

O-05 – Spektrometer: Dispersion eines Prismas

(Version 3 – 28. Oktober 2020)



Regenbogen über dem Rhein © Raimond Spekking / CC BY-SA 4.0.

Jedes Mal, wenn wir einen farbenprächtigen Regenbogen bewundern, erinnert uns das daran, dass das weiße Licht in Wirklichkeit die Überlagerung aller sichtbaren Farben ist. Die Ursache für dieses eindrucksvolle Naturphänomen liegt in den optischen Eigenschaften der Wassertropfen, die die verschiedenen Wellenlängen des weißen Lichts in unterschiedliche Richtungen brechen. Sonnenlicht und viele andere natürliche Lichtquellen weisen ein solches *Spektrum* verschiedener Wellenlängen auf, das sich mit Hilfe optischer Apparate wie einem Prisma in seine einzelnen Bestandteile zerlegen lässt. In diesem Versuch wird das Spektrum einer Metalldampflampe benutzt um die Funktionsweise eines Prismenspektrometers kennenzulernen.

Brechung von Licht

Die Geschwindigkeit, mit der sich Licht ausbreitet, hängt in erster Linie von dem Material ab, durch das es sich bewegt. Am schnellsten ist das Licht im Vakuum mit der Geschwindigkeit $c_0 = 2,998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, dem universellen Tempolimit. In allen anderen Medien ist das Licht um einen bestimmten Faktor n_m langsamer, den man Brechungsindex nennt, $c_m = \frac{c_0}{n_m}$. Diese Materialabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts hat eine interessante Konsequenz, wenn Licht über eine Grenzfläche von einem Medium zu einem anderen tritt: es ändert seine Richtung. Dieses Verhalten bezeichnen wir als *Brechung*, und wir können es mit dem Brechungsgesetz von Snellius beschreiben:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta . \quad (1)$$

Hierbei bezeichnen n_1 und n_2 die Brechungsindizes der beiden Medien, und α und β den Einfallswinkel bzw. Brechungswinkel, s. Abbildung 1 links. Die Ursache für die Brechung kann man übrigens mit dem Huygens'schen Prinzip verstehen. Dazu betrachtet man eine ausgedehnte Wellenfront, die sich beim passieren der Grenzfläche aufteilt in einen Abschnitt, welcher bereits im Medium 2 mit der Geschwindigkeit $c_2 = c_0/n_2$ verläuft, und einen Abschnitt, der noch im Medium 1 liegt

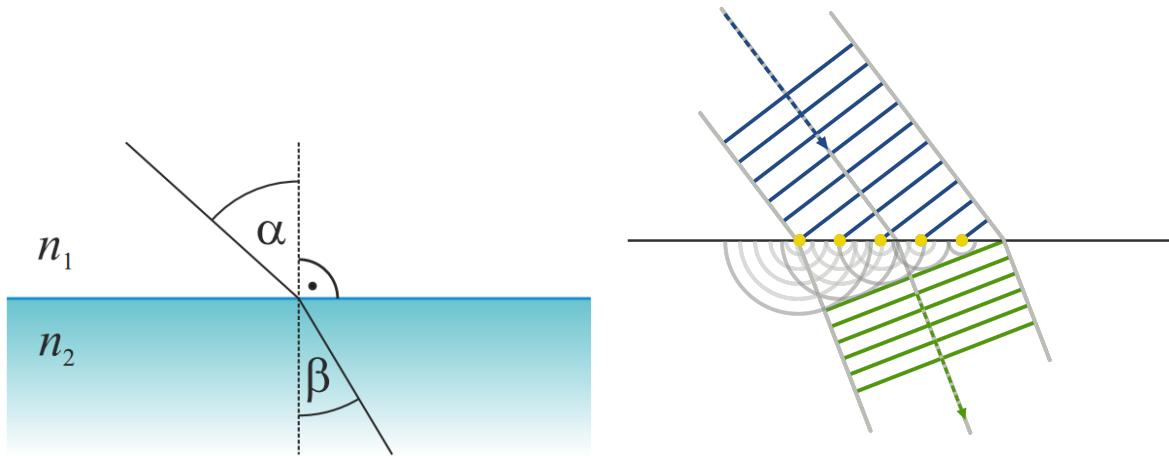


Abbildung 1: Brechung eines Lichtstrahls an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes n_1 und n_2 . Links: Snellius'sches Brechungsgesetz. Rechts: Huygens'sches Prinzip © Arne Nordmann, CC BY-SA 3.0.

