

Лабораторная работа №2

Задание 1 (18 баллов) Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона (критерию χ^2)

Построить график первого из трех предложенных рядов X_1 , X_2 и X_3 температуры воды. Визуальный анализ графика позволяет качественно оценить изменчивость ряда, наличие периодических колебаний и тренда.

Для исходного ряда проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона (критерию χ^2). Для этого необходимо:

1. Руководствуясь рисунком выдвинуть гипотезу о законе распределения исходных данных.

2. Произвести ранжирование ряда по возрастанию; определить минимальное и максимальное значение выборки:

$$x_{\min} = \min_{i=1,n} x_i, \quad x_{\max} = \max_{i=1,n} x_i,$$

n – объем выборки.

Вычислить размах (диапазон) выборки:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

3. Весь диапазон значений признака $[x_{\min}, x_{\max}]$ разбить на N интервалов одинаковой длины. Число интервалов N определить по формуле Стерджеса:

$$N = 1 + [3,322 \lg n] = 1 + [\log_2 n],$$

где n – объем выборки, $[.]$ – целая часть числа.

Вычислить величину интервалов $h = R / N$.

4. Определить границы интервалов (a_i, a_{i+1}) :

$$a_1 = x_{\min}, \quad a_2 = a_1 + h = x_{\min} + h, \quad a_3 = a_2 + h = x_{\min} + 2h, \dots, \quad a_{N+1} = a_N + h = x_{\min} + Nh.$$

5. Построить интервальный вариационный ряд, указав абсолютные m_i и относительные w_i частоты. Проверить выполнение условий нормировки для абсолютных и относительных частот.

6. Рассчитать середины $x_{(i)}$ интервалов (a_i, a_{i+1}) :

$$x_{(i)} = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}.$$

7. По имеющемуся интервальному вариационному ряду построить гистограмму и полигон распределения абсолютных частот. Гистограмма представляет собой эмпирическую функцию распределения.

8. Вычислить выборочное среднее $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N m_i x_{(i)}$ и выборочное среднее

квадратическое отклонение $S_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^N m_i (x_{(i)} - \bar{x})^2}$, где n – объем выборки, N – число

интервалов, m_i – абсолютные частоты, $x_{(i)} = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ – среднее арифметическое концов интервалов.

9. Перейти к нормированным величинам

$$z_i = \frac{a_i - \bar{x}}{S_n}, \quad z_{i+1} = \frac{a_{i+1} - \bar{x}}{S_n},$$

причем значение z_1 полагают равным $-\infty$, а значение z_{N+1} полагают равным $+\infty$.

10. Вычислить теоретические частоты

$$m_i' = nP_i,$$

где n – объем выборки,

$$P_i = \Phi_0(z_{i+1}) - \Phi_0(z_i),$$

$$\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-u^2/2} du, \quad \Phi_0(-z) = -\Phi_0(z), \quad \Phi_0(-\infty) = -0,5; \quad \Phi_0(\infty) = 0,5.$$

Замечание 1. Интервалы, содержащие малочисленные эмпирические частоты ($m_i < 5$), следует объединить, а частоты этих интервалов сложить. В этом случае и соответствующие им теоретические частоты также надо сложить. Если производилось объединение интервалов, то при определении числа степеней свободы по формуле $k = N - 3$ следует в качестве N принять число интервалов, оставшихся после объединения интервалов.

Замечание 2. Должно выполняться $n = \sum_{i=1}^N m_j \approx \sum_{i=1}^N m'_j$. В случае, если эти величины значительно (более чем на 1) отличаются друг от друга, необходимо ввести дополнительные фиктивные разряды, в которых частоты $m_j = 0$, а теоретические частоты m'_j вычисляются по соответствующей формуле. Количество этих разрядов и их местоположение (в начале или в конце таблицы) должны обеспечивать максимально быстрое выполнение вышеуказанного приближенного равенства.

11. Для того чтобы оценить степень приближения выборочного распределения к теоретической кривой, вычислить наблюдаемое значение критерия $\chi^2_{\text{набл}}$:

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum_{i=1}^N \frac{(m_i - m'_i)^2}{m'_i}.$$

12. По заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = N - 3$, N – число интервалов, найти критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k)$ правосторонней критической области.

Указания:

Значения α уровней значимости выбрать из таблицы согласно номеру варианта:

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α_1	0,01	0,02	0,025	0,05	0,05	0,02	0,01	0,01	0,02
α_2	0,05	0,001	0,09	0,025	0,02	0,01	0,05	0,025	0,05
№ варианта	10	11	12	13	14	15	16	17	18
α_1	0,025	0,05	0,025	0,01	0,09	0,01	0,02	0,025	0,05
α_2	0,01	0,001	0,065	0,025	0,01	0,05	0,01	0,05	0,08

13. Если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$, то нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности. Другими словами, эмпирические и теоретические частоты различаются незначимо. Если $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$ – гипотезу отвергают.

Задание 2 (10 баллов) Основные выборочные характеристики

Рассчитать основные параметры трех статистических рядов:

1. Выборочное среднее (среднее арифметическое), характеризующее центр тяжести числового ряда

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i x_{(i)},$$

где n – длина ряда, k – число групп, m_i – абсолютные частоты, $x_{(i)}$ – i -ая варианта дискретного вариационного ряда.

Указание: правильность вычисления выборочного среднего проверить с помощью встроенной статистических.

2. Выборочную дисперсию

$$S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i (x_i - \bar{x})^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2.$$

3. Исправленную выборочную дисперсию

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k m_i (x_i - \bar{x})^2.$$

4. Стандартное отклонение (выборочное среднее квадратическое отклонение)

$$S_n = \sqrt{S_n^2}.$$

Указание: правильность вычисления выборочной дисперсии, исправленной выборочной дисперсии и стандартного отклонения проверить с помощью встроенных статистических функций.

