

## מעבדה מתקדמת לעיבוד תמונות 20327 - סמסטר ב תשפ"א 2021

**בפגישה זו יסקר הפרויקטון – מומלץ לבחור נושא עדכני (מאמר) להצגה והדגמה, לקבלת משוב ראשוני**

### ניסוי מס' 3 - מעבדה מס' 5-6

#### מטרות הניסוי - התמרת DFT החד והדו ממדית – משפט הקונבולוציה

**תזכורת: הניסויים בקורס בנויים בשיטת "כיתה הפוכה". המפגשים מיועדים בעיקר לפתרון בעיות וקבלת תובנות.**

**מומלץ לנסות להכין למפגש השני את הקוד לכל הסעיפים, ולהציף שאלות ובעיות שהתעוררו במהלך הניסיון לבצעם.**

- ✓ הצגות שונות של צירים (fftshift, ifftshift)
- ✓ סיווג תמונות לפי כמות הפרטים בתמונה
- ✓ רגישות העין האנושית: פאזה או מגניטודה?
- ✓ משפט הקונבולוציה: פעולות על תמונה (סינון) בתחום התדר:
  - ניקוי הפרעת תדר יחיד מתמונה
  - השוואה בין סינון במרחב לסינון בתדר
  - השפעות סינון על תמונות מסוגים שונים
- ✓ אופציה: ארטיפקטים בתמונה כתוצאה מפעולות במישור התדר

#### **1. הכנה לפני המפגש הראשון – "קוד חימום" והפלט הנדרש לאימות נכונותו.**

##### **1.1 FFT חד ממדי והסבר FFTSHIFT**

(כרגיל, כל ההנחיות רשומות בלשון זכר למניעת סרבול, אך מיועדות לכל המינים)

הכן את הקוד לביצוע סעיף 2.1.1 א-ג, שבהמשך מסמך זה, לפי הדוגמה לפלט שבסעיף הנ"ל. יש לשים לב לפרטים הבאים:

- 1.1.1 אות הכניסה כמעט זהה לתרגול המקדים של ניסוי 1:  
סינוס יחיד עם משרעת 7, תדר 10Hz, אורך 1 שניה (וקטור t באורך 200, בתחום [0..1) שניות), תדר הדגימה הוא  $f_s=200\text{ samples/sec}$ .  
כלומר  $f=7\sin(2\pi 10t)$ .
- 1.1.2 נסמן את מוצא פעולת ה-fft של מטלב ב-F:  $F=\text{fft}(f)$ .
- 1.1.3 הפלט הרצוי:  
שורה ראשונה משמאל לימין: האות בזמן f, המגניטודה של FFT של האות לפני  $\text{fftshift}(\text{abs}(F))$ , המגניטודה אחרי  $\text{fftshift}(\text{abs}(F))$ .  
שורה שניה:  $\log(\text{abs}(F))$ , לוג המגניטודה אחרי  $\text{fftshift}$ , פאזה  $\text{angle}(F)$ , לפני או אחרי  $\text{fftshift}$  – לבדוק את 2 האפשרויות ולבחור אחת להצגה. נמקו!  
1.1.4 2 השורות הבאות: חזרה על 1.1.3 עם אות סינוסי בתדר 10.541Hz.  
1.1.5 (לא מופיע בפלט אך יש לבצע) חזרה על 1.1.3 עם אות אי שלילי בתחום 0-255:  $f=127(\sin(2\pi 10t)+1)$ . מה השוני העיקרי בפלט?  
1.1.6 מה התכונה של המגניטודה והפאזה של תוצאת FFT שהופעל על אות ממשי? הדגם בתוצאות שקיבלת (מספרית ולא רק באופן כללי).

##### **1.2 שחזור אות חד ממדי מתוך ייצוגו בתדר (FFT שלו - פקודת ifft)**

- הכן הקוד שישחזר את האותות מסעיף 1.1.
- 1.2.1 הצג את: אות המקור בזמן, f, האות המשוחרר בזמן  $\hat{f} = \text{ifft}(F)$ , ואת אות ההפרש (השגיאה) ביניהם  $e = f - \hat{f}$ .
- 1.2.2 חשב את השגיאה  $\text{sqrt}(\text{MSE})$ , יחס אות לרעש [dB] SNR, ועבור האות מסעיף 1.1.5 גם את PSNR [dB]. יש להציג את הערכים הרלוונטיים בכותרות הגרפים.

## 1.3 שימוש במשפט הקונבולוציה החד ממדית

יש להראות כי הקונבולוציה בזמן שקולה למכפלה בתדר.  
חזור על קוד החימום מניסוי 1, סעיף 1.4 – קונבולוציה חד מימדית, אך הפעם תוך שימוש במשפט הקונבולוציה, לפי ההוראות הבאות. יש לשים לב לממדים!!  
1.3.1 הצג את אותות המקור והתוצאה, עבור הרצה בזמן:

$$g = \text{conv}(p, h); \quad h = [1 \ 1]; \quad p = [1 \ 2 \ 3 \ 1 \ 2];$$

1.3.2 חזור על הסעיף הקודם תוך שימוש במשפט הקונבולוציה. הצג תצוגה משמעותית. יש לשים לב להוסיף אפסים (לפני הפעלת fft), כדי להשוות את ממדי האות והמסנן, כך שיתאימו לממדי התוצאה הרצויה, ואז להכפיל איבר-איבר בהתאמה.

1.3.3 וודא את זהות תוצאות ההרצה בחישוב במרחב הזמן ובמרחב התדר.

