

מעבדה מתקדמת לעיבוד תמונות 20327 - סמסטר ב תשפ"א 2021

ניסוי 4 - מעבדה מס' 8-9

נושאי הניסוי – דגימה ואינטרפולציה; קוונטיזציה (כימיו)

✓ דגימה ואינטרפולציה

- דגימה אחידה של אותות דו מימדיים;
- תופעת קיפול בתמונות;
- שיחזור מדגימה;
- שינוי תדר הדגימה = שינוי גודל תמונה. הקטנת תדר הדגימה (דסימציה) והגדלתו (אינטרפולציה) בשיטות: שכפול, אינטרפולציה בי-לינארית, אופטימלית

✓ קוונטיזציה (quantization) – כימיו לתמונות

- קוונטיזציה סקלרית
- קוונטיזציה אופטימלית לפי מקס ליד
- קוונטיזציה לוגריתמית (אופציה)

✓ **דגימת תמונות צבע (אופציה) RGB מול דגימת YUV.**

✓ **(*פרויקטון – יש להגיש לתיבת ההגשה הצעה כתובה לפי ההוראות עד תחילת מפגש 2, או לחלופין להתחייב ולהשתתף בתחרות kaggle מאושרת במסגרת AfekaVision)**

1. מטלות חימום – קוד חד מימדי

1.1 דוח מכין וקוד למפגש 1: דגימה, דסימציה ואינטרפולציה (לאות חד מימדי)

מטרת הקוד לרענן דגימה ושחזור של אות חד מימדי. (ההוראות בסעיף זה כלליות. מותר וצריך להגדיר את הבעיה, להניח הנחות הנדסיות הגיוניות ומנומקות, לרשום אותן ולפעול לפיהן). בזמן המעבדה, תרחיבו את קוד החימום החד ממדי לתמונות דו מימדיות על ידי כתיבת קוד חלופי לפקודה *imresize*.

א. **רענון התיאוריה:** רשום את התהליך הנדרש ונוסחה, להורדת תדר דגימה של סדרה דגומה נתונה. תדר הדגימה המקורי F_s , והתדר החדש $F_s/K1$. הנח $K1$ שלם. חזור על הסעיף עבור אינטרפולציה (העלאת תדר הדגימה בפקטור $K2$).

ב. **ייצור אות הבדיקה:** יש לייצר אות חד מימדי, דגום בתדר f_s , שיהיה אות הבסיס להדגמות הדסימציה והאינטרפולציה. ניתן להעזר (לקוד החימום בלבד – לא לדוח הסופי) בפקודת מטלב מסוג *interp1*. כאותות בדיקה ישמשו (בנפרד) כל אחד מהאותות הבאים:

- סכום של מספר אותות סינוסיים בתדרים שונים ובעוצמות שונות.
- שורה אופיינית מתמונה.
- אות נוסף לפי בחירתך, שידגים את הנושא.

ג. עבור כל אות מהסעיף הקודם, שיסומן $s1$, בצע הורדת תדר דגימה פי [2, 4, 8, 17], עם וללא מסן anti-aliasing. (כלומר יש לדגום שוב את האות $s1$, לקבלת אות $s2$).

ד. את האות $s2$ יש להרחיב חזרה ("לשחזר") לתדר הדגימה המקורי, כך שהאות החדש יחזור לגודלו המקורי של $s1$. השחזור יעשה בכל אחת מהצורות:

1. Zero-Order Hold (ZOH) (כלומר שכפול דגימות);
2. First-Order Hold (FOH) (אינטרפולציה לינארית);
3. אינטרפולציה קובית;
4. אינטרפולציה (שחזור) דגימה אידיאלית (ע"י sinc).

עבור כל שיטה, יש לרשום את התהליך בצירוף נוסחה או נוסחאות, לממש ולשרטט את התוצאות עבור אחד מהאותות לפחות.

ה. סכם את הניסוי בגרפים ובמלל באופן הנדסי, כולל חישובי MSE, ו-SNR. בדוק השפעות קיום או אי קיום anti-aliasing filter, וכן את השפעות סוג המסנן נגד התחזות. הסק מסקנות ורשום את תובנותיך מההכנה.

1.2. קוד למפגש 2: כימוי אחיד קבוע, אחיד אופטימאלי, ואופטימאלי (לאות חד מימדי)

דוגמה לכימוי של אות חד מימדי – סינוס. שימו לב: סוג המשתנה (למשל DOUBLE, UINT8) והטווח שלו (0-1, 0-255) חייבים להשמר בתהליך הקוונטיזציה. (ההוראות בסעיף זה כלליות. מותר וצריך להגדיר את הבעיה, להניח הנחות הנדסיות הגיוניות ומנומקות, ולפעול לפיהן). בקוד שייכתב בניסוי זה אסור להשתמש בפונקציות כימוי מובנות מכל סוג שהוא, אלא לבצע כימוי על ידי חישוב ישיר (קיצוץ, עיגול).

א. ייצור אות הבדיקה: יש לייצר אות דגום חד מימדי סינוסי בעל 2 עד 3 מחזורים. כאות בדיקה ישמש (בנפרד) כל אחד מהאותות הבאים:

- סינוס עם כ-256 רמות (uint8).
- סינוס עם כ-256 רמות בתחום 0-1 (double).
- שורה אופיינית מתמונה.

ב. תכנן מכמה אחיד בעל 2^k רמות, כאשר הפרמטר k , יכול לקבל כל ערך בתחום $k=1:8$. בצע כימוי לאות. חשב את השגיאה הממוצעת (שורש MSE), ואת ה-SNR. שרטט את האות, שגיאת הקוונטיזציה, והיסטוגרמה של האות ושל מוצא הקוונטיזציה.

ג. חשב את הקשר בין מספר רמות הכימוי לבין רעש הקוונטיזציה, ולכן גם ל-MSE ול-SNR. הראה כי הניסוי שלך מקיים את הקשר. הסבר את התוצאות.