mit der Geschwindigkeit $c_1 = c_0/n_1$, die z.B. langsamer sein könnte als c_2 . Die unterschiedliche Geschwindigkeit in den beiden Medien führt dazu, dass die Wellenfront an der Grenzfläche abknickt, und sich die Richtung des Lichtstrahls ändert, s. Abbildung 1 rechts.

Dispersion

Licht ist Energie in Form von elektromagnetischen Wellen. Da alle Materie aus geladenen Teilchen aufgebaut ist, wechselwirkt sie mit Licht in einer Weise, die für das jeweilige Material charakteristisch ist und u.a. sein Aussehen bestimmt. Wir können viel über die physikalischen Eigenschaften des Materials lernen durch die Untersuchung dieser Wechselwirkungen mit dem Licht, die stark von der Energie des Lichtes abhängen, mit anderen Worten mit seiner Frequenz und Wellenlänge.

Vorbereitung: Wie hängt die Energie eines Lichtstrahls mit seiner Wellenlänge und Frequenz zusammen? Wie ändert sich die Energie demnach mit der Helligkeit?

Auch die materialspezifische Lichtgeschwindigkeit, bzw. der Brechungsindex sind letztlich die Folge dieser Wechselwirkungen und daher genau wie diese abhängig von der Wellenlänge. Dieses Eigenschaft des Brechungsindex eines Materials bezeichnen wir als *Dispersion*. In der Regel nimmt der Brechungsindex mit wachsender Wellenlänge ab, wie in Abb. 2 am Beispiel von Quarzglas gezeigt wird. Abweichungen von diesem als *normale* Dispersion bezeichneten Verhalten weisen auf verstärkte Absorption bestimmter Wellenlängen in einem Material hin und geben somit Hinweise auf seine mikroskopischen Eigenschaften.

Wenn wir uns das Brechungsgesetz (1) ansehen, wird sofort klar, dass mit dem Brechungsindex n_m auch der Winkel β , unter dem der Lichtstrahl sich im Medium 2 ausbreitet, mit der Wellenlänge variiert. Für weißes Licht bedeutet dies, dass die einzelnen Wellenlängen in unterschiedliche Richtungen gebrochen werden – das Licht wird in seine einzelnen Bestandteile zerlegt, welche man als sein *Spektrum* bezeichnet.

Die Dispersion von Glas ist die Ursache für die chromatische Aberration von Linsen, ein Abbildungsfehler, der mit der leicht unterschiedlichen Lage des Brennpunktes der Linse für verschiedene Wellenlängen zu tun hat. Aber sie kann auch nützlich eingesetzt werden, um gezielt weißes

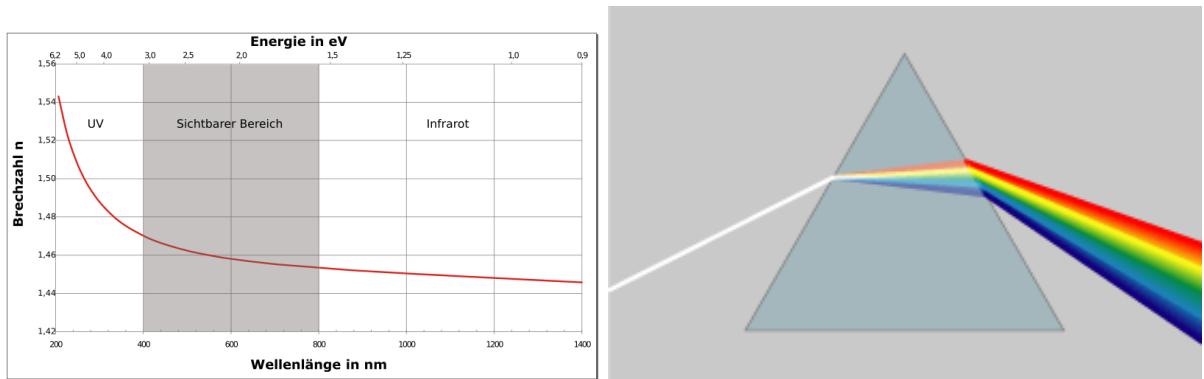


Abbildung 2: Links: Brechungsindex n von Quarzglas. Rechts: Aufspaltung von weißem Licht an einem Dreiecksprisma.

