

## I/ Prévision d'une série chronologique avec les méthodes de prévision traditionnelles

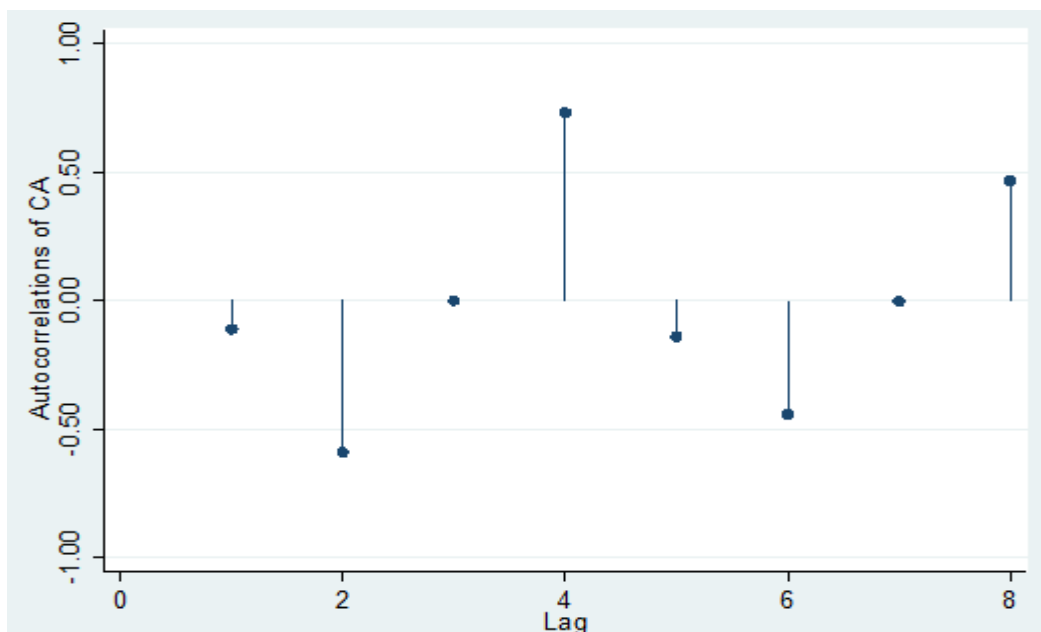
---

### Exercice 1 :

Soit la série trimestrielle représentant le chiffre d'affaires (en milliers d'euros) d'une entreprise de 2018 à 2021 :

22 13 ; 10 ; 29 ; 22 ; 14 ; 12 ; 31 ; 23 ; 15 ; 13 ; 33 ; 25 ; 16 ; 15 ; 34.

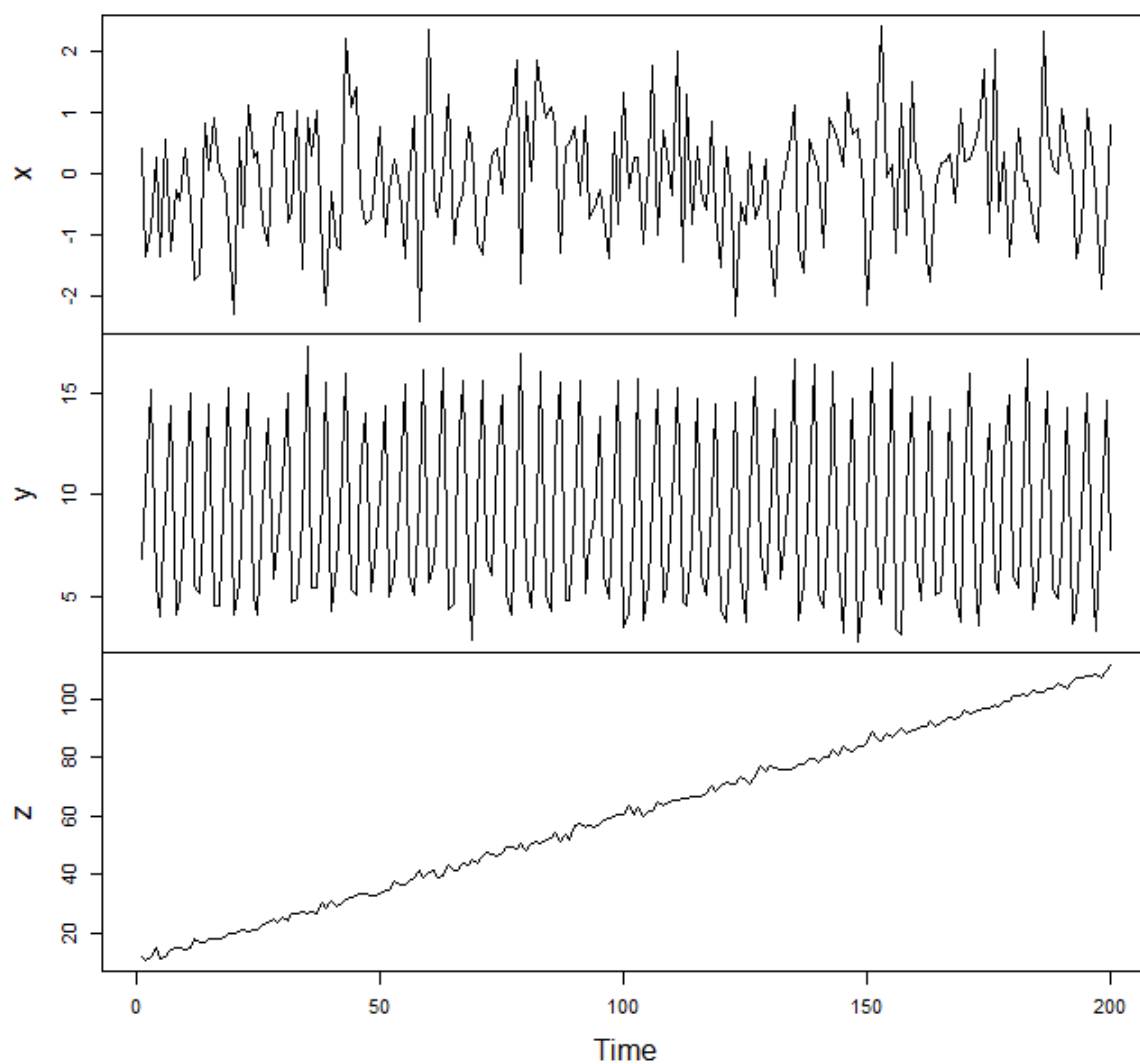
1. Donner la représentation graphique de la chronique. Analyser
2. Constituer les tableaux de Buys-Ballot et Buys-Ballot classé.
3. Effectuer l'analyse de la variance.
4. Faire le test de Fisher. Conclure.
5. Calculer les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1, 2. Tester la significativité de ces coefficients d'autocorrélation et conclure. Commenter le corrélogramme.
6. Effectuer le test de Buys-Ballot.