ד. חזור על הניסוי כאשר עוצמת האות קטנה פי 4, אך עדיין סביב רמת האמצע (127).

ה. הרעש את האות. חשב SNR ביחס לאות המקורי. הפעל את הקוונטיזציה על האות המורעש. חשב את ה-SNR לאחר הכימוי. הפעל LPF על מוצא המכמה.

במעבדה נקשר בין כימוי אות דו מימדי, MSE, SNR, לבין האיכות הנראית של התמונה המכומה, והאם תמיד SNR גרוע יותר פירושו תמונה נראית פחות טובה?

2. רקע תיאורטי והדגמות

2.1. דגימה ושחזור : Decimation and Interpolation

הערה חשובה: בניסוי זה נשתמש בתמונה דגומה כמקור, ולא בתמונה אנלוגית (ההבדלים יוסברו בכיתה). במקרים כאלו דגימה היא בעצם הורדת קצב הדגימה, (down-sampling (DS, ואינטרפולציה היא העלאת קצב הדגימה, (up-sampling (US.

פקודות מטלב: (imresize)

סקירה:

הקטנת גודל תמונה: דגימה כל פיקסל שני (דסימציה ביחס 1:2):

```
J = imresize(I, 0.5);
```

```
J1 = imresize(I, 0.5, 'nearest');
```

במקרה זה, גודל כל אחד ממימדי תמונת התוצאה יהיה (בקירוב – מדוע?) $\frac{1}{2}$ מגודל התמונה המקורי.

דסימציה ביחס $p:1$ תבחר כל פיקסל p מהתמונה המקורית, כאשר הפרמטר לפקודת imresize יהיה $1/p$. השימוש בפרמטר (method), מגדיר כיצד ישוערכו בהקטנת התמונה פיקסלים שאינם חופפים לפיקסלים הקיימים.

שחזור (הגדלה) ע"י שכפול (nearest neighbor) או אינטרפולציה ב-לינארית או ב-קובית למשל פי שניים (אינטרפולציה ביחס 1:scale):

```
J2 = imresize(I, 2, 'nearest');
```

```
B = imresize(A, scale)
```

```
B = imresize(A, [numrows numcols])
```

```
[Y newmap] = imresize(X, map, scale)
```

```
[...] = imresize(..., method)
```

Where method: 'nearest', 'bilinear', 'bicubic'

2.1.1. Demo1: Zooming and Shrinking Images using Pixel Replication

The Problem:

- Write a computer program capable of **zooming** and **shrinking** an image by pixel replication. Assume that the desired zoom / shrink factors are integers.
- Shown on Fig. 2.20(a) from the book web site and use your program to shrink the image from 1250 Dots Per Inch (DPI) to 300, 150 and 72 DPI
- Use your program to zoom the image in (b) back to the resolution of the original.



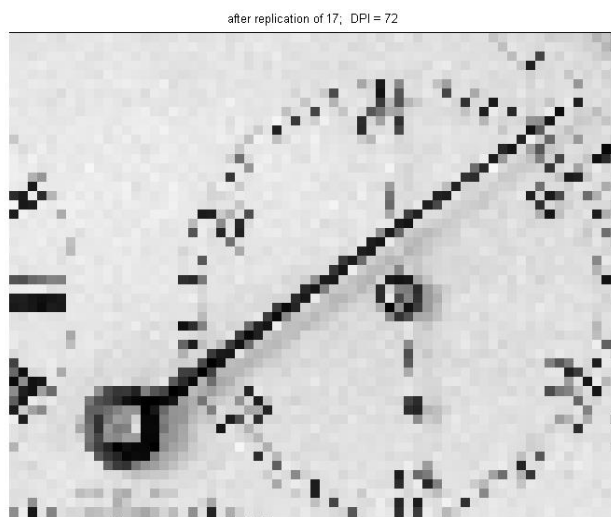
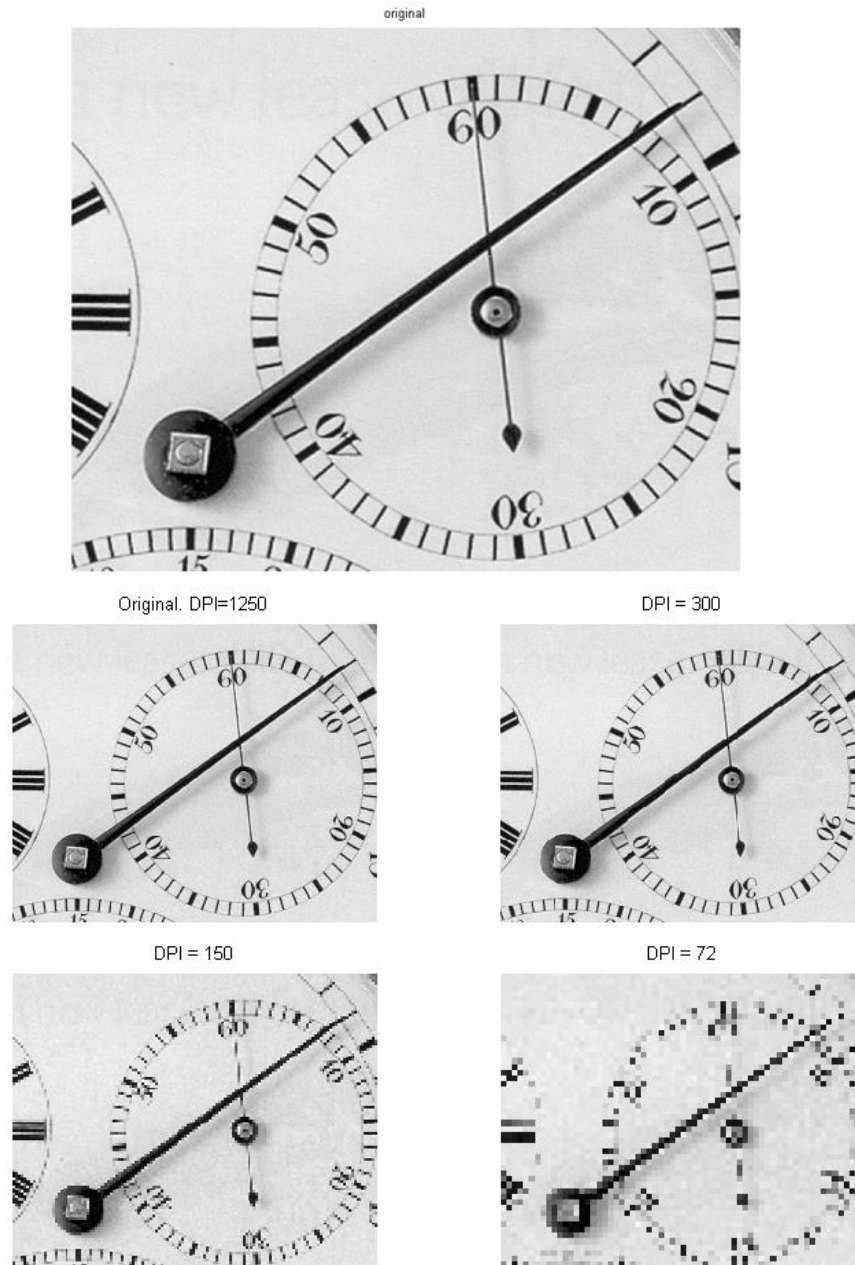
The Solution:

