

گزارش کار  
CA-2  
ملیکه احقاقی  
۸۱۰۱۹۴۲۵۴

سوال ۱

```
[y,t,x] = FuncGen(254);  
plot(t(:,1), y(:,1));
```

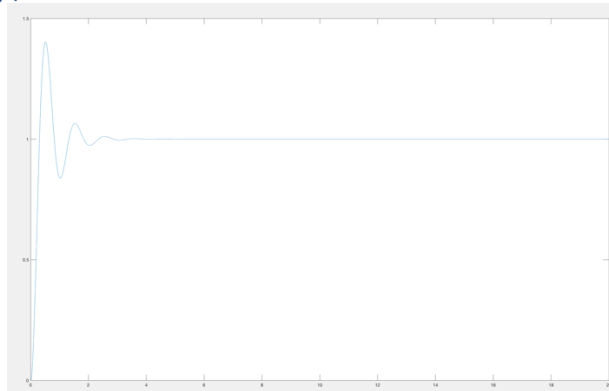


Fig1-FuncGen

(الف) برای حدس این تابع تبدیل درجه دو از  $M_p$  و  $t_s$  می توان کمک گرفت. اگر تابع تبدیل ما به فرم زیر باشد:

$$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

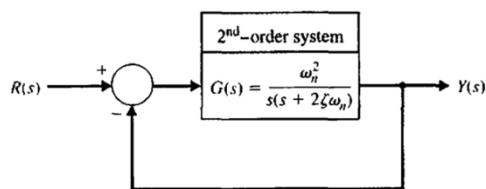
آن گاه با توجه به نمودار تابع فایل p. ماکسیمم جهش برابر با 40% و زمان نشست برابر با 2.2s می شود که با کمک فرمول این دو می توان مقادیر  $w_n$  و  $\zeta$  را به دست آورد که در نتیجه ی آن تابع تبدیل به دست خواهد آمد.

$$M_p = 100e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 40\% \Rightarrow \zeta = 0.124 (*)$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta w_n} \Rightarrow w_n = 2.2(**)$$

$$(*),(**) \Rightarrow G(s) = \frac{214.9}{s^2 + 3.63s + 214.9}$$

(ب) در صورتی که تابع به دست آمده در مرحله ی قبل را تابع حلقه بسته ی یک سیستم در نظر بگیریم. آن گاه:



(b)

Fig2-closed-loop second order

برای رسم مکان ریشه ی این تابع تبدیل به ازای تغییرات K در محدوده ی مقادیر مثبت و منفی تابع تبدیل حلقه باز آن را در MATLAB به `rlocus(±214.9,[1 3.63 0]);`

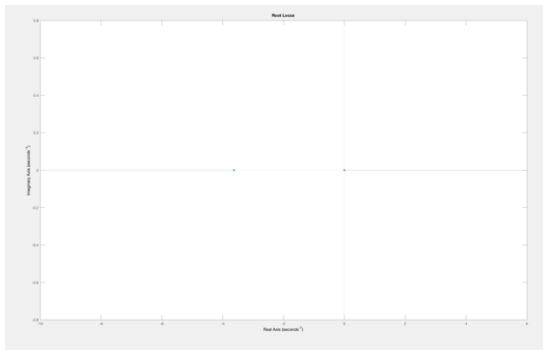


Fig3-K<0

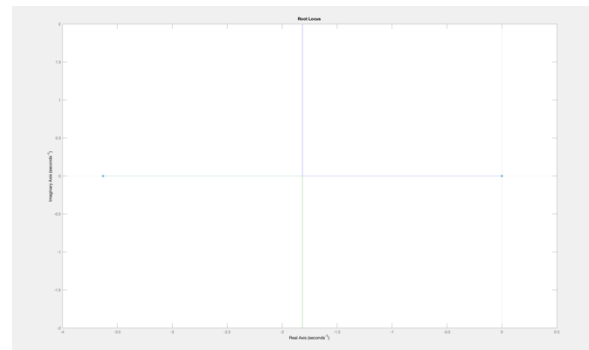


Fig3-K>0

(بررسی اثر بهره):

ا. اضافه شدن بهره به سیستم اثری در مکان هندسی ریشه های آن نخواهد داشت.(به جز علامت آن)

```
P = tf(214.9,[1 3.63 0]);
Kp = 100|-100; %The value is not important
rlocus(Kp*P);
```

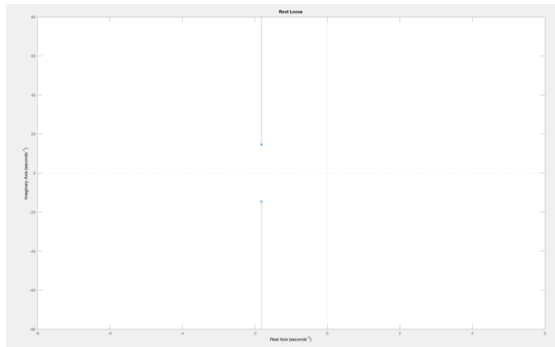


Fig3-K>0

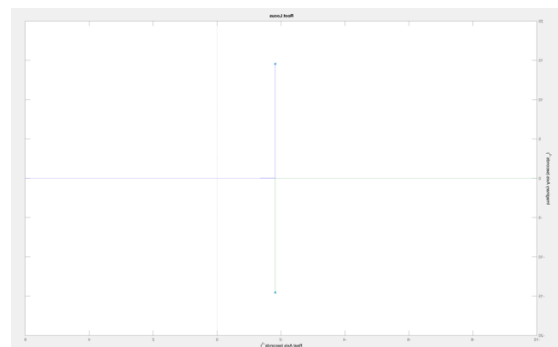


Fig3-K<0

II. افزایش Kp خطای ماندگار را به صفر میل می دهد. زمان نشست را تغییر خاصی نمی دهد. هم چنین Mp با افزایش بهره افزایش می یابد. به GM و به طور کلی به نمودار اندازه یک مقدار DC اضافه می کند که اثبات این موضوعات در تصویر زیر آورده شده است:

$$1 = e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + K_p G(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} K_p G(s)} \Rightarrow K_p \uparrow, e_{ss} \rightarrow 0$$

$$2 = \zeta \omega_n = CTE \Rightarrow t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = CTE \quad \text{تفسیر زیاد ندارد!}$$

$$3 = M_p: \quad G(s) = \frac{K_p \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 + K_p \omega_n^2}, \quad M_p = e^{\frac{-\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100$$

با کاهش  $\zeta$  ی توانه  $M_p$  انرژیش برآکنه و بالعکس.