## Exercice 2:

Analyser les spectres suivants.

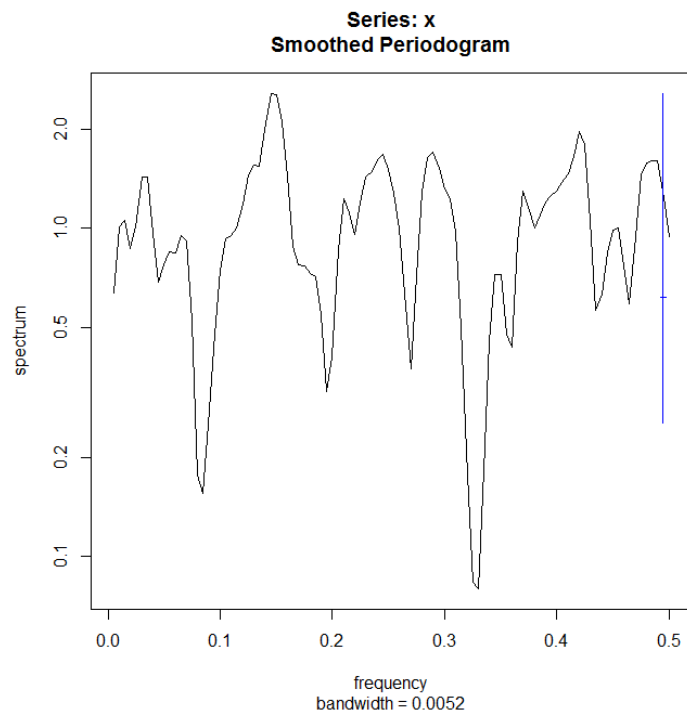
**Graphiques de x y z**



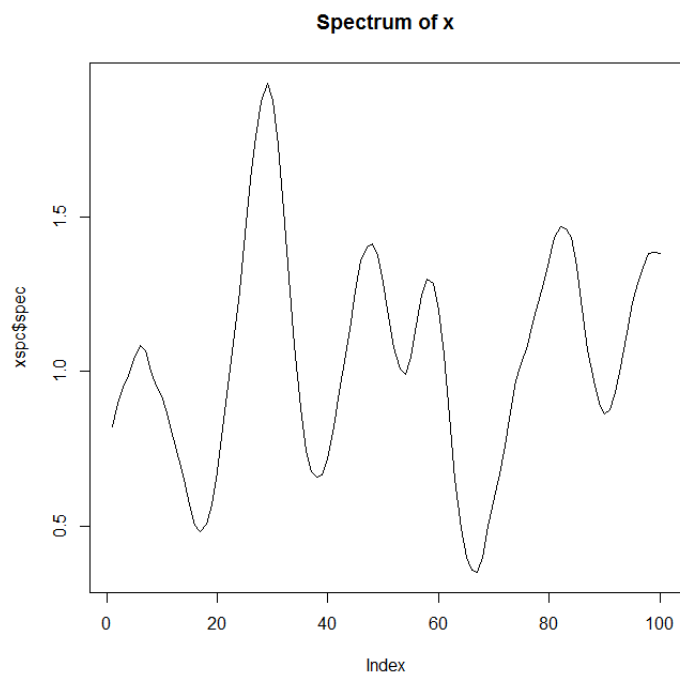
X est un bruit-blanc gaussien centré-réduit

Y est une série saisonnière de période 4

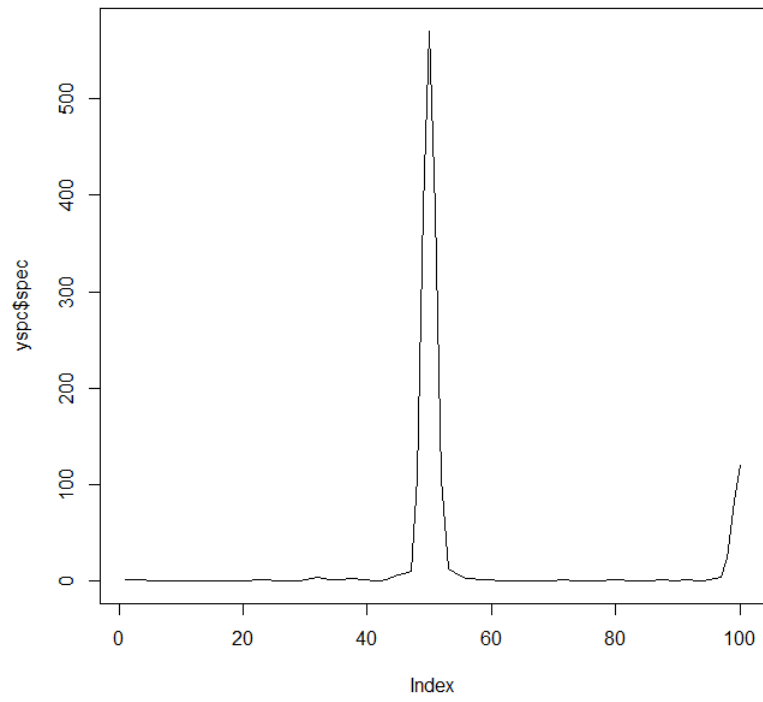
Z est une série avec une tendance linéaire