Licht in seine Bestandteile zu zerlegen und Spektroskopie zu betreiben. So gibt uns der Regenbogen Aufschluss über die spektrale Zusammensetzung des Sonnenlichts, also darüber, welche Wellenlängen in ihm enthalten sind, was wiederum Rückschlüsse auf die Zusammensetzung der Photosphäre der Sonne sowie der Erdatmosphäre erlaubt. In Spektrometern verwendet man z. B. ein Dreiecksprisma wie in Abb. 2 gezeigt. Damit lässt sich z. B. das Spektrum von sogenannten Gasentladungs- oder Metall dampflampen untersuchen und so die Energieniveaus des Elements bestimmen, oder durch Messung von Reflexion bzw. Transmission eines Materials dessen optische Leitfähigkeit bestimmen, welche Aufschluss über seine elektronische Struktur liefert.

Prismenspektrometer

In der Forschung werden Spektrometer in der Regel benutzt, um die Wellenlängen eines Spektrums zu bestimmen. Dazu benötigt man jedoch die Kenntnis der Dispersion des Spektrometers. In diesem Versuch verwenden wir ein Glasprisma, um das Licht einer Quecksilberdampflampe in seine Spektrallinien aufzuspalten, deren Wellenlängen bekannt sind, und bestimmen daraus die Dispersion des Prismas. Der Aufbau ist in Abb. 3 schematisch dargestellt. Die Lampe beleuchtet einen Spalt mit einstellbarer Breite, um die Helligkeit im Spektrometer zu kontrollieren. Der Spalt steht in der Brennebene einer Kollimatorlinse, die das aus dem Spalt austretende divergente Strahlenbündel parallelisiert. Dieses fällt auf die brechende Oberfläche des Prismas und wird aufgrund der Dispersion in seine einzelnen Spektralfarben aufgespalten (s. Abb. 2). Das Spektrum wird durch ein Fernrohr betrachtet, welches schwenkbar auf einem Teilkreis angebracht ist. Der Ablenkwinkel δ wird mit Hilfe eines Nonius abgelesen.

Im allgemeinsten Falle benötigt man zur Berechnung des Brechungsindex die Kenntnis sowohl des Winkels, unter welchem das Licht auf das Prisma trifft, als auch des Austrittswinkels. Beide Winkel sind nicht einfach zu messen, weil dazu die Lage des Prismas relativ zum einfallenden und austretenden Lichtstrahl bekannt sein muss. Die Berechnung vereinfacht sich jedoch deutlich, wenn diese beiden Winkel gleich sind, d. h. wenn das Licht spiegelsymmetrisch durch das Prisma läuft. Dann spielt die Lage des Prismas keine Rolle mehr (bzw. sie ist durch die Symmetrie des Strahlengangs festgelegt), und man berechnet aus dem Ablenkwinkel δ und dem Prismenwinkel ϵ den Brechungsindex des Glases,

$$n = \frac{\sin \frac{\delta + \epsilon}{2}}{\sin \frac{\epsilon}{2}}. \quad (2)$$

