1
Propagation d'un signal

CONTENU DU PROGRAMME

— Les signaux en physique -
- **C$_1$** Connaître les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.

— Onde progressive unidimensionnelle non dispersive
- **C$_2$** Notion de célérité et de retard temporel
- **C$_3$** Ecrire les signaux sous les formes f(x-ct), f(t-x/c) ...

— Onde progressive sinusoïdale
- **C$_4$** Notion de phase et double périodicité spatiale et temporelle
- **C$_5$** Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.
- **C$_6$** Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.
- **C$_7$** Mesurer la longueur d'onde et la célérité d'une onde progressive sinusoïdale. **-TP-**

— Interférences entre deux ondes de même fréquence
- **C$_8$** Notion de déphasage
- **C$_9$** Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.
- **C$_{10}$** Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes. **-TP-**

— Diffraction à l'infini.
- **C$_{11}$** Connaître et savoir utiliserla relation entre l'échelle angulaire de la diffraction et la taille de l'ouverture $\theta \approx \dfrac{\lambda}{d}$
- **C$_{12}$** Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique. **-TP-**

1.1 Notion de signal

1.1.1 Définition et exemple

Le transfert d'information est aujourd'hui devenu crucial et régit le fonctionnement de beaucop d'éléments de nos vies. Le terme *information* doit être compris au sens large : une information peut être la couleur d'un pixel, une note de musique, la température d'un frigo, une note à un examen etc... Nous allons étudier ici l'ensemble des processus mis en jeux dans la gestion d'une information : transfert, stockage, conversion etc...

Un Signal **Définition (1.1)**

Un signal physique, noté $s(t)$, correspond à l'évolution temporelle de la mesure d'une grandeur physique s effectuée en un point donnée M de l'espace. Plus précisément, on parle de signal lorsque l'évolution temporel $s(t)$ est porteuse d'une information.

Une très grande variété de grandeurs physiques peuvent être considérée comme des signaux : déplacement $y(t)$ du niveau de l'eau lors du passage d'une vague, surpression acoustique $p(t)$ émise par un haut-parleur et mesurée par un microphone, une tension électrique $u(t)$, le courant électrique $i(t)$ etc... On identifiera 3 types de signaux :

— Les signaux mécanique et acoustique

— Les signaux électriques

— Les signaux électromagnétiques

La Conversion ♥ **Définition (1.2)**

Au cours d'une transmission, la même information est propagée sous la forme de signaux de différents types. La conversion est le processus permettant de changer le type de signal utilisé pour la transmission.

La conversion permet d'adaptée la grandeur physique aux contraintes de la transmission dans le but de restituer un signal final le plus proche possible de l'original.

Par exemple, l'utilisation d'onde radio permet de transmettre une information sur de très grandes distance, ce que le signal acoustique ne peut pas faire.

Pour amplifier ou transformer un signal, on préfèrera utiliser des signaux électriques.

Question 1. Exo FM 90.4 passe en direct *Nou ariv* de DJ Sebb et Abdoul. Déterminez les différents signaux qui interviennent lors de l'enregistrement et la diffusion, depuis le chanteur jusqu'aux auditeurs.

Question 2. Identifiez les conversions de signal lors de cette même transmission.

Tous les signaux sont associés à des grandeurs physiques spécifiques couplés permettant la propagation de l'information. On les retrouve dans le tableau 1.1 ci-dessous.

Type de signal	Grandeurs physiques associées
Signal acoustique	La surpression $p(t)$ et la vitesse des molécules $\overrightarrow{v}(t)$
Signal électrique	La tension $u(t)$ et l'intensité électrique $i(t)$
Signal électromagnétique	Le champs électrique $\overrightarrow{E}(t)$ et le champs magnétique $\overrightarrow{B}(t)$

TABLE 1.1: Couples de grandeurs physiques pour trois type de signaux. ♥

Question 3. Identifiez les grandeurs physiques mesurables lors de la transmission radio.

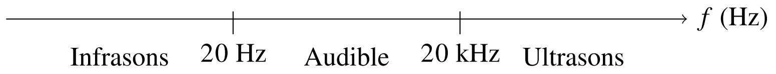
1.1.2 Les signaux sinusoïdaux

PÉRIODIQUE ♥ **Définition (1.3)**

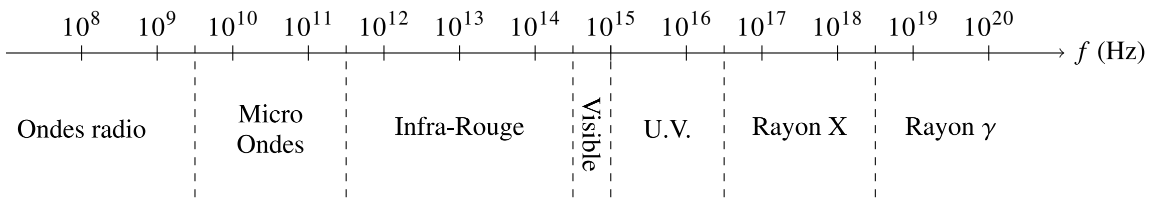
Un signal $s(t)$ est dit périodique de période T si il existe une durée minimale T telle que $s(t+T) = s(t)$ pour tout t. Sa fréquence vaut $f = \dfrac{1}{T}$.

♥ Il faut connaitre les ordres de grandeurs des fréquences des signaux les plus utilisées :

Signaux acoustiques



Signaux électromagnétiques



Question 4. A quelle famille de signaux électromagnétiques le signal de Exo FM 90.4 appartient-il ?

Question 5. A quelle famille de signaux électromagnétiques le rayonnement du soleil appartient-il majoritairement ?

Question 6. A quelle famille de signaux électromagnétiques le rayonnement d'un corps à température ambiante appartient-il ?