5. Коэффициент вариации

$$V_S = S_n / \bar{x}.$$

Параметры S_n^2 , S_n и V_S характеризуют рассеивание ряда относительно центра тяжести числового ряда и отличаются друг от друга размерностью.

6. Коэффициент асимметрии, показывающий степень асимметричности ряда относительно его центра,

$$As = \frac{1}{nS_n^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3.$$

7. Коэффициент эксцесса, характеризующий крутость (островершинность и плосковершинность) эмпирической кривой распределения,

$$Ex = \frac{1}{nS_n^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 - 3.$$

8. Медиану – центральное значение ранжированного ряда $x^{*(1)} \leq x^{*(2)} \leq \dots \leq x^{*(n)}$,

$$Me = \begin{cases} x^{*(l+1)}, & n = 2l + 1, \\ (x^{*(l)} + x^{*(l+1)}) / 2, & n = 2l. \end{cases}$$

Указание: правильность вычисления медианы проверить с помощью встроенной статистической.

9. Моду (или моды), представляющую наиболее вероятное (часто встречающееся) значение исходного ряда. Мода может быть одна, две или несколько. Соответственно, распределение называют одномодальным, бимодальным или полимодальным.

Пример расчетов приводится в таблице 1.

Таблица 1.

Основные статистические параметры температуры поверхности океана в октябре, ноябре, декабре (1957-1993 гг.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.)

	октябрь	ноябрь	декабрь	Вывод
Среднее арифметическое	10,56	9,27	8,60	
Выборочная дисперсия	0,27	0,28	0,38	

Выборочная исправленная дисперсия	0,28	0,29	0,39	
Стандартное отклонение	0,52	0,53	0,61	
Коэффициент вариации	0,05	0,06	0,07	Для трех рядов характерна высокая степень концентрации относительно среднего
Коэффициент асимметрии	0,31	-0,30	-0,48	Для трех рядов характерна умеренная асимметрия; для первого ряда распределение скошено вправо; для второго и третьего – распределение скошено влево.
Коэффициент эксцесса	0,09	0,70	-0,24	Эмпирические кривые распределений приближены к нормальному; для первого и второго ряда распределение имеет острый пик; для третьего – распределение имеет плосковершинную форму.
Мода (моды)	10,4	9,10	8,90	
Медиана	10,50	9,30	8,60	

Провести анализ полученных результатов: сравнить основные статистические параметры для трех месяцев, указать физический смысл полученных значений коэффициента вариации, асимметрии, эксцесса, моды.

Задание 3 (10 баллов) Измерение взаимной зависимости

1. Построить корреляционное поле для второго (обозначим через X) и третьего (обозначим через Y) рядов температуры воды (рисунок 2). Сделать предварительный вывод.

2. Оценить взаимосвязь рядов X и Y температуры воды путем расчета коэффициента корреляции между ними

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y},$$

$$\text{где } S_x = \sqrt{S_x^2}, S_y = \sqrt{S_y^2}, S_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2, S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

. Сделать вывод.

Указание: правильность вычисления ковариации S_{xy} и коэффициента корреляции r_{xy} проверить с помощью встроенных статистических функций.

3. Определить значимость коэффициента корреляции r_{xy} . Для этого:

а) вычислить среднеквадратическую ошибку σ_r линейного коэффициента корреляции:

$$\sigma_r = \sqrt{(1 - r_{xy}^2)/(n - 2)};$$

б) выдвинуть нулевую гипотезу $H_0: r_{xy} = 0$, для проверки которой рассчитать критерий Стьюдента $t_{\text{расч}}$:

$$t_{\text{расч}} = r_{xy} / \sigma_r.$$

По статистической таблице критических точек t - распределения Стьюдента, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 2$ найти критическую точку $t_{кр}(k, \alpha)$ двусторонней критической области.

Если $|t_{\text{расч}}| < t_{кр}(k, \alpha)$ – нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Если $|t_{\text{расч}}| > t_{\text{кр}}(k, \alpha)$ – нулевую гипотезу отвергают, отклонение от r_{xy} нуля носит неслучайный характер, и, следовательно, величина r_{xy} значима.

Указание: значение критической точки $t_{\text{кр}}(k, \alpha)$ можно получить, применяя встроенную статистическую функцию.

4. Для коэффициента корреляции r_{xy} и случая двумерного нормального распределения построить доверительный интервал $(\underline{\theta}, \bar{\theta})$ с надежностью $\gamma = 1 - \alpha$:

$$\underline{\theta} = \frac{e^{2\alpha} - 1}{e^{2\alpha} + 1} \leq r_{xy} \leq \frac{e^{2\beta} - 1}{e^{2\beta} + 1} = \bar{\theta},$$

где n – объем выборки,

$$\alpha = 0,5 \ln\left(\frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}}\right) - \frac{z_{\gamma}}{\sqrt{n-3}}, \quad \beta = 0,5 \ln\left(\frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}}\right) + \frac{z_{\gamma}}{\sqrt{n-3}},$$

значения функции Лапласа

$$\Phi_0(z_{\gamma}) = \gamma/2, \quad \Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-x^2/2} dx$$

Указание: значения уровней значимости α выбрать самостоятельно: 0.01; 0.02; 0.10 и т.д.

Пример расчета представлен в таблице 2.

Таблица 2.