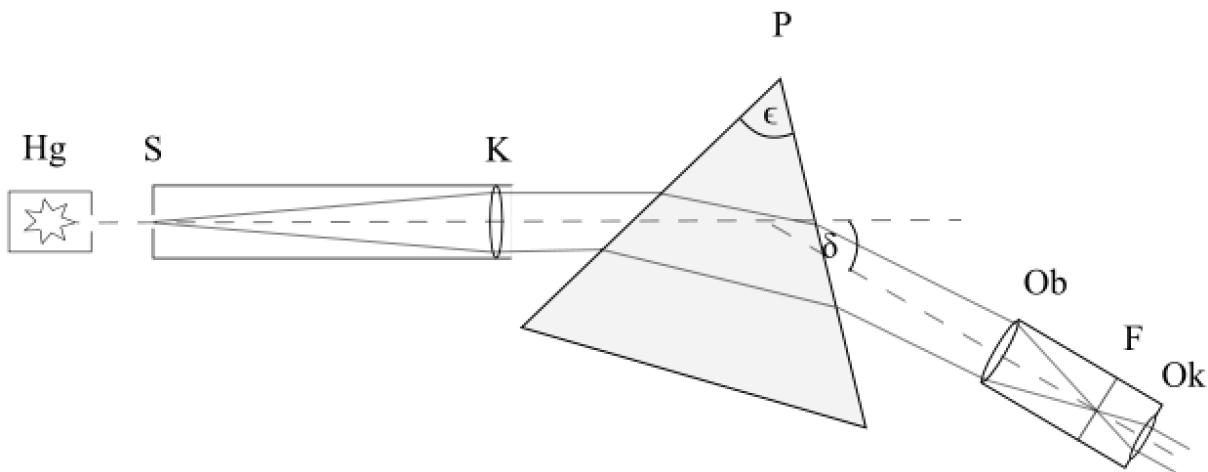


Abbildung 3: Aufbau des Prismenspektrometers: Hg - Quecksilberdampflampe, S - verstellbarer Spalt, K - Kollimator, P - Prisma, Ob - Objektiv, F - Fadenkreuz, Ok - Okular.

Vorbereitung: Zeichnen Sie den Strahlengang des Spektrometers für rotes und blaues Licht.
Leiten Sie daraus die Gleichung (2) für den Brechungsindex her.
Wie funktioniert der Kollimator und weshalb ist er notwendig?
Wieso sieht man das Spektrum der Quecksilberlampe als *Linien*?

Eine zentrale Eigenschaft eines Spektrometers ist sein *Auflösungsvermögen* $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, welches ein Maß dafür ist, wie groß der Abstand $\Delta\lambda$ der Wellenlängen von zwei Spektrallinien mindestens sein muss, damit diese getrennt beobachtet werden können. Das Auflösungsvermögen ist begrenzt durch Beugungseffekte, die die Spektrallinien verbreitern, so dass sie zu überlappen beginnen und wie eine einzige Linie erscheinen. Beim Prisma liegt dies an der endlichen Breite, die die gleiche Wirkung wie eine Spaltblende hat. Man kann zeigen, dass das Auflösungsvermögen eines Prismas gegeben ist durch seine Dispersion und seine Kantenlänge L ,

$$A = L \frac{dn}{d\lambda}.$$

Spektrallampen

Bei der Entwicklung der Atomphysik zu Beginn des 20. Jahrhunderts spielten Spektrallampen eine zentrale Rolle. Sie zeigten die quantisierten Energieniveaus der unterschiedlichen Elemente, die nicht mit einem klassischen Verständnis erklärt werden konnten. Heute werden Natriumdampflampen in Straßenlaternen verwendet, und Leuchtstoffröhren sowie Energiesparlampen basieren auf Quecksilberdampflampen. Ihre Funktionsweise beruht auf der Stoßanregung von Atomen eines Gases oder Dampfes mit geringem Druck durch Elektronen, die durch ein hohes elektrisches Feld beschleunigt werden. Dabei übertragen die freien Elektronen einen Teil ihrer kinetischen Energie auf das Atom und regen so ein gebundenes Elektron auf ein höheres Energieniveau an. Dieser angeregte Zustand zerfällt umgehend wieder, und die frei werdende Energie wird in Form von Licht abgegeben, dessen Wellenlänge durch die Energieniveaus des Atoms festgelegt ist. So mit lässt sich aus dem Spektrums des Atoms seine elektronische Struktur bestimmen. Außerdem ist das Spektrum charakteristisch für das Element und kann daher zur Analyse des untersuchten Materials verwendet werden. Wir verwenden im Versuch das bekannte Spektrum von Quecksilber zur Bestimmung des Brechungsindex des Prismas für verschiedene Wellenlängen im Bereich von rot bis violet.