The required sampling ratios between images a, b, c, d are 1250:300:150:72. Therefore we can approximate them using the following integer ratios:

Original DPI	Required DPI	Exact Sampling Ratio	Integer Sampling Ratio	Actual DPI
1250	1250	1.0000	1	1250.0
1250	300	4.1667	4	312.5
1250	150	8.3333	8	156.25
1250	72	17.361	17	73.529

Pixel Replication Demo (cont):

Since the original image is high resolution, displaying a down-sampled image will still be high-res, and the down-sampling artifacts may remain invisible. Therefore we shall use the following cropped section of the original ($P(1601:2500, 1201:2300)$), thus allowing better visualization of the different sampling rates influence.



Note the seconds hand aliasing in the different resolutions.

2.1.2. Demo2: Zooming and Shrinking Images using Bilinear Interpolation

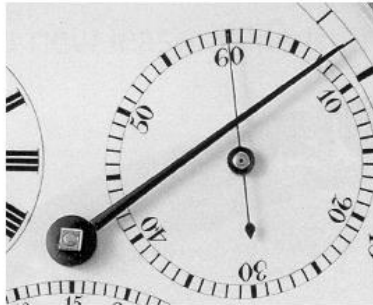
The Problem:

Repeat 2.1.1, using bilinear interpolation, instead of pixel replication.

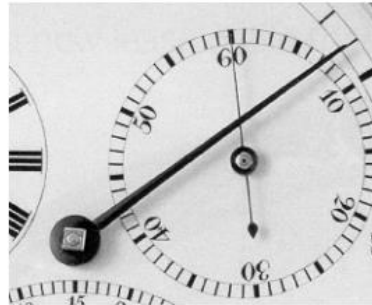
The Solution:

Bilinear Interpolation Demo:

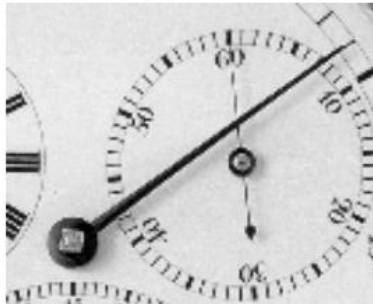
Original. DPI=1250



DPI = 300



DPI = 150



DPI = 72



after bilinear interpolation of 17; DPI = 72



2.1.3. ניסוי עצמי: דסימציה ואינטרפולציה ללא שימוש בפקודת imresize.

- השתמש במקטע מתמונת chrono.tif וממש דסימציה ביחס $1:p$, כאשר p הוא פרמטר שלם המראה את יחס הדגימה בכל ציר. הצג תוצאה עבור $1:2$, $1:4$, $1:10$.
- החזר את התמונות מסעיף א לגודל המקורי תוך מימוש אינטרפולציה ע"י שכפול פיקסלים ללא שימוש בפקודת imresize.
- החזר את התמונות מסעיף א לגודל המקורי תוך מימוש אינטרפולציה בלינארית ללא שימוש בפקודת imresize.

הנחיות למימוש:

- יש להשתמש במקטע מתמונת המקור chrono, שמופיע בהדגמות בעמודים הקודמים.
- ניתן לבצע אינטרפולציה ע"י: א. חישוב ישיר כפי שנלמד בהרצאה. ב. לחלופין ניתן לפתור ע"י ריפוד באפסים סביב כל פיקסל של התמונה הדגומה, כך שתגיע למימדי התוצאה הנדרשת, ואז לבצע קונבולוציה דו מימדית עם פילטר שחזור. למשל בשכפול (יודגם במעבדה):

שאלות לדוח המכין:

- רשום משוואות הדסימציה והאינטרפולציה ל 3 השיטות השונות:
'nearest', 'bilinear', 'bicubic'.
- רשום משוואות הדסימציה ואינטרפולציה תוך שימוש ב-sinc דו מימדי.

שאלות לדוח המסכם:

- נתח תיאורטית את הניסוי עבור $1 < p < 2$, כלומר דגימה בחלקי פיקסל, עבור p הניתן לביטוי כשבר פשוט.
- שאלת רשות למתקדמים: ממש את שאלה 1 ובחן את התוצאה.
- התייחס לנושא סינון (anti aliasing filtering) לפני דסימציה, מתי נדרש באופן מעשי (רמז: תמיד)? נמק!. הדגם על תמונת barbara.