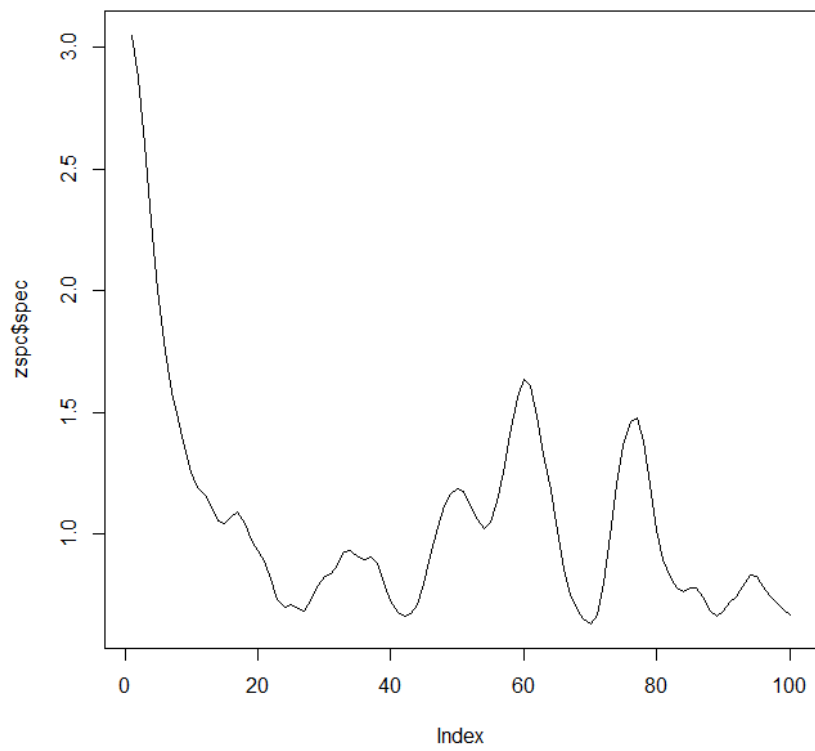
### Spectre lissé de x



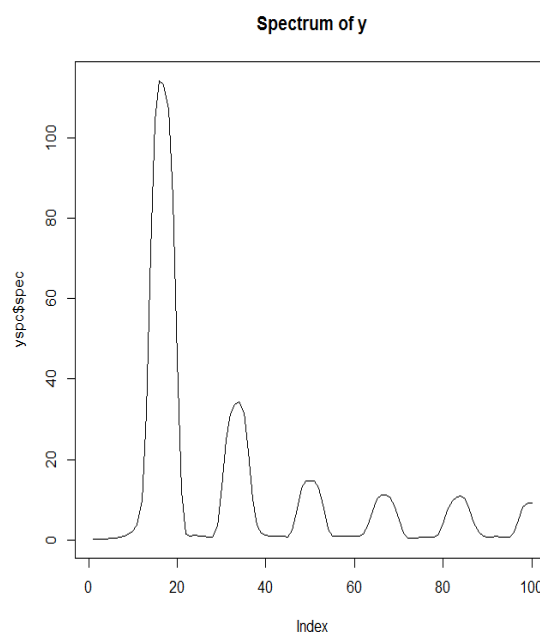
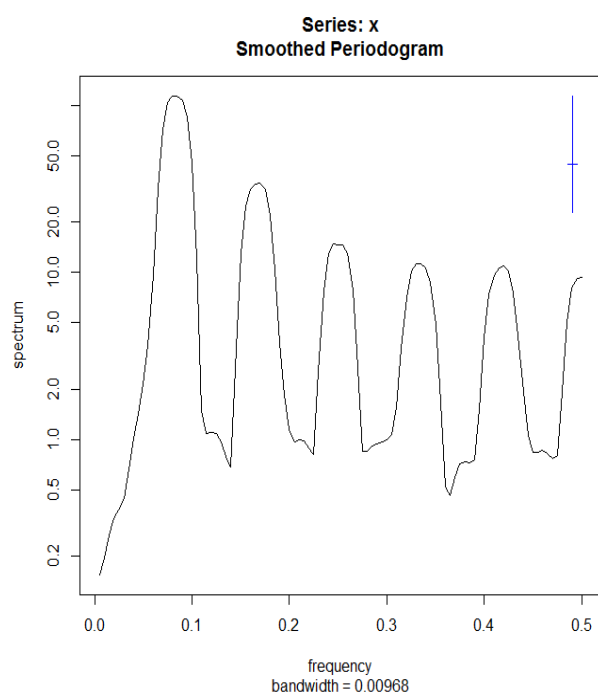
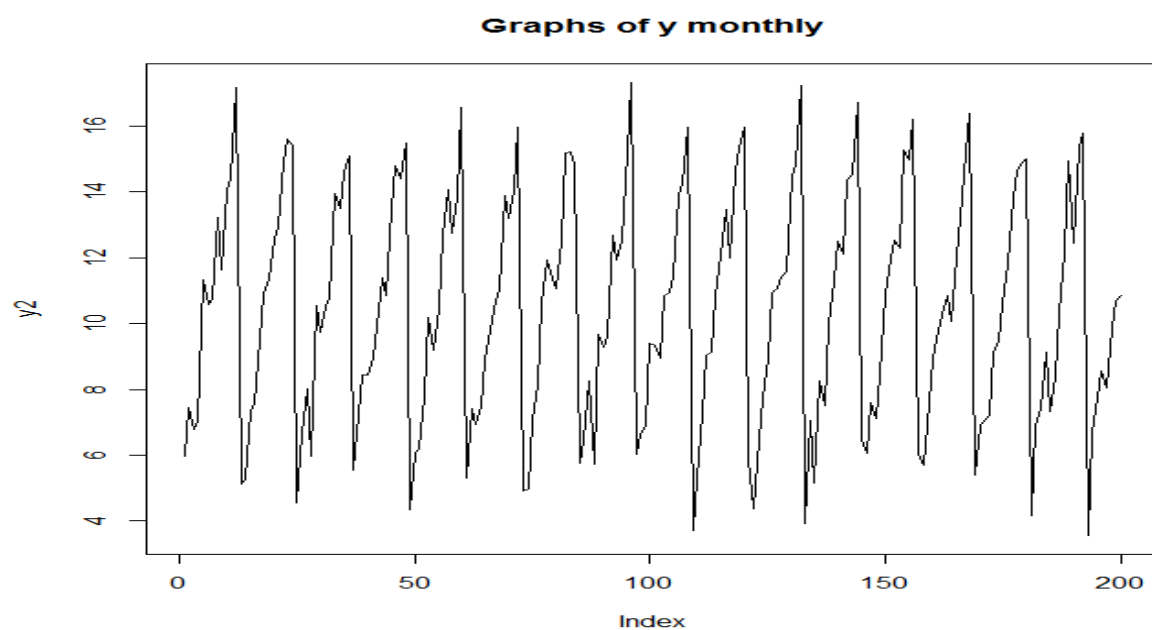
**Spectrum of y**



