Моделирование колебаний.

Климанов Даниил Дмитриевич
Краснов Михаил Андреевич
Гавриченко Екатерина Олеговна, группа Б02-115

December 21, 2021

1 Введение

В данной работе рассматриваются колебания, возникающие в специфической модели маятника, которая будет описана в следующем разделе. Будет сделана визуализация процессов в зависимости от заданных условий и проведён анализ некоторых возможных сценариев.
Цель работы: Добиться правильной работы программы. Качественно рассмотреть разные начальные условия и понять, какие могут быть варианты последующего поведения системы.

2 Модель

Маятник представляет из себя систему из груза, пружины и моторчика, помещённую в вязкую среду. Моторчик двигает точку крепления пружины относительно точки подвеса по синусоидальному закону, в котором функция ϕ(t) задана экспериментатором.

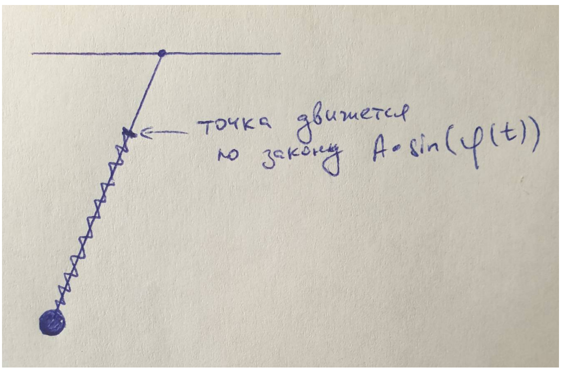

Figure 1: Вид системы

3 Детали работы программы

При работе с программой пользователем задаются все параметры, описанные в файле README на странице репозитория проекта(ссылка на репозиторий будет дана в конце презентации). Их значения подбираются относительно друг друга и тех констант,которые используются в программе. Список задаваемых параметров:
1) $l0$ - Длина пружины в нерастянутом состоянии
2) l - Длина пружины в начале эксперимента
3) k - Жёсткость пружины(нормированная по массе)
4) A - Амплитуда колебаний мотора
5) s - Координата точки крепления пружины в текущий момент. Без потери общности можно положить её равной 0 в начальных условиях.
6) α - Угол отклонения пружины
7) v - Скорость груза вдоль стержня.
8) w - Угловая скорость стержня
9) mu_m - Отношение коэффициента трения к массе груза
10) Движение точки крепления пружины происходит под действием работы мотора по закону $A \cdot sin(\phi(t))$. Функция $\phi(t)$ представляет собой многочлен четвёртой степени: $\phi(t) = (A4)t^4 + Bt^3 + Ct^2 + Dt + E$, коэффициенты задаются экспериментатором.

4 Теоретическая часть

Поскольку в общем случае в системе присутствует трение, то для получения уравнений следует использовать уравнение Лагранжа второго рода. Для рассматриваемой системы Лагранжиан(нормированный по массе груза) имеет вид: $L = \frac{(l(\dot{\alpha}))^2 + (\dot{l})^2}{2} + glcos(\alpha) - \frac{k(x-x0)^2}{2}$, где l - расстояние от точки подвеса до груза, x - длина пружины в текущий момент, $x0$ - длина пружины изначально.
Обобщёнными координатами являются x, $alpha$. Правые части уравнений(после деления на массу груза) для них выглядят как: $Q_x = -\beta\dot{x} \quad ; \quad Q_\alpha = -l^2\dot{\alpha}\beta$, где β - коэффициент трения, нормированный по массе груза. Отсюда уравнения строятся так, как описано в учебнике "Краткий курс аналитической динамики" Яковенко Г.Н.

В работе уравнения численно интегрируются с помощью метода Рунге-Кутты четвёртого порядка, что обеспечивает необходимую точность вычислений.

5 Итоги

В ходе работы над проектом каждый член команды работал над своим модулем. Модули были поделены по выполняемым ими функциям, поэтому всего в работе использовалось четыре модуля помимо main: модуль, который создаёт объект класса маятника, обработка вводимой пользователем информации, интегрирование уравнений на текущем шаге и визуализация.

References

[1] Яковенко Г.Н. Курс аналитической динамики // М.:БИНОМ. Лаборатория знаний —- 2004, параграф 2.17.

[2] https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод Рунге — Кутты

[3] https://github.com/dklim11/Modeling-of-fluctuations, репозиторий проекта