Les indispensables de la physique-chimie

		sique-chimie par la mesure et le calcul
		Ecriture d'un résultat numérique
	0.1.2	Dimensions et unités des grandeurs physiques
).2	Analys	re dimensionnelle
	0.2.1	Les lois physiques sont toutes homogènes
	0.2.2	Les grandeurs usuelles en physique-chimie
).3	Erreur	et incertitude
		Comment estimer une incertitude?
		Comment propager une incertitude?
		Comment analyser une mesure?
		sentation d'une grandeur physique
		Différent type de grandeur physique
		Evolution à une dimension d'une grandeur scalaire
		Représentation d'un grandeur scalaire
).5		Mathématiques
		Trigonométrie
		Les fonctions usuelles
	···-	

Ce chapitre présente un ensemble de notions primordiales pour comprendre et retenir rapidement les chapitres de la première année de TSI. Nous retrouverons les notions de grandeur physique et d'unité, de mesures et d'incertitudes mais aussi des rappels de mathématiques.

Les exemples serons inspirer de la mesure de la distance Terre-Lune à l'aide d'une émission laser. Différentes missions spatiales, comme Apollo 15 (Américains) et Lunokhod 1 et 2 (Russes/Francais), ont installé sur la Lune des réflecteurs capable de réfléchir précisement et efficacement la lumière. Ainsi un rayon laser émis depuis la Terre peut traversé l'espace entre ces deux astres et revenir en direction d'un capteur sur Terre. Le temps de parcourt de la lumière nous permet de déterminer la distance Terre-Lune avec une grande précision et d'en déduire que la Lune n'a pas une trajectoire circulaire mais elliptique, comme représentée sur la figure 1. Cette technique s'appelle la télémétrie laser.

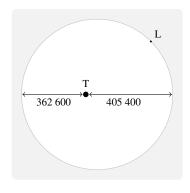


FIGURE 1: Trajectoire de la Lune (L) autour de la Terre (T). Les distance sont exprimées en km et les deux astres et de la trajectoires sont à l'échelle (environ 100 000 km : 1cm)

0.1 La physique-chimie par la mesure et le calcul

0.1.1 Ecriture d'un résultat numérique

Un résultat numérique doit être écrit sous une forme respectant la quantité d'information connue. Si la 3^{iem} décimale est incertaine, l'écrire n'a pas de sens physique. Il faut alors faire attention à la différence entre le calcul mathématique exacte qui souvent aboutit à un grand nombre de décimales et la valeur numérique d'une **grandeur physique***. Ainsi, pour écrire un résultat numérique en physique-chimie, nous adapterons le nombre de **chiffres significatifs**. Nous verrons également l'avantage d'utiliser l'**ordre de grandeur** d'une grandeur physique afin de simplifier les calculs.

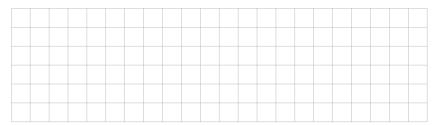
GRANDEUR PHYSIQUE •

Définition (0.1)

Une grandeur physique est une propriété de la nature qui peut être *mesurée* ou *calculée*. Elle est constituée d'une valeur numérique, d'une unité et le plus souvent de l'incertitude associée à cette valeur numérique.

Par exemple, une vitesse, une distance, une force, une concentration etc... sont des grandeurs physiques.

Q. 1 Donnez 3 grandeurs physiques associées à l'expérience présenté en introduction.



Ordre de Grandeur 🛡

Définition (0.2)

Un ordre de grandeur est un nombre qui représente de façon simplifiée et approximative une grandeur physique. Ce nombre est exprimé comme une puissance de 10, et doit être accompagné d'une unité.

Par exemple, le rayon équatorial de la terre est de 6 378, 137 km, et son ordre de grandeur est $10^4=10~000$ km. Egalement, la masse d'un atome d'hydrogène est $1,672\times 10^{-27}$ kg, et son ordre de grandeur est 10^{-27} kg.

Q. 2 La distance Terre-Lune est-elle toujours la même? Son ordre de grandeur de la distance Terre-Lune est-il toujours le même? Donnez l'ordre de grandeur de la distance Terre-Lune.



*Calculons la vitesse v d'une voiture parcourant une distance d = 1, 5 m en $\Delta t = 48$ ms.