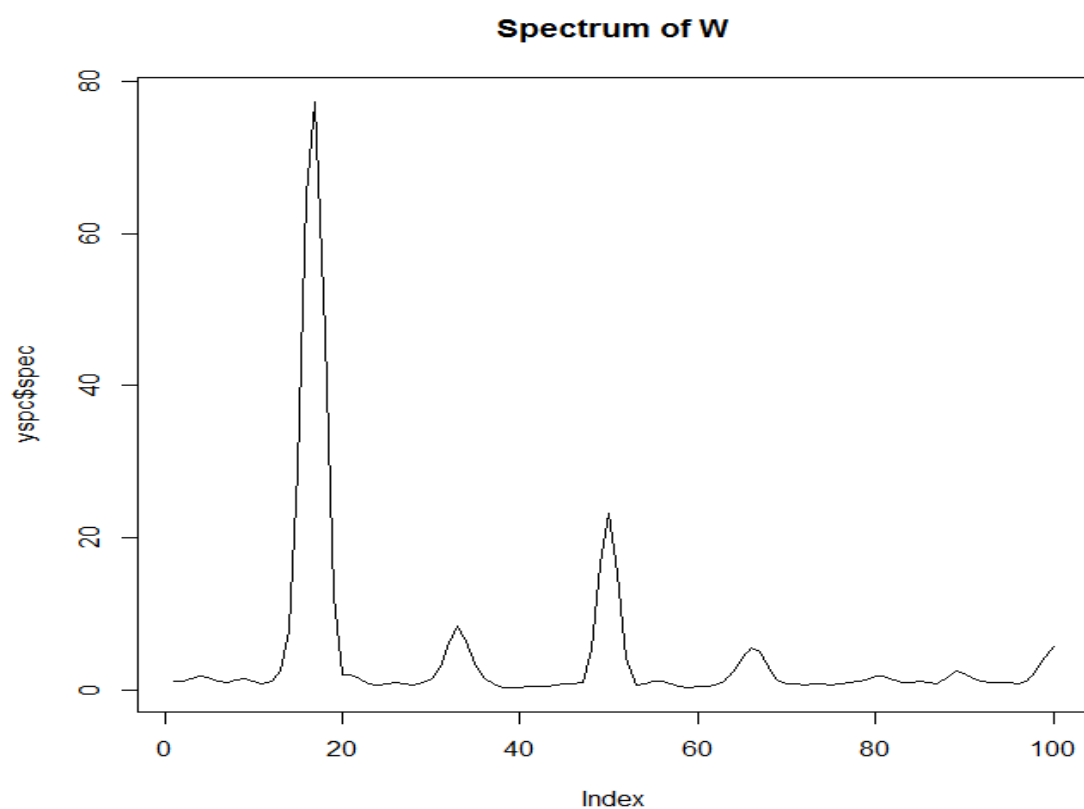
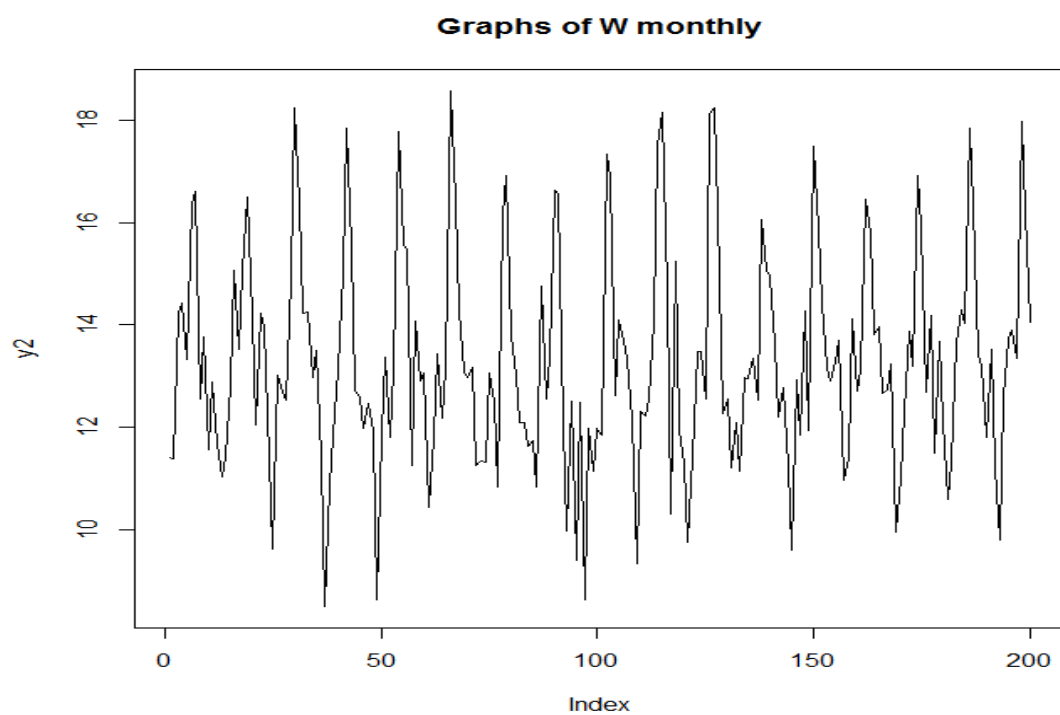
**Spectrum of z**



Soit la Y une série mensuelle, son spectre et son spectre lissé :



Soit  $W$  une série mensuelle et son spectre:



### Exercice 3 :

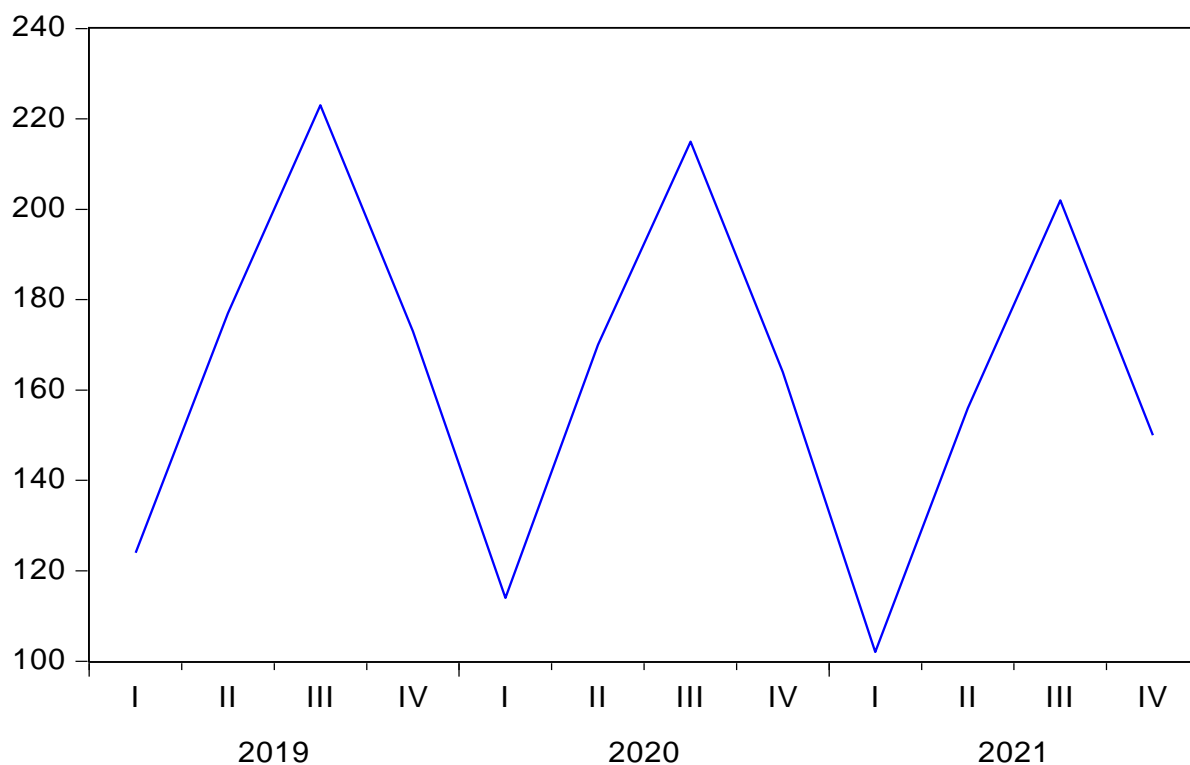
Soit la série des ventes d'un produit  $X_t$ . Les valeurs sont consignées dans le tableau de Buys-Ballot incomplet :