1.3.4 (רשות - בונס) הוכח את התוצאה בעזרת חישוב אנליטי למספרים הנתונים (הצבה בנוסחה – כלומר חישוב ידני של FFT).

## 1.4 סינון אותות חד ממדיים במרחב התדר (יישום)

הכנה ויישום קוד שיבצע סינון בציר התדר, מבוסס על אותות מסעיפים קודמים:

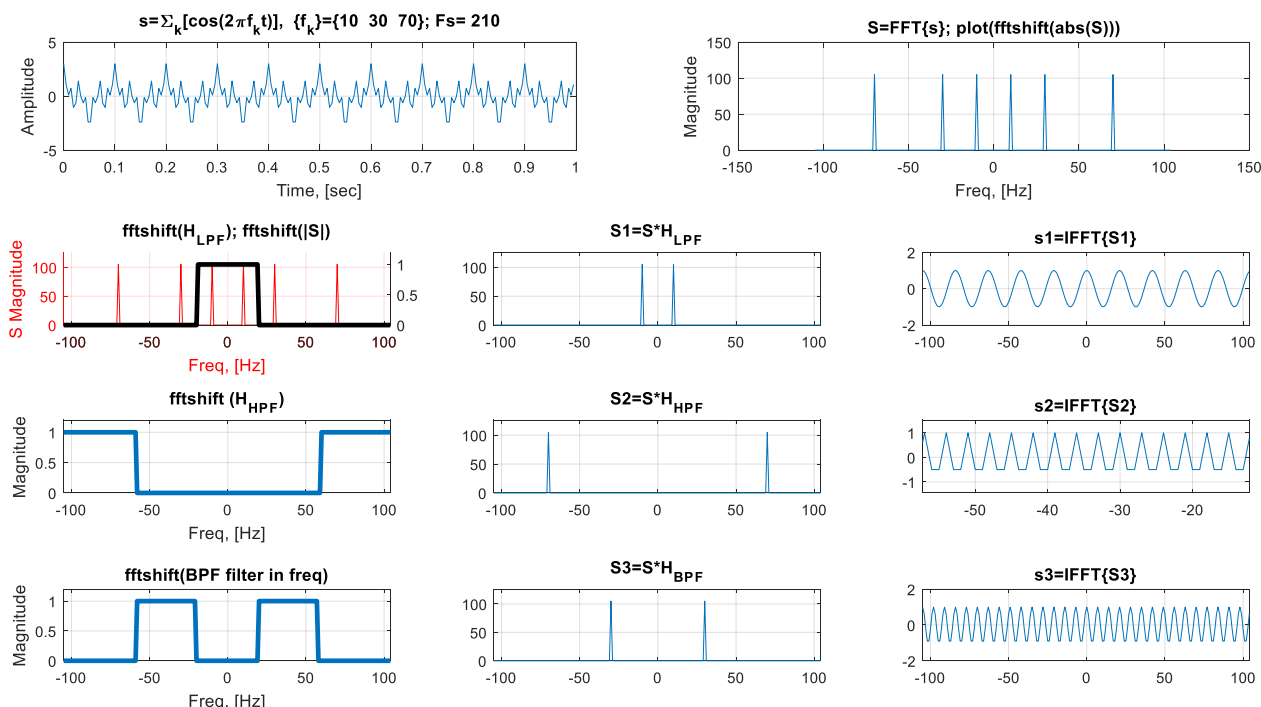
1.4.1 בנה אות חד ממדי המכיל סכום של 3 אותות: סינוסים בתדרים 10, 30, 70 הרץ. תדר הדגימה  $F_s = 210$  [s/se].

1.4.2 הכן 3 מסננים חד מימדיים, מסוג LPF, HPF, BPF, שיהיו בעלי ערך של 1 או 0 בציר התדר (למשל בתחום 0-20 הרץ, 20-40 הרץ, מעל 40 הרץ, בהתאמה).

1.4.3 בצע סינון LPF, HPF, BPF, המדגים את פעולת המסננים. יש לבצע פעולות במרחב התדר בלבד. (ניתן לראות דוגמה דו ממדית בסעיפים 2.4, 2.5)

1.4.4 הצג את כל הנדרש להבנת אות הכניסה, המסננים, התהליך והמוצא בתדר ובזמן. בין השאר וודא והדגם כי המסננים אכן מנחיתים \ מעבירים את התדרים הנדרשים.

דוגמה לפלט אפשרי:



הסבר לאיור: בשורה הראשונה משמאל האות  $s$  בציר הזמן, ומימין המגניטודה של התמרת פורייה שלו, לאחר מרכז ציר התדר על ידי  $\text{fftshift}$ .  
בכל אחת מהשורות 2-4, מופיעה התמרת המסן בתדר,  $|H(f)|$  (משמאל), תוצאת ההכפלה בין התמרת האות למסנן, וההתמרה ההפוכה של המכפלה. שימו לב שכל הצגות התדר הן לאחר  $\text{fftshift}$  (לצורך ההצגה בלבד), אך את ההכפלה מבצעים ללא  $\text{shift}$ .

## 2. ריכוז הרקע התיאורטי, ההדגמות והניסויים של 2 המפגשים (עם הנחיות לדוחות)

### 2.1 FFT חד ממדי והסבר FFTSHIFT

- תזכורת: הגדרת טרנספורם פורייה, בדיד, חד-ממדי

$$G(u) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} g(m) e^{-j2\pi \left(\frac{um}{M}\right)} \quad m, u = 0, 1, \dots, M-1$$

$$g(m) = \sum_{u=0}^{M-1} G(u) e^{j2\pi \left(\frac{um}{M}\right)} \quad m, u = 0, 1, \dots, M-1$$

והטרנספורם ההפוך:

**שאלה לדוח המכין:** מתוך הנוסחה להתמרת פורייה החד מימדית. הוכח (אפשרי על ידי הצבה) כי עבור תזוזות ימינה ושמאלה בציר התדר, מתקבלת תוצאה מחזורית, במחזור  $F_s$ , כאשר  $F_s = 1/N$ . כלומר קיים שכפול של האות.

