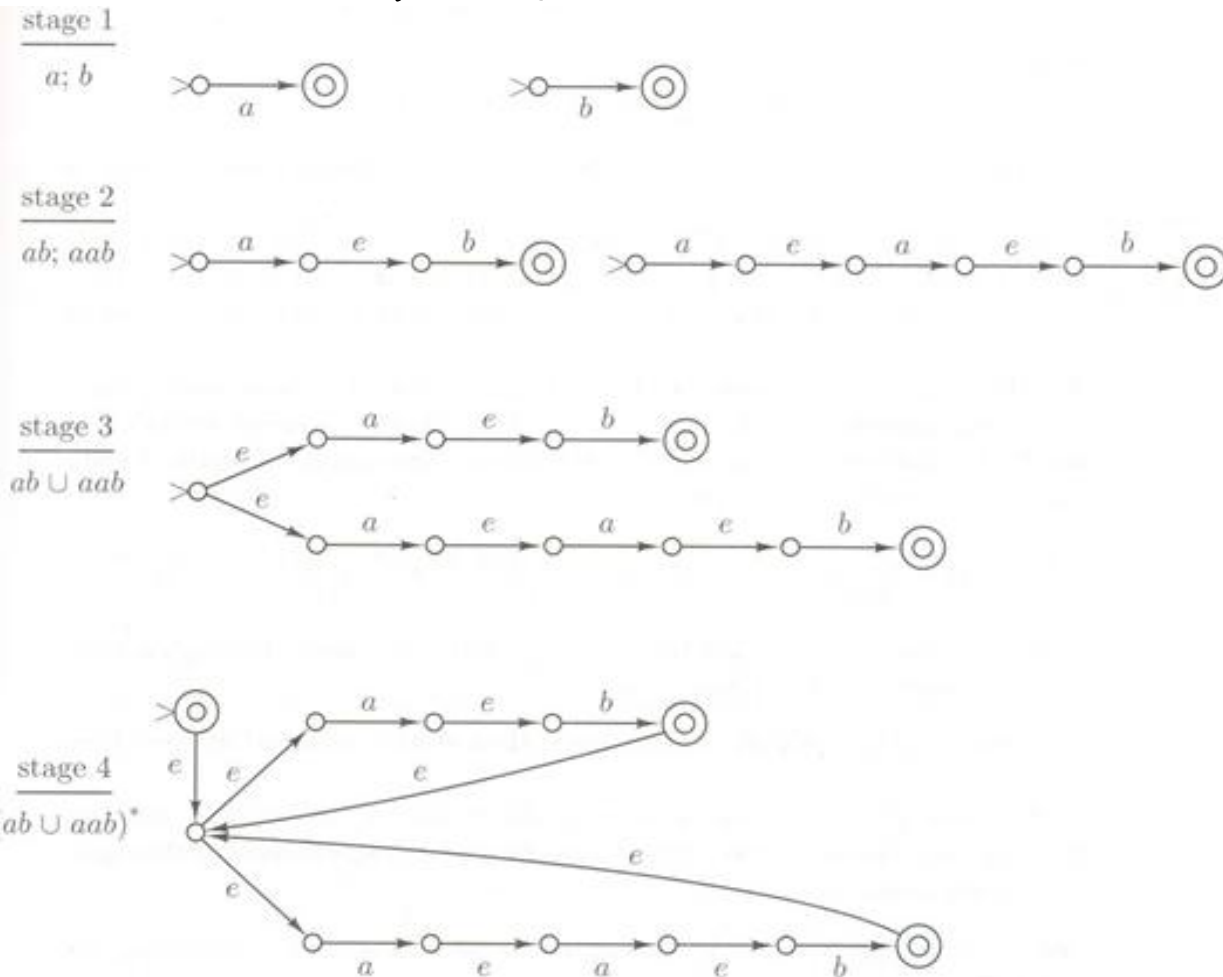
Finite Automata and Regular Expressions

Örnek: $(ab \cup aab)^*$ regular expression tarafından tanımlanan dili kabul eden NFA'yı oluşturunuz.



Finite Automata and Regular Expressions

Örnek: $(ab \cup aab)^*$ regular expression tarafından tanımlanan dili kabul eden NFA'yi oluşturunuz.