از آن جاکه  $\omega_n$  به  $\zeta$  وابسته می باشد در  $\zeta$  ثابت صریح افزایش  $\omega_n$  بالترتیب  $K_p$  کاهش خواهد یافت.

$$\zeta' = \frac{2\zeta \omega_n}{\sqrt{\omega_n^2 (1 + K_p)}} = \frac{2\zeta}{\sqrt{1 + K_p}} \quad \text{دالعکس}$$

$$K_p > 0 \Rightarrow K_p \uparrow \quad \zeta' \downarrow \quad \begin{matrix} \xrightarrow{\infty} M_p \rightarrow 100\% \\ \xrightarrow{0} M_p \rightarrow \text{مقدار صفر} \end{matrix}$$

$$3 = K > 0 \Rightarrow \nrightarrow K = 0 \longrightarrow \text{مقدار افزایش بدون تغییر} \quad * * * \\ K < 0 \Rightarrow \nrightarrow K = 180 \longrightarrow \text{180 درجه بالا می آید.} \quad * * *$$

$$20 \log |K| \longrightarrow \text{مقدار DC ثابت نمی شود} \longrightarrow \text{GM نسبت به حین اندرزه} \quad \text{shift به پای کنه.} \quad \uparrow \downarrow$$

|||

در شکل های زیر نمودار بود و پاسخ پله در ازای  $K$  برابر با (1,50,100,300,1000) رسم شده است. همان گونه که مشاهده می شود با افزایش  $K$  می توان خطای ماندگار را به صفر میل داد اما از طرفی با افزایش  $K$  مقدار overshoot افزایش می یابد. هم چنین در هر صورت حاشیه ی بهره برابر بی نهایت خواهد شد. از طرفی مشهود است که زمان نشست تغییر چندانی نخواهد کرد.

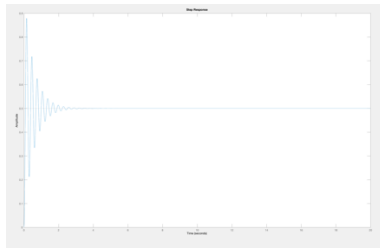
- ```

s = tf('s');
P = tf(214.9,[1 3.63 214.9]);
step(P);
Kp = 300;(varied)
C = pid(Kp,0,0);
T = feedback(C*P,1);
step(T,t(:,1));
S = stepinfo(T);

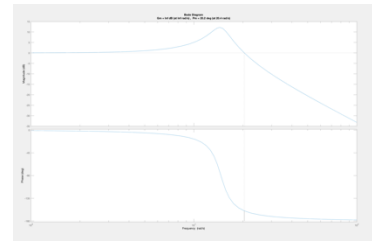
```
- ```

s = tf('s');%Bode
P = tf(214.9,[1 3.63 214.9]);
step(P);
Kp = 300;(varied)
margin(Kp*P);

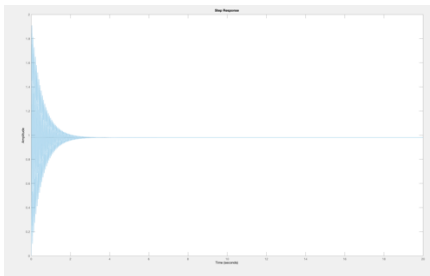
```



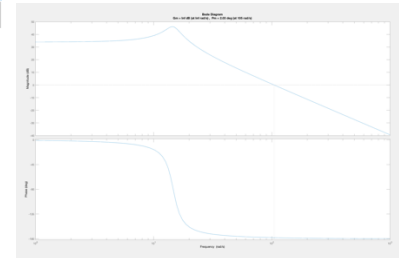
RiseTime	0.0538
SettlingTime	2.1426
SettlingMin	0.2122
SettlingMax	0.8793
Overshoot	75.8683
Undershoot	0
Peak	0.8793
PeakTime	0.1515



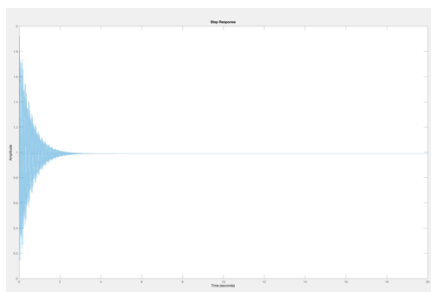
K=1



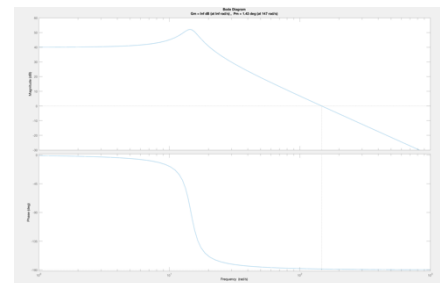
Field	Value
RiseTime	0.0101
SettlingTime	2.1337
Settl 1x1 double	0.1012
SettlingMax	1.9088
Overshoot	94.6983
Undershoot	0
Peak	1.9088
PeakTime	0.0300



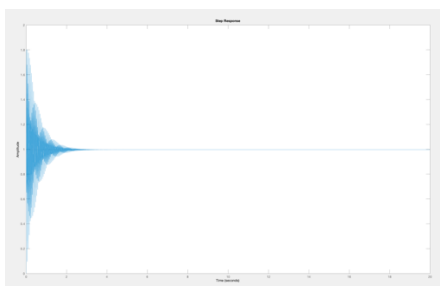
K=50



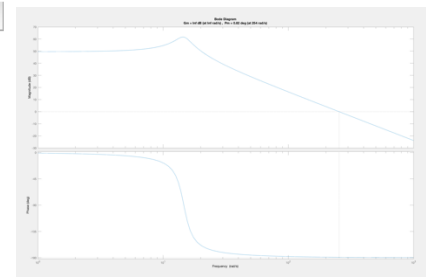
Field	Value
RiseTime	0.0071
SettlingTime	2.1539
SettlingMin	0.0738
SettlingMax	1.9426
Overshoot	96.2033
Undershoot	0
Peak	1.9426
PeakTime	0.0213