Question 7. A quelle famille de signaux électromagnétiques le rayonnement d'un fer chauffé à blanc en forge appartient-il ?

SIGNAL SINUSOÏDAL ♥ **Définition (1.4)**

Un signal est dit sinusoïdal s'il peut être écrit sous la forme :

$$s(t) = S_m \cos\left(\omega t + \varphi\right)$$

- S_m est l'**amplitude** du signal. Elle a la même dimension et unité que le signal $s(t)$.
- ω est la **pulsation** du signal et s'exprime en rad.s^{-1}. La pulsation est liée à la fréquence : $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$
- φ est la **phase à l'origine** et s'exprime en radian (rad - sans dimension).
- L'argument du cosinus, $\phi = \omega t + \varphi$ est la **phase instantannée** du signal et s'exprime aussi en radian (rad - sans dimension).

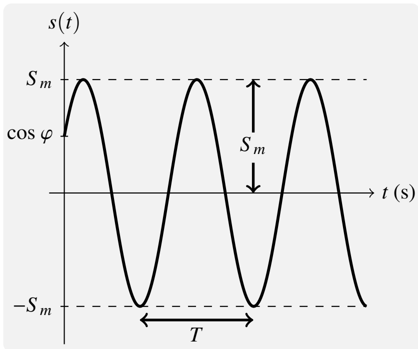


FIGURE 1.1: Représentation d'un signal sinusoïdal $s(t) = S_m \cos\left(\omega t + \varphi\right)$ ♥

LES SIGNAUX SINUSOÏDAUX forment la base de la compréhension et de l'étude des signaux de tous types pour plusieurs raisons :

— Nous sommes capables de produire facilement des signaux sinusoïdaux : oscillation d'un pendule, générateur électrique, diapason, etc...

— Le théorème de FOURIER stipule que tout signal périodique peut s'exprimer comme la somme de signaux sinusoïdaux. Ainsi, comprendre le comportement des signaux sinusoïdaux permet de comprendre le comportement de tous les signaux périodiques.

Question 8. Pour la transmission radio, Exo FM90.4 utilise une fréquence de 90,4 MHz, une amplitude de 20 V et une phase à l'origine de $\dfrac{\pi}{2}$ rad. Quelle est l'expression mathématiques du signal en tension $u(t)$? Simplifiez cette expression à l'aide d'une formule trigonométrique.

Question 9. Représentez ce signal sur un graphique.

LE SONAR : INSTRUMENT DE MESURE (1) **Exercice (1.1)**

1. Quel est le principe de fonctionnement d'un sonar ? Donnez des exemples d'utilisation.
2. Quel instrument cousin du sonar utilise des signaux électromagnétiques ? Donner des exemples d'applications.
3. Un sonar émet des ultrasons, quel est l'ordre de grandeur de la fréquence des ultrasons ?
4. Quelle est la vitesse de propagation des ultrasons dans l'air ? La vitesse dans l'eau est-elle plus grande ou plus faible ? Justifiez.
5. En déduire l'ordre de grandeur de la période d'ultrasons.
6. Deux signaux sinusoïdaux, de pulsation $\omega = 3,15 \times 10^5$ rad.s^{-1} sont envoyé par le sonar d'un sous-marin. Le premier est utilisé comme origine des phases : $\varphi_1 = 0$ rad.s^{-1}. Le second est déphasé par rapport au premier d'une quantité $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2}$. Donnez l'expression mathématiques de ces deux signaux. Représentez les sur un même graphique.

1.1.3 Théorème de Fourier et décomposition spectrale ***- HP -***

THÉORÈME DE FOURIER **Théorème (1.1)**

Tout signal périodique $s(t)$, de période $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ se décompose comme une somme de composantes sinusoïdales s_n de pulsation $\omega_n = n\omega_0$.

On appelle **décomposition en série de FOURIER** l'expression :

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} S_n \cos\left(n\omega_0 t + \varphi_n\right)$$

- S_0 est la **composante continue**
- $S_1 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_n\right)$ est l'**harmonique fondamentale**. La pulsation de cette harmonique ω est la pulsation du signal $s(t)$.
- $S_n \cos\left(n\omega_0 t + \varphi_n\right)$, pour $n \geqslant 2$ sont les **harmoniques de rang** n.

ON CONSIDÈRE un signal $s(t)$ créneau de période T et vaiant entre $+a$ et $-a$. On peut montrer que la décomposition en série de FOURIER s'écrit :

$$s(t) = 0 + \frac{4a}{\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin\left(2\pi(2n+1)ft\right)}{(2n+1)} = 0 + \frac{4a}{\pi} \times \frac{\sin(2\pi ft)}{1} + \frac{4a}{\pi} \times \frac{\sin(6\pi ft)}{3} + \frac{4a}{\pi} \times \frac{\sin(10\pi ft)}{5} + ...$$

La figure 1.2 ci-desous représente cette décomposition. Sur la première courbe, seule la première harmonique $\dfrac{4a}{\pi} \times \dfrac{\sin(2\pi ft)}{1}$ est représentée - en plus du signal créneau -. Sur le second graphique, on représente la somme du premier et second harmonique. Sur le troisième graphique les harmoniques de rang 1, 2 et 3 etc... On observe que plus le nombre d'harmoniques augmente, plus la courbe se rapproche du signal créneau $s(t)$.

