계산이론

2022년 1학기

이은주

1장 계산 이론 개요

수학적 개념 및 계산이론 기초의 이해

계산 이론의 기본 개념

- 오토마타(Automaton)
  - 컴퓨터와 하드웨어를 모델링하는 도구
- 형식 언어(Formal Language)
  - 생성 규칙에 따라 생성되는 모든 문장들의 집합(a set of sentences)
- 문법(Grammar)
  - 형식 언어로 문장들을 생성하기 위한 규칙들의 집합(a set of rules)

- 위의 3가지 외 관련 내용
  - 계산 가능성 computability
  - 복잡성 complexity

수학적 배경

- 집합(Set) : A, B 는 집합

  - 합집합(Union) $A \cup B$

  - 교집합(Intersection) $A \cap B$

  - 차집합(Difference) A - B

  - 여집합(Complement) A^{-}

  - 집합 S의 부분집합(subset) X , $X \subseteq S$

  - 집합 S의 진부분집합(proper subset) Y , $Y \subset S$

  - 멱집합(Power set) 2^{S}

  - 카티시안 곱(Cartesian Product) A X B

집합이란?

- 집합(set) : 주어진 성질을 만족시키는 대상들의 모임
  - 집합을 구성하는 원소들로 구성
  - 집합 표기 : 알파벳 대문자 A, B, C, … , Z
  - 원소 표기 : 알파벳 소문자 a, b, c, …, z

$a \in A$: a는 집합 A의 원소

$a \notin A$: a는 집합 A의 원소가 아님

집합의 표현

- 집합을 표현하는 방법
  - **원소나열법(tabular form)** : 원소들을 일일이 나열
  - **조건제시법(set-builder form)** : 집합에 속하는 원소들이 만족하여야 하는 조건 제시
  - **오일러 다이어그램(Euler diagram) 또는 벤 다이어그램(Venn diagram)** : 문자를 쓰는 대신 도형 원을 이용

원소나열법(tabular form)의 예

- $S_1 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$: 1부터 10까지 홀수 집합
- $S_2 = \{\text{흰색}, \text{검은색}\}$: 바둑돌 색의 집합

- 원소의 개수가 무한 개이거나 유한 개더라도 나열하기에 너무 많은 경우
  - 줄임표 '…' 사용
  - $S_1 = \{1, 2, 3, 4{,}5, \cdots, 100\}$: 1부터 100까지의 모든 자연수의 집합
  - $S_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, \cdots\}$: 모든 양의 짝수의 집합

원소나열법(tabular form)

- 원소나열법의 조건
  - 집합의 원소들 사이에 눈에 띄는 규칙이 있어야함

- 원소나열법으로 표현하기 어렵거나 불가능한 경우
  - 규칙이 없는 경우
  - 모든 실수의 집합을 비롯한 비가산 집합

조건제시법(set-builder form)의 예

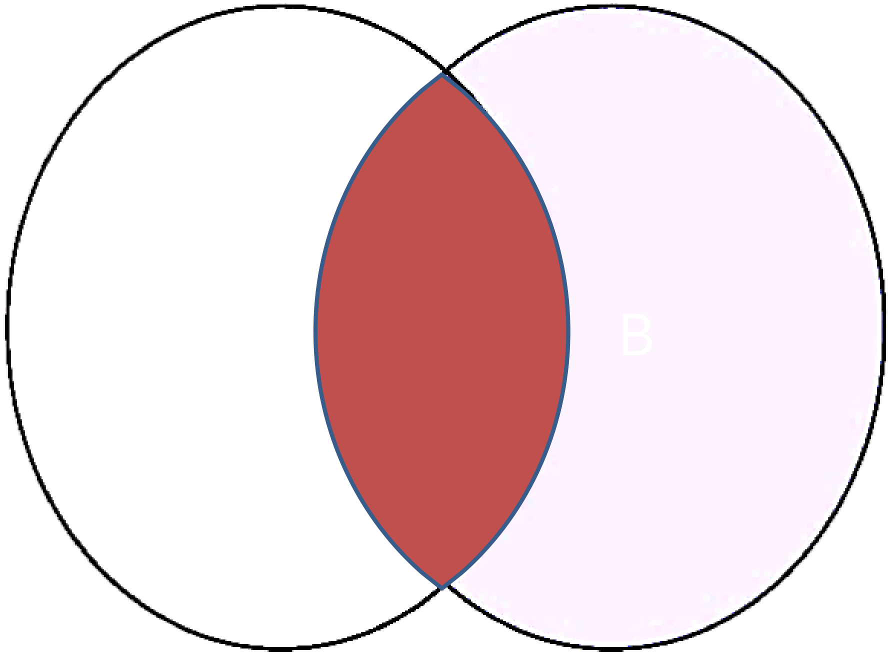
- 1부터 5까지의 모든 자연수의 집합
- $S_1 = \{n \mid n$ 은 자연수, $1 \le n \le 5\}$

