

# Моделирование колебаний.

Климанов Даниил Дмитриевич

Краснов Михаил Андреевич

Гавриченко Екатерина Олеговна, группа Б02-115

December 19, 2021

## 1 Введение

В данной работе рассматриваются колебания, возникающие в специфической модели маятника, которая будет описана в следующем разделе. Будет сделана визуализация процессов в зависимости от заданных условий и проведён анализ некоторых возможных сценариев.

**Цель работы:** Добиться правильной работы программы. Качественно рассмотреть разные начальные условия и понять, какие могут быть варианты последующего поведения системы.

## 2 Модель

Маятник представляет из себя систему из груза, пружины и моторчика, помещённую в вязкую среду. Моторчик двигает точку крепления пружины относительно точки подвеса по синусоидальному закону, в котором функция  $\phi(t)$  задана экспериментатором.

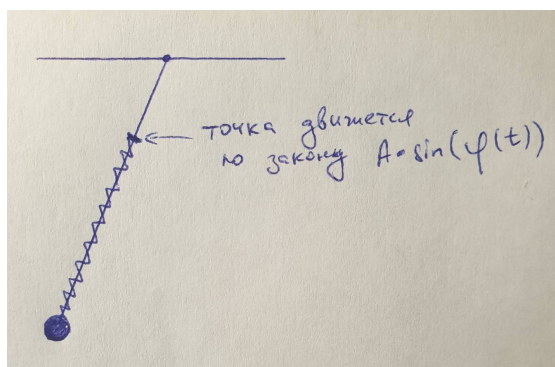


Figure 1: Вид системы

### 3 Детали работы программы

При работе с программой пользователем задаются все параметры, описанные в файле README на странице репозитория проекта(ссылка на репозиторий будет дана в конце презентации). Их значения подбираются относительно друг друга и тех констант, которые используются в программе.

### 4 Теоретическая часть

Поскольку в общем случае в системе присутствует трение, то для получения уравнений следует использовать уравнение Лагранжа второго рода. Для рассматриваемой системы Лагранжиан(нормированный по массе груза) имеет вид:

$$L = \frac{(l(\dot{\alpha}))^2 + (\dot{x})^2}{2} + gl\cos(\alpha) - \frac{k(x-x_0)^2}{2},$$

где  $l$  - расстояние от точки подвеса до груза,  $x$  - длина пружины в текущий момент,  $x_0$  - длина пружины изначально.

Обобщёнными координатами являются  $x$ ,  $\alpha$ . Правые части уравнений(после деления на массу груза) для них выглядят как:

$$Q_x = -\beta\dot{x} \quad ; \quad Q_\alpha = -l^2\dot{\alpha}\beta, \text{ где } \beta - \text{коэффициент трения, нормированный по массе груза.}$$

Отсюда уравнения строятся так, как описано в учебнике "Краткий курс аналитической динамики" Яковенко Г.Н.

В работе уравнения численно интегрируются с помощью метода Рунге-Кутты четвёртого порядка, что обеспечивает необходимую точность вычислений.

### 5 Итоги

В ходе работы над проектом каждый член команды работал над своим модулем. Модули были поделены по выполняемым ими функциям, поэтому всего в работе использовалось четыре модуля помимо main: модуль, который создаёт объект класса маятника, обработка вводимой пользователем информации, интегрирование уравнений на текущем шаге и визуализация.

### References

- [1] Яковенко Г.Н. Курс аналитической динамики // М.:БИНОМ. Лаборатория знаний — 2004, параграф 2.17.
- [2] [https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод Рунге — Кутты](https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Рунге_—_Кутты)
- [3] <https://github.com/dklim11/Modeling-of-fluctuations>, репозиторий проекта