

31.01.2018  
9:00-12:00

## המחלקה להנדסת תוכנה

### מבנה נתונים

#### מועד א'

ד"ר אלכס צ'ורקין  
ד"ר אירינה רבייב

תשע"ח סמסטר א'

- חומר עזר – אין. מותר מחשבון רגיל אשר לא ניתן לתכנות.  
הוראות מיוחדות - יש לכתוב בכתב יד ברור ומסודר.  
- יש לענות על כל השאלות.

השאלון מכיל \_5\_ דפים (כולל דף זה).

=====

## בהצלחה !

## נוסחאות

- תהי **סדרה חשבונית** בת  $n$  איברים כאשר  $a_1$  האיבר הראשון ו-  $a_n$  האיבר האחרון, אזי סכום האיברים בסדרה הוא:  $\frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$
- תהי **סדרה הנדסית** בת  $n$  איברים כאשר  $a_1$  האיבר הראשון ולכל  $i > 1$  מתקיים  $a_i = a_{i-1} \cdot q$ , אזי סכום האיברים בסדרה הוא:  $\frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$
- **משפט מאסטר**. יהיו  $a \geq 1$ ,  $b > 1$  קבועים, תהי פונקציה, ותהי  $T(n)$  פונקציה המוגדרת על השלמים האי-שליליים על ידי נוסחת הנסיגה הבאה:  $T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$  . אזי:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}) & \exists \varepsilon > 0 : f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon}) \\ \Theta(n^{\log_b a} \log n) & f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) \\ \Theta(f(n)) & \begin{aligned} &\exists \varepsilon > 0 : f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon}) \text{ and} \\ &\exists c < 1, n_0 \forall n > n_0 : af(n/b) \leq cf(n) \end{aligned} \end{cases}$$

## שאלה 1 (25 נק', 5 נק' לכל סעיף)

לכל אחת מהטענות הבאות יש לציין מהי התשובה הנכונה מתוך מספר תשובות מוצעות.  
יש להסביר את תשובה בקצרה (2-5 משפטים). **תשובה נכונה ללא הסבר תזכה בנקודה אחת בלבד.**

1. נתון עץ חיפוש בינארי  $T$  בעל  $n$  צמתים עם מפתחות טבעיים. רוצים לבדוק האם העץ מכיל את המפתחות  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ , כל מספר פעם אחת בדיוק. מהו זמן ריצה של האלגוריתם היעיל ביותר לבדיקה הנ"ל במקרה הגרוע?

- (א)  $\Theta(\log n)$
- (ב)  $\Theta(n)$
- (ג)  $\Theta(n \log n)$
- (ד) אף אחת מהתשובות לעיל.

2. בעץ AVL שקבוצת המפתחות שלו  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  אילו מפתחות יכולים להימצא בשורש העץ?

- (א) כל אחד מהמפתחות יכול להיות בשורש העץ.
- (ב) רק 2 או 3.
- (ג) כל אחד מ- $\{2, 3, 4, 5\}$ .
- (ד) רק 3.
- (ה) רק 3 או 4.
- (ו) אף אחת מהתשובות לעיל.

3. נתונה ערימת מקסימום עם  $n = 10$  איברים מעל המפתחות  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . כל מפתח מופיע פעם אחת בדיוק. טענה: אם נסרוק את הערימה בסריקת postorder נקבל סדרה עולה של מפתחות.

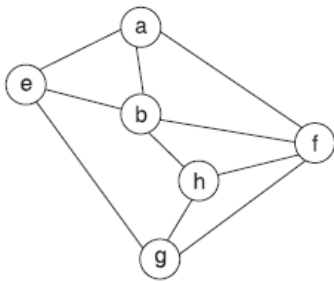
- (א) טענה תמיד לא נכונה
- (ב) טענה תמיד נכונה
- (ג) קיים סידור אחד בלבד של המפתחות בערימה עבורו הטענה נכונה
- (ד) אף אחת מהתשובות לעיל אינה נכונה

4. מהו זמן ריצה של האלגוריתם הבא

- (א)  $\Theta(\log n)$
- (ב)  $\Theta(n \log n)$
- (ג)  $\Theta(n^2)$
- (ד)  $\Theta(n)$
- (ה) אף אחת מהתשובות לעיל.

```

Algorithm Mystery(A[1..N])
  for ( i ← 1 to N )
  {
    for ( j ← 1 to N - i )
    {
      if ( A[j] > A[j + 1] )
      {
        temp ← A[j]
        A[j] ← A[j + 1]
        A[j + 1] ← temp
      }
    }
  }
  
```



5. בוצעה סריקה לעומק (DFS) של הגרף שבציור.

אילו מהסדרות הבאות (קראו משמאל לימין) יכולה להיות סדרה לפיה התגלו הקדקודים בסריקה?

- (i) a b e g h f      (ii) a b f e h g      (iii) a b f h g e      (iv) a f g h b e

- (א) רק (i), (ii) ו-(iv)  
 (ב) רק (ii), (iii) ו-(iv)  
 (ג) רק (i) ו-(iv)  
 (ד) רק (i), (iii) ו-(iv)  
 (ה) אף אחת מהתשובות לעיל

## שאלה 2 (25 נק')

נתונה מחסנית S המכילה  $n$  מספרים ממשיים. תארו אלגוריתם, יעיל ככל האפשר, הממיין את המספרים במחסנית מהמספר הקטן לגדול. אחרי המיין המספר הגדול ביותר אמור להיות בראש המחסנית. ניתן להשתמש במחסנית עזר אחת ומספר קבוע של משתני עזר פשוטים.

נתחו את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם שתיארתם.

**שימו לב:** בעבודה עם המחסנית אפשר להשתמש אך ורק בפעולות `push`, `pop`, `top`, `isEmpty`. הניחו כי זמן ריצה של הפעולות `push`, `pop`, `top`, `isEmpty` הינו קבוע.

פתרון צריך להכיל הסבר מילולי לאלגוריתם המלווה בפסאודו-קוד.

### שאלה 3 (25 נק')

#### סעיף ב (15 נק')

הוכיחו את המשפט הבא:

בעץ בינארי מלא  $T$  מתקיים  $l = m + 1$ , כאשר  $l$  זה מספר העלים ו- $m$  מספר הקודקודים הפנימיים בעץ  $T$ . תזכורת: עץ בינארי מלא הוא עץ בו לכל קודקוד יש 0 או 2 בנים.

#### סעיף ג (10 נק')

פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה  $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^3$

(א) בשיטת האיטרציה

(ב) בשיטת המסטר

### שאלה 4 (25 נק')

#### סעיף א (15 נק')

נתונות שתי קבוצות מספרים בגודל  $m$  ו- $n$  בהתאמה. הקבוצות אינן ממוינות. הציעו (במילים) אלגוריתם למציאת חיתוך בין שתי הקבוצות בזמן  $O(n + m)$  צפוי (ממוצע). הראו שאלגוריתם שהצעתם עומד בדרישות הזמן.

#### סעיף ב (10 נק')

נתונה טבלת הגיבוב הבאה המנוהלת בשיטת מיעון פתוח (open addressing) עם גיבוב כפול (double hashing).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		39	75		35	42	23		45

המפתחות הוכנסו לטבלה ריקה מלכתחילה תוך שימוש בפונקצית הגיבוב הבאה:

$$h(k, i) = (h1(k) + i \cdot h2(k)) \bmod 10$$

כאשר

$$h1(k) = k \bmod 10$$

$$h2(k) = \lfloor k/10 \rfloor \bmod 10$$

באיזה סדר הוכנסו המפתחות לטבלה? נמקו את תשובתכם.