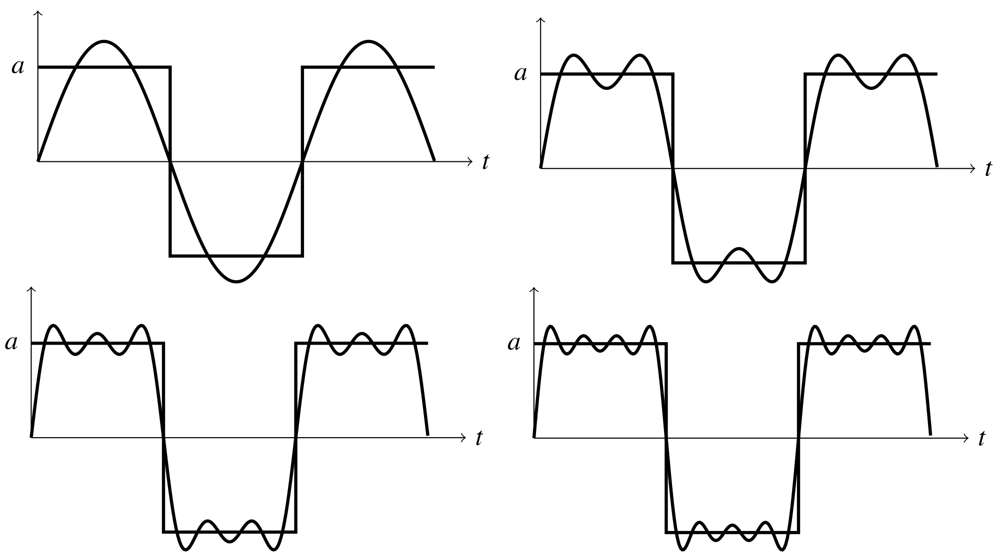


FIGURE 1.2: Décomposition de FOURIER d'un signal créneau

1.2 Ondes progressives

1.2.1 Différents type d'ondes

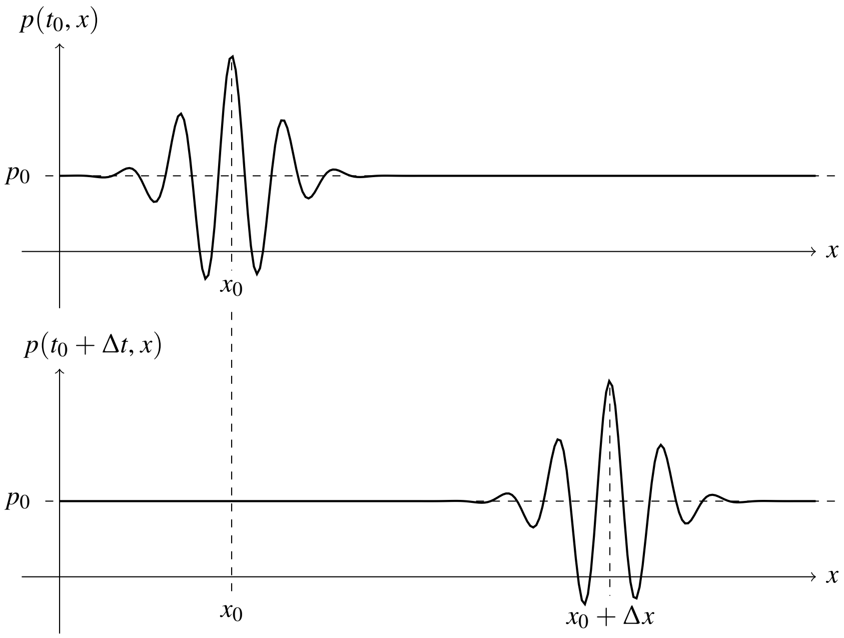
Onde **Définition (1.5)**

Une onde est un phénomène de propagation d'une perturbation des propriétés physiques locales d'un milieu. La propagation d'une onde se fait **sans** transport de matière ou d'énergie : après le passage de l'onde le milieu retrouve son état d'équilibre précédent.

Par exemple, le son est une onde sonore caractérisée par la propagation d'une perturbation de la pression atmosphérique de l'air.

Les graphiques ci-dessous représentent une onde sonore $p(t,x) = p_0 + \delta p(t,x)$ où p_0 est la pression atmosphérique et δp la perturbation de ce niveau de pressions à l'équilibre.

On remarque que la perturbation se propage : à l'instant $t = t_0$ la perturbation est proche de $x = x_0$. Un instant plus tard, en $t = t_0 + \Delta t$ la perturbation est en $x = x_0 + \Delta x$



Question 10. Quelle grandeur physique est perturbée lors du passage d'une onde sur une corde ? d'une vague sur l'eau ? d'une onde EM ?

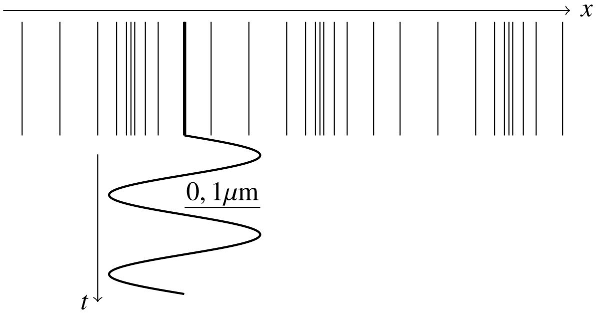
Onde longitudinale - Onde transversale **Définition (1.6)**

Une onde est dite :

- longitudinale, si la perturbation et la propagation se font dans la même direction.

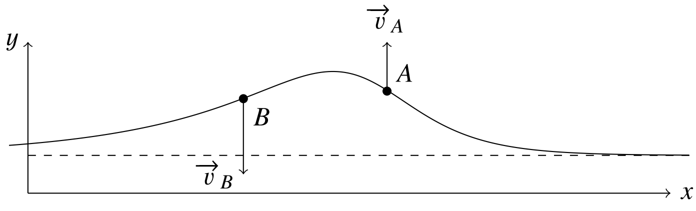
- transversale, si la perturbation et la propagation sont dans des directions orthogonales.