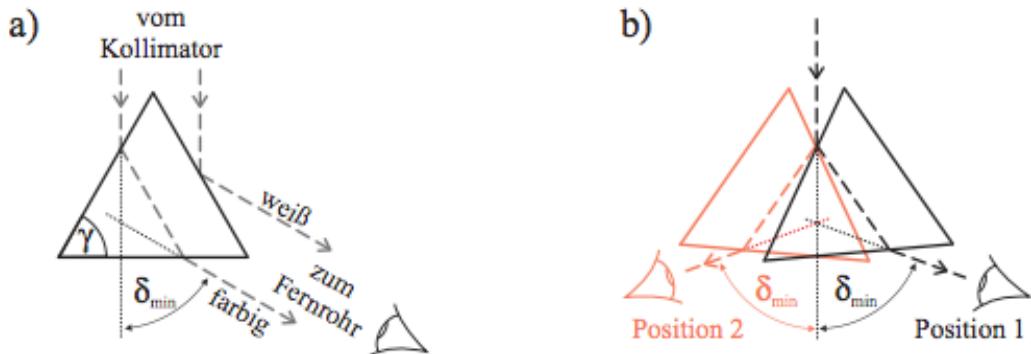


Abbildung 4: a) Einstellung des symmetrischen Strahlengangs. b) Bestimmung von $2 \delta_{min}$. Hier sind die reflektierten weißen Strahlen der Übersichtlichkeit halber nicht eingezeichnet.

Durchführung

Zu Beginn der Durchführung wird die Justage des Spektrometers kontrolliert. In der Regel ist es nicht notwendig, nachzustimmen. Eine Anleitung zur Justage findet sich im Anhang dieser Versuchsbeschreibung.

Um den oben beschriebenen symmetrischen Strahlenverlauf im Prisma zu realisieren, macht man sich die Spiegelung des Lichts an der Außenkante des Prismas zunutze, s. Abb. 4 a). Wenn man eine Spektrallinie im Fernrohr mit der gespiegelten weißen Linie zur Deckung bringt, verlaufen die beiden Strahlen parallel, d. h. auch die Spektrallinie folgt dem spiegelsymmetrischen Strahlenverlauf. Dazu muss das Prisma so auf dem dafür vorgesehenen Präsentierstisch platziert werden, dass einerseits genügend Licht auf die brechende Oberfläche fällt und die Spektrallinien in ausreichender Helligkeit im Fernrohr zu sehen sind, und andererseits genügend Licht auf die gegenüberliegende Fläche fällt, an der die weiße Linie reflektiert wird.

Man sucht am besten zuerst mit bloßem Auge die Position des Prismas, für die man in einer Hälfte das Spektrum und in der anderen die reflektierte Linie* sehen kann. Danach wird man mit dem Fernrohr in derselben Richtung beides gleichzeitig sehen können. Nun dreht man *vorsichtig* den Präsentierstisch, bis die weiße Linie sich mit einer der Spektrallinien deckt, und folgt der Linie mit dem Fernrohr, um beide auf das Fadenkreuz zu legen. Dazu kann man das Fernrohr mit der Fixierschraube am Sockel feststellen und mit dem Feintrieb unterhalb des Tubus präzise ausrichten. Sollte dabei entweder das Spektrum oder die weiße Linie an Helligkeit verlieren, muss das Prisma vorsichtig verschoben werden, ohne dabei den Winkel zu stark zu verändern. Der Präsentierstisch kann ebenfalls fixiert werden. Diese Einstellung erfordert für die erste Linie ein wenig Geschick und Geduld, die folgenden Linien sind danach jedoch sehr einfach einzustellen. Man liest den Winkel des Fernrohrs mit Hilfe des Nonius ab, der eine Teilung in Bogenminuten ($1/60^\circ$) besitzt. Um Parallaxenfehler zu korrigieren wird jede Linie mindestens dreimal gemessen.

Vorbereitung: Wie funktioniert ein Nonius? Was ist Parallaxe?