- 모든 짝수의 집합
  - $S_2 = \{2n \mid n$ 은 정수$\}$

- 규칙
  - '{ }' 속 : '|' 또는 ':' 으로 두 구역으로 나눔
  - 왼쪽 구역 : 집합의 원소를 나타내는 식
  - 오른쪽 구역 : 원소가 만족시킬 조건

오일러 다이어그램(Euler diagram) 또는 벤 다이어그램(Venn diagram)

- 원의 안쪽
- 원의 바깥쪽
- 두 원이 겹치는 부분



집합의 크기(cardinality) 또는 원소 수

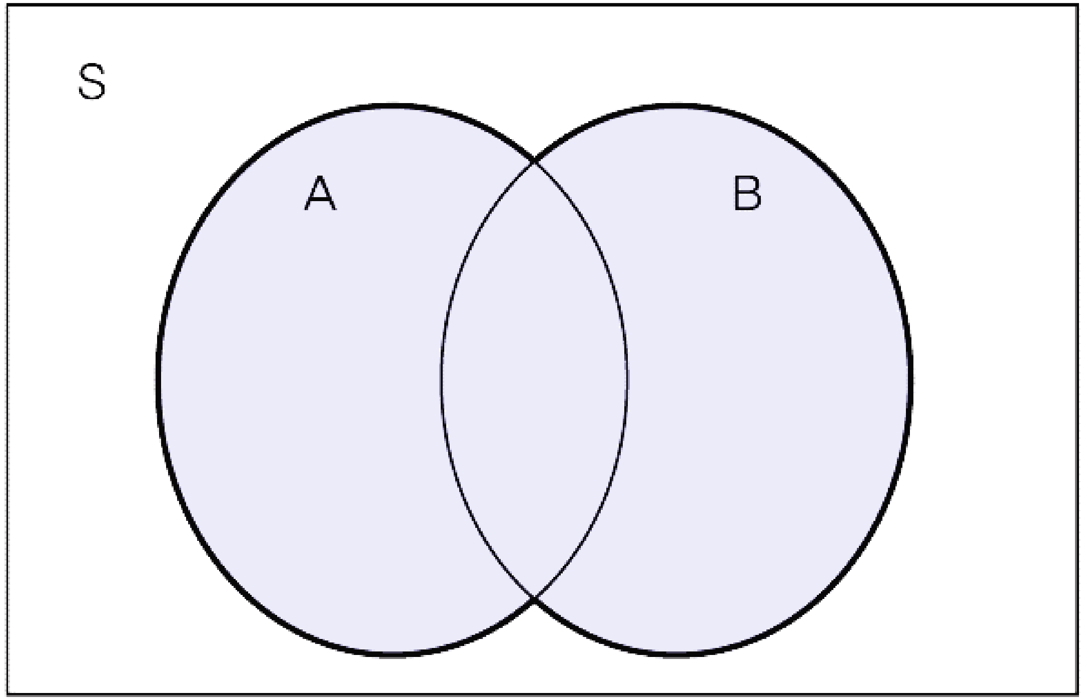
- 집합 A, B, C가 유한 집합일 때
  - $|A \cup B| = |A| + |B|$-$|A \cap B|$
  - $|A \cap B| = |A| + |B|$-$|A \cup B|$
  - $|A - B| = |A \cap \bar{B}| = |A| - |A \cap B|$
  - $|A \times B| = |A| \times |B|$
  - $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C|$-$|A \cap B|$-$|A \cap C|$–$|B \cap C|$ + $|A \cap B \cap C|$

집합들 간의 관계

- $|A| = |B|$ (집합의 대등) : 집합들에 대한 동치 관계
- $|A| \leq |B|$: 집합들에 대한 반사 관계, 추이 관계
- 칸토어-반슈타인 정리 (Cantor-Bernstein theorem)
  - 만약 $|A| \leq |B|$이고 $|A| \geq |B|$이면 $|A| = |B|$이다.

집합의 연산 : 합집합 (A∪B)

- 합집합 : $A \cup B = \{x : x \in A \lor x \in B\}$
  - 집합 A 또는 집합 B에 속하는 모든 원소들의 집합



집합의 연산 : 합집합 $(A \cup B)$

- A = {가, 나, 다, 라}, B = {다, 라, 마, 바}

  $A \cup B$ = {가, 나, 다, 라, 마, 바}

- 소수의 집합 {2, 3, 5, 7,…} ∪ 합성수의 집합 {4, 6, 8, …} = 1이 아닌 양의 정수의 집합 {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …}

- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

- $A \cup \varnothing = A$ (항등원)

- $(A \cup B) \cup (C \cup D)$ = $(C \cup (B \cup D)) \cup A$ (교환, 결합법칙)