**מסקנה:** השכפול שמצאת בשאלה, הוא הבסיס המאפשר שימוש בפקודת FFTSHIFT המעביר את האות בציר התדר לצורה המוכרת לנו (כאשר תדר 0 נמצא במרכז הציר)

**שאלה נוספת לדו"ח המכין:** מה ההבדל בין `fftshift` לבין `ifftshift`? מדוע קיימות שתי פונקציות? בדוק בתיעוד ורשום מתי הפקודות נותנות תוצאה שונה?

(המשך בעמוד הבא)

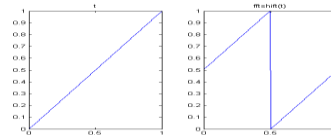
## 2.1.1. תזכורת \ תרגול עצמי \ הדגמה על תוצאות קוד החימום:

סעיף זה ניתן כעזרה ופירוט לקוד החימום.

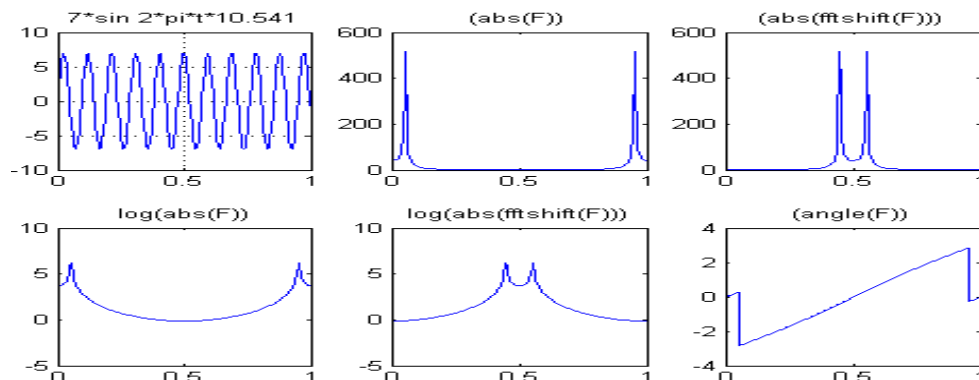
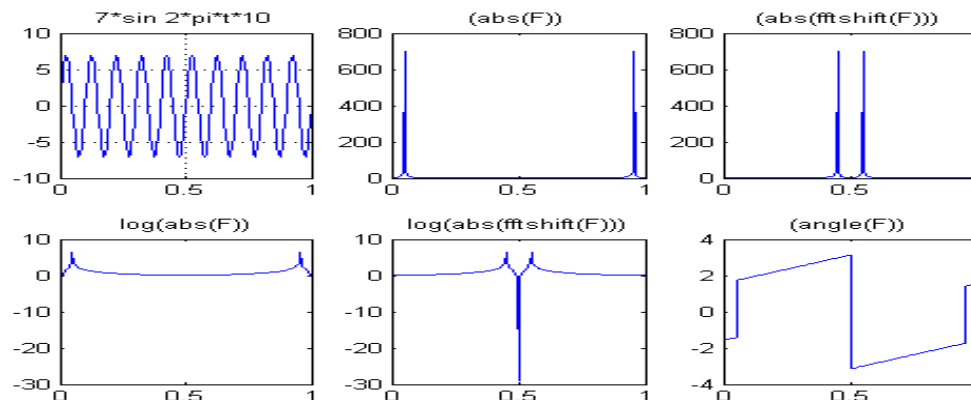
- (חימום) הצג FFT של האות החד מימדי מניסוי 1, ע"י פקודת מטלב `fft`, `fftshift`.
- (חימום) בדוק השפעת `fftshift`.
- (הדגמה) בדוק הצורך בשימוש ב `log` לצורך ההצגה.

**דוגמאות לפלט בהדגמה:**

### FFTSHIFT operation:



**1D FFT's:** first row: `fftshift` explanation; second row: `log(abs)` and phase



- (תרגול עצמי) חזור על הניסוי פעם נוספת, עבור סינוס אי שלילי בתחום 0-255 (עדכון לפי הצורך, בעקבות ההדגמה).
- (תרגול עצמי) חזור על הניסוי פעם נוספת, עבור שורה בודדת מתמונה לפי בחירתך. הצג את השורה ואת ה-FFT החד ממדי שלה.

### לדוח המסכם:

- בחן האם נדרש שימוש בפונקציית `log` לתצוגת המגניטודה? הפאזה? (הנחיה: יש להתחשב במגבלת 256 רמות אפור, ברזולוציית העין לבהירות, ובתחום הדינמי הנדרש להצגה). נמק והדגם את תשובתך.