Dates	T1	T2	T3	T4	$x_{i.}$	$\sigma_{i.}$
2019	124	177	223	173	174,25	40,46
2020	114	170	215	164	165,75	
2021	102	156	202	150		40,90
$x_{.j}$	113,33	167,67	213,33		$x_{..}$	$\sigma_{..}$
$\sigma_{j.}$		10,693	10,599	11,590		

On donne par ailleurs :

$$\begin{aligned} 3 \sum (x_{.j} - x_{..})^2 &= 15051 & V_R &= 0,583 & \sum \sum (x_{ij} - x_{..})^2 &= 16015,7 \\ F_{0,95}(3,6) &= 4.757 & F_{0,95}(2,6) &= 5.143 & t_{0,975}(1) &= 12.706 \\ \hat{\sigma}_{\hat{b}} &= 0.03652 & \hat{b} &= -0,01579 & & \text{(avec } b \text{ la pente du modèle utilisé).} \end{aligned}$$

## VENTES



Sample: 2019Q1 2021Q4

Included observations: 12

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
.   .	.   .	1	-0.001	-0.001	1.E-05	0.997
*****  .	*****  .	2	-0.818	-0.818	11.233	0.004
.   .	.   .	3	-0.006	-0.026	11.234	0.011
.  *****	. *  .	4	0.629	-0.120	19.545	0.001
.   .	. *  .	5	-0.014	-0.084	19.550	0.002
****  .	.   .	6	-0.484	-0.023	26.114	0.000
.   .	. *  .	7	-0.014	-0.149	26.120	0.000
.  ** .	. **  .	8	0.281	-0.312	29.426	0.000
.   .	. **  .	9	-0.001	-0.205	29.426	0.001
. *  .	.   .	10	-0.106	-0.049	30.374	0.001
.   .	.   .	11	0.036	-0.047	30.586	0.001



- 1) Analyser la chronique  $X_t$  à partir des informations données.

- 2) Désaisonnaliser la chronique en employant la méthode des moyennes mobiles. Vous complèterez le tableau suivant. (précision à  $10^{-3}$  près dans vos calculs)

	<b>X<sub>t</sub></b>				
<b>2019 T1</b>	<b>124</b>				
<b>2019 T2</b>	<b>177</b>				
<b>2019 T3</b>	<b>223</b>				
<b>2019 T4</b>	<b>173</b>				
<b>2020 T1</b>	<b>114</b>				
<b>2020 T2</b>	<b>170</b>				
<b>2020 T3</b>	<b>215</b>				
<b>2020 T4</b>	<b>164</b>				
<b>2021 T1</b>	<b>102</b>				
<b>2021 T2</b>	<b>156</b>				
<b>2021 T3</b>	<b>202</b>				
<b>2021 T4</b>	<b>150</b>				

