

# PRÁCTICA 3 - GEOMETRÍA COMPUTACIONAL - 2024

## 6, 13 y 20 de marzo de 2024

### TEOREMA DE LIOUVILLE

Plantilla de uso opcional:

- `'GCOM2024_practica6_plantilla.py'`.

**Enunciado:** Dado el hamiltoniano de un oscilador no lineal,  $H(q, p)$ , que describe una variedad simpléctica con coordenadas  $(q(t), p(t)) \in \mathbb{R}^2$ , las ecuaciones de Hamilton-Jacobi conducen a la siguiente ecuación diferencial:

$$H(q, p) = p^2 + \frac{1}{4}(q^2 - 1)^2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{q} = -2q(q^2 - 1) \quad (1)$$

que describe la evolución de  $q(t)$  y  $p(t) = \dot{q}/2$ . Supón que disponemos de un conjunto de condiciones iniciales  $D_0 := [0, 1] \times [0, 1]$ , y una granularidad del parámetro temporal  $t = n\delta$  tal que  $\delta \in [10^{-4}, 10^{-3}]$ ,  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ , con la que puede estimarse la sensibilidad del sistema al grado de discretización. Se pide:

- Representa gráficamente el espacio fásico  $D_{(0, \infty)}$  de las órbitas finales del sistema  $S$  con las condiciones iniciales  $D_0$ . Considera al menos 20 órbitas finales diferentes. **[0.25 puntos]**
- Obtén el **valor del área** de  $D_t$  para  $t = 1/3$  y una estimación del su intervalo de error, presentando los valores de forma científicamente formal (puedes esrimar el error a partir de la sensibilidad al parámetro  $\delta$ ). ¿Se cumple el teorema de Liouville entre  $D_0$  y  $D_t$ ? Razona la respuesta. **[0.5 puntos]**
- Realiza una **animación GIF** del diagrama de fases  $D_t$  para  $t \in (0, 5)$ . **[0.25 puntos]**

### Observaciones:

La memoria debe entregarse antes de que transcurran **28 días** desde el inicio de la práctica, salvo que se indique lo contrario.

La memoria, siempre en pdf, debe incluir **al menos** la siguiente información: (1) Introducción (motivación/objetivo de la práctica), (2) Material usado (método y datos), (3) Resultados, (4) Conclusión y (5) Anexo con el script/código utilizado.

La extensión máxima de la memoria **no superará las 2 páginas**, sin contar el código anexado (ilimitado) y demás anexos. El total de la superficie de las figuras/tablas (si las hubiese) no podrán excederse del 50 % de la memoria.

La memoria (‘.pdf’), la **animación** (‘.gif’) y el **código fuente** (archivo ‘.py’) deben subirse como archivos independientes. **No** subir archivos **comprimidos**.