## 2.2. טרנספורם פורייה דו-מימדי

$$G(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} g(m, n) e^{-j2\pi \left(\frac{um}{M}\right)} e^{-j2\pi \left(\frac{vn}{N}\right)} \quad \begin{matrix} m, u = 0, 1, \dots, M-1 \\ n, v = 0, 1, \dots, N-1 \end{matrix}$$

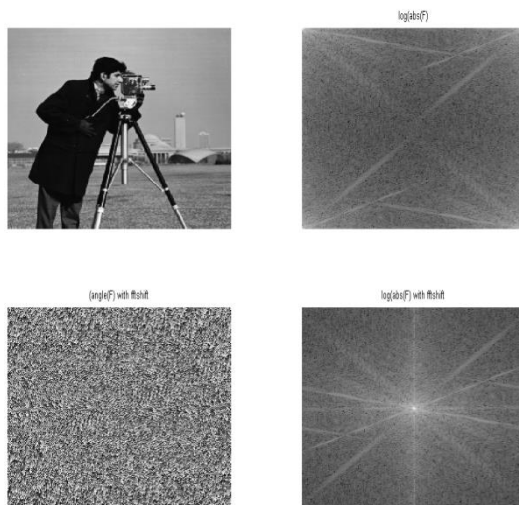
$$g(m, n) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} G(u, v) e^{j2\pi \left(\frac{um}{M}\right)} e^{j2\pi \left(\frac{vn}{N}\right)} \quad \begin{matrix} m, u = 0, 1, \dots, M-1 \\ n, v = 0, 1, \dots, N-1 \end{matrix}$$

כזכור,

(הערה: יתכנו שינויים במיקום הנירמול  $1/MN$  במימושים שונים)

### 2.2.1. תרגול עצמי \ הדגמה:

הדגמה: FFTSHIFT, FFT2.

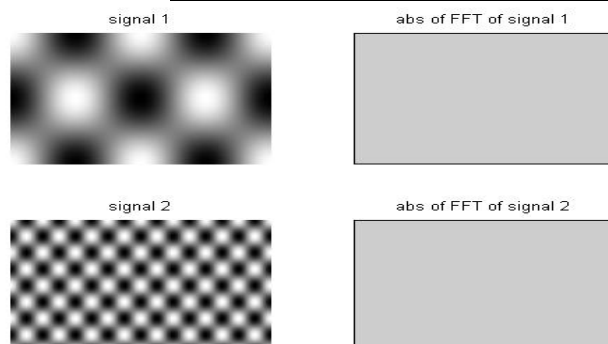


**לדוח המכין:** מצא את התדירות המרחבית בכיוון  $X, Y$  במחזורים לתמונה של האותות המוצגים בשתי התמונות שבהמשך, אם ידוע שהאות בתמונה הוא סכום של תדר מרחבי (סינוסואיד) טהור. רשום את הנוסחה שלו.

- הצג FFT של האות הדו מימדי שלמטה, ע"י פקודת מטלב `fftshift, fft2`.
- בדוק השפעת `fftshift`.
- הצג את המגניטודה והפאזה. חזור על הפעולה עם תדר מרחבי בעל מספר לא שלם של מחזורים לתמונה בכיוון  $X$ , ושלם בכיוון  $Y$ .
- הצג גם ע"י גרף תלת מימדי תוך שימוש בפקודת `mesh3D`.
- חזור על הניסוי עבור תמונה שתכלול רעש גאוס דו מימדי שתייצר ע"י `imnoise`. מה תוכל לומר על הצורך בהצגה עם `log`?

**לדוח המסכם** האם כיוון  $X, Y$  מתאימים לציפיותיך? התייחס לכל התוצאות בדוח המסכם.

**פלט נדרש: (הערה: תוצאת ה-FFT אינה מוצגת בדף זה כדי לאתגר את הסטודנטים, אך כמובן שתוצג בכיתה בעת ההדגמה):**





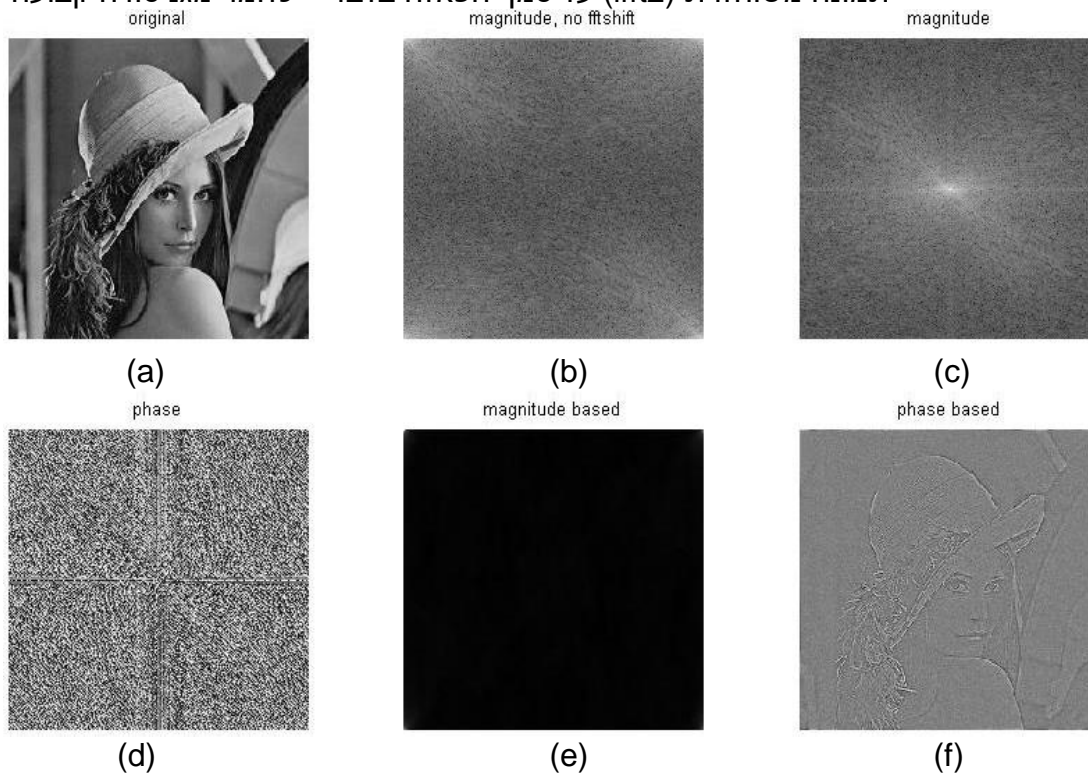
## 2.3. רגישות העין האנושית: פאזה או מגניטודה?