Onde Longitudinale



Onde sonore

Onde Transversale



Onde sur une corde

Célérité **Définition (1.7)**

On appelle célérité, notée c, la vitesse de propagation d'une onde. Elle se calcule par la formule classique. Soit $\Delta t(AB)$ le temps mis par l'onde pour se propager d'un point A à un point B.

$$c = \frac{|AB|}{\Delta t(AB)}$$

On peut retenir que, en négligeant les variations de température, la célérité du son dans l'air sec est $c_{\text{air}} = 340$ m.s^{-1}, et dans l'eau $c_{\text{eau}} = 1\,500$ m.s^{-1} La célérité de la lumière dans le vide est $c = 3{,}0 \times 10^8$m.s^{-1}

Remarque : La célérité d'une onde sonore n'est pas égale à la vitesse de déplacement des molécules d'air. $v_{air} \approx 10^{-6}$ m.s^{-1}.

Onde plane **Définition (1.8)**

Une onde est dite plane si la perturbation est uniforme selon un plan perpendiculaire à la propagation. On dit que les fronts d'onde sont des plans infinis.

Une onde plane ne dépend que d'une seule dimension d'espace, on pourra la noter $u(x, y, z, t) = u(x, t)$ pour une propagation selon l'axe $\vec{e}_x$.

Par exemple, le rayonnement solaire n'est pas une onde plane car le rayonnement se propage selon une sphère. Une vague est une onde plane, car le niveau de la surface de l'eau est uniforme selon une droite perpendiculaire à la direction de propagation.

1.2.2 *Représentation mathématiques d'une onde plane*

La grandeur physique caractérisant la perturbation d'une onde plane u est une fonction de deux variables : la direction de propagation x et le temps t. On peut donc représenté :

- $u(x, t)$ en fonction du temps en un point donné de l'espace. On trace alors la représentation temporelle $u(x_0, t)$, où x_0 est un point choisi spécifiquement.
- $u(x, t)$ en fonction de l'espace, à un instant donné. On trace alors la représentation spatiale $u(x, t_0)$, ou t_0 est un instant choisi spécifiquement.

On observera avec attention la forme des courbes représentée figure 1.3. La trace temporelle est le symmetrique par rapport à la trace spatiale. En effet, lorsque

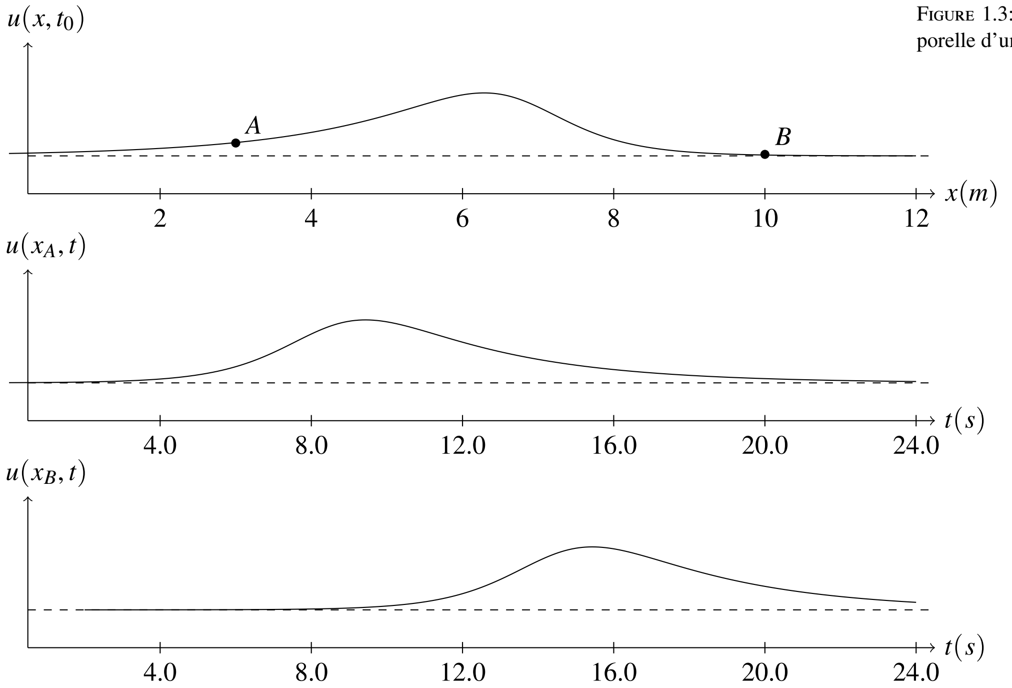


FIGURE 1.3: Représentation spatiale et temporelle d'une onde sur une corde.

l'onde arrive au point B, ce point perçoit en premier le front de l'onde. Ainsi, le front d'onde apparaît au temps faible dans la représentation temporelle.

Question 11. Déterminez à l'aide des graphiques de la figure 1.3 la célérité de l'onde.

EXPRESSION MATHÉMATIQUES D'UNE ONDE PLANE **Définition (1.9)**

Une onde plane progessive $u(x,t)$ se propageant à la célérité c s'exprime comme :

- $u(x,t) = f(x - c \times t) = g\left(t - \frac{x}{c}\right)$ pour une onde se propageant vers les x croissants.
- $u(x,t) = f(x + c \times t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$ pour une onde se propageant vers les x décroissants.

f et g sont les **fonctions d'onde** et représentent la perturbation d'une grandeur physique.