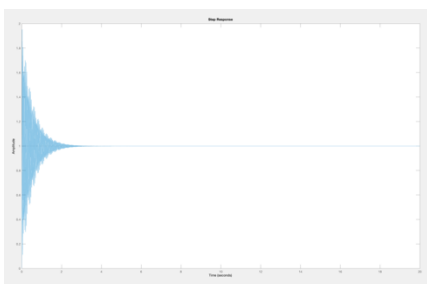
K=100



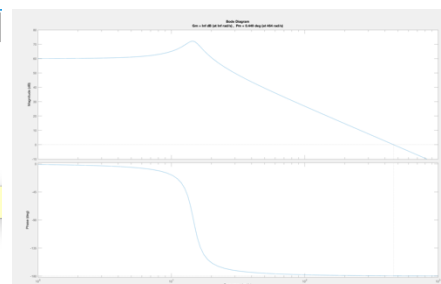
Field	Value
RiseTime	0.0041
SettlingTime	2.1496
SettlingMin	0.0437
SettlingMax	1.9713
Overshoot	97.7829
Undershoot	0
Peak	1.9713
PeakTime	0.0124



K=300



Field	Value
RiseTime	0.0023
SettlingTime	2.1540
SettlingMin	0.0243
SettlingMax	1.9858
Overshoot	98.7781
Undershoot	0
Peak	1.9858
PeakTime	0.0068



K=1000

۱۷. به ازای  $k$  های مختلف در قسمت قبلی رسم شد.

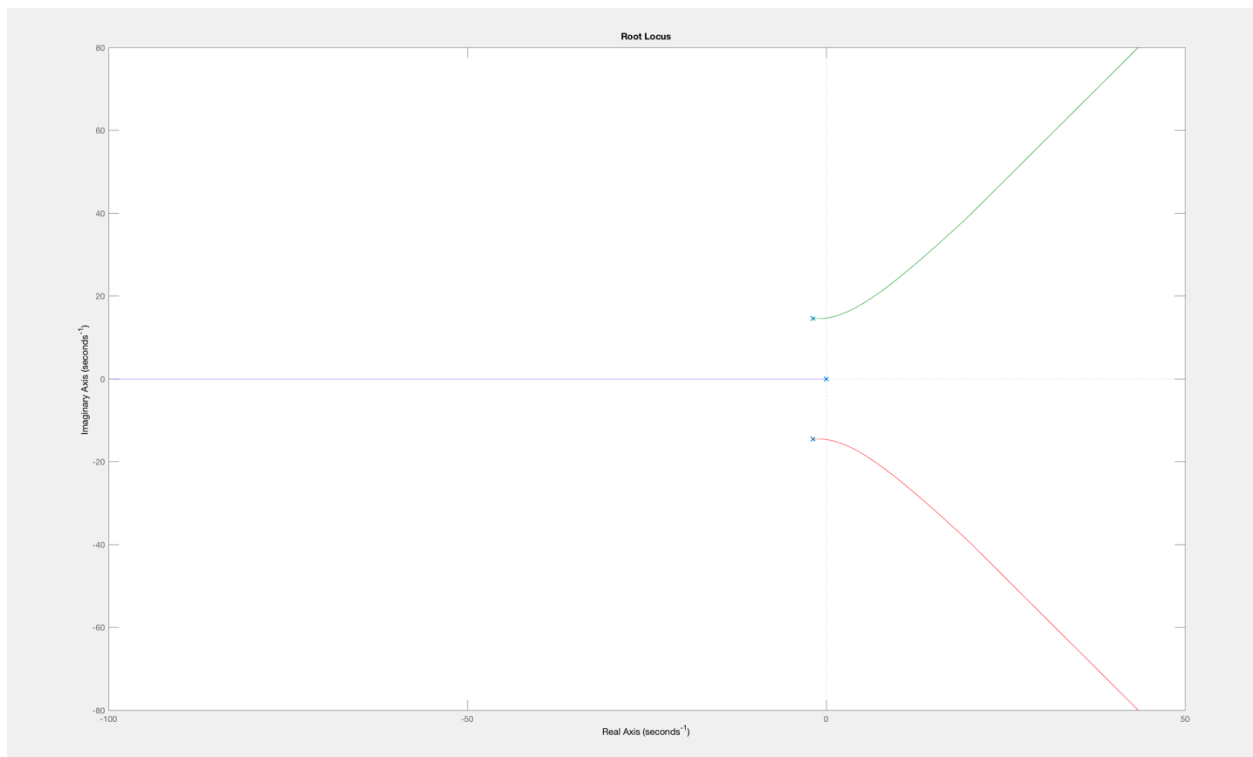
۱۸. همان طور که در نمودار های بود قسمت سوم مشخص شده است حاشیه بهره به ازای تمامی مقادیر برابر با بی نهایت و حاشیه ی فاز به ترتیب برابر است با:  
( 20.2,2.03,1.43,0.82,0.443 )

۱۹. همان طور که در قسمت های قبل نیز اشاره شد و با توجه به تغییرات نمودار پاسخ پله و بود می توان گفت که با افزایش بهره تغییر چندانی در زمان نشست ایجاد نخواهد شد. فراجش نیز تا نزدیک ۱۰۰ درصد بالا می رود. هم چنین مشاهده می شود که افزایش بهره زمان صعود را کاهش می دهد. از آن جا که حاشیه بهره منفی بی نهایت خواهد شد افزودن بهره موجب افزایش پایداری نسبی می شود.