2.1.4. הדגמה: דסימציה ואינטרפולציה של תמונות צבע (אופציה)

דגימת תמונות צבע (הדגמה בלבד) RGB מול דגימת YUV: ✓

בדגימה מרחבית העין רגישה יותר לבהירות מאשר לצבע

תמונת המקור (a) בפורמט RGB, היא בעלת $[bpp]$ $8[\text{bit/pixel}]$ לכל צבע, סה"כ $24[bpp]$.
התמונה הומרה לפורמט YUV (YCbCr) עם $8[bpp]$ בכל מרכיב, סה"כ $24[bpp]$. בתמונה (b) בוצע DS למרכיב Y של (a), ביחס $1:8$ בכל ציר, עדיין עם $8[bpp]$, ובוצע שכפול (replication) לכל $64=8 \times 8$ הפיקסלים, ואז המרה חזרה מ-YUV ל-RGB לצורך ההצגה. סה"כ קצב הביטים הממוצע ירד ב-(b) מ- $24[bpp]$ ל- $16.125[bpp]$.
בתמונה (c) בוצע DS למרכיבי U, V של (a), ביחס $1:8$ בכל ציר, עדיין עם $8[bpp]$, ובוצע שכפול (replication) לכל $64=8 \times 8$ הפיקסלים, ואז המרה חזרה מ-YUV ל-RGB לצורך ההצגה. סה"כ קצב הביטים הממוצע ירד ב-(c) מ- $24[bpp]$ ל- $8.25[bpp]$, כלומר יחס דחיסה של $1:3$.



(a) Original; (b) Y are down sampled by 8 (in each axis) and replicated; (c) Cb Cr are DS by 8
Note that (c) has about $1/3^{\text{rd}}$ of samples comparing to (a) (exactly $1/3 + 1/32$)

2.2. כימוי - Quantization

2.2.1. הדגמה לכימוי אחיד ודוגמאות לפלט הניסויים

כזכור, עבור B ביטים לפיקסל, יש 2^B רמות אפור אפשריות. ההדגמה: בצע כימוי אחיד לתמונה ע"י 1-8 ביטים לפיקסל, הצג את התמונה וההיסטוגרמה שלה.

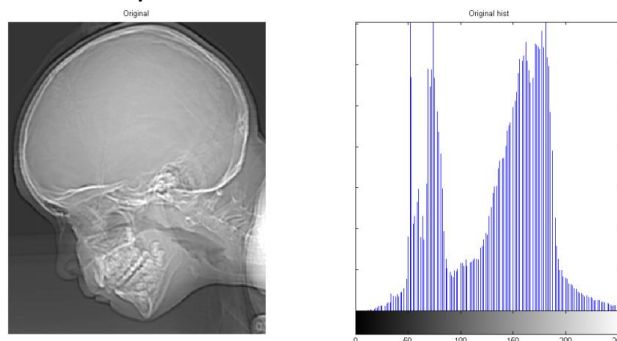


Fig. A.1 The original image and its histogram

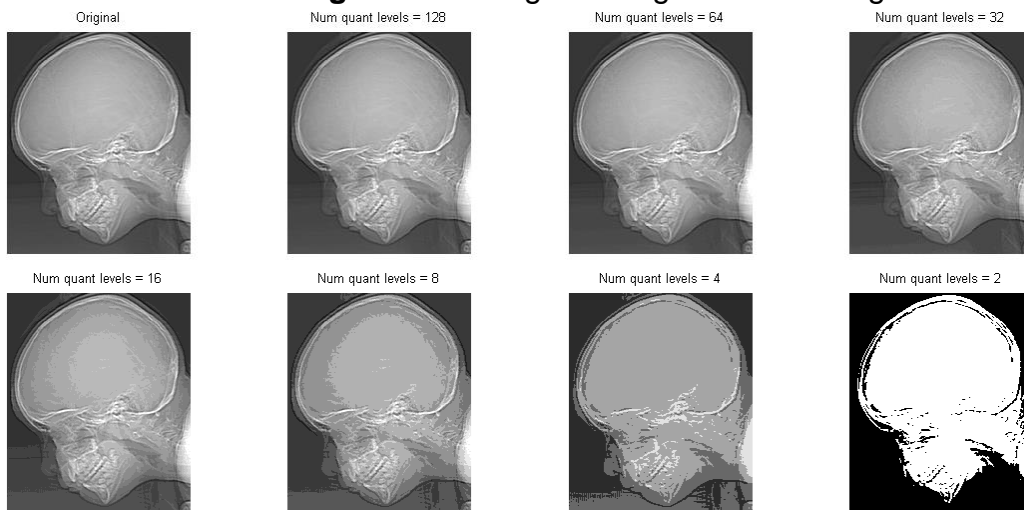


Fig. A.2 (from top left to bottom right) – Top row: Quantization of 256 (original), 128, 64, 32 levels; Bottom row: 16, 8, 4, 2 levels