Question 12. Exprimez mathématiquement la propriété suivante : *l'onde acoustique $p(x,y,z,t)$ est une onde plane progressive*

Question 13. Exprimez mathématiquement la propriété suivante : *l'onde électromagnétique $\overrightarrow{E}(x,t)$ est une onde plane regressive*

Question 14. Exprimez mathématiquement la propriété suivante : *Une perturbation $f(X) = A \times e^{X^2/2}$ de la hauteur du niveau d'eau se propage selon les x croissant sous la forme d'une onde plane.*

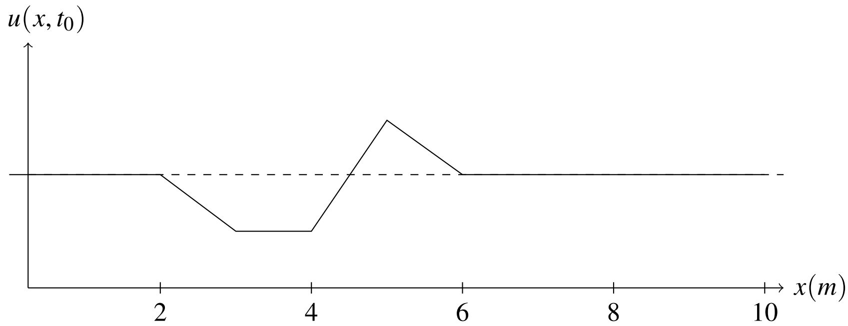
Question 15. Exprimez mathématiquement la propriété suivante : *Un diapason émet une onde sonore plane progressive sinusoïdale, du type $f(X) = A\cos(X)$.*

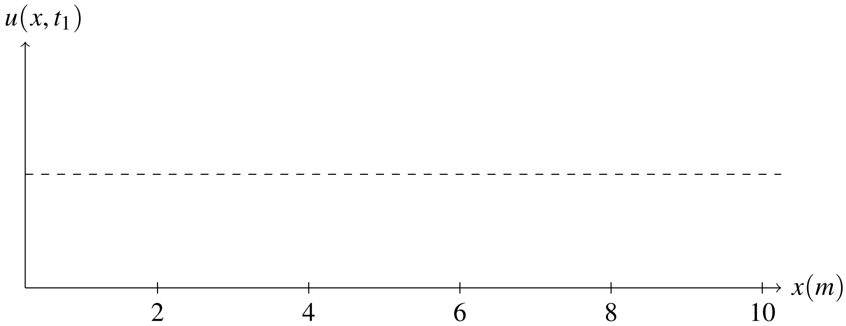
Représentation graphique **Méthode (1.1)**

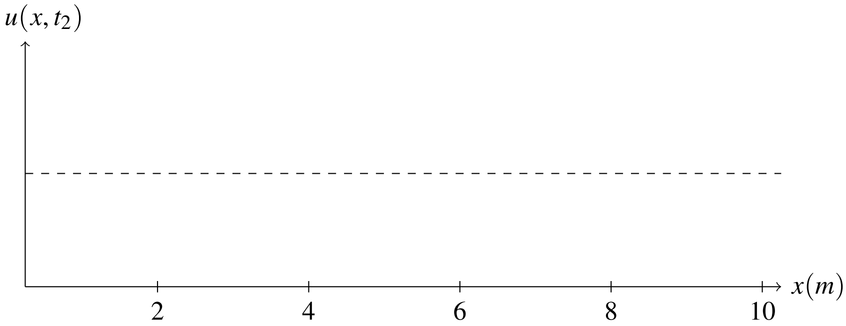
- En représentation spatiale, pour représenter une onde à un instant $t > t_0$ il suffit de translater la courbe d'une quantité $\Delta x = c\Delta t = c(t - t_0)$.
- En représentation temporelle, pour représenter une onde en un point $x > x_0$ il suffit de translater la courbe de $\Delta t = \dfrac{\Delta x}{c}$
- Pour changer de représentation, il faut appliquer une symétrie verticale de la courbe et adapté l'échelle à la vitesse de l'onde. En effet une onde rapide passe peu de temps au même endroit, alors qu'une onde lente y passe plus de temps.

Représentation spatiale **Exercice (1.2)**

Représentez l'onde $u(x,t)$ aux instant $t_1 = 4$ s et $t_2 = 6$ s à l'aide de la représentation ci-dessous à l'instant $t_0 = 0$ s. Cette onde se propage à la célérité $c = 0.5$ m.s^{-1}.