Модель линейной регрессии связи температуры воды в декабре и ноябре (1957-1983 гг.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.), ее параметры и оценка их значимости

Выборочные характеристики								
S_x	0,53	S_y		0,61	S_{xy}		0,23	
Уравнение модели: $y^*(x) = 0,8 x + 1,2$								
Параметры линейной регрессии		Оценка значимости						Вывод
r_{xy}	0,69	σ_r	0,122	$t_{расч}$	5,66	$t_{кр}(35; 0,05)$	2,03	средняя прямая зависимость; значимый
$\underline{\theta}$	0,47	α	0,514	γ	0,95	z_{γ}	1,96	длина ДИ равна 0,36
$\overline{\theta}$	0,83	β	1,186					
σ_{ε}^2	0,197							> 20%
a	0,8	σ_a	0,14	T_a	5,66	$t_{кр}(35; 0,05)$	2,03	значимый
b	1,2	σ_b	1,31	T_b	0,92	$t_{кр}(35; 0,05)$	2,03	незначимый
$\overline{\delta^2}$	0,18			F^*	32,47	$F_{табл}(1; 35; 0,05)$	4,12	адекватна
\overline{D}	0,20							
$\eta^2_{y(x)}$	0,48	$\eta^2_{y(x)} - r^2_{xy}$			0,0037		0,1	несущественное
σ_{ε}	0,44	S_y	0,61	$0,67S_y$	0,41			$\sigma_{\varepsilon} > 0,67S_y$

Модель среднего качества и требует дополнительного уточнения. Несмотря на адекватность и значимость основного коэффициента регрессии, дисперсии, описываемой моделью, недостаточно. Незначим свободный член уравнения регрессии и стандартная ошибка модели (0,44 °C) превышает допустимую (0,41 °C).

Задание 4 (12 баллов) Расчет коэффициентов линейного уравнения регрессии

Рассчитать уравнение линейной регрессии $y^*(x) = ax + b$. Для этого:

1. Найти оценки параметров a, b линейной регрессионной модели;
2. Построить график связи статистических рядов X и Y (рисунок 2). На графике провести уравнение регрессии $y^*(x) = ax + b$;

3. Вычислить дисперсию отклонения по формуле: $\sigma_\varepsilon^2 = S_y^2(1 - r_{xy}^2)$.

4. Вычислить стандартные случайные погрешности параметров a, b

$$\sigma_a = \frac{\sigma_\varepsilon}{S_x \sqrt{n-2}}, \quad \sigma_b = \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{n-2}} \sqrt{1 + \frac{\bar{x}^2}{S_x^2}}.$$

5. Оценить значимость коэффициентов регрессии. Для этого выдвинуть нулевую гипотезу

$$H_0: a = 0, b = 0,$$

для проверки которой рассчитать критерии Стьюдента T :

$$T_a = a / \sigma_a, \quad T_b = b / \sigma_b.$$

Определить $t_{кр}(k, \alpha)$ – критическую точку t -распределения Стьюдента при заданном уровне значимости α и числе степеней свободы $k = n - 2$.

Если $|T_a| > t_{кр}(k, \alpha)$, то нулевая гипотеза отвергается и отклонение a от нуля носит неслучайный характер, и, следовательно, величина a значима.

Если $|T_b| > t_{кр}(k, \alpha)$, то нулевая гипотеза отвергается, отклонение b от нуля носит неслучайный характер, и, следовательно, величина b значима.

Пример расчета представлен в таблице 2.

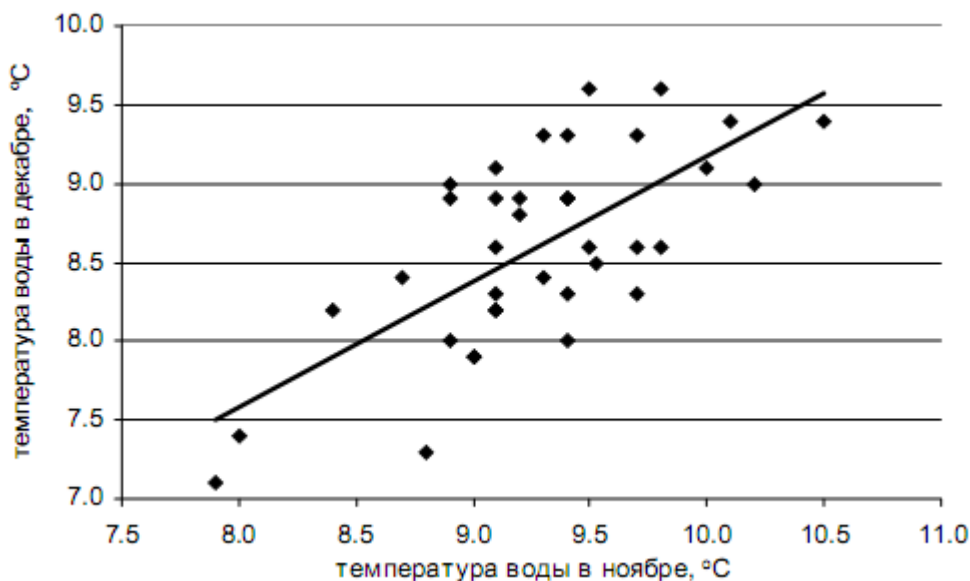


Рисунок 2 – График связи и линия регрессии для температуры поверхности океана в ноябре и декабре (1957 – 1993 г.г.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.)

Указание: С помощью встроенной функции проверить правильность вычисления коэффициентов a, b линейной регрессионной модели, а также получить дополнительную статистику по регрессии.

Задание 5 (15 баллов) Оценка адекватности регрессионной модели

Оценить адекватность регрессионной модели:

1. Вычислить n значений температуры воды по уравнению регрессии $y^*(x) = ax + b$.

2. Построить график вычисленных y^* и фактических y значений температуры воды (рисунок 3).

3. Рассчитать дисперсию модели y^* , характеризующую изменчивость линии регрессии относительно среднего значения \bar{y} ,

$$\overline{\delta^2} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y^*(x_j) - \bar{y})^2,$$

$\overline{\delta^2}$ – объясненная уравнением регрессии дисперсия.