(بررسی اثر انتگرال گیر):

۱.

```
s = tf('s');  
P = tf(214.9,[1 3.63 214.9]);  
Ki = 1;  
rlocus((Ki/s)*P);
```



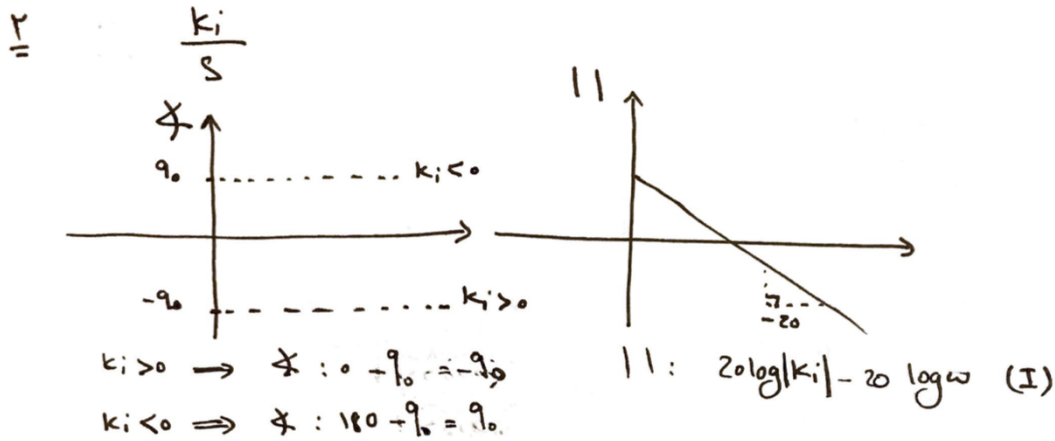
I-controller(rlocus)

۱۱.

با افزایش  $K_i$  و همچنین افزودن چنین کنترلری به سیستم فراجش افزایش می یابد. خطای ماندگار صفر می شود(کاهش می یابد) و زمان نشست افزایش می یابد. به طور کلی رفتار سیستم را کند می کند. از لحاظ حاشیه ی بهره نیز می توان گفت که افزایش ترم  $K_i$  موجب کاهش حاشیه بهره می شود. پس با میل دادن  $K_i$  به سمت صفر می توان به حاشیه فاز مطلوب رسید.از طرفی افزودن انتگرال گیر خطا را بدون اشباع صفر می کند. هم چنین زمان نشست را افزایش می دهد که مطلوب ما نخواهد بود. از آن جا که افزودن انتگرال گیر موجب افزایش فراجش می شود از این جهت نیز نمی تواند مورد استفاده قرار بگیرد.

$$1 = e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + \frac{k_i}{s}G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + k_i G(s)} = 0$$

مطلقاً  $e_{ss}$  برابر صفر خواهد شد.



پس افزودن واحد انتگرال گام به سیستم کنترلی موجب می شود که  $90^\circ$  درجه نمودار برداری  
 کیفیت عملکردی پیدا کند. از طرف دیگر عبارت  
 $I$  به نمودار برداری اضافه می شود.  
 $* GM = -20 \log |G(j\omega)|$

پس هر چه  $k_i$   $\uparrow$  شود  $GM$  بیشتر خواهد یافت.

۳

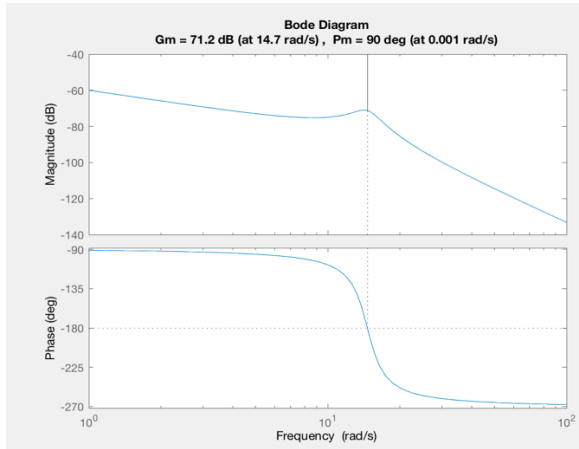
$$G(s) = \frac{\frac{k_i}{s} \times \omega_n^2}{s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + \omega_n^2 s + k_i \omega_n^2} = \frac{k_i \omega_n^2}{s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + \omega_n^2 s + k_i \omega_n^2}$$

مرتبه سیستم یکی افزایش می یابد و در نتیجه سیستم به صورت کلی کنده خواهد شد. پس  $t_s$  کاهش  
 خواهد یافت.

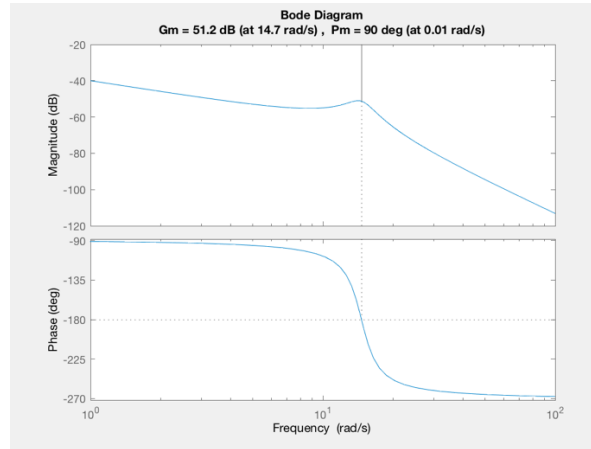
۴  $M_p$ : با توجه به مقادیر  $M_p$  با افزایش  $k_i$  مقدار مشخصی یافت  
 خواهد شد می شود. چرا که  $k_i$  نامیه  $\uparrow$  انتگرال خطا مشخص می کند. این نامیه  
 با سیستم تا جایی که می شود کوچک نگه داشته شود که وابسته به دنیا می کند سیستم  
 است.

در شکل های زیر نمودار بود و پاسخ پله در ازای  $K_i$  برابر با (0.001,0.01,1,100,1000) رسم شده است.