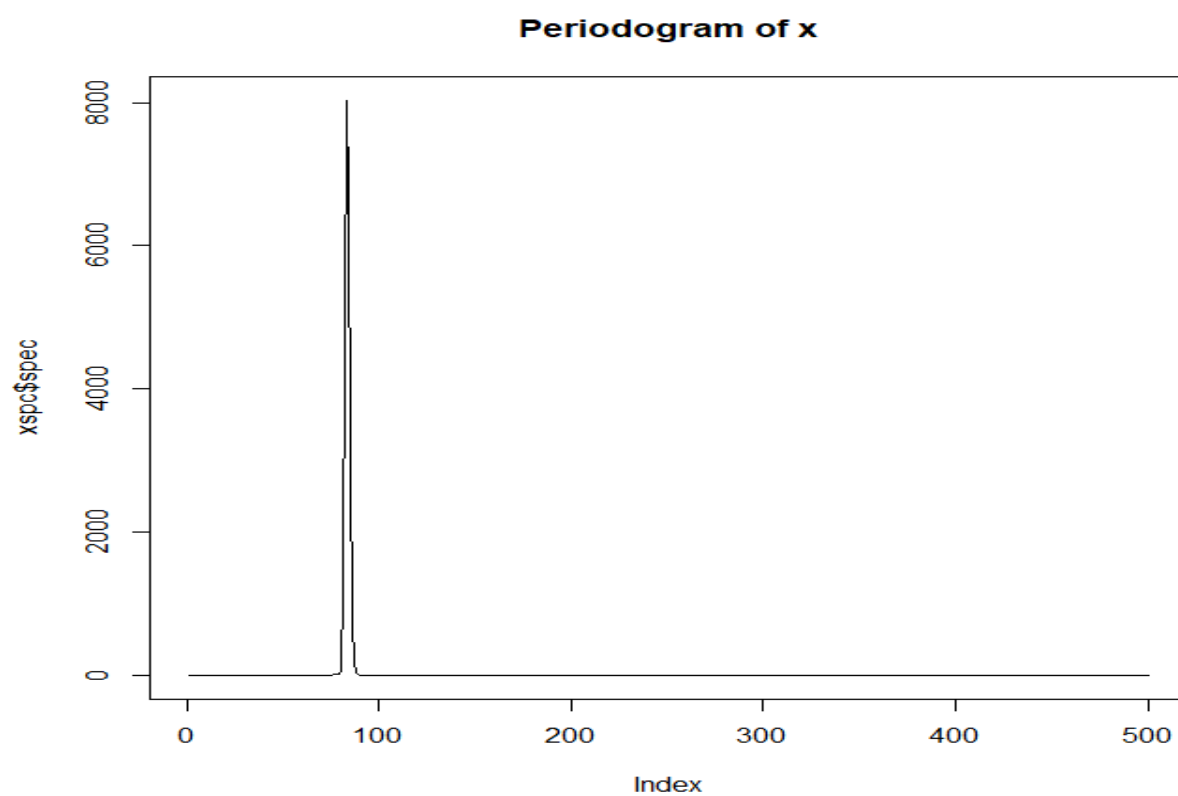
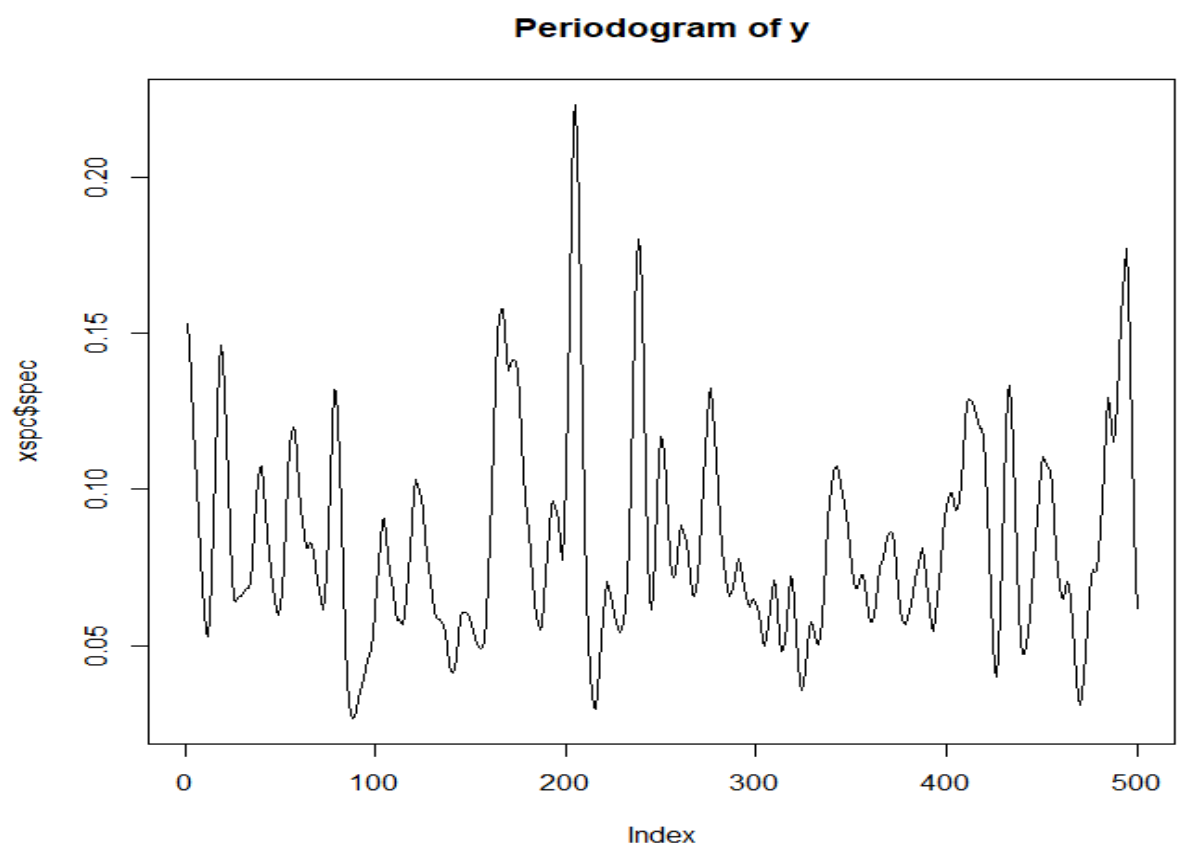
- 3) Utiliser un LES avec une constante de lissage  $\lambda = 0.8$  afin de prévoir les valeurs de la série  $X_t$  pour l'année 2022 (précision à  $10^{-3}$ ). Commenter la valeur de  $\lambda$ .

<b>2019 T1</b>				
<b>2019 T2</b>				
<b>2019 T3</b>				
<b>2019 T4</b>				
<b>2020 T1</b>				
<b>2020 T2</b>				
<b>2020 T3</b>				
<b>2020 T4</b>				
<b>2021 T1</b>				
<b>2021 T2</b>				
<b>2021 T3</b>				
<b>2021 T4</b>				
<b>2022 T3</b>				
<b>2022 T4</b>				

- 4) Utiliser un LED avec une constante de lissage  $\lambda = 0.8$  afin de prévoir les valeurs de la série  $X_t$  pour l'année 2022 (précision à  $10^{-3}$ ). Cette méthode est-elle appropriée pour la chronique  $X_t$  ?

<b>2019 T1</b>							
<b>2019 T2</b>							
<b>2019 T3</b>							
<b>2019 T4</b>							
<b>2020 T1</b>							
<b>2020 T2</b>							
<b>2020 T3</b>							
<b>2020 T4</b>							
<b>2021 T1</b>							
<b>2021 T2</b>							
<b>2021 T3</b>							
<b>2021 T4</b>							
<b>2022 T3</b>							
<b>2022 T4</b>							

Analyser les spectres suivants des 2 séries chronologiques Y et X.



## Exercice 4 :

Soit le cours de la série trimestrielle  $X_t$  de l'énergie électrique disponible pour un marché européen donné en Tera Watt Heures :

Année	Trimestre	$X_t$
2019	T1	162
2019	T2	118
2019	T3	107
2019	T4	141
2020	T1	146
2020	T2	111
2020	T3	106
2020	T4	135
2021	T1	157
2021	T2	113
2021	T3	109
2021	T4	134

Sample: 2019Q1 2021Q4

Included observations: 12

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	
. *   .	. *   .	1	-0.069	-0.069	0.0718
*****   .	*****   .	2	-0.747	-0.755	9.4344
.   .	. *   .	3	0.074	-0.158	9.5358
.   ****	.   .	4	0.576	0.011	16.493
.   .	.   *   .	5	-0.044	0.081	16.540
. ***   .	.   .	6	-0.462	-0.010	22.512
.   .	.   .	7	0.025	-0.017	22.533
.   ***	.   .	8	0.360	-0.034	27.965
. *   .	. **   .	9	-0.098	-0.215	28.505
. *   .	.   *   .	10	-0.158	0.205	30.613
.   .	. *   .	11	0.043	-0.097	30.929