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{1.5}{0.048} = 31.25 \text{ m.s}^{-1}$$

En physique-chimie, on notera alors la valeur de la vitesse :

$$v = 31 \text{ m.s}^{-1}$$

12,84 = 12,840

Physique

 $12,84 \neq 12,840$

ECRITURE SCIENTIFIQUE •

Définition (0.3)

L'écriture scientifique permet d'écrire les grands et petits nombre à l'aide de puissance de 10 et d'un nombre décimale compris entre 1 et 10. Ainsi la valeur de toutes les grandeurs physique s'écrira sous la forme : $a \times 10^b$, $a \in [1, 10]$ et $b \in \mathbb{Z}$

Ainsi, 0,0543 s'écrira selon l'écriture scientifique $5,43\times 10^{-2}$, et 932 s'écrira $9,32\times 10^2$.

On REMARQUE que l'écriture scientifique conserve les chiffres important : ceux après les premiers zéro qui donne du sens à la valeur numérique. Ce sont les chiffres significatifs.

CHIFFRES SIGNIFICATIFS ♥

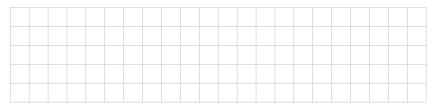
Définition (0.4)

Les chiffres significatifs sont les chiffres connus avec certitude ou dans un intervalle d'incertitude connu. Leur nombre indique la précision de la mesure.

Le nombre de chiffres significatifs est le nombre de chiffres écrit *après* d'éventuels zéros. Par exemple :

- L = 9876 mm a 4 chiffres significatifs.
- L = 0,050 m a 2 chiffres significatifs.

 \mathbb{Q} . 3 Quel est le nombre de chiffres significatifs de 0,014 - 98,10 - 255 et 0,20.



ECRITURE D'UN CALCUL ♥

Méthode (0.1)

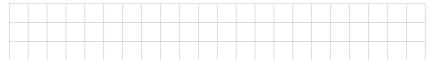
- Le résultat numérique d'un calcul doit être exprimé avec le nombre de chiffres significatifs de la donnée qui en possède le moins.
- Le nombre de chiffres significatifs doit rester le même lors d'un changement d'unité

Ainsi, le résultat de $4,025 \times 1,2$ est 4,83 mais sera écrit 4,8 car le 3 est inconnu pour le physicien.

Q. 4 A partir de la présentation de l'expérience en introduction, déterminez la formule utilisées par les scientifiques pour calculer la distance Tere-Lune? Vous définirez rigoureusement les grandeurs physiques utilisées.



Q. 5 Pour calculer la distance Terre-Lune (indiquée figure 1) les scientifiques utilisent la valeur de la vitesse de la lumière $c=299\,792\,458\,$ m/s. Déterminez le nombre de chiffres significatifs de ces deux valeurs



Q. 6 En déduire le nombre de chiffres significatifs de la durée de l'allerretour Terre-Lune par la lumière.

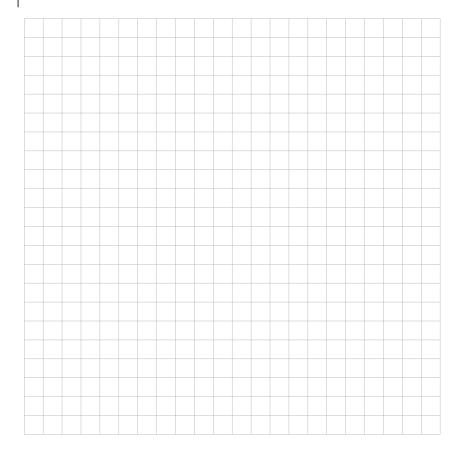


La Célérité de la Lumière

Exercice (0.1)

La lumière est une onde se propageant dans le vide à la vitesse $c=299\,792\,458\,$ m.s⁻¹. Cette grandeur physique se nomme célérité et est aujourd'hui non pas une mesure mais une constante fixe utilisée pour définir certaines unités.

- 1. Quelle est le nombre de chiffres significatifs dans l'écriture de la célérité ci-dessus.
- 2. Ecrire la célérité de la lumière en m/s avec 2,4, 6 et 8 chiffres significatifs en utilisant l'écriture scientifique.
- 3. Ecrire la célérité de la lumière en km/h avec le maximum de chiffres significatifs en utilisant l'écriture scientifique.
- 4. Donnez l'ordre de grandeur de la célérité de la lumière en km/h et m/s.