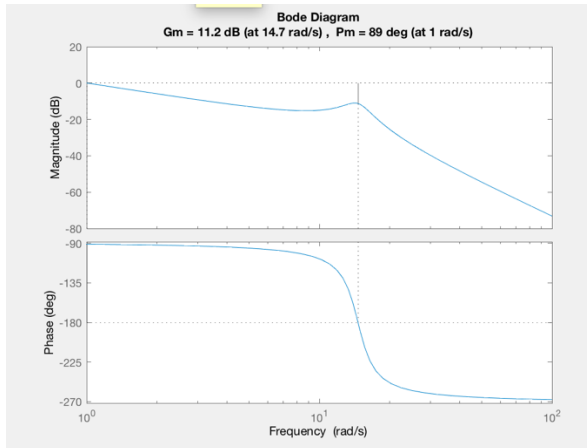
```
s = tf('s');
P = tf(214.9,[1 3.63 214.9]);
Ki = 0.001;
C = pid(0,Ki,0);
T = feedback(C*P,1);
margin((Ki/s)*P);
```



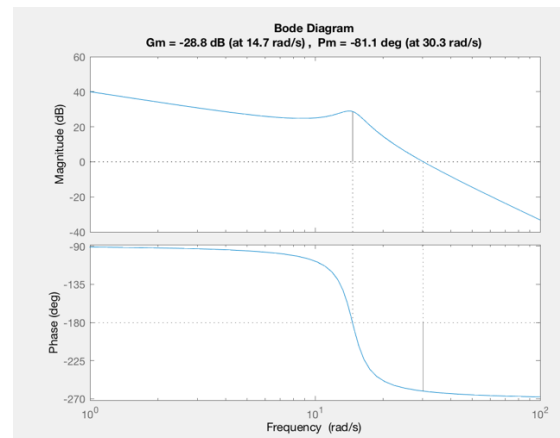
$K=0.001$



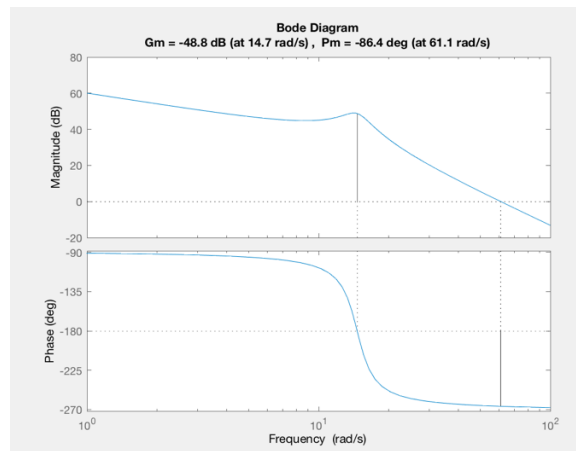
$k=0.01$



$k=1$



$k=100$



$k=1000$

#### IV.

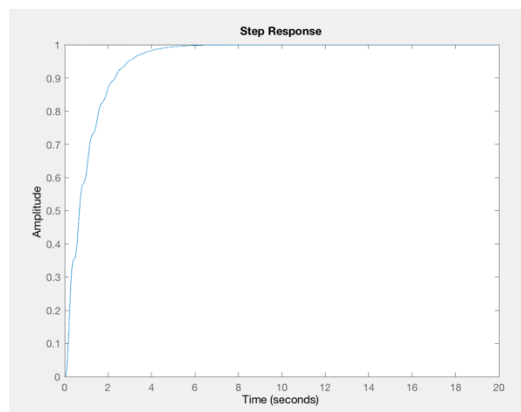
همان طور که در نمودار های مرحله قبل مشاهده می شود حاشیه فاز و حاشیه ی بهره در ازای مقادیر مختلف  $K_i$  محاسبه شده است. دیده می شود که با افزایش  $K_i$  مقدار حاشیه ی فاز کاهش می یابد. پایداری نسبی به معنای این است که یک سیستم می تواند به طور کلی پایداری داشته باشد اما در فرکانس های مشخصی پاسخ نامطلوبی بدهد. این اتفاق بیش تر زمانی رخ می دهد که حاشیه فاز کم باشد که به یک قله ی رزونانسی می رسد و پاسخ پله ی نامطلوبی سیستم خواهد داشت. یک راه حل مناسب برای این مشکل این است که یک مینیمم فاز ۴۵ درجه و یا بیش تر برای سیستم در نظر گرفته شود. افزودن انتگرال گیر نسبت به حالت اولیه پایداری را کاهش می دهد. چرا که  $I$ -controller خطای تجمعی را در نظر می گیرد. در صورتی که هنگامی که  $e(t)=0$  شود منفی باشد پاسخ فروجهش می کند و اگر مثبت باشد پاسخ فراجش خواهد داشت.

#### VII.

همان طور که در قسمت های قبل توضیح داده شد و هم چنین با توجه به تصاویری که در ادامه آورده شده است افزودن بهره ی انتگرال گیر پایداری نسبی را کاهش می دهد چرا که حاشیه ی بهره منفی تر می شود. زمان نشست را افزایش می دهد. هم چنین زمان صعود را کاهش می دهد و فراجش را زیاد می کند.

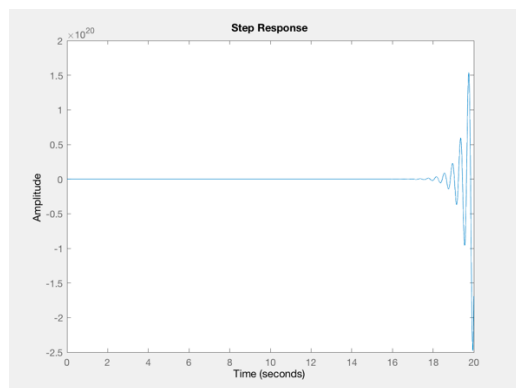
```
s = tf('s');
P = tf(214.9,[1 3.63 214.9]);
Ki = 10;
C = pid(0,Ki,0);
T = feedback(C*P,1);
step(T,t(:,1));
S = stepinfo(T);
```

RiseTime	2.1513
SettlingTime	3.8581
SettlingMin	0.9009
SettlingMax	0.9993
Overshoot	0
Undershoot	0
Peak	0.9993
PeakTime	7.2319