4. Рассчитать остаточную дисперсию \bar{D} , характеризующую отклонение уравнения регрессии от результатов наблюдений y ,

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - y^*(x_j))^2.$$

5. Вычислить коэффициент детерминации по формуле

$$\eta_{y(x)}^2 = \overline{\delta^2} / S_y^2.$$

Коэффициент детерминации показывает долю дисперсии исходного ряда, которая описывается моделью регрессии.

Применяя неравенство

$$\eta_{y(x)}^2 - r_{xy}^2 \leq 0,1,$$

сделать вывод об отклонении от линейности.

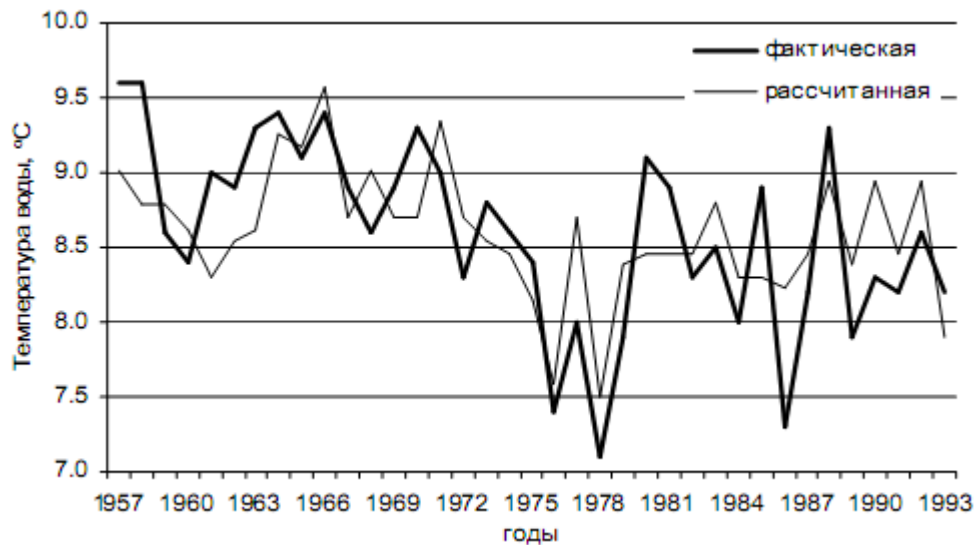


Рисунок 3 – Фактические и вычисленные по уравнению регрессии значения температуры воды в декабре в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.)

6. Оценить адекватность регрессионной модели. Для этого выдвинуть нулевую гипотезу о равенстве дисперсий

$$H_0 : \overline{\delta^2} = \frac{\bar{D}}{(n-2)}.$$

Для ее проверки использовать F -критерий Фишера. Вычислить дисперсионное отношение

$$F_{\text{крит}} = (n-2)\overline{\delta^2} / \bar{D},$$

которое сравнивается с $F_{\text{табл}}(v_1, v_2, \alpha)$ при заданном уровне значимости α , $\alpha = 0.05$, и степенях свободы $v_1 = 1$, $v_2 = n - 2$.

Если $F_{\text{крит}} > F_{\text{табл}}$, то нулевая гипотеза о равенстве дисперсий отвергается, что означает в рассматриваемом случае адекватность регрессионной модели.

7. Проанализировать качество полученной регрессионной модели, учитывая, что для хорошей модели необходимо выполнение следующих условий:

- 1) коэффициент корреляции должен быть значим;
- 2) все коэффициенты регрессии должны быть значимы;
- 3) модель должна быть адекватна;
- 4) коэффициент детерминации должен быть больше 0.7;

5) стандартная ошибка модели σ_ε должна быть меньше 0.67 стандартного отклонения S_y исходного ряда Y .

Приложение 1

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ИНДИВИДУАЛЬНЫМ РАБОТАМ

В качестве исходных данных используются ряды среднемесячной температуры поверхности в разных точках акватории Атлантического океана с 1957 по 1993 гг.

В каждый вариант исходных данных включены 3 временных ряда. Для выполнения индивидуальных работ нужно исследовать или все три ряда, или один из них, что указано в каждом конкретном задании.

Таблица 1.

Варианты выбора исходных данных

Варианты	Точки	Месяцы
1	3	1, 2, 3
2	3	4, 5, 6
3	3	7, 8, 9
4	3	10, 11, 12
5	4	1, 2, 3
6	4	4, 5, 6
7	4	7, 8, 9
8	4	10, 11, 12
9	7	1, 2, 3
10	7	4, 5, 6
11	7	7, 8, 9
12	8	10, 11, 12
13	8	1, 2, 3
14	8	4, 5, 6
15	8	7, 8, 9
16	9	10, 11, 12
17	9	1, 2, 3
18	9	4, 5, 6

Таблица 2.