On donne par ailleurs :

$$\hat{\sigma}_i = -60.79 + 0.0622 X_i.$$

(0.035)

$$t_{0.975}(1) = 12.706$$

- 1) Désaisonnaliser la chronique en employant la méthode de désaisonnalisation par régression. Vous complèterez le tableau suivant. (Précision à  $10^{-3}$ )

	$X_t$				
<b>2019 T1</b>	162		27,885		
<b>2019 T2</b>	118				
<b>2019 T3</b>	107		- 24,983		
<b>2019 T4</b>	141				
<b>2020 T1</b>	146				
<b>2020 T2</b>	111				
<b>2020 T3</b>	106				
<b>2020 T4</b>	135				
<b>2021 T1</b>	157				
<b>2021 T2</b>	113				
<b>2021 T3</b>	109				
<b>2021 T4</b>	134				

- 2) Prévoir le cours pour l'année 2022 en utilisant la méthode de l'extrapolation d'une droite de tendance. (Précision à  $10^{-3}$ ). On donne :  $\bar{t} = 6.5$  et  $\sum t^2 = 650$

2019 T1				
2019 T2				
2019 T3				
2019 T4				
2020 T1				
2020 T2				
2020 T3				
2020 T4				
2021 T1				
2021 T2				
2021 T3				
2021 T4				
<b>2022 T2</b>				
<b>2022 T3</b>				



- 3) Utilisez la méthode de Holt et Winter afin de prévoir les valeurs du cours de l'énergie électrique pour 2022 sachant que  $\alpha = 0.4$  ,  $\beta = 0.1$  ,  $\gamma = 0.3$ . Vous complèterez le tableau suivant. **NB : Vous prendrez tous les chiffres après la virgule dans vos calculs.**

<b>2019 T1</b>						
<b>2019 T2</b>						
<b>2019 T3</b>						
<b>2019 T4</b>						
<b>2020 T1</b>		125,6	-0,64	27,12		162
<b>2020 T2</b>		124,976	-0,64	-13,99		110.96
<b>2020 T3</b>		127,0025	-0,37		-23.3555625	
<b>2020 T4</b>			-0,40	8,89		135.6325
<b>2021 T1</b>		127.5397		27,82		153.5446875
<b>2021 T2</b>			-0,26		-13,8400764	113,7509075
<b>2021 T3</b>		129.2706339				103.5616607
<b>2021 T4</b>		127.5938597	-0,19	8,14	8.349795258	
<b>2022 T2</b>						
<b>2022 T3</b>						

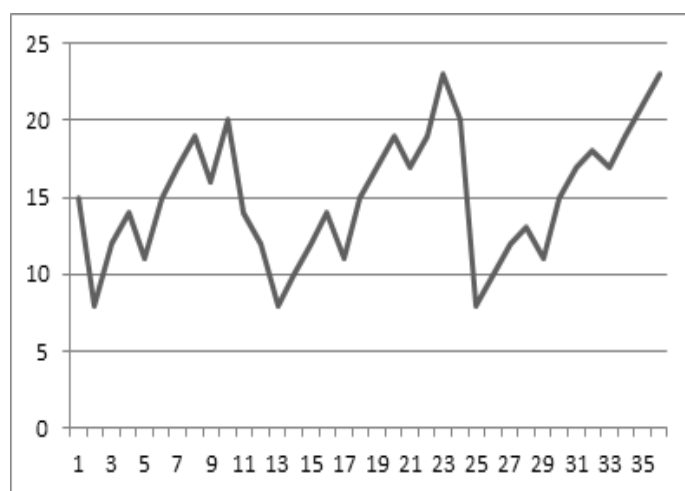
- 4) Quelle est la meilleure méthode de prévision parmi les 2 méthodes utilisées ? Vous utiliserez le critère du MAE. Commenter.

	Xt				
2022 T2	114				
2022 T3	105				

## Exercice 5 :

On considère une chronique mensuelle de 36 observations, allant de janvier de l'année 2017 et s'achevant en décembre de l'année 2019. Cette chronique est caractérisée par une saisonnalité rigide. La série mensuelle  $Y_t$  des huit dernières valeurs est donnée dans le tableau suivant :

$t$	$Y_t$
29	<b>11</b>
30	<b>15</b>
31	<b>17</b>
32	<b>18</b>
33	<b>17</b>
34	<b>19</b>
35	<b>21</b>
36	<b>23</b>



$$\hat{\sigma} = 0,75\bar{X} - 2,5$$

(0,05)

(.) = écart-type

$$t_{.95}(1) = 12,706$$

Les coefficients saisonniers **provisoires** ( $s_j$ ) de la désaisonnalisation sont :

S janvier	S février	S mars	S avril	S mai	S juin
1,06	0,91	1,17	1,33	1,05	1,42
S juillet	S août	S septembre	S octobre	S novembre	S décembre
1,60	1,74	1,54	1,77	1,79	1,61

1) Analyser la chronique  $Y_t$  :

- Test de la bande.

- Test de Buys-Ballot

2) Compléter le tableau suivant. (précision à  $10^{-2}$  près).

Périodes	$Y_t$	$S_j^*$	$Y_t^{CVS}$

- 3) Calculer une prévision pour les 4 premiers mois de l'année 2020, en utilisant la méthode de l'extrapolation de la droite de tendance. (précision à  $10^{-2}$  près). On donne :

$$\hat{Y}_t^{CVS} = 0,0031t + 15,7827$$

Périodes	$\hat{Y}_t^{CVS}$	$S_j^*$	$Y_t^P$


- 4) Utiliser un LED afin de prévoir les valeurs des 4 premiers mois pour l'année 2020 sachant que  $\bar{\lambda} = 1,5$  (précision à  $10^{-2}$  près).

[illegible]

## Exercice 6 :

Soit la série Yt de l'énergie électrique disponible pour le marché intérieur français donné en Tera Watt Heure dont les valeurs sont consignées dans le tableau de Buys-Ballot suivant :

Dates	T1	T2	T3	T4	Moyenne	Ecart-type
2013	151,99	108,13	97,11	131,28	122,13	21,20
2014	136,30	101,30	95,66	125,47	114,68	16,77
2015	146,64	103,06	99,05	124,30	118,26	18,99
Moyenne	144,98	104,16	97,27	127,02	Moyenne totale	Ecart-type total
Ecart-type	6,51	2,89	1,39	3,05	118,36	19,31

Somme des carrés :  $S_A=110.84$  ;  $S_P=4288.64$  ;  $S_R=56.88$

$$\hat{\sigma} = -51.46 + 0.05952 \bar{X}$$

(0.0141)                      (.)= ecart-type

La valeur tabulée de Student pour un risque de 5% est la suivante:  $t_{.975}(1)=12.705$ .

$$F_{.95}(3,6) = 4,76$$

$$F_{.95}(2,6) = 5,14$$

On donne :

1) Analyser la chronique Yt.