- $A \cup B \cup C = \{x : x \in A \vee x \in B \vee x \in C\}$

집합의 연산 : 합집합 $(A \cup B)$

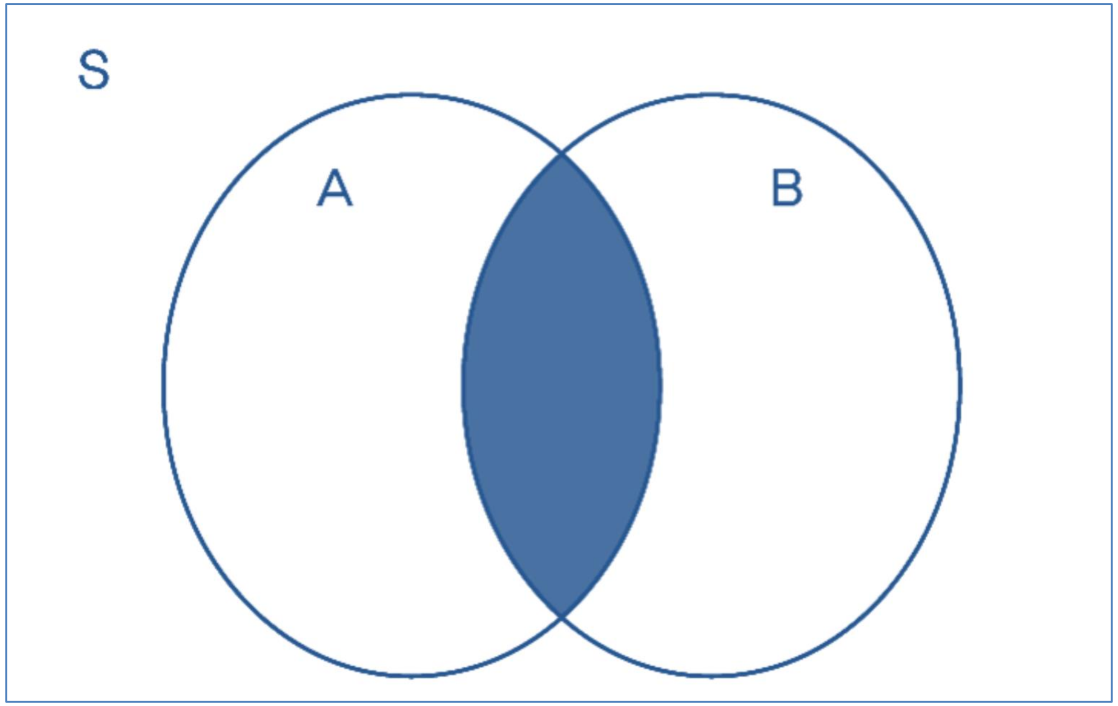
- 포함・배제의 원리(inclusion–exclusion principle)
  - 집합이 두개 : $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  - 집합이 세 개 :

  $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|$
  - 집합이 여러 개 :

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| - \sum_{i,j:1 \le i < j \le n} |A_i \cap A_j| + \sum_{i,j,k:1 \le i < j < k \le n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \cdots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap \cdots \cap A_n|$$

집합의 연산 : 교집합($A \cap B$)

- 교집합 : $A \cap B = \{x : x \in A \ \wedge \ x \in B\}$
  - 집합 A 및 집합 B 모두에게 속하는 원소들의 집합



집합의 연산 : 교집합($A \cap B$)

- A = {가, 나, 다, 라}, B = {다, 라, 마, 바}

  $A \cap B$ = {다, 라}

- 2의 배수의 집합 {2, 4, 6, 8,...} $\cap$ 3의 배수의 집합

  {3, 6, 9, 12, ...} = 6의 배수의 집합 {6, 12, 18, ...}

- $A \cap B = \varnothing$: 두 집합 A, B는 서로소(disjoint)