Температура поверхности океана (°C) в точке 3 (60° с.ш. 30° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	6.9	6.5	6.9	7.0	7.6	9.5	11.6	12.4	11.2	9.4	7.9	7.6
1958	6.5	7.1	6.7	7.8	7.8	9.9	11.9	12.2	11.5	9.5	7.8	7.5
1959	6.9	6.6	6.6	7.3	8.0	8.9	10.7	11.1	10.5	9.1	7.9	7.2
1960	7.0	6.5	6.9	7.2	8.0	9.3	10.9	11.9	10.8	10.2	8.7	7.4
1961	7.3	7.1	7.2	7.3	8.2	9.4	10.4	10.9	10.3	8.7	7.8	7.1
1962	6.6	6.9	6.8	6.7	7.5	8.9	10.2	11.1	10.5	8.8	7.8	7.0
1963	7.6	6.6	7.1	6.9	7.3	8.6	9.8	10.9	10.0	8.4	7.4	8.0
1964	7.3	7.1	7.3	7.0	8.1	9.5	10.3	11.1	10.7	9.2	8.5	8.1
1965	7.5	7.4	7.4	7.7	8.0	9.7	11.6	12.1	10.9	9.6	8.5	8.0
1966	7.7	7.6	7.8	7.6	8.1	9.4	10.5	12.2	11.3	10.1	9.0	7.7
1967	7.2	7.2	7.0	7.0	7.7	8.4	10.1	10.9	10.2	8.7	7.9	7.2
1968	7.2	7.0	6.7	6.8	7.5	8.8	11.3	11.5	10.7	9.4	8.4	7.7
1969	7.0	7.0	7.4	6.7	7.6	9.0	9.9	10.7	9.7	8.6	7.4	7.4
1970	7.1	6.7	7.0	7.0	7.5	8.1	9.5	10.4	10.5	8.9	7.6	7.0
1971	7.0	6.9	7.0	6.8	7.9	9.3	11.0	11.6	10.2	8.7	8.0	7.2
1972	6.6	6.5	6.4	6.5	7.1	8.1	9.0	9.8	9.5	8.7	7.4	6.8
1973	6.4	6.4	6.0	6.4	7.1	8.1	9.7	10.0	9.9	8.6	7.2	6.6
1974	6.3	6.3	6.3	5.8	7.0	8.8	9.7	10.9	9.9	8.8	7.6	7.0
1975	6.1	6.2	5.6	6.2	7.0	7.8	9.1	9.6	8.9	8.5	7.5	6.6
1976	5.8	5.8	7.0	5.7	6.4	7.2	9.7	9.4	9.6	8.6	7.0	5.7
1977	5.2	6.3	6.4	6.3	7.5	8.8	9.8	10.7	9.2	7.6	8.1	6.0
1978	5.0	6.2	6.7	6.3	7.4	8.6	9.5	9.9	9.6	8.4	6.4	5.1
1979	6.1	6.2	6.7	6.5	7.7	8.0	8.7	9.9	8.7	8.1	6.7	5.4
1980	6.3	6.8	6.3	5.5	8.1	9.2	9.8	11.0	10.5	8.5	7.8	7.1
1981	6.9	5.6	5.7	6.2	6.7	8.5	9.9	9.9	9.5	8.2	6.9	6.6
1982	6.3	6.3	6.1	6.2	7.1	8.3	9.9	10.1	8.9	8.2	7.6	7.5
1983	7.8	7.6	6.1	7.8	8.0	7.8	9.8	8.6	9.1	8.1	7.4	6.5
1984	6.4	5.8	5.7	6.1	6.5	7.6	10.0	10.2	9.4	8.3	7.5	7.1
1985	6.3	7.3	6.1	6.1	7.0	8.1	9.4	10.6	10.0	9.0	7.4	7.5
1986	6.7	6.6	7.4	6.5	6.8	7.8	9.4	10.5	9.5	8.7	7.6	5.8
1987	6.6	5.9	5.9	6.4	6.5	9.5	10.8	11.8	10.2	7.7	7.6	6.5
1988	7.0	6.7	6.5	6.2	7.3	8.1	9.2	9.9	9.9	8.9	8.1	7.5
1989	6.5	6.8	6.1	6.2	6.3	8.0	9.4	9.7	9.3	8.4	6.6	6.9
1990	5.7	5.9	6.2	6.4	6.5	8.0	9.5	10.4	9.6	7.8	7.5	6.0
1991	6.3	6.0	6.3	6.3	6.8	8.4	9.5	11.1	10.0	8.2	6.7	5.9
1992	6.6	6.7	6.1	6.7	6.7	7.7	8.9	9.6	9.1	8.4	7.2	6.4
1993	7.2	5.6	5.9	6.0	6.0	7.4	8.7	10.2	10.2	9.1	6.3	6.6

