

## Лабораторная работа №6

**Задание 1. (10 баллов)** Сгенерируйте ряд длиной 1000 наблюдений в соответствии с моделью ARCH(q) по уравнению:

№	q	Уравнение модели
1	4	$\sigma_t^2 = 1 + 0,3\varepsilon_{t-1}^2 + 0,25\varepsilon_{t-2}^2 + 0,15\varepsilon_{t-3}^2 + 0,1\varepsilon_{t-4}^2$
2	3	$\sigma_t^2 = 0,9 + 0,3\varepsilon_{t-1}^2 + 0,25\varepsilon_{t-2}^2 + 0,35\varepsilon_{t-3}^2$
3	5	$\sigma_t^2 = 0,8 + 0,05\varepsilon_{t-1}^2 + 0,25\varepsilon_{t-2}^2 + 0,15\varepsilon_{t-3}^2 + 0,1\varepsilon_{t-4}^2 + 0,2\varepsilon_{t-5}^2$
4	3	$\sigma_t^2 = 0,9 + 0,1\varepsilon_{t-1}^2 + 0,35\varepsilon_{t-2}^2 + 0,25\varepsilon_{t-3}^2$
5	4	$\sigma_t^2 = 0,6 + 0,3\varepsilon_{t-1}^2 + 0,15\varepsilon_{t-2}^2 + 0,25\varepsilon_{t-3}^2 + 0,1\varepsilon_{t-4}^2$
6	5	$\sigma_t^2 = 0,5 + 0,15\varepsilon_{t-1}^2 + 0,2\varepsilon_{t-2}^2 + 0,25\varepsilon_{t-3}^2 + 0,05\varepsilon_{t-4}^2 + 0,1\varepsilon_{t-5}^2$
7	4	$\sigma_t^2 = 0,4 + 0,1\varepsilon_{t-1}^2 + 0,05\varepsilon_{t-2}^2 + 0,15\varepsilon_{t-3}^2 + 0,2\varepsilon_{t-4}^2$
8	5	$\sigma_t^2 = 0,3 + 0,05\varepsilon_{t-1}^2 + 0,1\varepsilon_{t-2}^2 + 0,15\varepsilon_{t-3}^2 + 0,2\varepsilon_{t-4}^2 + 0,25\varepsilon_{t-5}^2$
9	3	$\sigma_t^2 = 0,2 + 0,1\varepsilon_{t-1}^2 + 0,25\varepsilon_{t-2}^2 + 0,15\varepsilon_{t-3}^2$
10	4	$\sigma_t^2 = 0,1 + 0,1\varepsilon_{t-1}^2 + 0,15\varepsilon_{t-2}^2 + 0,05\varepsilon_{t-3}^2 + 0,2\varepsilon_{t-4}^2$
11	1	$\sigma_t^2 = 0,7 + 0,3\varepsilon_{t-1}^2$
12	2	$\sigma_t^2 = 0,8 + 0,15\varepsilon_{t-1}^2 + 0,25\varepsilon_{t-2}^2$
13	1	$\sigma_t^2 = 0,6 + 0,4\varepsilon_{t-1}^2$
14	2	$\sigma_t^2 = 0,5 + 0,15\varepsilon_{t-1}^2 + 0,1\varepsilon_{t-2}^2$
15	1	$\sigma_t^2 = 0,4 + 0,2\varepsilon_{t-1}^2$
16	2	$\sigma_t^2 = 0,3 + 0,05\varepsilon_{t-1}^2 + 0,15\varepsilon_{t-2}^2$
17	1	$\sigma_t^2 = 0,1 + 0,5\varepsilon_{t-1}^2$

Вместо начальных значений квадратов ошибок возьмите безусловную дисперсию. Будет ли процесс стационарным в широком смысле?

*В действительности мы имеем только ряд наблюдений, а вид и параметры модели неизвестны.*

**Задание 2. (15 баллов)** Методом наименьших квадратов (или методом максимального правдоподобия) оцените модель ARCH(q). Сравните оценки с истинными параметрами модели. Сравните динамику оценки условной дисперсии и ее истинных значений.

**Задание 3. (5 баллов)** Проиллюстрируйте графически ряд ARCH(q).

**Задание 4. (20 баллов)** Рассчитайте описательные статистики ряда: среднее, дисперсию, нормированную ковариационную функцию (автокорреляцию), асимметрию и эксцесс. Соответствуют ли полученные статистики теории?

### Лабораторная работа №7

**Задание 1. (15 баллов)** Построить графики выбранных финансово-экономических временных рядов. Вычислить описательные статистики. Построить эмпирическую плотность распределения. Вычислить автокорреляционную функцию и построить ее график. Сделать вывод об особенностях распределения.

**Задание 2. (15 баллов)** Оценить классическую GARCH(1,1)-модель для доходностей рядов (возможна модель в виде  $r_t = \mu + \varepsilon_t$ ). Исследовать на стационарность. Вычислить и представить графически автокорреляционную функцию квадратов GARCH(1,1)-процессов.

**Задание 3. (15 баллов)** Построить график условной дисперсии. Вычислить нормированные остатки, исследовать их на независимость и  $N(0,1)$  распределение. Построить автокорреляционную функцию нормированных остатков.

**Задание 4. (20 баллов)** Построить условный доверительный интервал прогнозов GARCH(1, 1)-процессов в виде плюс/минус двух среднеквадратических ошибок прогноза. Изобразить на одном графике истинные значения и интервальный прогноз.