Лабораторная работа №3

Задание 1 (25 баллов) Построение автокорреляционной функции

Автокорреляционная функция применяется для изучения внутренней структуры временного ряда и представляет собой множество парных коэффициентов корреляции, сдвинутых относительно первоначального положения на s моментов времени; s – сдвиг.

Построить и проанализировать автокорреляционную функцию третьего временного ряда температуры воды (обозначим через $y_t,\ t = \overline{1,T}$). Для этого:

1. **(15 баллов)** Вычислить автокорреляционную функцию r_s для каждого из сдвигов s по формуле

$$r_s = \frac{\frac{1}{T-s}\sum_{t=1}^{T-s}(y_t - \frac{1}{T-s}\sum_{l=1}^{T-s} y_l)(y_{t+s} - \frac{1}{T-s}\sum_{l=1}^{T-s} y_{l+s})}{\sqrt{\frac{1}{T-s}\sum_{t=1}^{T-s}(y_t - \frac{1}{T-s}\sum_{l=1}^{T-s} y_l)^2}\sqrt{\frac{1}{T-s}\sum_{t=1}^{T-s}(y_{t+s} - \frac{1}{T-s}\sum_{l=1}^{T-s} y_{l+s})^2}},$$

где T – длина реализации, s – сдвиг, который меняется от 1 до максимума, например, $s_{max} = 18$.

В силу четности автокорреляционной функции временной ряд можно сдвигать в любую сторону (вперед или назад).

2. **(7 баллов)** Построить график автокорреляционной функции. График r_s называют коррелограммой. Он показывает, как изменяется зависимость между уровнями ряда по мере увеличения сдвига s.
3. **(3 балла)** Проанализировать полученные результаты. Указать на тип случайного процесса, характеризующий графики автокорреляционных функций («белый шум», «цветной шум», цикличность т.д.).

<u>По желанию:</u>

Задание 2 (65 баллов) Анализ временной изменчивости ряда

Выделить и проанализировать тренд временного ряда. Для этого необходимо выбрать третий временной ряд температуры воды (обозначим через $y_t,\ t = \overline{1,T}$). Далее:

1. **(20 баллов)** Применить метод серий, основанный на медиане; метод восходящих и нисходящих серий для проверки наличия тренда.

2. **(10 баллов)** Провести сглаживание ряда динамики методом скользящего среднего с интервалом сглаживания $l = 7$; построить график исходного и сглаженного ряда.

3. **(10 баллов)** С помощью метода наименьших квадратов рассчитать линейное уравнение модели тренда

$$f(t) = y^*(t) = at + b,$$

где t – условный параметр времени.

Расчет коэффициентов a и b осуществляется по формулам

$$a = \sum_{t=1}^{T} t y_t \Big/ \sum_{t=1}^{T} t^2, \qquad b = \bar{y},$$

где T – длина временного ряда.

Следует обратить внимание, что в качестве независимой переменной выступает время, а зависимой переменной является ряд температуры воды.

4. **(15 баллов)** Осуществить расчет коэффициента корреляции r_{ty}, его стандартной ошибки σ_r, коэффициента детерминации $\eta^2_{y(t)}$, показывающего вклад тренда в описание дисперсии исходного ряда.

5. **(7 баллов)** Выполнить оценку значимости коэффициента корреляции r_{ty}. Для этого выдвигается гипотеза

$$H_0:\ r_{ty} = 0,$$

для проверки которой рассчитывается критерий Стьюдента

$$t_{\text{расч}} = r_{ty} / \sigma_r .$$

По заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 2$ определяется критическая точка $t_{кр}(k, \alpha)$ двусторонней критической области.

Если $|\ t_{\text{расч}}\ | > t_{кр}$, то нулевая гипотеза отвергается. Это означает, что тренд неслучайным образом отличается от нуля и вносит определенный вклад в формирование изменчивости исходного ряда.

6. **(3 балла)** Вычислить дисперсию отклонения по формуле: $\sigma_\varepsilon^2 = S_y^2(1 - r_{ty}^2)$.