Температура поверхности океана (°C) в точке 4 (60° с.ш. 20° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	8.6	7.9	8.5	9.1	9.6	11.3	12.8	13.3	11.8	10.4	9.6	9.1
1958	8.5	8.2	8.4	9.0	9.4	10.9	12.9	13.4	13.2	11.2	9.5	9.2
1959	8.6	8.3	8.5	9.3	10.1	10.4	12.1	12.4	11.7	11.0	9.6	9.2
1960	8.4	8.4	8.5	8.7	9.6	11.3	12.4	13.2	12.3	11.5	10.3	9.0
1961	8.9	8.4	8.8	8.7	9.9	10.4	11.8	12.0	11.5	9.9	9.0	8.7
1962	8.5	8.2	7.9	8.2	9.1	10.7	11.6	12.3	11.5	10.0	8.9	8.6
1963	8.3	8.2	8.5	9.0	8.8	9.8	11.5	12.1	11.3	9.8	8.9	9.1
1964	9.0	9.0	9.1	8.8	9.4	10.4	11.6	11.8	11.5	10.5	9.9	9.3
1965	8.4	9.0	8.9	8.9	9.3	10.9	12.3	12.7	11.7	11.2	9.5	9.0
1966	8.6	8.6	8.6	8.8	9.1	10.7	11.9	12.6	11.8	10.9	9.3	8.4
1967	8.4	8.8	7.9	8.6	9.1	10.5	11.6	12.0	11.6	10.0	9.1	8.1
1968	8.5	8.5	8.3	8.4	8.8	10.2	12.2	13.1	12.2	10.8	9.8	9.4
1969	8.8	8.2	8.2	8.5	9.1	10.6	11.4	11.8	11.4	10.6	8.9	8.9
1970	8.3	8.3	7.9	8.4	8.9	9.6	10.8	11.5	11.6	10.2	9.1	9.2
1971	8.3	7.8	7.8	8.5	9.4	10.9	11.8	12.9	11.9	10.9	9.9	9.0
1972	8.3	8.0	8.1	8.5	8.9	9.7	10.5	11.3	11.1	10.3	8.7	7.9
1973	8.2	7.7	7.8	7.8	8.6	10.0	10.7	11.5	11.2	10.1	9.0	8.1
1974	8.1	7.8	8.0	8.1	8.9	10.1	11.5	12.2	11.1	9.5	8.6	7.9
1975	7.4	7.2	7.3	7.9	7.9	9.2	10.5	11.2	10.5	9.6	9.2	8.1
1976	7.6	7.2	7.2	7.9	8.3	9.4	11.1	10.6	10.5	9.8	8.4	7.7
1977	6.4	7.3	8.1	7.2	8.9	9.9	11.8	11.6	11.0	9.8	8.6	6.9
1978	6.5	7.5	8.9	7.9	8.5	8.5	11.1	11.1	11.3	9.4	7.2	7.6
1979	9.2	7.9	7.1	7.4	8.9	9.4	10.5	10.7	11.0	9.7	9.2	8.0
1980	9.0	7.8	7.3	7.1	9.1	10.4	11.5	12.4	12.4	9.3	9.1	8.3
1981	8.2	6.3	7.3	8.5	8.8	10.1	11.3	11.1	11.5	9.9	8.5	9.0
1982	6.4	7.9	7.5	7.8	9.3	9.9	11.2	12.3	10.4	8.9	9.3	8.1
1983	9.0	9.0	7.9	9.3	9.6	9.5	10.6	11.2	11.0	10.0	9.2	8.2
1984	8.0	7.4	7.6	7.7	8.5	9.5	11.5	12.5	11.3	10.0	9.1	8.4
1985	8.5	7.9	8.3	7.8	8.9	9.7	11.0	11.8	11.1	10.0	9.4	8.8
1986	8.3	8.4	9.0	7.9	8.4	9.6	11.4	12.0	11.6	10.5	9.0	7.9
1987	8.0	7.7	8.1	7.7	8.5	9.0	11.9	13.1	11.5	9.8	8.8	8.1
1988	7.8	7.6	7.8	7.8	8.8	10.0	10.8	11.7	11.6	10.1	9.5	9.1
1989	8.3	7.9	8.1	8.0	8.7	9.9	11.5	12.0	11.0	10.2	8.5	8.5
1990	8.1	7.6	7.7	7.5	8.6	10.2	11.5	11.9	11.0	9.6	9.1	8.5
1991	7.5	7.6	8.0	7.6	8.6	10.8	12.7	12.9	11.6	9.5	8.7	8.3
1992	8.2	7.9	7.4	7.6	8.6	9.8	11.2	11.7	10.6	9.5	8.7	7.9
1993	7.6	7.6	7.6	7.4	8.4	9.3	10.4	11.6	11.6	10.5	9.3	7.9

Температура поверхности океана (°C) в точке 7 (55° с.ш. 50° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	3.2	2.7	2.7	3.7	3.8	6.7	7.6	9.5	8.5	6.4	4.3	2.5
1958	2.6	3.4	2.8	3.5	3.2	5.9	7.8	9.0	7.4	5.2	3.5	2.9
1959	3.3	1.9	3.5	2.4	3.2	5.2	7.7	8.9	8.1	5.2	4.0	2.7
1960	2.7	2.7	2.5	2.6	3.5	4.8	7.8	10.2	7.9	6.1	4.2	2.8
1961	3.0	2.9	3.9	2.6	3.4	4.4	7.0	8.8	7.2	6.3	5.2	3.8
1962	3.6	3.3	3.7	3.6	5.5	4.8	7.4	9.1	7.9	5.9	5.7	6.9
1963	3.4	2.4	2.6	3.0	2.7	5.4	6.5	8.4	7.3	5.8	5.0	3.3
1964	2.5	2.4	2.3	2.4	3.2	5.6	7.5	8.3	7.6	5.7	5.0	3.3
1965	3.0	2.4	2.6	2.5	4.0	5.4	8.0	9.2	7.9	6.5	3.6	3.7
1966	3.3	3.2	3.2	3.3	4.5	5.5	6.8	9.9	9.2	6.8	5.2	3.9
1967	3.2	2.6	2.3	2.5	3.2	5.5	8.3	9.8	8.6	6.2	4.6	3.7
1968	2.9	2.4	2.0	1.9	3.0	4.3	6.8	8.5	8.2	6.8	4.8	3.4
1969	2.8	3.0	2.8	2.1	3.3	4.9	8.2	9.6	7.9	5.7	4.5	3.6
1970	3.2	2.5	1.6	2.2	3.1	4.5	6.8	8.9	8.3	6.7	4.8	3.3
1971	3.0	2.8	1.8	2.4	3.2	5.3	7.4	9.2	8.3	6.1	4.9	4.0
1972	1.9	1.8	1.9	2.2	2.4	3.9	6.4	8.4	6.9	4.2	3.4	3.2
1973	2.0	2.1	1.8	2.5	3.5	5.5	8.4	9.8	8.6	6.6	5.2	3.8
1974	2.4	1.9	1.9	2.3	3.4	4.8	6.8	8.8	8.4	6.3	4.5	3.7
1975	2.0	2.6	2.5	3.0	5.6	4.8	7.4	8.8	8.4	5.9	4.2	3.3
1976	2.6	2.1	2.0	3.9	2.5	3.5	7.1	7.0	7.7	5.2	3.7	2.8
1977	2.1	2.1	2.8	3.1	4.0	4.6	7.7	7.3	7.6	5.9	5.2	3.1
1978	1.8	2.8	4.1	3.1	2.6	3.1	6.8	7.8	7.9	4.8	3.8	2.4
1979	1.4	1.8	1.8	2.5	2.3	6.2	7.6	8.7	7.8	5.8	4.4	3.3
1980	3.1	1.9	2.4	2.1	1.5	5.3	7.6	9.6	8.7	5.2	4.7	2.8
1981	1.0	2.1	0.4	2.8	5.1	5.7	8.3	9.0	8.2	7.0	4.8	5.4
1982	2.2	1.9	3.0	2.9	3.9	5.8	6.1	9.0	7.0	5.1	3.3	3.1
1983	1.4	3.2	1.1	3.8	4.5	4.6	6.5	7.7	6.9	6.1	4.8	2.7
1984	2.9	4.8	2.1	2.0	4.5	4.9	6.3	9.3	7.2	5.4	4.1	2.6
1985	0.4	1.5	2.4	1.9	2.9	3.6	7.6	8.3	8.3	6.2	4.9	3.3
1986	1.6	0.5	4.0	4.6	4.1	5.4	7.7	9.8	8.6	5.1	2.7	2.7
1987	3.0	1.1	1.8	1.1	2.8	5.4	7.6	7.8	8.0	5.6	3.0	1.8
1988	1.9	1.6	1.8	2.4	3.2	5.1	6.1	8.3	8.0	5.2	2.6	3.9
1989	0.1	-0.1	0.8	4.9	2.9	4.7	6.8	8.6	6.2	5.1	3.2	2.9
1990	1.0	1.7	0.7	1.5	5.1	3.8	6.3	8.5	6.0	5.1	2.3	2.6
1991	-0.1	0.8	1.6	2.2	4.6	4.8	5.4	8.2	6.2	5.7	3.4	2.5
1992	0.2	2.5	0.4	1.6	2.5	4.6	6.1	7.3	6.3	5.6	3.0	1.7
1993	-0.9	1.2	2.7	1.3	3.5	5.9	7.2	8.1	7.8	5.0	3.0	2.7