### 2.3.1. הדגמה

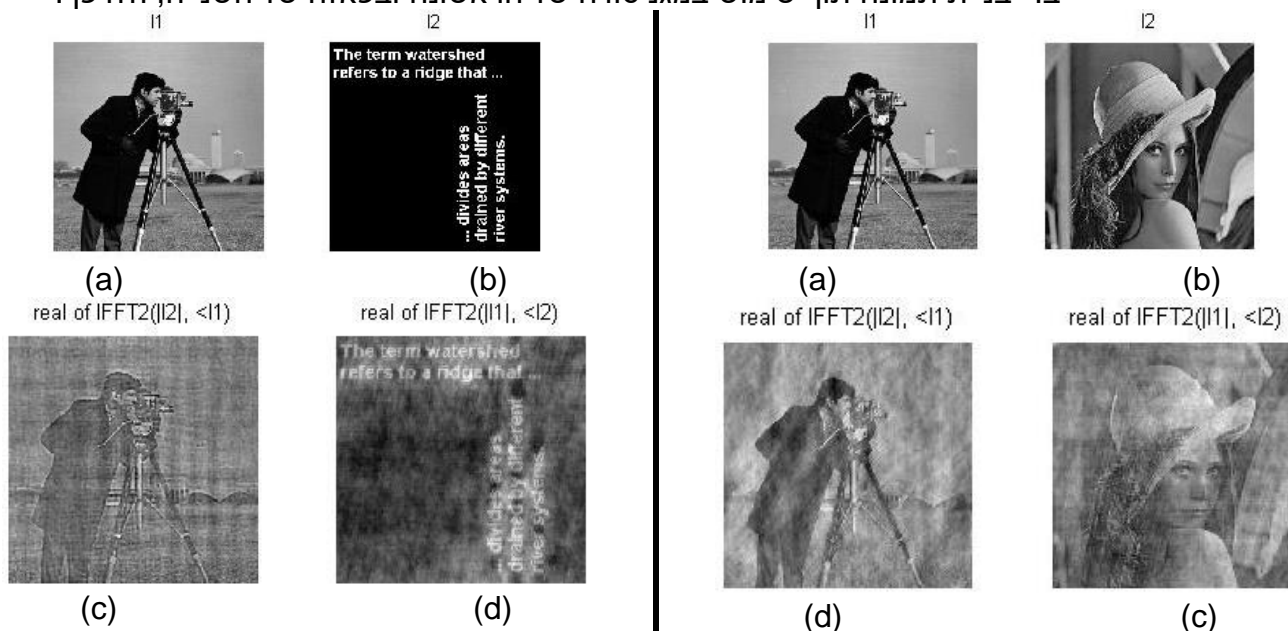
נראה בדוגמאות כי הפאזה בתמונה נושאת יותר אינפורמציה מאשר המגניטודה.

א. עבור תמונה יחידה: הצגת המגניטודה והפאזה, שימוש ב- `fftshift`, שחזור מתוך אחד מהגדלים בלבד.

תמונת מקור (a), המגניטודה שלה באמצעות `fft2` ללא `fftshift` (b), המגניטודה של `fft2` לאחר `fftshift` (c), הפאזה של תוצאת `fft2` לאחר `fftshift` (d), תמונה משוחזרת (`ifft2`) על סמך המגניטודה בלבד – כלומר פאזה מאופסת (e), תמונה משוחזרת (`ifft2`) על סמך הפאזה בלבד – כלומר מגניטודה קבועה (f).



ב. בניית תמונה תוך שימוש במגניטודה של הראשונה ובפאזה של השנייה, ולהיפך.



## 2.3.2. תרגול עצמי \ הדגמה:

**לדוח המכין:** כיצד ניתן להשתמש בפאזה והמגניטודה של FFT2 של תמונה,

כאשר בפלט ניתן להציג רק רמות אפור, אי שליליות?

ג. הצג תמונה, ואת הפאזה והמגניטודה של ה-FFT שלה, תוך שימוש

בפקודות מטלב `fft2`, `fftshift`.

ד. שחזר את התמונה מתוך המגניטודה בלבד, ע"י `real(iff2(abs(fft2(I))))`

ה. שחזר את התמונה מתוך הפאזה בלבד, ע"י `real(iff2(exp(j*(angle(fft2(I)))))`

ו. הצג את התוצאות באיור יחיד.

### לדוח המסכם

ז. מדוע הרכבת הפאזה על מגניטודה של תמונה כלשהיא, נותנת תוצאה טובה יותר

מהרכבתה על מגניטודה בעלת ערך קבוע?

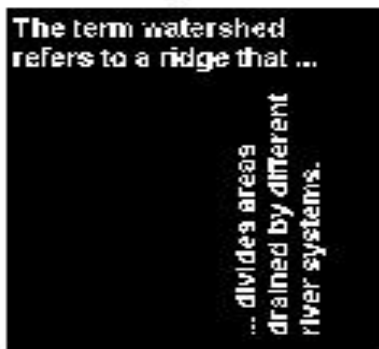
ח. האם תוכל לייצר מגניטודה מלאכותית שתתן תוצאה טובה יותר ממגניטודה קבועה?