Um die nächste Linie zu messen, muss zum einen der Präsentierstisch leicht gedreht werden, um diese mit der reflektierten Linie zur Deckung zu bringen, und zum anderen das Fernrohr, um beide wieder über das Fadenkreuz zu legen. Um den Ablenkwinkel δ zu bestimmen, müsste man die Richtung des einfallenden Strahls kennen oder messen, was nicht ohne weiteres mit ausreichender Präzision möglich ist. Daher macht man sich erneut die Symmetrie der Versuchsanordnung

*Häufig beobachtet man eine Reihe weiterer Reflexionen, z. B. an den Innenseiten des Prismas, welche aber meistens eine unregelmäßige Form aufweisen und sich dadurch von der richtigen weißen Linie unterscheiden lassen.

zunutze und wiederholt die Messung in spiegelverkehrter Anordnung. Auf diese Weise bestimmt man den doppelten Ablenkinkel, s. Abb. 4 b). Nachdem das gesamte Spektrum auf der einen Seite vermessen ist, nimmt man die Messung auf der gegenüberliegenden Seite vor.

Für alle Einstellungen sowie die eigentliche Messung empfiehlt es sich, den Spalt so schmal wie möglich einzustellen, da das weiße Licht der Spektrallampe sehr hell ist und bei zu großer Spaltbreite als unangenehm empfunden werden kann. Für die schwächeren Linien (z. B. die rote) ist es evtl. notwendig, den Spalt etwas weiter zu öffnen. Die relative Helligkeit der weißen und der farbigen Linien kann durch die Lage des Prismas in Bezug zur Strahlrichtung verändert werden. Man beachte, dass die Position des Prismas durch die Geometrie des Experiments festgelegt ist, und das Prisma frei auf dem Tisch verschoben werden kann, ohne die Messung zu beeinträchtigen, solange der Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und der brechenden Kante des Prismas nicht verändert wird.

Achtung: Das Prisma sollte ausschließlich an den dreieckigen Stirnflächen angefasst werden. Optische Flächen bitte nicht mit den Fingern berühren.

Auswertung

- Berechnen Sie den Brechungsindex für die angegebenen Wellenlängen mit dazugehörigen Messunsicherheiten. Der Prismenwinkel beträgt $\epsilon = 60^\circ$.
- Stellen Sie die Dispersionskurve $n(\lambda)$ grafisch dar, und tragen Sie Unsicherheiten als Fehlerbalken ein.
- Ermitteln Sie daraus die Steigung der Dispersionskurve bei der grünen Linie mit Unsicherheit und berechnen Sie mit $L = (3,0 \pm 0,1)$ cm das Auflösungsvermögen des Prismas bei dieser Wellenlänge mit der zugehörigen Unsicherheit. Ließe sich damit das Dublett der Natrium-D-Linie trennen?

Spektrallinien von Quecksilber		Grad	Bogenmin
violett (Doppellinie)	404,7 nm, 407,8 nm		
blau	435,8 nm	—	
blaugrün	491,6 nm	—	
grün	546,1 nm	—	
gelb (Doppellinie)	577,0 nm, 579,1 nm	—	
rot	623,4 nm	17,5	7

Zusammenfassung, Bewertung und Fazit

Der Bericht soll mit einer Zusammenfassung der Messergebnisse und ihrer Beurteilung abgeschlossen werden. Welche Erkenntnisse hat dieses Experiment geliefert? Nebenfachstudenten sollen einen Bezug herstellen zu ihrem Hauptfach, Lehramtsstudenten zur Erfahrungswelt eines Schülers.