Температура поверхности океана (°C) в точке 8 (55° с.ш. 40° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	5.5	6.9	7.2	6.0	6.8	8.2	10.3	11.6	10.7	9.3	7.3	7.5
1958	6.2	6.1	6.4	6.5	8.0	9.0	11.1	12.2	10.7	8.5	7.2	7.2
1959	5.6	5.5	6.0	6.2	6.6	7.9	9.9	11.2	10.4	8.4	7.3	6.1
1960	5.8	5.6	5.6	5.7	7.4	8.0	9.7	11.8	10.1	9.0	7.4	6.8
1961	5.7	5.1	5.5	6.2	7.0	8.1	9.6	10.8	10.2	8.1	7.9	7.4
1962	7.0	6.1	6.4	6.4	7.1	7.6	10.2	10.6	10.0	8.2	7.9	7.8
1963	6.5	6.5	6.6	6.2	7.1	7.8	9.1	10.4	9.7	8.2	7.7	7.5
1964	6.4	6.2	6.6	6.2	7.1	9.0	9.8	10.9	10.5	8.6	8.0	7.1
1965	6.3	6.3	7.3	7.3	7.8	8.4	10.4	11.3	10.6	9.1	7.8	7.1
1966	6.8	7.1	6.7	7.2	7.6	8.2	10.3	12.5	11.6	9.9	8.6	7.4
1967	6.7	6.5	5.9	6.3	7.5	8.2	10.0	10.7	10.1	8.6	7.5	7.0
1968	6.3	5.7	5.4	5.9	6.8	8.0	9.6	10.1	10.1	8.9	7.9	6.4
1969	6.1	6.8	7.1	6.6	7.4	8.4	10.0	11.1	10.1	8.5	7.3	7.4
1970	7.0	6.2	6.4	6.7	7.1	7.4	9.3	10.8	10.4	9.3	7.6	6.8
1971	7.0	6.7	5.3	6.5	6.8	9.1	10.4	11.0	10.0	8.7	8.0	6.7
1972	5.2	5.1	4.9	5.5	5.9	7.5	8.7	10.0	9.9	8.4	7.1	6.0
1973	5.2	5.1	4.4	5.2	6.7	8.3	9.4	10.2	10.0	8.7	7.1	6.3
1974	5.4	5.3	5.1	4.8	6.9	7.9	9.0	10.3	9.5	8.7	7.5	6.2
1975	5.1	5.1	5.2	5.7	9.9	8.3	9.7	10.7	10.0	8.6	7.2	6.7
1976	5.7	5.6	4.4	3.9	6.1	6.9	8.3	9.7	9.4	7.9	6.5	5.6
1977	4.8	5.2	5.1	5.5	6.4	8.7	10.2	10.7	9.7	8.1	7.4	6.1
1978	4.2	5.0	6.8	5.6	6.1	7.7	9.1	9.9	9.8	8.8	6.9	5.1
1979	6.7	4.9	6.6	8.6	8.6	9.1	10.2	10.9	10.1	9.1	6.4	5.6
1980	5.9	5.9	5.4	5.7	6.7	8.8	10.3	10.7	11.0	8.4	7.7	6.6
1981	5.1	5.2	3.7	7.0	6.8	7.4	9.7	10.5	10.3	8.5	8.3	6.7
1982	4.6	5.9	5.4	5.3	5.5	7.2	9.1	12.1	9.2	8.4	6.5	5.9
1983	3.5	6.1	4.8	7.0	7.6	8.0	9.6	10.4	9.9	8.1	7.5	6.9
1984	5.0	5.6	5.0	4.4	6.1	7.3	9.2	10.1	9.5	7.4	6.0	5.4
1985	5.2	4.9	6.6	5.5	6.2	7.5	9.5	9.6	10.1	7.9	7.4	6.2
1986	4.9	4.9	6.3	4.7	6.4	7.2	8.7	10.1	11.3	7.9	6.3	5.3
1987	6.0	6.2	5.4	6.6	6.3	9.0	9.9	11.3	10.0	7.8	6.7	5.4
1988	6.5	5.4	5.6	5.7	6.8	7.9	9.6	9.5	10.2	8.5	7.8	6.7
1989	5.3	4.5	5.7	5.2	5.8	7.6	8.7	9.8	9.4	8.4	7.0	6.2
1990	4.7	5.0	4.8	5.5	5.3	6.6	7.6	9.2	9.2	8.2	7.4	6.6
1991	5.2	4.7	6.0	5.5	6.5	7.7	8.1	9.4	9.4	8.0	7.4	6.3
1992	6.7	5.4	3.6	5.6	5.0	6.6	9.0	9.7	8.9	8.5	7.8	5.8
1993	6.8	4.9	4.9	5.6	6.3	7.8	9.2	11.0	10.8	9.1	6.1	6.8