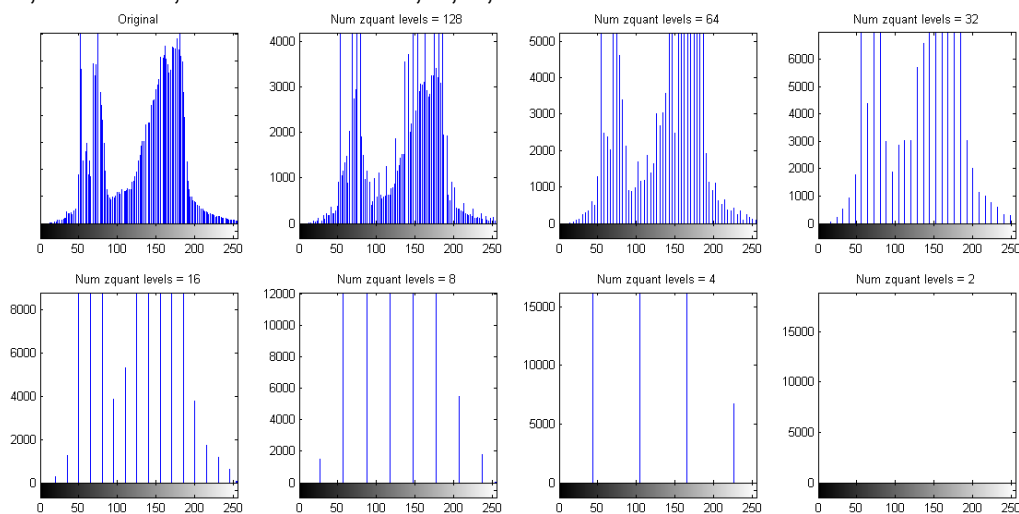


Fig. A.3 – (from top left to bottom right) – Histograms of the images of Figure A-1 in the same order. Note that the 2 level lines are at the edges, to comply with the original book image. Top row: Quantization of 256 (original), 128, 64, 32 levels; Bottom row: 16, 8, 4, 2 levels

2.2.2. תרגול עצמי: ניסוי 1: כימוי אחיד של אות סינוס דו מימדי.

(כימוי אחיד = קוונטיזציה אחידה)
מטרות הניסוי:

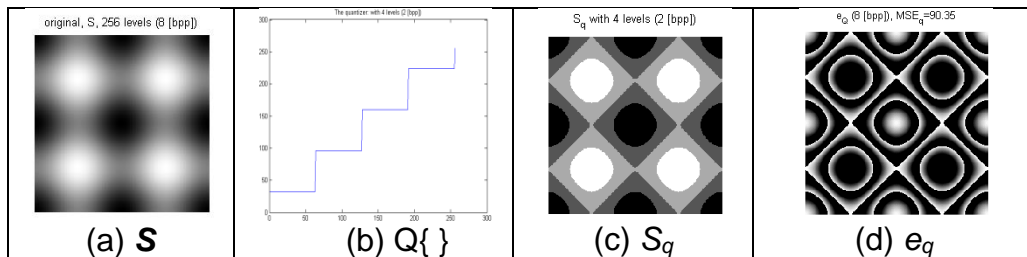
- התנסות בביצוע כימוי;
 - מדידת MSE (מדד שגיאה אובייקטיבי) וחישוב SNR.
 - הבנת רגישות העין לקונטורים המתקבלים, וניסיון לטשטש אותם ע"י הרעשה (Dithering);
 - ההבדל בין מדד שגיאה אובייקטיבי וסובייקטיבי;
- הפנמת העובדה שלמרות שהתמונה נראית לנו קרובה יותר למקור, ונעימה יותר לעין, היא תהיה בעלת תהיה בעלת MSE גבוה יותר (SNR נמוך יותר).

רקע תיאורטי \ תזכורת:

נתון אות דו מימדי S , בעל מימדים של $M \times N$ פיקסלים S . נבצע כימוי ע"י הטרנספורמציה $S_q = Q\{S\}$. את שגיאת הקוונטיזציה, e_q , מגדירים ע"י ההפרש בין האות לתוצאת הקוונטיזציה,

$$e_q \triangleq S - S_q = S - Q\{S\} \quad (1.1)$$

החישוב יכול להעשות במטלב בכתיב מטריצי (רצוי), או באופן מפורש לכל פיקסל בנפרד (יוריד ניקוד בדו"ח הסופי). כמובן שכל האותות S, S_q, e_q הם מטריצות בגודל $M \times N$.



השגיאה הריבועית הממוצעת, MSE, תהיה לכן

$$MSE = E\left\{\left(e_q(m,n)\right)^2\right\} = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left(e_q(m,n)\right)^2 \quad (1.2)$$

יחס האות לרעש, SNR יחושב לפי היחס בין אנרגיית התמונה לאנרגיית שגיאת הקוונטיזציה, שהיא הרעש שלנו:

$$SNR = \frac{E\{S^2\}}{E\{e_q^2\}} \quad SNR_{dB} = 10 \log_{10}(SNR) \quad (1.3)$$

$$SNR[dB] = 10 \log_{10} \frac{E\left\{\left(S(m,n)\right)^2\right\}}{E\left\{\left(e_q(m,n)\right)^2\right\}} \quad (1.4)$$

Peak signal-to-noise ratio - PSNR הוא מדד מקובל בניתוח תמונות. הוא מציב בנוסחה (1.4) במקום את אנרגיית האות, את הערך המקסימלי האפשרי של אנרגיית האות (למשל 255^2 עבור uint8). על ידי כך מקבלים מדד התלוי ברעש בלבד, ובכך מתעלמים מהבדלי SNR עבור אותה שגיאת קוונטיזציה בין אות חלש (תמונה כהה) לאות חזק (תמונה בהירה):

$$PSNR[dB] = 10 \log_{10} \frac{S_{Max}^2}{E\left\{\left(e_q(m,n)\right)^2\right\}} = 10 \log_{10}(S_{Max}^2) - 10 \log_{10} E\left\{\left(e_q(m,n)\right)^2\right\} \quad (1.5)$$

למרות שאנו מבצעים קוונטיזציה לתמונה, למשל לצורך אחסון או שידור, כאשר מציגים אותה על מסך, משתמשים בכל 256 רמות האפור האפשריות.