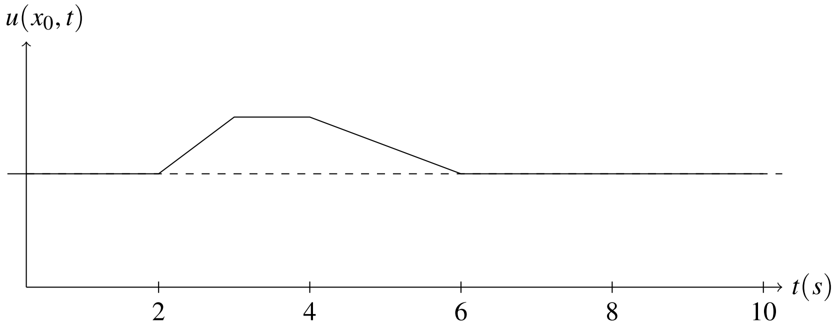


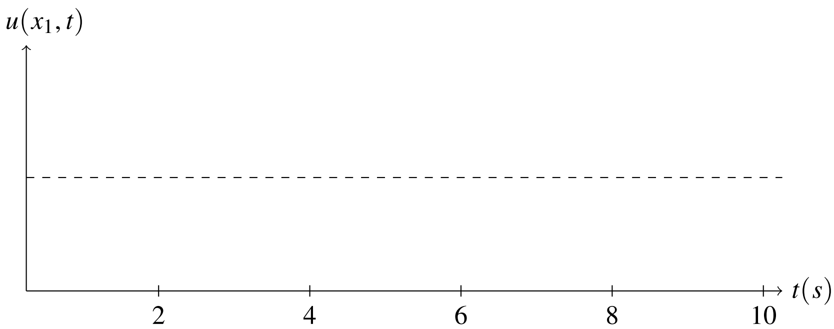


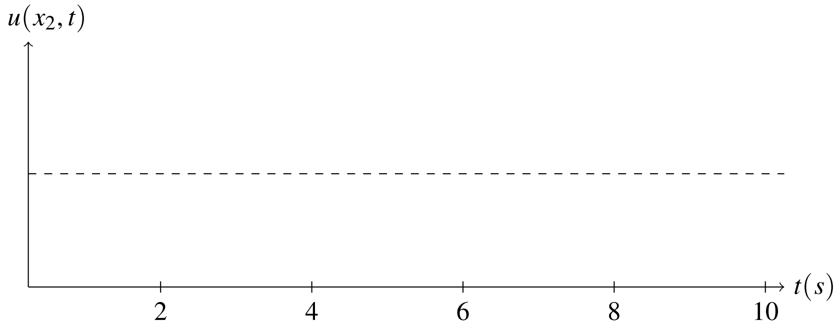


Représentation temporelle **Exercice (1.3)**

Représentez l'onde $u(x,t)$ aux positions $x_1 = 2$ m et $x_2 = 8$ m à l'aide de la représentation ci-dessous à la position $x_0 = 0$ m. Cette onde se propage à la célérité $c = 2$ m.s^{-1}.



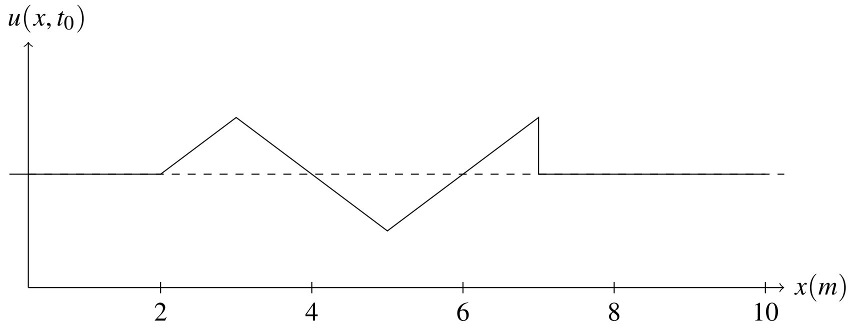


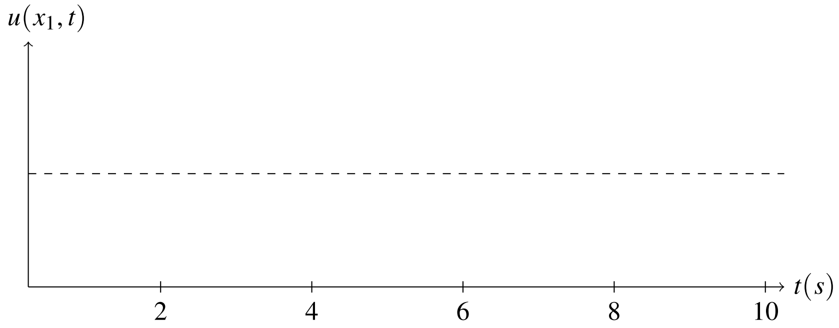


Changement de représentation **Exercice (1.4)**

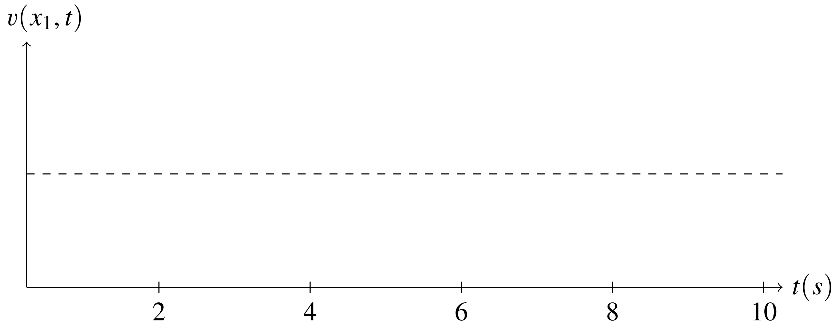
Représentez l'onde $u(x,t)$ à la position $x_1 = 2$ m à l'aide de la représentation ci-dessous à l'instant $t_0 = 8$ s. Cette onde se propage à la célérité $c = 0.8$ m.s^{-1}.

Aide : Calculez l'extension spatiale de l'onde $\Delta x = x_{max} - x_{min}$. En déduire l'extension temporelle $\Delta t = t_{max} - t_{min}$





Que se passe-t-il si l'onde accélère ? Représentez cette même situation pour une onde dont la célérité est $c = 1$ m.s^{-1}



1.3 Ondes plane progressives sinusoïdales

1.3.1 Expression mathématiques d'une onde plane progressive sinusoïdale

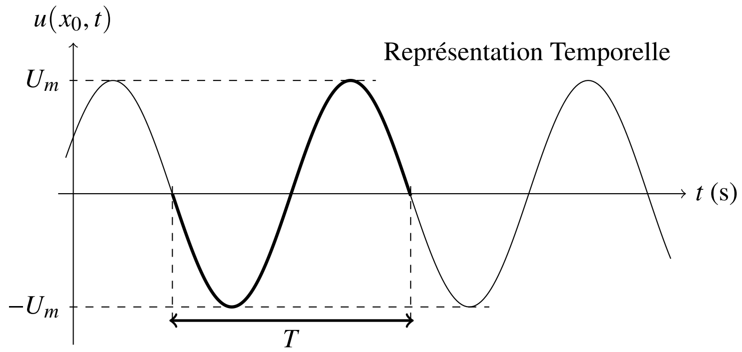
ONDE PLANE PROGRESSIVE SINUSOÏDALE **Définition (1.10)**