(**הנחייה:** הצג FFT של מספר תמונות שונות ונסה להסיק מתוכן את התשובה

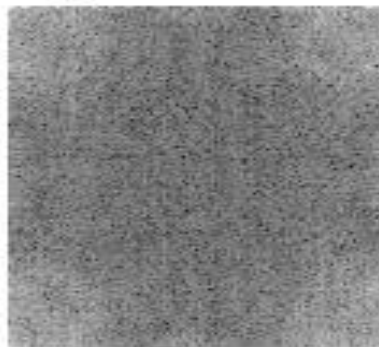
(התשובה תינתן בכיתה לאחר הגשת הדוח המסכם)

### פלט דוגמה לניסוי עצמי:

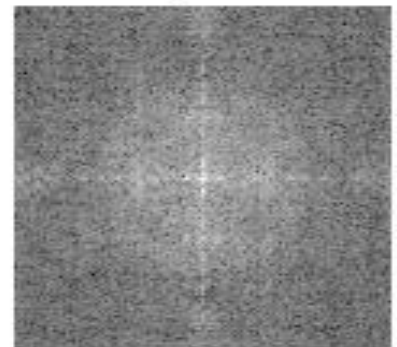
original



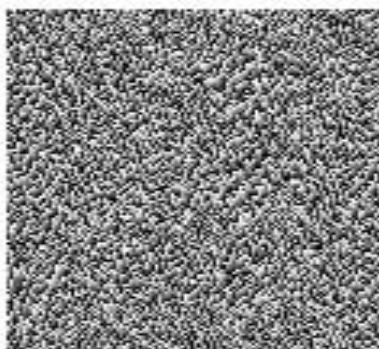
magnitude, no fftshift



magnitude



angle



magnitude based

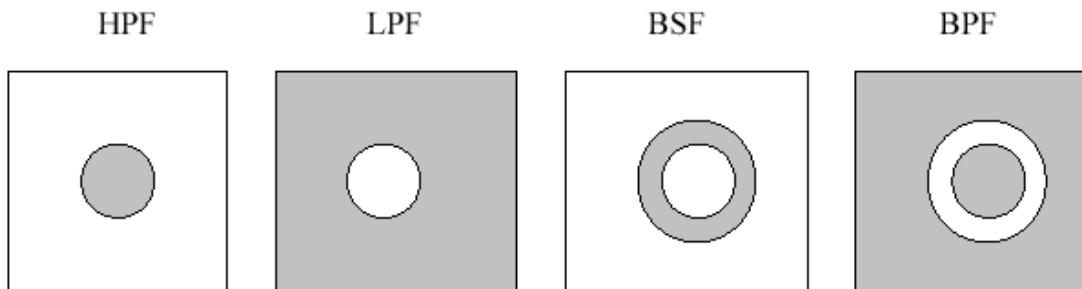


angle based



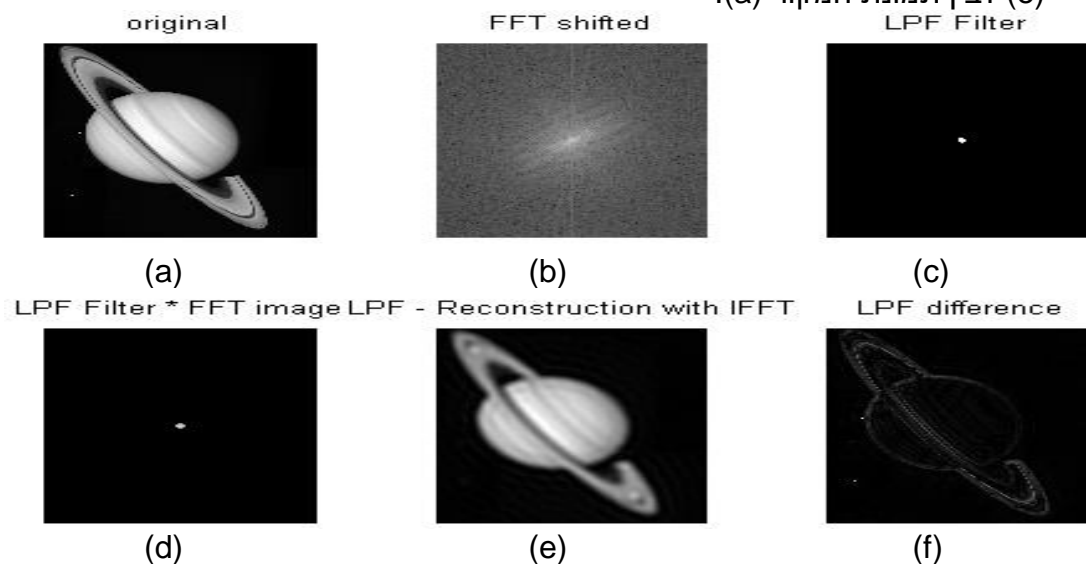
## 2.4. מסננים במרחב התדר: סוגי מסננים ופעולת הסינון בתדר