Farbe	winkel	Bogenminde
rot	17,5	7
gelb	27	27
grün	23	17
grünblau	28/13,5	30/10
blau	15	4
lila	21	17

Farbe	winkel	Bogenminde
rot	17	6
gelb	27	27
grün	24,5	20
grünblau	14,5	2
blau	15,5	5
lila	20,5	16

Farbe	winkel	Bogenminde
rot	17	4
gelb	26,5	26
grün	22,5	18
grünblau	14	1
blau	15,5	5
lila	20,5	16

rechts

Farbe	winkel	Bogenmaß
rot	272	7
gelb	274	5
grün	279	15
grünblau	273	2
blau	285	26
lila	281	17

Farbe	winkel	Bogenmaß
rot	271,5	0
gelb	275	7
grün	279	15
grünblau	273	2
blau	285,5	27
lila	280	15

Farbe	winkel	Bogenmaß
rot	271,5	0
gelb	275	7
grün	279	15
grünblau	273	2
blau	285,5	27
lila	280	15

links

Gelb 17°
AT

Justierung des Spektrometers

In der Regel sind die Spektrometertische gut justiert und eine Nachjustage ist nicht erforderlich. Zu Beginn des Versuch sollte man sich vergewissern, dass die Justage korrekt ist, und nur im Falle eines verstellten Spektrometers die betroffenen Einstellungen in der angegebenen Reihenfolge nachjustieren.

1. Fadenkreuz des Fernrohrs scharfstellen: Dies erreicht man, indem das Okular im Tubus des Fernrohrs verschoben wird. Um das Fadenkreuz besser sehen zu können, kann es über einen halbdurchlässigen Spiegel im Okular und eine Öffnung im Tubus von der Seite beleuchtet werden (z. B. mit der Taschenlampe).
2. Beobachtungsfernrohr auf unendlich stellen: Wenn der Spalt bzw. die Spektrallinien unscharf erscheinen, ist möglicherweise das Beobachtungsfernrohr verstellt. Mit Hilfe der Stellschraube an der Oberseite wird der Tubus des Fernrohrs verstellt, bis der Spalt im Kollimationsrohr scharf erscheint. Dabei stellt man den Spalt möglichst schmal ein und benutzt ggf. statt der hellen Spektrallampe die Schreibtischlampe zur Beleuchtung. Man kann auch auf ein beliebiges, möglichst weit entferntes Objekt scharf stellen.
3. Prismentisch ausrichten: Wenn der Prismentisch nicht genau horizontal ausgerichtet ist, erscheinen die reflektierte und die gebrochenen Linien unter verschiedenen Winkeln gegen die Vertikale.

Stellen Sie das Prisma so auf den Prismentisch wie in Abb. 5 angegeben. Eine Prismenkante befindet sich dann in der Tischmitte und die angrenzende Prismenfläche I ist senkrecht zur Verbindungsleitung der Justierschrauben 1 und 3. Schwenken Sie nun das Fernrohr so, dass sie das an Fläche I reflektierte weiße Spaltbild im Fernrohr sehen können.

Mit Justierschraube 1 zentrieren Sie dann die weiße Linie mit dem Fadenkreuz des Fernrohrs. Nach entsprechender Drehung des Fernrohrs und u.U. des Prismentisches verfahren Sie nun genauso mit dem weißen Spaltbild von Fläche II und der Justierschraube 2. Man wiederholt dieses Verfahren mehrmals bis keine weitere Verbesserung der Justierung mehr erreichbar ist. Schraube 3 bleibt unverändert. Achtung, der Prismentisch liegt nur lose auf.

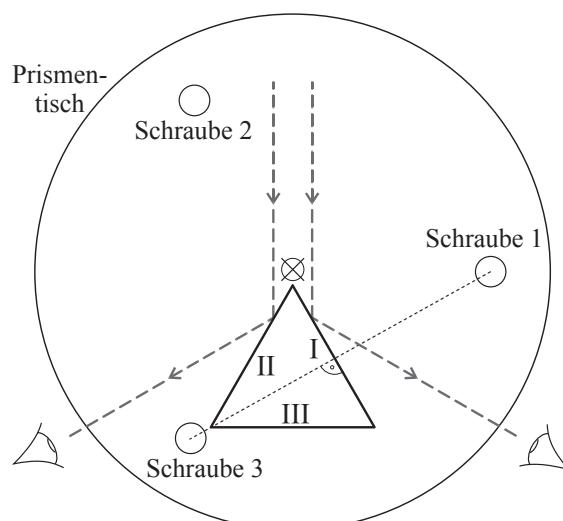


Abbildung 5: Justierung des Prismentisches.