$K=1$

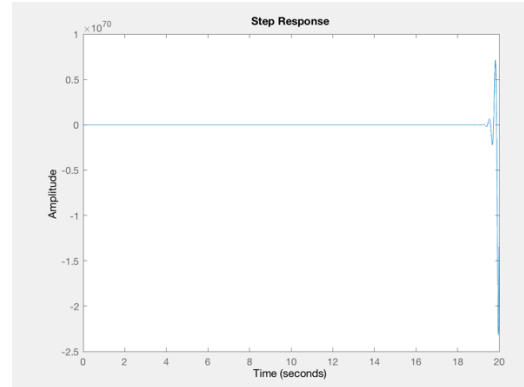
RiseTime	NaN
SettlingTime	NaN
SettlingMin	NaN
SettlingMax	NaN
Overshoot	NaN
Undershoot	NaN
Peak	Inf
PeakTime	Inf



$K=10$

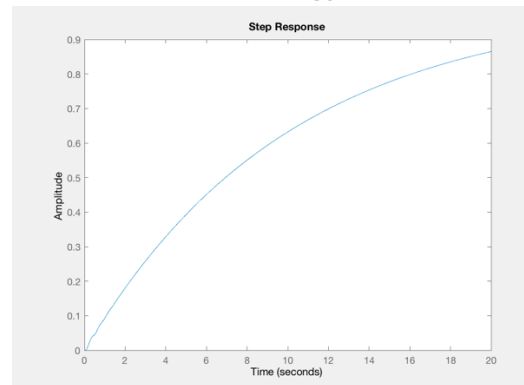


RiseTime	NaN
SettlingTime	NaN
SettlingMin	NaN
SettlingMax	NaN
Overshoot	NaN
Undershoot	NaN
Peak	Inf
PeakTime	Inf



K=50

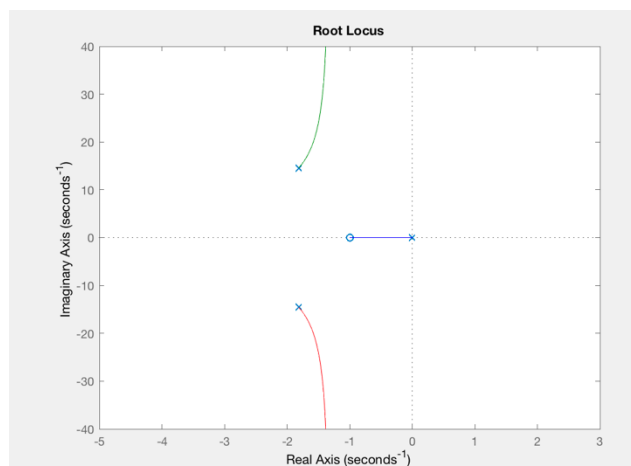
Field	Value
RiseTime	21.9268
SettlingTime	39.0720
SettlingMin	0.9043
SettlingMax	1.0000
Overshoot	0
Undershoot	0
Peak	1.00(1x1 double)
PeakTime	105.2849



K=0.1

بررسی اثر PI  
ا.

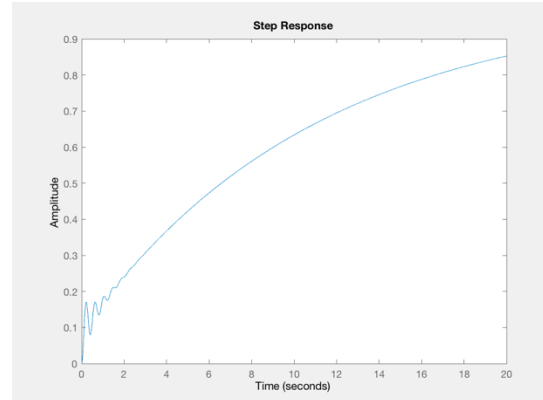
```
s = tf('s');
P = tf(214.9,[1 3.63 214.9]);
K=1;
C = pid(K,K,0);
T = feedback(C*P,1);
rlocus((K*((1/s)+1))*P);
```



For all values assigned to K

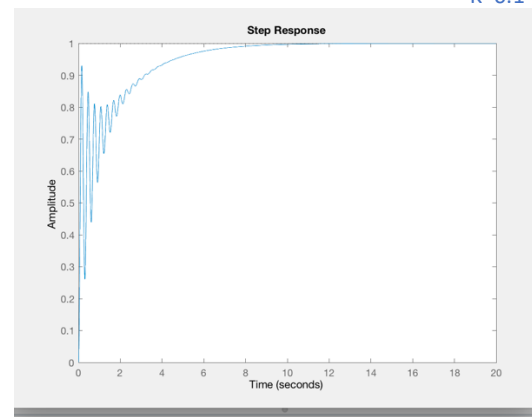
II. این سیستم کنترل کننده موجب ردیابی بدون خطا می شود. این کنترلر تاثیر منفی بر زمان پاسخ و پایداری کلی دارد. در مجموع نسبت به حالت اولیه فرآجش بیش تری دارد اما میزان فرآجش آن از حالت قبل کم تر است. زمان نشست را نسبت به حالت قبل افزایش می دهد و حاشیه بهره نیز به دلیل افزوده شدن  $K_p$  بر ابر بی نهایت خواهد شد. علت این امر افزوده شدن یک قطب در مبدا و یک صفر در محل دلخواه به تابع تبدیل حلقه باز است.

Field ▲	Value
RiseTime	24.1449
SettlingTime	41.9397
SettlingMin	0.9001
SettlingMax	0.9999
Overshoot	0
Undershoot	0
Peak	0.9999
PeakTime	98.9435



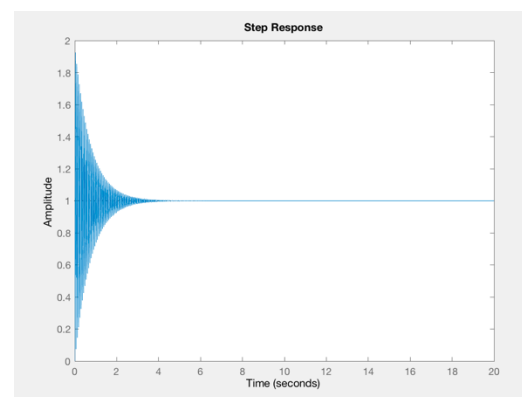
K=0.1

Field ▲	Value
RiseTime	0.1044
SettlingTime	6.4151
SettlingMin	0.2604
SettlingMax	0.9977
Overshoot	0
Undershoot	0
Peak	0.9977
PeakTime	10.7636