### 2.4.1. תרגול עצמי \ הדגמה:

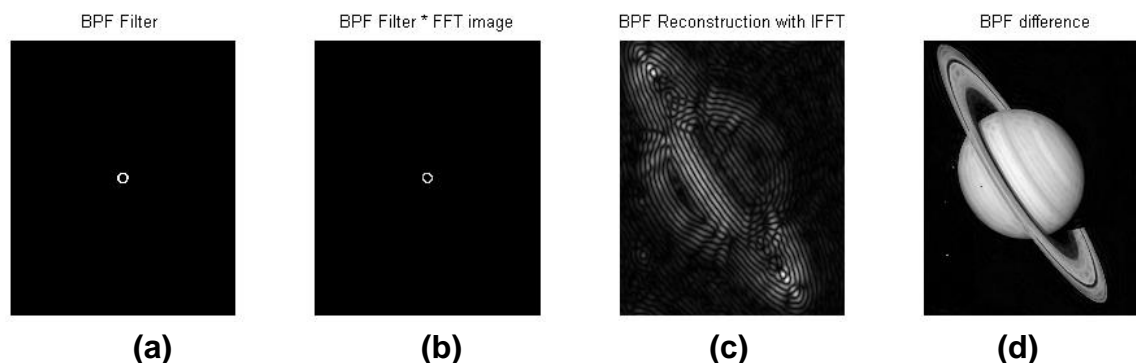


### הדגמה לסינון בתדר:

א. LPF: (a) מקור (saturn.png), (b) FFT לאחר fftshift, (c) מסכה במרחב התדר; (d) תוצאת מכפלת (b) בתדר, (e) תמונת התוצאה (IFFT של (e)), (f) ההפרש בין תמונת התוצאה (e) לבין תמונת המקור (a).



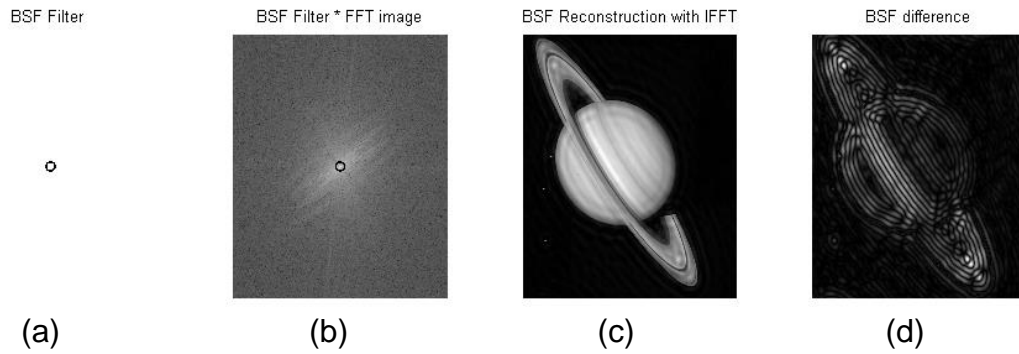
ב. BSF: (a) מסכה במרחב התדר; (b) תוצאת מכפלה במרחב התדר: FFT של המקור ב (a), (c) תמונת התוצאה (IFFT של (b)), (d) ההפרש בין תמונת התוצאה (c) לבין תמונת המקור: במרחב התדר



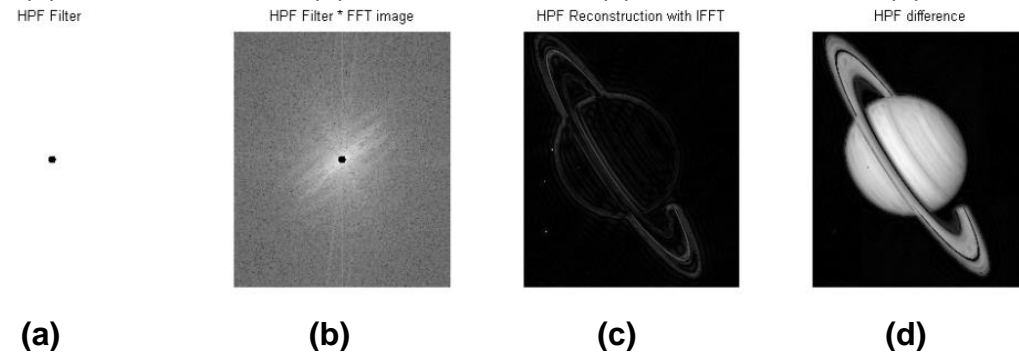
**BSF:**



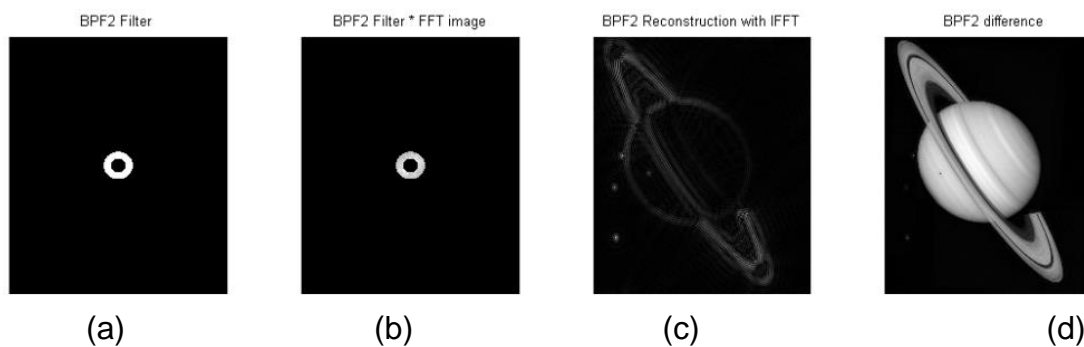
**BSF:**



**HPF:**



**BPF2:**



**2.4.2. תרגול עצמי \ הדגמה:**

- א. קבל תמונת מבוא בגודל כלשהו
- ב. הצג את התמונה, ואת ה-FFT שלה
- ג. בנה 4 סוגי מסננים ציקליים (כמו בדוגמה למעלה): LPF, HPF, BPF, PSF.
- ד. בצע סינון בתדר, והצג את התוצאה וההפרש לתמונת המקור.