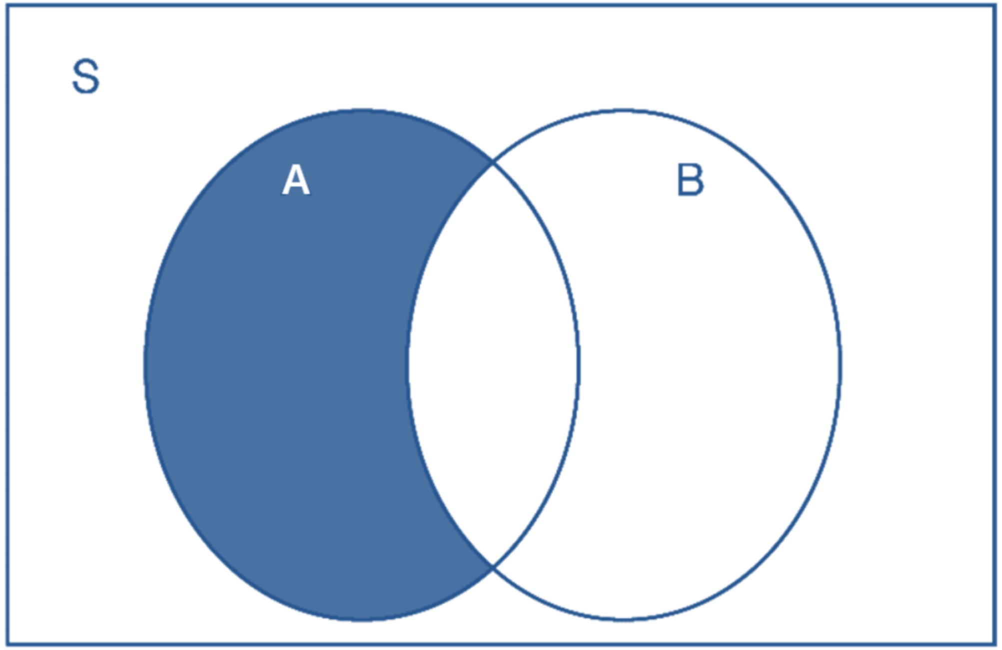
  유리수 $\cap$ 무리수 = $\varnothing$

- 여러 집합의 교집합 : $A \cap B \cap C \cap D \cap E$

  각각의 집합에 첨수(예를 들어 양의 정수 1, 2, ...)를 부여해 대형 연산자를 통해 나타내는 방법

집합의 연산 : 차집합($A - B$)

- 차집합 : $A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$
  - 집합 A에서 집합 B의 원소들을 제외한 원소들의 집합
  - $\mathrm{A} - \mathrm{B} = \mathrm{A} - (\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$



집합의 연산 : 차집합$(A-B)$

- A = {가, 나, 다, 라}, B = {다, 라, 마, 바}

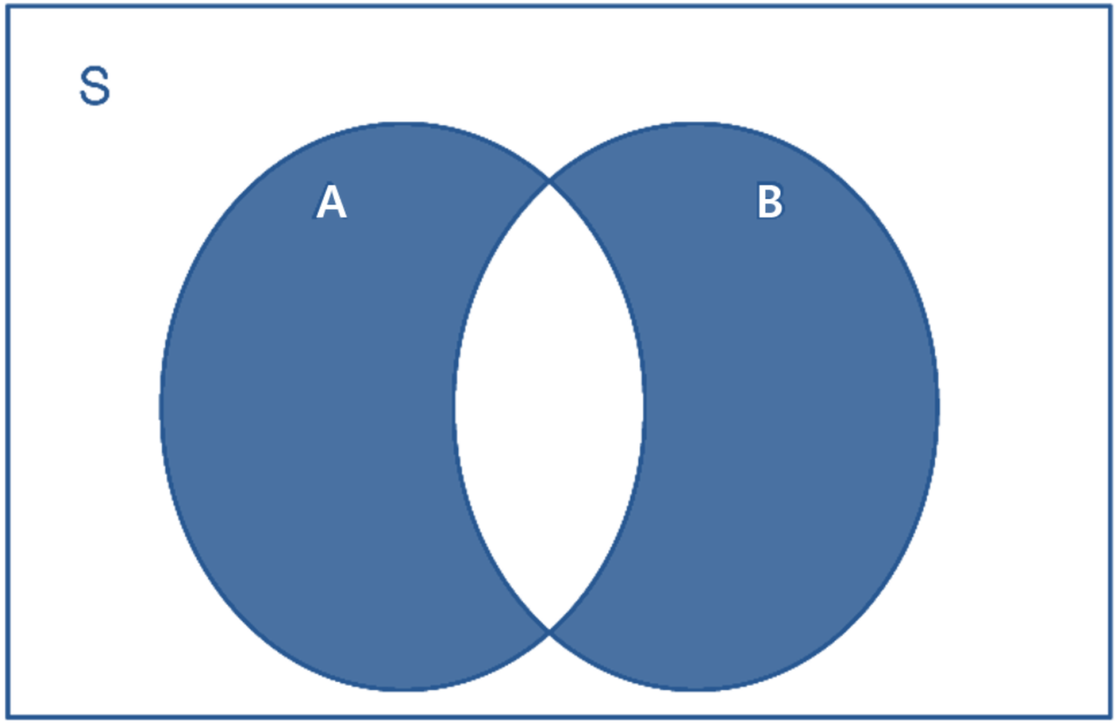
  A-B = {가, 나}

- 정수의 집합$\{\ldots-2,-1,0,1,2,\ldots\}$– 자연수의 집합$\{1,2,3,\ldots\}$

  0과 음의 정수의 집합 $\{\ldots,-2,-1,0\}$

집합의 연산 : 대칭 차집합($A \triangle B$)

- **대칭 차집합** : $A \triangle B = \{x : x \in A \cup B \ \wedge \ x \notin A \cap B\}$
  - 둘 중 한 집합에는 속하지만 둘 모두에는 속하지는
    않는 원소들의 집합



집합의 연산 : 대칭 차집합($A \triangle B$)

- $A \Delta B = \{x | x \in A \cup B \wedge x \notin A \cap B\}$

  $= \{x | x \in A - B \vee x \in B - A\}$

  $= \{x | x \in ((A \cup B) - (A \cap B))\}$

  $= \{x | (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}$

- 명제의 배타적 논리합(exclusive or, $A \oplus B$)과 유사

집합의 연산 : 대칭 차집합($A \triangle B$)