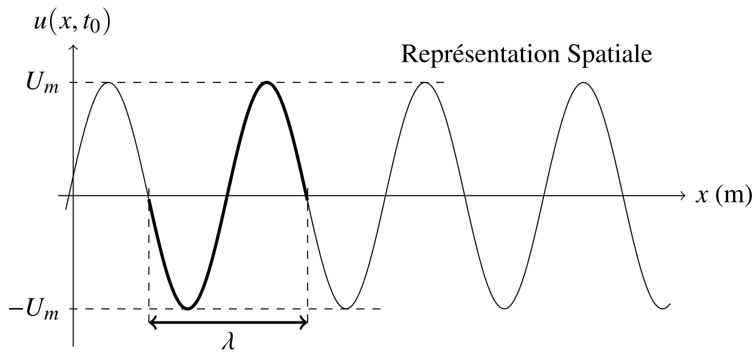
Une onde plane progressive sinusoïdale est une perturbation sinusoïdale d'une propriété physique. Si elle se dirige selon les x croissant à la célérité c, elle s'exprime alors comme :

$$u(x,t) = U_m \cos\left(\omega t - kx + \varphi\right)$$

- U_m est l'**amplitude** de l'onde, exprimée dans la même unité que la grandeur physique caractéristique de l'onde.
- ω est la **pulsation**, exprimée en rad.s^{-1} $\qquad \omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$
- k est le **vecteur d'onde**, exprimé en m^{-1} $\qquad k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$
- φ est la **phase à l'origine**.
- $c = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{\omega}{k}$ est la **célérité** de l'onde, exprimée en m.s^{-1}

On peut représenter l'onde en fonction du temps t en un point donné x_0, ou de la distance x à un instant donné t_0.





Une onde progressive a ainsi une **double** périodicité :

- La période T est la grandeur physique représentant la périodicité temporelle de l'onde. $\qquad u(x,t+T) = u(x,t)$
- La longueur d'onde λ est la grandeur physique représentant la périodicité spatiale de l'onde. $\qquad u(x+\lambda,t) = u(x,t)$

Question 16. L'onde sonore d'un diapason a une fréquence de $f = 440$ Hz. Quelle est sa longueur d'onde ?

Question 17. Un laser émet une onde électromagnétique de longueur d'onde $\lambda = 635$ nm. Quelle est sa période ?

Rappel : 1 nm = 10^{-9}m

Question 18. La vibration d'une corde tendue horizontale est modélisée par la fonction d'onde donnant l'altitude à la date t du point d'abscisse x : $u(x,t) = 0{,}050\cos(10\pi t + \pi x)$ m. Précisez les valeurs et les unités de U_m, ω, f, T, k, λ, c et φ.

Question 19. Dans quel sens cette onde se propage ?

Question 20. On considère deux points, A et B placés sur la corde à une distance de 2 m. L'onde arrive au point B en premier. En vous aidant des valeurs déterminée précédemment, calculez le retard Δt du signal (hauteur de la corde) arrivé en A par rapport à celui arrivé en B.

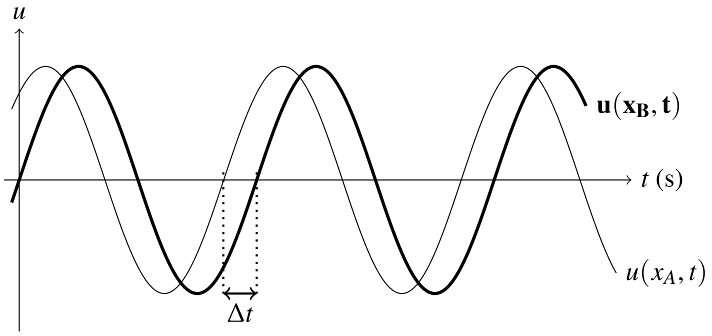
1.3.2 Propagation et déphasage d'une onde plane progressive sinusoïdale

DÉPHASAGE **Définition (1.11)**

Lors de la propagation d'une onde plane progressive de A vers B, elle subit un déphasage :

$$|\Delta\varphi| = 2\pi\frac{|\Delta t|}{T}$$

- Δt est le **retard temporel** des signaux $u(x_A, t)$ et $u(x_B, t)$, exprimée en s
- T est la **période** de l'onde, exprimée en s
- $\Delta\varphi$ est le **déphasage** exprimée en rad.



Question 21. On considère toujours la même onde sur une corde tendue, quel est le déphasage entre la hauteur de la corde au point B : $u(x_B, t)$ et celui en A : $u(x_A, t)$.

Question 22. Représentez graphiquement les deux signaux $u(x_A, t)$ et $u(x_B, t)$. *Attention aux échelles.*

SIGNAUX EN PHASE **Définition (1.12)**

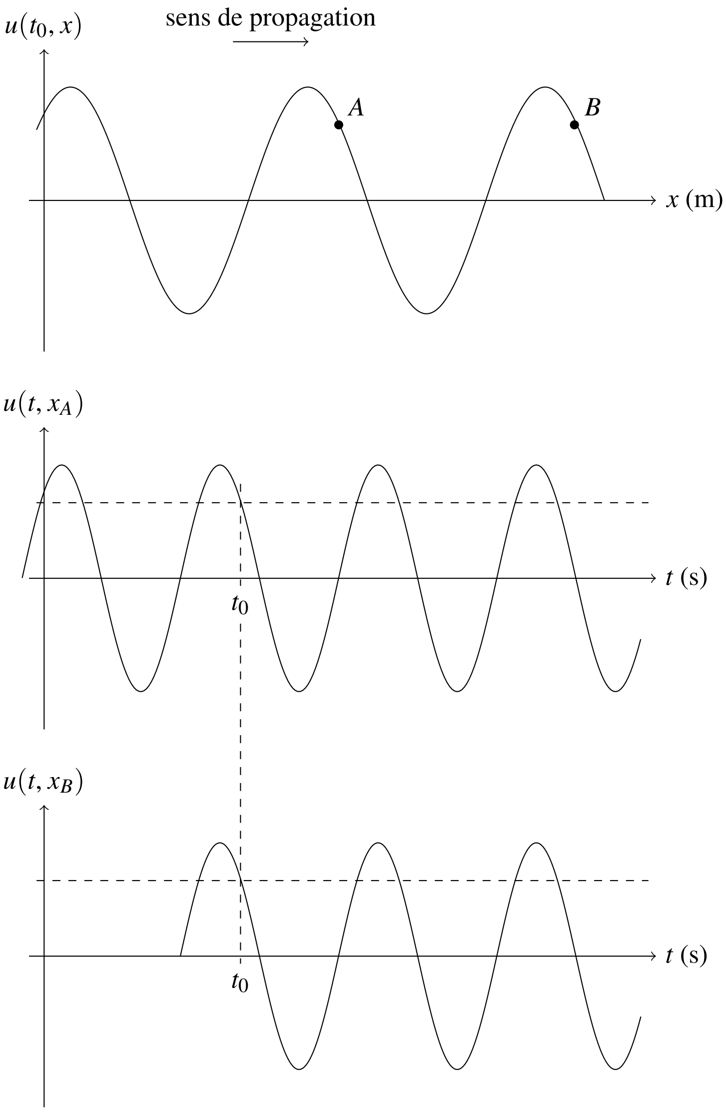
Deux signaux, ou ondes, sont dits en phase lorsque le déphasage est un multiple de $2pi$.