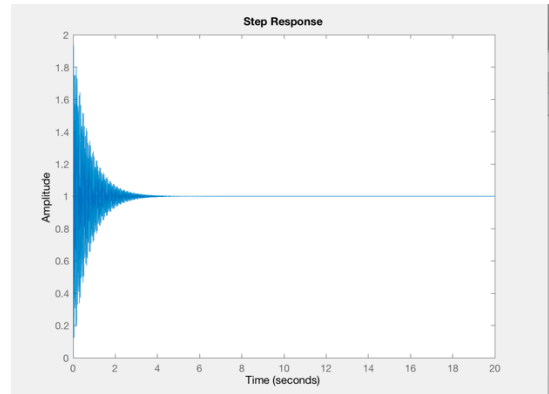
K=1

Field ▲	Value
RiseTime	0.0102
SettlingTime	2.9444
SettlingMin	0.0761
SettlingMax	1.9236
Overshoot	92.3581
Undershoot	0
Peak	1.9236
PeakTime	0.0300



K=50

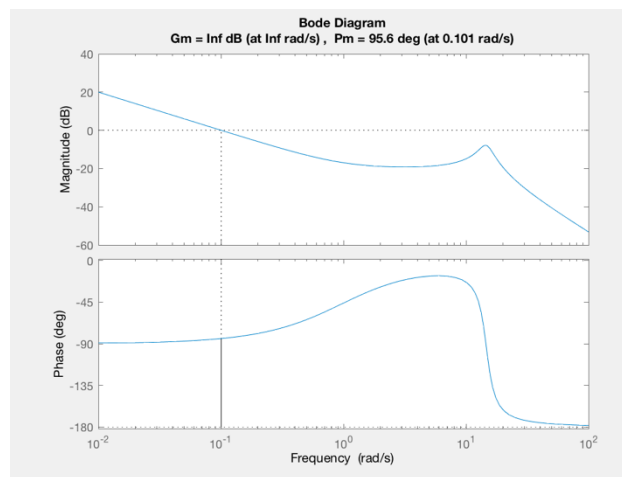
Field ▲	Value
<input type="checkbox"/> RiseTime	0.0072
<input type="checkbox"/> SettlingTime	2.9450
<input type="checkbox"/> SettlingMin	0.0546
<input type="checkbox"/> SettlingMax	1.9532
<input type="checkbox"/> Overshoot	95.3155
<input type="checkbox"/> Undershoot	0
<input type="checkbox"/> Peak	1.9532
<input type="checkbox"/> PeakTime	0.0213