- A = {가, 나, 다, 라}, B = {다, 라, 마, 바}

  $A \triangle B$ = {가, 나, 마, 바}

- A = {1, 2, 7, 15, 23}, B = {2, 15, 16, 27}

  $A \triangle B$ = {1, 7, 16, 23, 27}

  $A - B$ = {1, 7, 23}

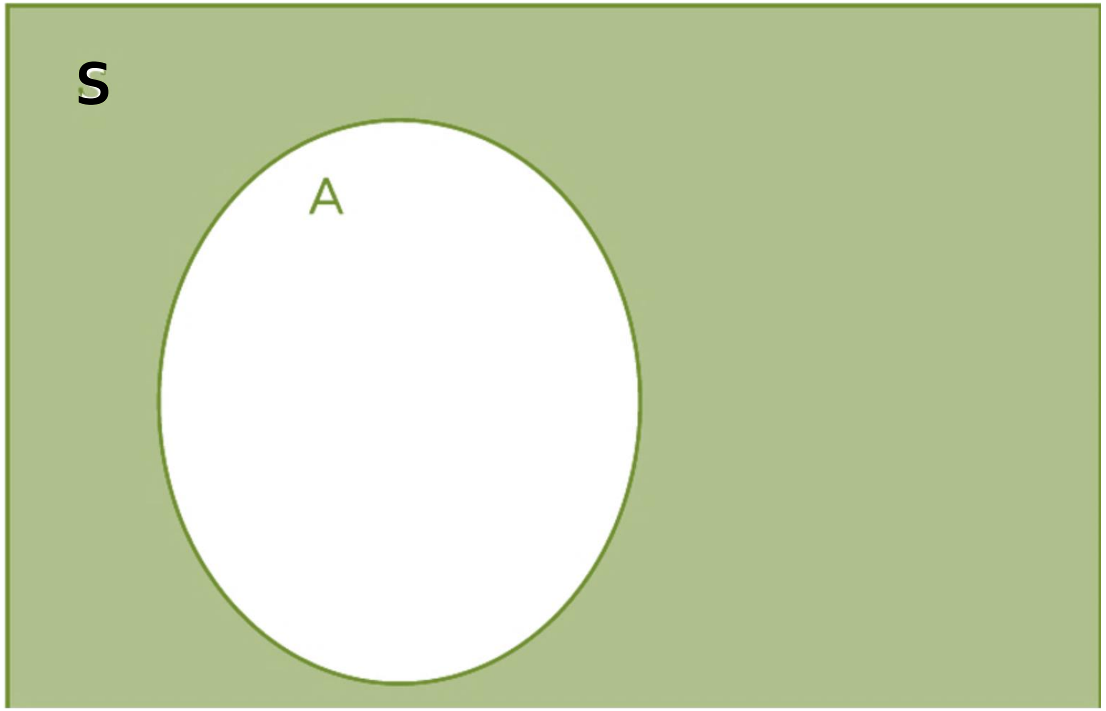
- 차집합과 대칭 차집합의 관계

  $A - B \subset A \triangle B$

- $A \triangle B = B \triangle A$ (교환법칙)

집합의 연산 $(\boldsymbol{A^C})$

- **여**집합 : $A^C = A^- = A' = \bar{A} = \{x \in S : x \notin A\}$



집합의 연산 : 여집합 (A^C)

- 전체집합 $\mathrm{S} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $\mathrm{A} = \{2, 4, 6\}$
  $\mathbf{A}^{\mathrm{C}} = \{\mathbf{1, 3, 5}\}$

- 전체집합이 실수 집합인 경우
  - 양수 집합의 여집합 = 음수와 영의 집합
  - 유리수 집합의 여집합 = 무리수 집합

집합의 연산 : 집합 B의 부분집합 A ($A \subseteq B$)

- 집합 B의 부분집합 A : $A \subseteq B = \{\forall x \in A :\ x \in B\}$
  - 집합 B의 부분집합(subset) A는 모든 원소가 B에도 속하는 집합
  - $\mathrm{A} = \mathrm{B}$ 인 경우에도 A는 B의 부분집합
  - B가 A의 초집합(超集合) 또는 상위집합(superset)

집합의 연산 : 집합 B의 진부분집합 A $(A \subset B)$

- 집합 B의 집부분집합 A : $A \subset B$
  - A가 B의 부분집합이고, A에 속하지 않는 B의 원소가 적어도 하나 존재하는 경우
  - B가 A의 진초집합 또는 진상위집합

집합의 연산 : 멱집합($\mathbf{2^S}$)

- 멱집합 : $2^S = P(S) = \{A : A \subseteq S\}$
  - 집합의 모든 부분 집합을 모아 놓은 것

- 공집합과 원래 집합을 원소로 포함
  - $\varnothing \in \mathrm{P(S)}$
  - $\mathrm{S} \in \mathrm{P(S)}$

집합의 연산 : 멱집합(2^S)

- 유한 집합 s의 멱집합
  - 유한 집합, 크기 : $|P(S)| = 2^{|S|}$

- 무한 집합 s의 멱집합
  - 비가산 집합, 크기 : $|P(S)| = 2^{|S|}$

집합의 연산 : 멱집합(2^S)