$$\Delta\varphi = 2k\pi, k \in \mathbb{N}$$

EXEMPLE DE SIGNAUX EN PHASE

La hauteur $u(x, t)$ d'une courde vibrante enregistrée en deux points A et B distant de $\Delta x = n\lambda$, $n \in \mathbb{N}$ sont en phase.

Effectivement, si $\Delta x = n\lambda$ alors le retard temporel est $\Delta t = \dfrac{\Delta x}{c} = \dfrac{n\lambda}{c} = nT$. D'ou $\Delta\varphi = 2\pi n$. Les deux signaux sont en phase.



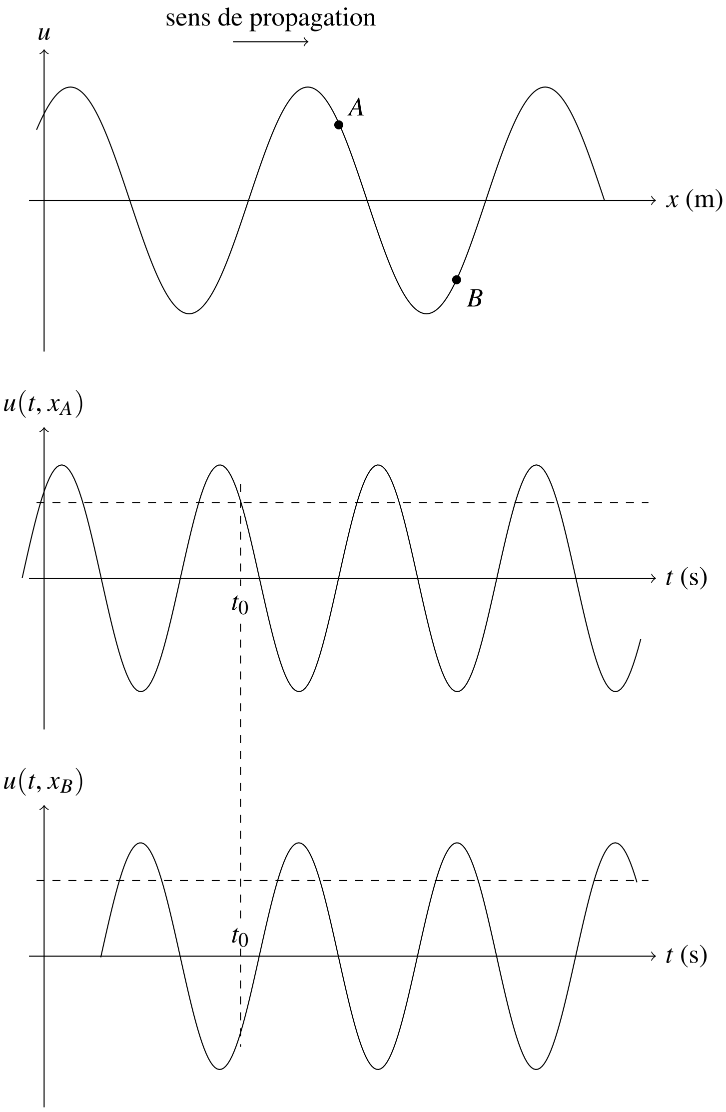
Question 23. Quelle est la valeur du déphasage entre deux ondes électromagnétiques de fréquence $f = 472 \times 10^{-12}$ Hz dont le retard temporel est $\Delta t = -4ms$

Signaux en opposition de phase **Définition (1.13)**

Deux signaux, ou ondes, sont dits en opposition de phase lorsque le déphasage est $\Delta\varphi = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{N}$.

Exemple de signaux en opposition de phase

La hauteur $u(x, t)$ d'une courde vibrante enregistrée en deux points A et B distant de $\Delta x = \dfrac{\lambda}{2} + n\lambda$, $n \in \mathbb{N}$ sont en phase : Effectivement, si $\Delta x = \lambda\left(\dfrac{1}{2} + n\right)$ alors le retard temporel est $\Delta t = \dfrac{\Delta x}{c} = \dfrac{\lambda\left(\dfrac{1}{2} + n\right)}{c} = T\left(\dfrac{1}{2} + n\right)$. D'ou $\Delta\varphi = \pi + 2\pi n$. Les deux signaux sont en opposition de phase.



Question 24. Représentez deux signaux dont le déphasage est $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2}$

Question 25. Quelle sont les relations liant la pulsation et la célérité ? le vecteur d'onde et la longueur d'onde ? la fréquence et la longueur d'onde ?