Температура поверхности океана (°C) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	8.5	7.6	8.7	8.5	9.1	11.4	12.5	13.8	13.1	11.9	9.8	9.6
1958	8.5	8.7	8.7	9.3	9.8	11.3	13.1	13.8	13.1	10.9	9.5	9.6
1959	8.9	7.8	7.6	8.6	9.5	10.4	11.7	12.7	12.6	10.5	9.5	8.6
1960	8.6	7.8	8.0	8.5	9.2	10.4	11.9	13.2	12.0	11.3	9.3	8.4
1961	8.2	7.9	8.4	8.4	9.3	10.5	12.0	12.7	11.9	9.8	8.9	9.0
1962	8.6	8.3	8.3	7.7	8.9	9.8	12.3	12.3	11.4	10.6	9.2	8.9
1963	9.1	8.2	8.3	8.5	8.8	10.0	11.8	12.3	11.8	10.4	9.3	9.3
1964	8.8	8.7	8.7	8.2	9.3	10.9	11.8	12.9	12.6	11.1	10.1	9.4
1965	8.6	8.9	9.0	9.5	9.7	10.9	12.6	13.0	12.5	11.2	10.0	9.1
1966	8.6	8.5	8.8	9.0	9.0	10.3	12.0	14.0	12.8	11.7	10.5	9.4
1967	8.7	8.3	8.1	8.7	9.5	10.2	11.5	12.3	11.9	10.3	9.4	8.9
1968	8.7	8.5	7.9	7.9	9.0	10.0	12.2	13.3	12.1	11.0	9.8	8.6
1969	8.1	8.2	9.0	8.0	9.2	10.3	11.3	12.1	11.8	10.5	9.4	8.9
1970	9.1	8.1	8.4	9.1	9.2	10.1	11.4	12.4	11.8	11.0	9.4	9.3
1971	8.5	8.3	8.3	8.5	9.5	10.9	12.8	13.1	12.0	11.0	10.2	9.0
1972	8.0	7.5	7.6	8.2	8.8	9.4	10.6	11.9	12.1	10.9	9.4	8.3
1973	7.8	7.2	7.4	7.9	9.1	10.3	11.0	11.8	11.5	10.5	9.2	8.8
1974	8.2	7.9	7.7	7.5	8.3	9.9	11.2	12.3	11.3	10.9	9.1	8.6
1975	7.2	7.2	7.6	7.8	8.7	10.4	11.3	11.9	11.4	10.2	8.7	8.4
1976	8.1	7.4	7.6	7.6	8.0	8.8	11.0	11.9	11.4	9.7	8.0	7.4
1977	6.8	6.5	7.3	7.7	9.2	10.6	11.7	12.3	11.1	10.1	9.4	8.0
1978	7.1	7.8	9.3	8.0	8.5	9.7	11.1	11.9	11.5	10.1	7.9	7.1
1979	8.8	7.9	9.2	8.8	10.6	10.3	11.6	12.1	11.7	9.9	9.0	7.9
1980	7.9	8.0	6.7	6.8	10.3	11.2	11.6	13.0	12.2	10.4	9.1	9.1
1981	8.0	7.2	7.7	8.0	8.9	10.4	11.7	12.5	12.4	10.5	9.1	8.9
1982	8.9	7.4	8.3	7.6	8.3	9.2	11.3	12.5	10.6	9.5	9.1	8.3
1983	9.2	9.1	7.3	9.6	10.2	10.3	12.5	12.1	10.3	10.7	9.5	8.5
1984	7.9	7.2	7.4	7.8	9.2	9.9	12.1	12.8	12.0	10.3	8.9	8.0
1985	8.6	8.5	7.5	7.5	8.7	10.2	11.0	11.5	11.5	10.4	8.9	8.9
1986	8.1	7.6	8.7	7.9	8.0	9.1	11.2	11.6	12.4	10.7	8.8	7.3
1987	7.6	7.1	7.4	7.8	9.1	11.4	13.0	14.1	12.2	9.8	9.1	8.2
1988	8.4	8.1	8.5	7.6	9.2	10.2	11.3	11.9	12.1	10.6	9.7	9.3
1989	8.4	8.2	6.7	7.5	8.1	10.0	11.9	11.9	11.7	10.6	9.0	7.9
1990	7.3	7.1	7.6	7.6	8.5	9.8	10.9	11.7	11.7	10.4	9.7	8.3
1991	7.5	7.2	8.1	7.8	8.8	9.1	10.8	12.0	11.8	10.0	9.1	8.2
1992	8.9	8.8	7.4	7.2	8.4	10.0	10.9	11.2	10.7	10.4	9.7	8.6
1993	7.2	8.0	6.3	7.4	8.7	9.1	11.0	12.4	12.6	11.0	8.4	8.2