- $2^{|S|}$: 기수의 거듭 제곱, 집합의 크기
- $\{0, 1\}^S = \{f : S \to \{0, 1\}\}$
  - $P(S) \to \{0, 1\}^S$
  - $A \vdash f(s) = \begin{cases} 1, & s \in A \\ 0, & s \notin A \end{cases}$
- $A = \{$가, 나, 다$\}$
  - $P(A) = 2^A = \{\{\ \}, \{$가$\}, \{$나$\}, \{$다$\}, \{$가, 나$\}, \{$가, 다$\}, \{$나, 다$\}, \{$가, 나, 다$\}\}$
- 원소의 개수가 n개인 집합의 멱집합의 개수 : 2^n개

집합의 연산 : 곱집합 $(A \times B)$

- 곱집합 : $A \times B = \{(a, b) : a \in A \ \wedge b \in B\}$
  - 각 집합의 원소를 각 성분으로 하는 순서쌍(ordered pair)들의 집합

- $\mathrm{A} = \{1, 2\}, \mathrm{B} = \{a, b, c, d\}$
  - $\mathrm{A} \times \mathrm{B} = \{1, 2\} \times \{a, b, c, d\} = \{(1, a), (1, b), (1, c), (1, d), (2, a), (2, b), (2, c), (2, d)\}$

- [ex] $S = \{ a, b, c \}$, $A = \{ 2, 4 \}$, $B = \{ 2, 3, 5 \}$

  - 멱집합 $2^S = \{ \varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\} \}$

  원소의 개수 $|2^S| = 2^{|S|} = 8$

  - 카티시안 곱 $A \times B = \{ (2,2), (2,3), (2,5), (4,2), (4,3), (4,5) \}$

관계(relation)란?

- **관계(relation)** : 객체(object)들 간의 연관성 표현
  - 다른 두 집합에 속하는 서로 다른 두 원소의 관련사항
    - 서로 다른 두 집합에 속하는 서로 다른 두 원소 간의 순서쌍 집합
    - 두 집합에 대한 곱집합의 부분집합
    - 집합 A, B가 서로 관계가 있는 경우
      - A가 B의 부분집합 또는 B가 A의 부분집합
      - A가 B의 여집합 또는 B가 A의 여집합

관계(relation)란?

- 관계를 표현하는 대표적인 방법 : 집합
  - 다른 두 집합 A, B에 대하여, A에서 B로의 관계 R

    : 두 집합의 원소 a와 b의 순서쌍들의 모임
  - 일반적 : 이항(2항)관계(binary relation), ${}_aR_b$
    - a와 b가 관계가 있는 경우 : ${}_aR_b \Leftrightarrow (a,b) \in R$
    - a와 b가 관계가 없는 경우 : ${}_a\cancel{R_b} \Leftrightarrow (a,b) \notin R$
  - 이항이 넘는 경우 : 3항(3-aray)관계, n항(n-aray)관계

관계의 표현

- 원소들의 관계 표현
  - 연산자 사용 : <, ≤, ≡, ⊂, ⊆, ⋯ 등

- 집합에 대한 연산에 닫혀 있음(관계는 곱집합의 부분 집합)
  - 교집합, 합집합, 차집합, 여집합 등도 관계

- 숫자의 경우 관계 표현 : 두 숫자 x, y에 대해서
  - ${}^{x}/_{y}$(나누기), $x > y$(크기), $x + y^2 = 0$(수식)

이항관계

- **이항관계(binary relation)** R (집합 A로부터 집합 B로)
  - 두 집합의 곱집합 $A \times B$의 부분집합
  - 정의역(domain)의 원소를 치역(range)에 할당하는 규칙
  - 정의역의 원소는 치역의 여러 원소에 할당될 수도 있음
  - 예 : A = {0, 1, 2}이고, B = {1, 2, 3}일 때
    - 집합 A의 원소 a, 집합 B 의 원소 b에 대해 a가 b보다 작은 관계의 집합을 구하는 과정