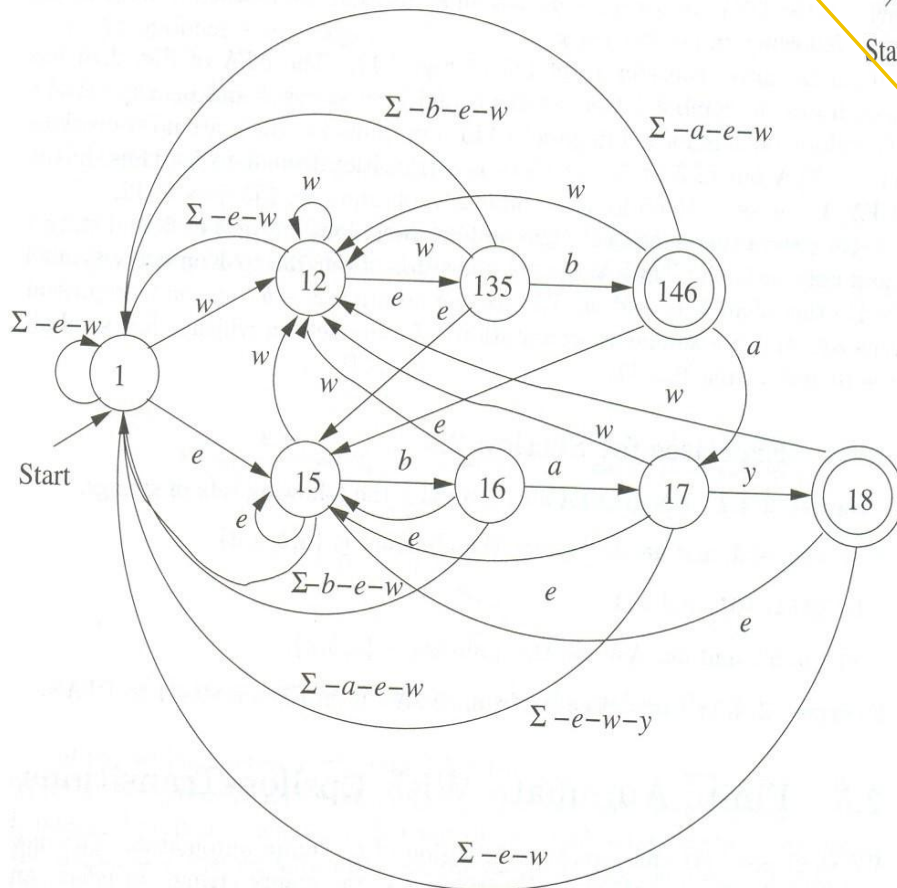
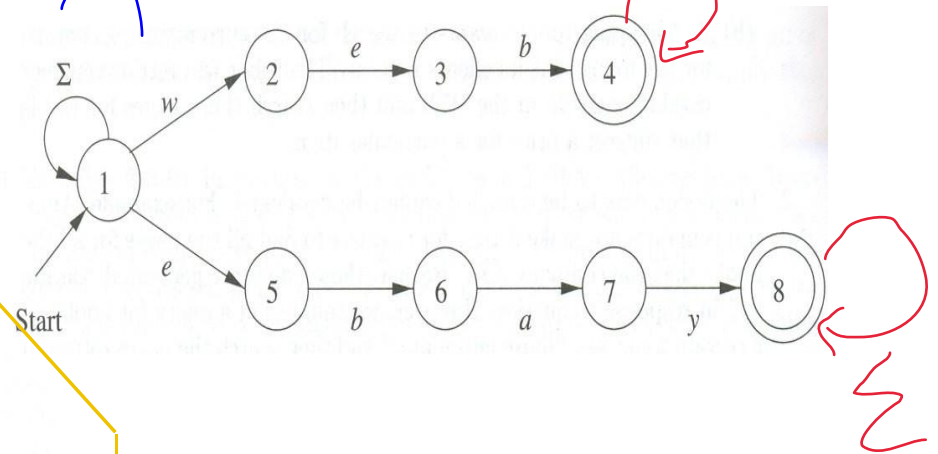


Nondeterministic/Deterministic Finite Automata

Örnek:

NFA

DEFA



Bir metin içerisinde **web**
ve **ebay** kelimelerini
arayan nondeterministic
ve deterministic
otomatlar

Ödev

- Problemleri çözünüz 2.2.9 (sayfa 75)
- Problem 2.2.6, 2.2.7 ve 2.2.8' de bulunan NFA'lara eşit DFA'ları bulunuz (sayfa 74-75)
- Problemleri çözünüz 2.3.4, 2.3.7 (sayfa 83-84)