- 2) On appelle la chronique  $Z_t$  la série désaisonnalisée en utilisant la méthode des variables indicatrices. Trouvez  $Z_t$  sachant que nous supposons le modèle :

$$Y_t = B_0 \cdot T + B_1 + B_2 \cdot \text{IND}_1 + B_3 \cdot \text{IND}_2 + B_4 \cdot \text{IND}_3 + B_5 \cdot \text{IND}_4$$

0,0078125	-0,05078125	0,01171875	0,00390625	-0,00390625
-0,05078125	0,41341146	-0,07617188	-0,02539063	0,02539063
0,01171875	-0,07617188	0,26757813	-0,07747396	-0,08919271
0,00390625	-0,02539063	-0,07747396	0,25195315	-0,08528646
-0,00390625	0,02539063	-0,08919271	-0,08528646	0,25195313

9078,807
1420,284
53,875
-68,563
-89,232

$$(X'X)^{-1} =$$

$$(X'Y) =$$

<u>Date</u>	<u>Yt</u>		
T1 2013			
T2 2013			
T3 2013			
T4 2013			
T1 2014			
T2 2014			
T3 2014			
T4 2014			
T1 2015			
T2 2015			
T3 2015			
T4 2015			

- 3) Utiliser un LED avec une constante de lissage  $\lambda = 0.5$  afin de prévoir les valeurs de la série  $Y_t$  pour l'année 2016 (précision à  $10^{-2}$ ). Vous complétez le tableau suivant.

<u>Date</u>								
T1 2013								
T2 2013								
T3 2013								
T4 2013								
T1 2014								
T2 2014								
T3 2014								
T4 2014								
T1 2015								
T2 2015								
T3 2015								
T4 2015								
T1 2016								
T3 2016								

- 4) Calculer une prévision pour 2016 en utilisant la méthode de l'extrapolation d'une droite de tendance (précision à  $10^{-2}$ ). Vous complétez le tableau suivant.

<u>Date</u>							
T1 2013							
T2 2013							
T3 2013							
T4 2013							
T1 2014							
T2 2014							
T3 2014							
T4 2014							
T1 2015							
T2 2015							
T3 2015							
T4 2015							
T1 2016							
T3 2016							

5) Quelle est la meilleure méthode de prévision parmi les 2 méthodes utilisées ? Vous utiliserez le critère du MSE. Commenter.

Date	Yt	LED		Extrapolation	
<b>T1 2016</b>	143,8				
<b>T3 2016</b>	99,58				

## Exercice 7 :

Soit la série journalière  $Y_t$  des ventes de baguettes pour la boulangerie « Du coin ». Celle-ci fait appel à vous afin d'optimiser son gain en prévoyant le nombre de baguettes vendues pour la semaine prochaine. Les valeurs sont consignées dans le tableau de Buys-Ballot suivant :

Semaine	lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Moyenne	Ecart-type
Semaine 1	102	315	168	152	109	169,2	86,16
Semaine 2	153	472	252	228	163	253,6	129,12
Semaine 3	183	567	302	273	196	304,2	155,27
Moyenne	146,00	451,33	240,67	217,67	156,00	Moyenne Totale	Ecart-type Total
Ecart-type	40,95	127,26	67,72	61,16	43,92	242,33	130,75

Somme des carrés :  $S_A=65116,3012$ ;  $S_P=183077,333$ ;  $S_R=9741,46667$

$$\hat{\sigma} = -0.4696 + 0.5116 \bar{X} \quad (0.0021) \quad (.) = \text{écart-type}$$

On donne :

$$F_{.95}(4,8) = 3.84$$

$$F_{.95}(2,8) = 4.46$$

$$t_{.95}(1)=12.705.$$

1) Analyser la chronique Yt.

- 2) Désaisonnaliser  $Y_t$  en utilisant la méthode de la moyenne mobile simple. Dans le cas d'une saisonnalité multiplicative, utilisez la transformation adéquate pour vous ramener à un schéma additif.

Date					
<b>S1 Lundi</b>					
<b>Mardi</b>					
<b>Mercredi</b>					
<b>Jeudi</b>					
<b>Vendredi</b>					
<b>S2 Lundi</b>					
<b>Mardi</b>					
<b>Mercredi</b>					
<b>Jeudi</b>					
<b>Vendredi</b>					
<b>S3 Lundi</b>					
<b>Mardi</b>					
<b>Mercredi</b>					
<b>Jeudi</b>					
<b>Vendredi</b>					

- 3) Utiliser un LES avec une constante de lissage  $\lambda = 0.7$  afin de prévoir les valeurs de la série  $Y_t$  pour la semaine 4 (précision à  $10^{-2}$ ) sachant que le nombre de baguettes vendues le vendredi de la semaine 0 est de 94. Compléter le tableau suivant :

<b>Jour</b>					
<b>S1 Lundi</b>					
<b>Mardi</b>					
<b>Mercredi</b>					
<b>Jeudi</b>					
<b>Vendredi</b>					
<b>S2 Lundi</b>					
<b>Mardi</b>					
<b>Mercredi</b>					
<b>Jeudi</b>					
<b>Vendredi</b>					
<b>S3 Lundi</b>					
<b>Mardi</b>					
<b>Mercredi</b>					
<b>Jeudi</b>					
<b>Vendredi</b>					
<b>S4 Mercredi</b>					
<b>Jeudi</b>					
<b>Vendredi</b>					



- 4) Calculer une prévision pour la semaine 4 en utilisant la méthode de l'extrapolation d'une droite de tendance (précision à  $10^{-2}$ ).

Date								
S1 Lundi								
Mardi								
Mercredi								
Jeudi								
Vendredi								
S2 Lundi								
Mardi								
Mercredi								
Jeudi								
Vendredi								
S3 Lundi								
Mardi								
Mercredi								
Jeudi								
Vendredi								
S4 Mercredi								
Jeudi								
Vendredi								

5) Quelle est la meilleure prévision ?

<b>Semaine 4</b>	Yt				
<b>Mercredi</b>	320				
<b>Jeudi</b>	280				
<b>Vendredi</b>	200				