① 먼저 집합 A, B의 관계를 모두 구함

② 집합 A 와 B의 곱집합의 원소 9개 중에서 주어진 관계를 만족하는 집합 R 선택

R = {(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 3)}

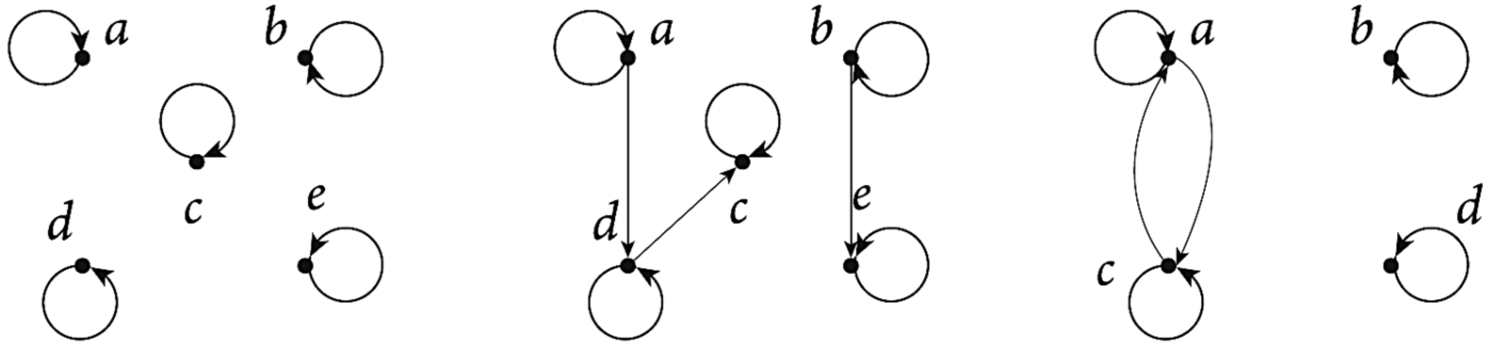
동치 관계

- 동치 관계(equivalencerelation)
  - 관계 R 에서 반사 관계, 대칭 관계, 추이 관계가 모두 성립하는 관계
  - 관계에서의 동치 : 집합의 원소들이 '같다'는 것을 의미
  - 동치 관계 R에서는 순서쌍 원소 (a, b)에 대하여 'a 와 b 가 같다.'라고 할 수 있음

관계(relation)의 성질 : 반사 관계

- 반사 관계(reflexive relation)
  - 집합 A의 임의의 원소 a에 대하여 $_{a}R_{a}$를 만족하는 이항 관계
  - $\forall\, a \in X, (a, a) \in R$
  - 반사 관계의 방향 그래프 : 그래프의 모든 정점에서 자기 자신을 가리키는 화살표, 순환이 존재
  - 반사 관계의 관계행렬 : 대각선에 해당되는 모든 값 1

관계(relation)의 성질 : 반사 관계



(a) (b) (c)

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

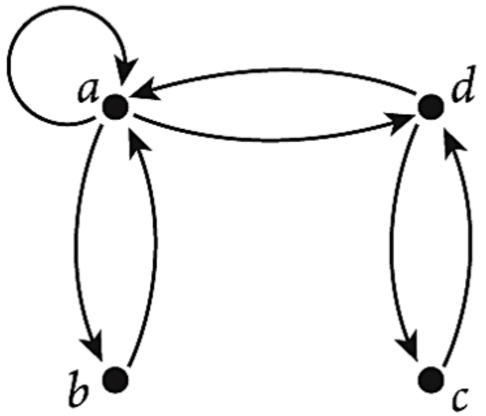
(c)

관계(relation)의 성질 : 대칭 관계

- 대칭 관계(Symmetric relation)
  - 집합 A의 임의의 두 원소 a, b에 대하여 $_aR_b$이면 $_bR_a$를 만족하는 이항 관계
    - $\forall\, a, b \in X,\quad {}_aR_b \Rightarrow {}_b\, R_a$
    - $(a, b) \in R$ 일 때 $(b, a) \in R$ 인 관계 R
    - 순서쌍 (a, b)가 존재하면 (b, a) 도 반드시 존재
  - 임의의 a, b에 대하여 a=b이면 b=a (등식)
  - 대칭 관계가 항상 성립하는 것은 아님
    - 실수 a, b에 대하여 a<b이면 a>b일 수 없음

관계(relation)의 성질 : 대칭 관계

- 대칭 관계에 대한 방향 그래프
- 대칭 관계에 대한 관계 행렬



(a)

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

(b)

관계(relation)의 성질 : 추이 관계

- 추이 관계(transitive relation)
  - 집합 A의 임의의 세 원소 a, b, c에 대하여 정의된 이항 관계 R이 $_aR_b$이고 $_bR_c$이면 $_aR_c$를 만족
    - $\forall\, a, b, c \in X, \quad {}_aR_b \wedge_b R_c \Rightarrow_a R_c$
    - $(a, b) \in R$ 이고 $(b, c) \in R$ 이면 $(a, c) \in R$ 를 만족하는 관계 R

관계(relation)의 성질 : 추이 관계

- 예 : $A = \{a, b, c\}$에 대하여
  - $R_1 = \{(a, b)\}$: 추이관계
    - 순서쌍은 (a, b)만 존재하고 b로 시작하는 순서쌍이 존재하지 않음
  - $R_2 = \{(a, c), (b, b), (c, b)\}$: 추이관계 아님
    - 순서쌍은 $(a, c), (c, b)$가 존재하나 (a, b)가 존재하지 않음

동치 관계 : mod 합동

- mod 합동(congruence) $x \equiv y(mod\ m)$:

- mod 합동은 동치 관계
  - 반사 관계 성립 : $\mathrm{A} \equiv A(mod\ \ C)$
  - 대칭 관계 성립 : $\mathrm{A} \equiv B(mod\ \ C)$ 이면 $\mathrm{B} \equiv A(mod\ \ C)$
  - 추이 관계 성립 : $\mathrm{A} \equiv B(mod\ \ C)$이고 $\mathrm{B} \equiv D(mod\ \ C)$이면 $\mathrm{A} \equiv D(mod\ \ C)$