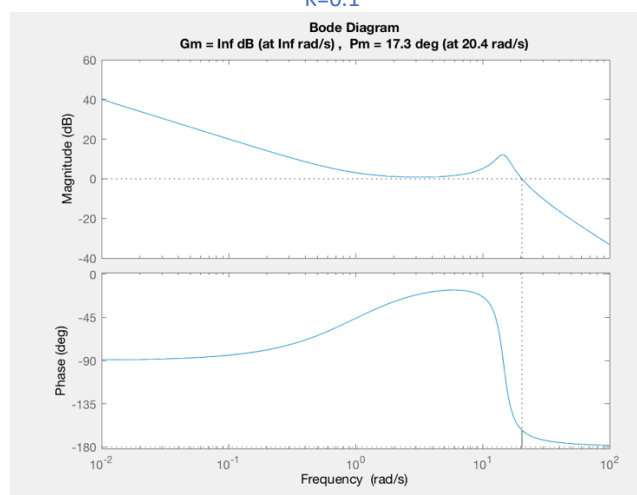
K=100

`margin((K*((1/s)+1))*P);`

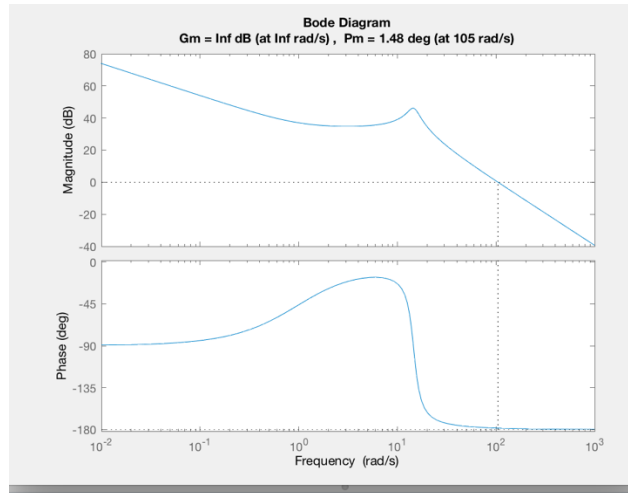
.III



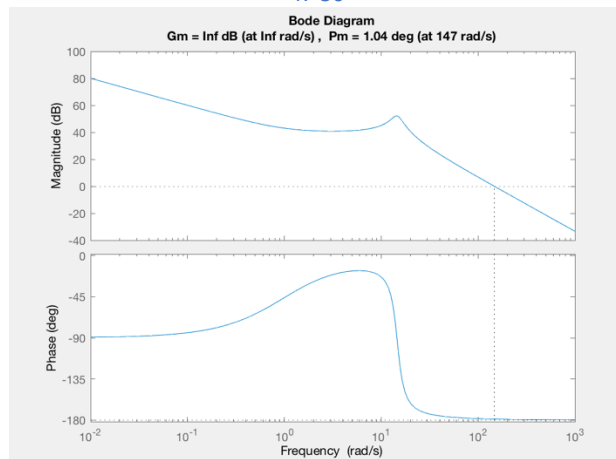
K=0.1



K=1



K=50



K=100

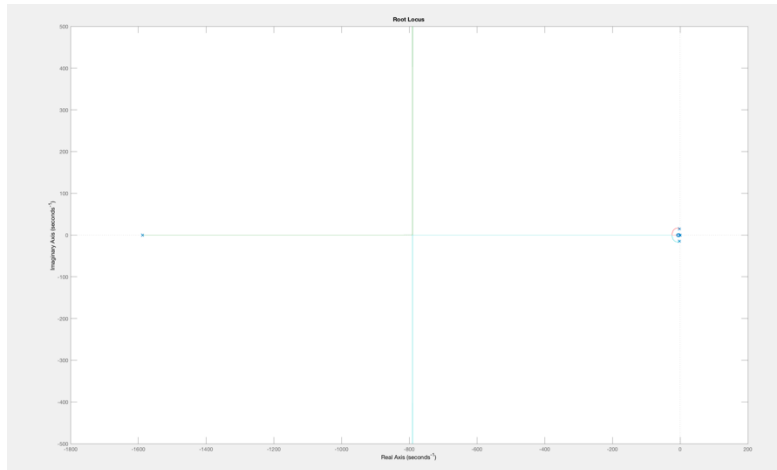
V. حاشیه بهره و فاز در قسمت قبل محاسبه شده است. افزودن چنین کنترلری پایداری نسبی را کاهش می دهد چرا که مقدار حاشیه ی بهره منفی بی نهایت می شود.

VII. مشاهده می شود که افزایش K حد فاز را کاهش و در نتیجه پایداری نسبی را کاهش می دهد. از آن جا که به طور کلی ترکیبی از خواص انتگرال گیر و بهره به سیستم اضافه می شود مشاهده می شود که با افزایش K فراجشش افزایش خواهد یافت و هم چنین زمان نشست نیز نسبت به حالت اولیه افزایش می یابد هر چند هم چنان کم تر از حالت انتگرال گیر خواهد بود. زمان صعود نسبت به حالت قبل کاهش می یابد اما نسبت به حالت p-controller افزایش می یابد.

بررسی اثر PID

ا.

```
s = tf('s');
P = tf(214.9,[1 3.63 214.9]);
K=1;
C = K*((1+0.15*s)*(1+0.31*s))/(s*(1+0.00063*s));
T = feedback(C*P,1);
rlocus(C*P);
```

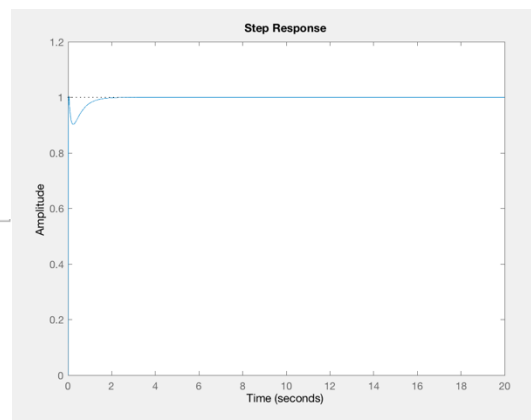


.II

$K=14$  که زمان نشست کمتر از ۰.۵ دارد و فراجهش آن از ۵ درصد کم تر خواهد بود. همچنین حاشیه بهره برابر با بی نهایت و خطای ماندگار آن برابر صفر خواهد بود. این مقدار از  $K$  اولین جایی است که چنین موقعیتی دارد.

```
step(T,t(:,1));
S = stepinfo(T);
```

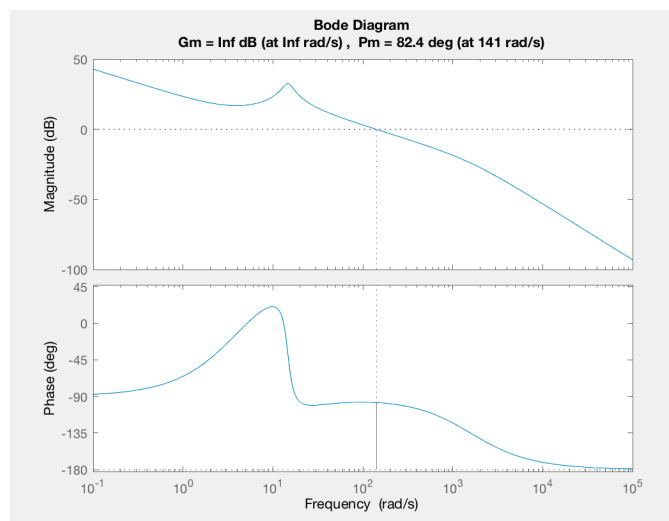
RiseTime	0.0131
SettlingTime	0.0212
SettlingMin	0.9006
SettlingMax	1.0042
Overshoot	0.4202
Undershoot	0
Peak	1.0042
PeakTime	0.0319



$K=14$

.III

```
margin(C*P);
```



IV. حاشیه ی بهره و حاشیه ی فاز در قسمت قبل محاسبه شده است و از آن جا که حاشیه ی فاز برابر با منفی بی نهایت است پس پایداری نسبی وجود نخواهد داشت، چرا که نمودار فاز در بی نهایت به 180- میل خواهد کرد.

V. با کمک کنترل کننده ی PID می توان کلیه ی شرایط را برآورده کرد. این کنترل کننده ترکیبی از جبران ساز پیش فاز پس فاز و بهره است. این دو کنترلر به عنوان مکمل یکدیگر به کار می روند. رفتار جبران کننده پس فاز در حوزه دامنه برای ما مهم است چون فرکانس های پایین را تقویت ولی بالا را بدون تغییر باقی می گذارد. بنابراین اثر نویز را افزایش نمی دهد و به عنوان یک فیلتر پایین گذر عمل میکند. رفتار این کنترلر در حوزه فاز مطلوب نمیشود.

در جبران ساز پیش فاز همیشه فاز مثبت بوده و در  $w_m$  ماکزیمم دارد. برای همین منظور برای افزایش حدفاز از این جبران ساز استفاده میکنیم که در ادامه به آن اشاره می شود. مشکل این کنترلر رفتار اندازه آنست که فرکانسهای پایین را که معمولاً پلنت در آن کار میکند تضعیف و فرکانسهای بالا که معمولاً محدوده کاری نویز است، بدون تغییر میگذارد. با تغییراتی که بر K اعمال می کنیم می توانیم به حد متعادلی از خواص هر دو جبران ساز رسید.