הרעשה, Dithering

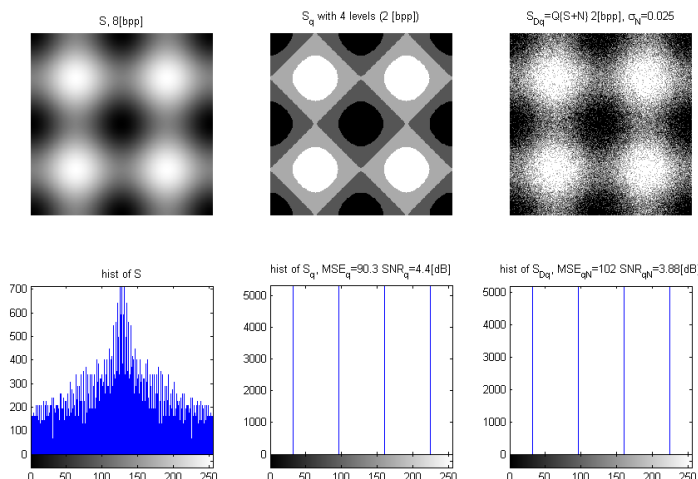
בעת שימוש במספר רמות קטן, מופיעים קונטורים (contours) כפי שניתן לראות בתמונה (c), והעין האנושית מבחינה בהם בקלות ואף מדגישה אותם, ובכך פוגעת באיכות הנתפשת של התמונה. אחת הסיבות לכך היא כיוון שיש תלות חזקה בין כל האותות e_q, S, S_q , ולכן הנחות חוסר הקורלציה בין השגיאה לאות, אינן חלות במקרה זה. הדבר נראה בבירור בתמונות (a), (c), (d). כדי לבטל את תופעת הווצרות הקונטורים ניתן לבצע הרעשה, Dithering.

בשיטה זו מקלקלים (בכוונה) את הקורלציה בין אות המקור ושגיאת הקוונטיזציה ע"י הוספת רעש.

הפעולה תקלקל את המדדים האובייקטיביים SNR או MSE, אך תשפר את התמונה באופן סובייקטיבי בעיני המתבונן.

נדגים ראשית את התוצאה:

תמונת המקור משמאל, ושתי התמונות הימניות הן בעלות 4 רמות בלבד (2 ביטים לפיקסל) כפי שרואים בהיסטוגרמה מתחת לכל אחת.



ניתן לממש הרעשה למשל בשיטה הבאה:

מייצרים רעש אקראי גאוס $\eta_1(m, n) \sim N\{0, \sigma_{\eta_1}^2\}$. מוסיפים אותו לתמונה S , לפני הקוונטיזציה, ומקבלים את רועש S_D . מבצעים את הקוונטיזציה הפעם לאות הרועש S_D ומקבלים את S_{Dq} :

$$S_D = S + \eta_1; \quad S_{Dq} = Q\{S_D\} = Q\{S + \eta_1\} = S + \underbrace{\eta_1 + e_{Dq}}_{e_{q1}}; \quad (1.6)$$

ברור ראשית, שגם עבור אות רועש, כיוון ש- S_{Dq} הוא ממוצא הקוונטיזציה, יש לו בדיוק את אותו מספר רמות כמקודם. רואים גם, שאם הרעש חזק מספיק, שגיאת הקוונטיזציה תהיה בקורלציה עם הרעש, ולא עם הסיגנל, כיוון שהרעש חסר קורלציה לסיגנל. בכך נשיג את מטרתנו. אך יש לשים לב שהפעם MSE, השגיאה הריבועית הממוצעת בתהליך, גדלה וה-SNR התקלקל (קטן). זאת כיוון שה-MSE כוללת בנוסף לאנרגיית שגיאת הקוונטיזציה, גם את אנרגיית הרעש שהוספנו, ובהנחת אי תלות בין התמונה והרעש, אנו מקלקלים את המדד האובייקטיבי MSE, למרות שאולי נשפר את המדד הסובייקטיבי (תפישתי), הנובע מהעלמות הקונטורים.

$$e_{q1} = S - S_{Dq} = \eta_1 + e_q$$

$$E\{(e_{q1})^2\} = E\{(S - S_{Dq})^2\} = E\{(\eta_1 + e_q)^2\} = E\{(\eta_1)^2\} + E\{(e_q)^2\} < E\{(e_q)^2\} \quad (1.7)$$

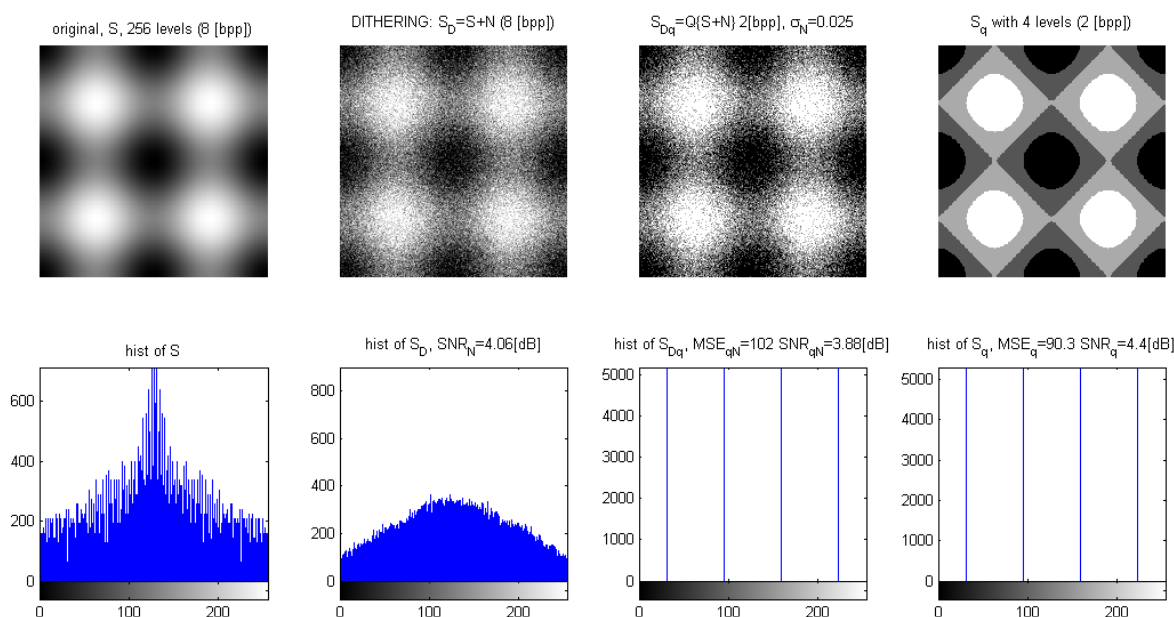
מהלך הניסוי:

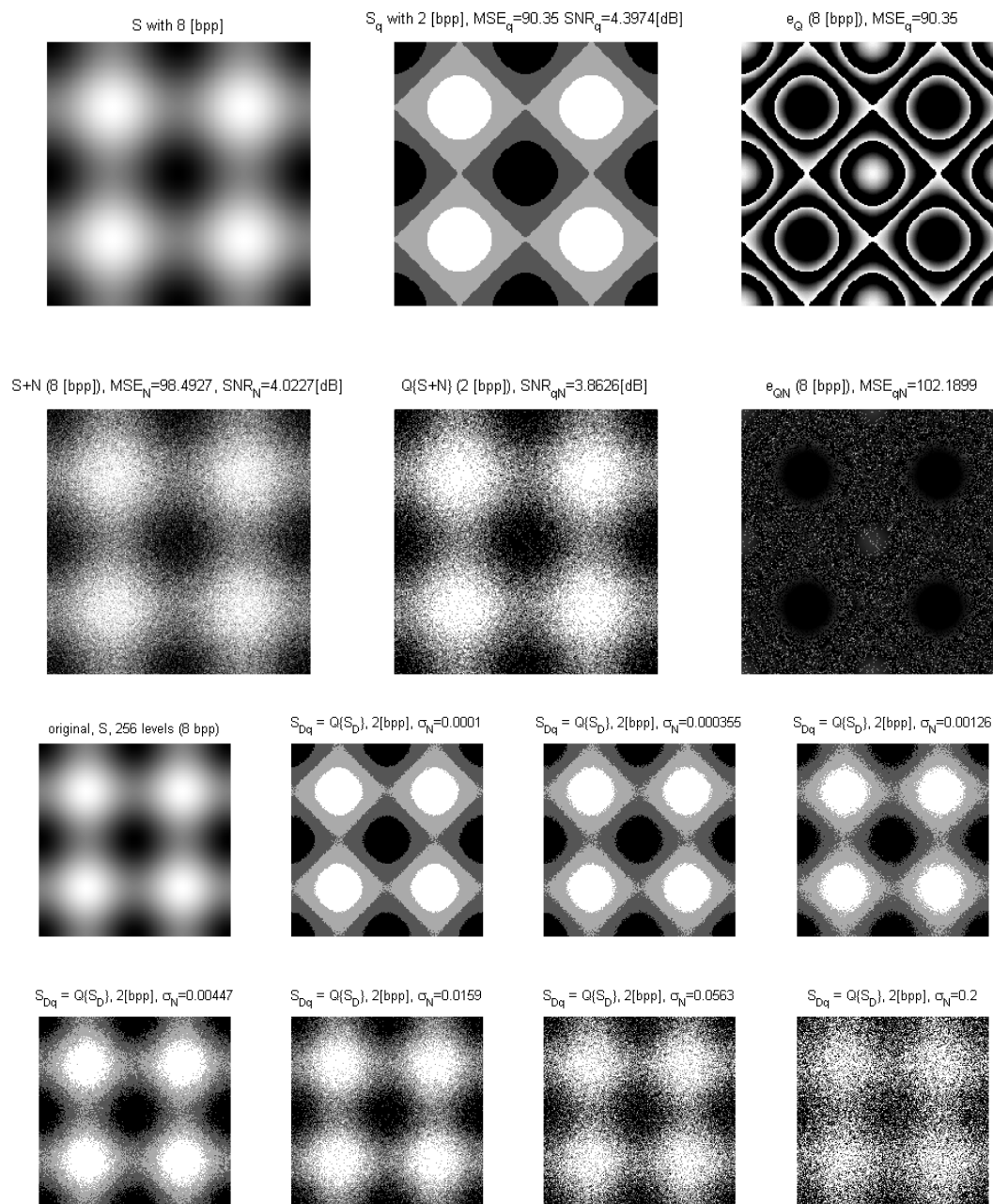
- א. ייצר תמונה S בגודל 256×256 פיקסלים שתכלול בכל פעם את אחד מבין האותות הבאים:
 1. רמפה בכיוון X בין 0 ל-255.
 2. סינוס בעל 2 מחזורים בציר Y , ושני מחזורים בציר X .
 - ב. בנה 4 קוונטיזרים אחידים בעלי 4, 3, 2, 1 ביטים, בצע קוונטיזציה והצג את התוצאה, S_q .
 - ג. הצג גם את תמונת ההפרש בין תמונת המקור לתמונה המכומה, e_q .
 - ד. חשב את ה- MSE בין המקור לתוצאה לפי נוסחה (1.2) בעזרת הפונקציה שבנית בניסוי קודם והצג אותה.
 - ה. חשב את ה- SNR לפי (1.4) והצג אותו, ואת PSNR.
 - ו. חזור על הסעיפים הקודמים עם קוונטיזר Lloyd-Max (לפי ההדרכה בסעיף הבא). השווה את ביצועיו לקוונטיזר אחיד, בשתי שיטות: א. סובייקטיבית (החלטתך כצופה), ו-ב. אובייקטיבית (תוך שימוש ב- MSE ו/או SNR).
 - ז. חזור על הניסוי המקורי אך הפעם הוסף את הרעשה - dithering. כלומר יש להוסיף רעש אקראי (גאוס) לתמונה לפני ביצוע הקוונטיזציה, $\eta_1(m, n) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\eta}^2)$ (ניתן להשתמש ב-imnoise).
 - שימו לב: הרעש בחישובי MSE, SNR, כולל הפעם גם את רעש הקוונטיזציה וגם את הרעש הנוסף. הסיגנל הוא תמיד האות המקורי ללא רעש.
 - ח. הדגם את סעיף ז' עבור רמות שונות רעש שונות, ובחר את הרמה (SNR) המועדפת עליך. הצג בפלט מתאים.
 - ט. ניתן לשפר את השיטה על ידי **שימוש ברעש פסאודו-אקראי**, באופן הבא: חזור על הניסוי בסעיף ז', אך הפעם הנח שהמקלט המעוניין להציג את התמונה מכיר את הרעש שהוסיף המשדר (רעש פסאודו-אקראי). **דרך אפשרית לביצוע היא שימוש בפקודות randn, rng(seed).** כלומר בניסוי, עליך להוסיף רעש לתמונה לפני הקוונטיזציה, לשמור את התמונה המכומה (B) ביטים לפיקסל), אך לפני ההצגה על המסך בעל 256 רמות, הפחת את הרעש הידוע, מתוצאת הקוונטיזציה. כמה רמות יוצגו? מה האיכות הפעם? מה קורה למדדים האובייקטיביים הפעם? י. סכם בדוח הסופי את מסקנותיך.