관계 : 집합

- 정의역(domain)
  - 관계 R 의 원소인 순서쌍에서 첫 번째 원소의 집합, dom(R)
- 치역(range)
  - 관계 R 의 원소인 순서쌍에서 두 번째 원소의 집합, ran(R)
- 공변역(Codomain)
  - 관계 R 의 원소인 순서쌍에서 두 번째 원소가 포함되어 있는 집합, codom(R)

$$dom(R) = \{a|(a,b) \in R\} \subseteq A$$
$$ran(R) = \{b|(a,b) \in R\} \subseteq B$$
$$codom(R) = \{b|b \in B\} \subseteq B$$

함수function)

- 함수(Function) f
  - 함수 $f : S_1 \rightarrow S_2$
    - 정의역(domain) : S_1의 부분집합
    - 치역(range) : S_2의 부분집합

$f = \{ (x_m, y_i), (x_n, y_j), \cdots \}, S_1 = \{ x_1, x_2, \cdots \}, S_2 = \{ y_1, y_2, \cdots \}$

- 관계(Relation)의 제한적인 형태

- 정의역에 사용되는 원소는 두 번 이상 사용될 수 없음

즉, $(x, y) \in f$ and $(x, z) \in f$ 인 경우 $y = z$

- 전역함수(total function) : S_1의 모든 원소에 대해 정의가 되어 있음

- 부분함수(partial function) : S_1의 일부 원소에 대해서만 정의가 됨

함수function)

- 함수 $f : \mathrm{X} \rightarrow \mathrm{Y}$를 $f(x) = y$로 표기할 때
  - y : 함수 f 에 의한 x 의 상(image) 또는 함수값
  - x : 원상(preimage)
  - 함수는 정의역의 각 원소를 정확히 하나의 공변역 원소에 대응
  - 치역 : 공변역의 부분 집합이나, 공변역보다 작을 수 있음
  - 함수 f의 정의역
    - $dom(f) = \{x \mid (x, y) \in f, x \in \mathrm{X}, y \in \mathrm{Y}\}$
  - 함수 f의 치역
    - $ran(f) = \{y \mid (x, y) \in f, x \in \mathrm{X}, y \in \mathrm{Y}\}$

함수function)

- 함수의 다양한 표기
  - $f : \mathrm{X} \rightarrow \mathrm{Y}$
    - 정의역 X, 공변역 Y 를 갖는 함수라는 뜻
  - $f : x \mapsto y$
    - $f(x) = y$와 같은 뜻
  - f
  - $f(x)$
  - $f(x)\ (x \in \mathrm{X})$
  - $y = f(x)$

함수function)

- 예
  - 실수 집합 R 에 대하여 모든 실수를 그 제곱으로 대응시키는 대응 관계 $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$, $x \mapsto x^2$ 는 함수

- 공함수(empty function) : 공집합 $\varnothing$에 대하여 $f : \varnothing \to \mathrm{Y}$
  - 대응 규칙 필요하지 않음
  - $f : \varnothing \to \varnothing$: 공변역이 공집합인 유일한 함수

함수function)

- 함수 f 와 g 는 서로 ‘같다(equal)’
  - 두 함수 f 와 g 에 대하여
  - 정의역과 공변역이 같고, 정의역의 모든 원소 x 가 $f(x) = g(x)$일 때
  - $f = g$ 로 표기

복잡도 : 시간 복잡도 함수 계산 예

- 코드를 분석하여 실행되는 연산들의 횟수의 합

```
ArrayMax(A,n)

   tmp ← A[0];
   for i←1 to n-1 do
       if tmp < A[i] then
            tmp ← A[i];
   return tmp;
```

총 연산수= 2n(최대)

빅오 표기법

- 차수가 가장 큰 항이 가장 영향을 크게 미치고 다른 항들은 상대적으로 무시될 수 있음
  - 예: $T(n) = n^2 + n + 1$
    - n=**1** 일때 : T(n) = 1 + 1 + 1 = 3 (**33.3%**)
    - n=10 일때 : T(n) = 100 + 10 + 1 = 111 (90%)
    - n=100 일때 : T(n) = 10000 + 100 + 1 = 10101 (99%)
    - n=**1,000** 일때 : T(n) = 1000000 + 1000 + 1 = 1001001 (**99.9%**)

n=100인 경우

$T(n) = n^2 + n + 1$

99%

1%

빅오 표기법의 정의

- 두 개의 함수 $f(n)$과 $g(n)$이 주어졌을 때, 모든 $n \geq n_0$에 대하여 $|f(n)| \leq c|g(n)|$을 만족하는 2개의 상수 c와 n_0가 존재하면 $f(n)=O(g(n))$이다.
  - 연산의 횟수를 대략적(점근적)으로 표기한 것
  - 빅오는 함수의 상한을 표시
  - (예) $n \geq 5$ 이면 $2n+1 < 10n$ 이므로 $2n+1 = O(n)$