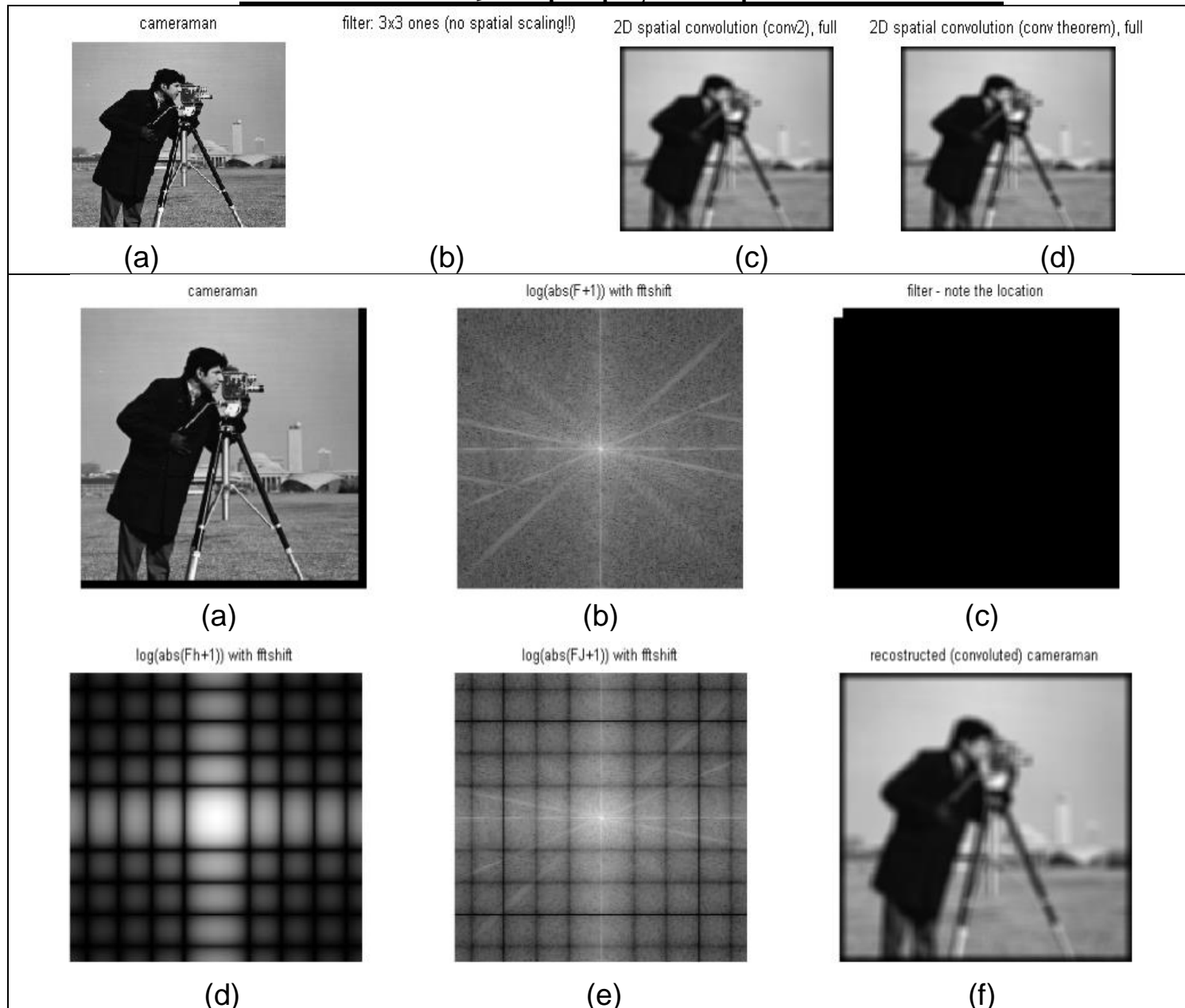
**שאלת העמקה (יש להכין קוד ולהריץ, או לענות תיאורטית עם הסבר ברור בדו"ח המסכם):**

- ה. האם תוכל להציג את פילוג כל התדרים המרחביים בתמונה ללא קשר לכיוון, כלומר על גרף חד מימדי?
- איזו אינפורמציה תאבד בהצגה כזו, בהשוואה להצגה על גרף דו מימדי?
- (הנחייה: מצע את העוצמה לאורך מעגלים קונצנטריים סביב הראשית)

## 2.5. משפט הקונבולוציה: פעולות על תמונה (סינון) בתחום התדר, והשוואה בין סינון במרחב התמונה לסינון בתדר

### 2.5.1. הדגמה:

**דוגמת שימוש במשפט הקונבולוציה, תוך מתן דגש על גודל תמונות התוצאה**



### 2.5.2. תרגול עצמי \ הדגמה:

- קבל תמונת מבוא בגודל כלשהו
- הצג את התמונה, ואת ה-FFT שלה
- בנה 4 סוגי מסננים מוכרים לך
- בצע סינון במרחב ובתדר והשווה בין התוצאות. הצג תוצאותיך לפי ההדגמה שלעיל.
- בצע את הסעיף הקודם עבור מידות תוצאה נוספות לקבלת האופנים: same valid, full.

#### שאלות לדוח המסכם:

- סכם את הניסוי והצג את תמונות ההפרש. התייחס לגדלי התוצאות השונים.
- התייחס לשכפול הנדרש בסינון בתדר, לקבלת תמונות דומות לאלו של קונבולוציה שיושמה במרחב.