הדרכה להוספת רעש: עבור קוונטיזציה מסוימת, ייצר רעש גאוס, עם ממוצע אפס ושונות לפי בחירתך. הגרל את הרעש ("תמונת הרעש") פעם אחת, ואז השתמש באותו רעש לכל הניסויים.

דוגמאות (חלקיות) לפלטים

יש לוודא נכונות הפלטים. יתכן שחלקם אינו נכון, אך הוא מושאר כתרגיל לבדיקה עצמית של הסטודנט. שימו לב: פלטים שגויים אשר עדיין יופיעו בדו"ח הסופי יורידו ניקוד!





2.2.3. תרגול עצמי: ניסוי 2: כימוי Lloyd-Max של תמונה

Lloyd-Max - הכרות עם מכמת

ביצוע חישוב איטרטיבי למציאת המכמת האופטימלי להתפלגות נתונה.

Max-Lloyd על

הרעיון המרכזי במכמת מקס לויד, למצוא את המכמת הכי טוב כך שהשגיאה בין האות המקורי לאות המכומת תהיה מינימלית.

$$\min \frac{1}{|\Omega|} \sum_{m,n} (f(m,n) - Q\{f(m,n)\})^2; \quad \forall (r_k, f_k)$$

כדי לקבל מינימום לפונקציה צריך למצוא את המשתנים הבאים:

$$f_k = \frac{\int_{r_{k-1}}^{r_k} rP(r)dr}{\int_{r_{k-1}}^{r_k} P(r)dr}$$

$$r_k = \frac{f_k + f_{k+1}}{2}$$

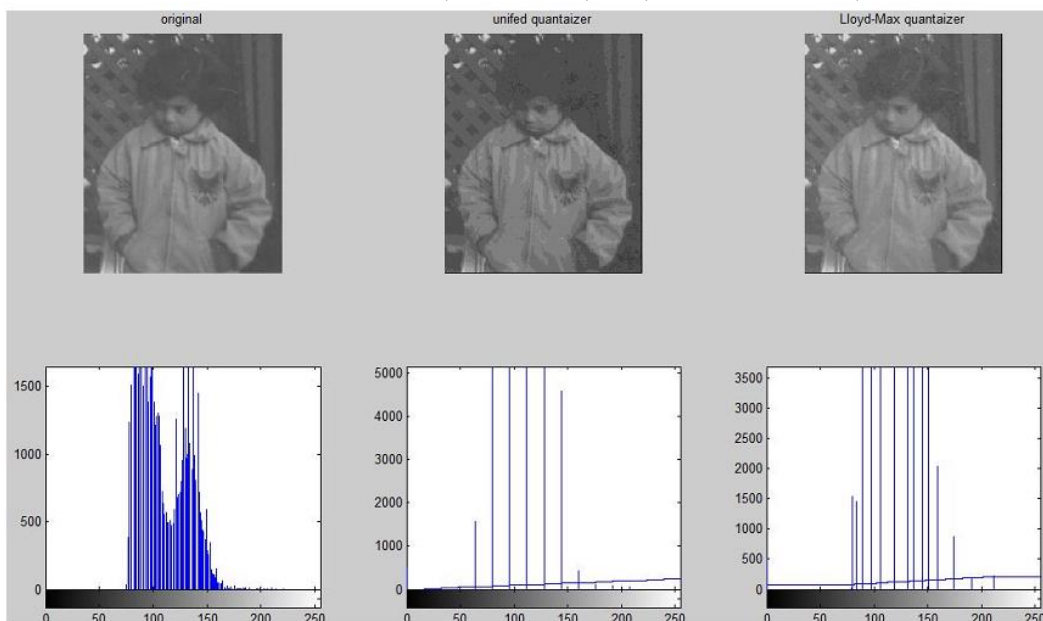
מהלך הניסוי:

כתוב תוכנית ליישום מכמת Max-Lloyd על תמונה ממאגר התמונות של MATLAB.

1. בחן ערכי התכנסות שונים, האם המכמת מתכנס לאותם ערכים?
2. כיצד תבחר את המכמת האופטימלי מבין התוצאות שקיבלת?
3. השווה את התוצאות עם מכמת אחד? (ע"י חישוב MSE).
4. עבור התמונה Pout.tif בצע כימוי אחד ל-16 רמות רק לתחום הדינמי של התמונה – האם התוצאה השתפרה? הסבר?

הערות:

- בדוק את תקינות פעולת המכמת ע"י הפעלתו על אותות שונים בהתפלגות ידועה (למשל גל סינוס, גל משולש, ועוד).
- עבור כל אות, שרטט היסטוגרמה, פילוג מצטבר, ואת רמות הכימוי המתאימות.
- השווה בין ביצועי המכמת שלך לבין המכמת המקביל המובנה של מלטב.



לגבי כל הניסוי - לדו"ח המסכם (בסיום 2 המפגשים): סכם את כל הסעיפים ורשום את מסקנותיך, אם לא נדרשת לעשות כך במפורש במקום אחר בסעיף כלשהו של הדו"ח.