EXPRIMER ET CALCULER UNE GRANDEUR PHYSIQUE

Méthode (0.2)

- ① Le début d'un calcul est souvent un théorème, ou une formule à connaître par coeur. Il faut énoncé son nom (si il existe), les hypothèses associées ainsi que la formule mathématiques.
- ② Il est important de repérer dans la formule de départ les grandeurs physiques connues, celles inconnues que l'on souhaite éliminer, et la grandeur physique recherchée que l'on souhaite isoler*.
- ③ Les étapes des calculs peuvent être de simples opérations mathématiques (addition, soustraction, division etc...) ou des combinaisons de plusieurs formules, il faut alors préciser l'origine de toutes les formules utilisées. Si un théorème est utilisé lors des calculs, il doit aussi être énoncé avec ses hypothèses.
 - → Dans une succession de calculs, il ne faut jamais remplacer le symbole des grandeurs par leur valeur numérique car on perdrait l'information sur la dimension.
- Le résultat du calculs doit être encadré afin d'en montrer l'aboutissement avec la grandeur physique recherchée à gauche du signe égale.
- ⑤ Lorsque cela est possible, il faut conclure avec l'application numérique : on écrit la valeur de la grandeur physique recherchéeselon l'écriture scientifique et avec son unité.

0.1.2 Dimensions et unités des grandeurs physiques

Nous venons de voir que les grandeurs physiques sont des propriétés *mesu-rables* de la nature. Elle peuvent être très différentes : la taille d'une planète et d'une molécule sont différentes de plusieurs ordres de grandeurs et ne sont pas toutes *comparables*. Effectivement, comment comparer la taille d'une planète avec la durée d'une journée?

Nous allons introduire ici les échelles de comparaison, ou étalons de mesure pour des grandeurs comparables.

Unité de mesure ♥

Définition (0.5)

Une unité physique est un *étalon* de mesure, c'est-à-dire un objet*servant de référence et permettant la comparaison d'objets similaires. Une grandeur physique est ainsi exprimée comme un multiple de cet étalon.

Si la hauteur d'une maison est de 6 mètre, cela signifie que la maison est 6 fois plus grande que l'étalon du mètre.

*Le terme objet est ici à prendre au sens très large. Par exemple jusqu'en 2019, l'étalon du kilogramme était un cylindre en alliage métallique conservé dans une atmosphère parfaitement controlée alors que l'étalon du kelvin était défini à partir du point triple de l'eau.

Homogénéité ♥

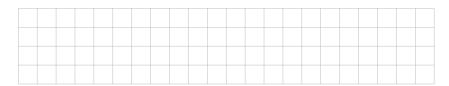
Définition (0.6)

Lorsque deux grandeurs physique peuvent être comparer (plus grande que, plus petite que, égalité), soustraites ou sommées on dit qu'elles sont homogènes. Un ensemble de grandeurs physiques homogènes forment une dimension notée entre crochet : [A] = "dimension de A"

Ainsi il est possible de comparer la taille d'une planète et d'une molécule car elles ont la même dimension. Une durée n'a pas la même dimension, et donc ne peut pas être comparer avec la taille d'une planète.

Pour une dimension donnée, le nombre d'unité possible est infini. Les scientifiques ont donc choisi des étalons standards définissant les unités dites du **système international (S.I.)** pour la plupart des dimensions physiques.

Q. 7 Donnez deux exemples de grandeurs physiques homogènes.



Système international (S.I.)

Définition (0.7)

Le système international définit 7 dimensions et 7 unités. On les appelle *dimensions fondamentales* car elle permettent d'exprimer toutes les autres dimensions dites *composées**, à partir de quotients et/ou produits. Ces 7 dimensions sont :

- Le Temps, noté T, dont l'unité dans le S.I. est la seconde, notée s. Aujourd'hui la seconde est définie à partir d'un grand nombre d'oscillations (9 192 631 770 exactement) entre deux niveaux atomiques du Césium.
- La Longueur, notée L, dont l'unité dans le S.I. est le mètre, noté m. Le mètre est défini comme la distance parcourue par la lumière dans le vide en

 ¹/_c seconde. La célérité de la lumière dans le vide est une constante fondamentale : c = 299 792 458 m/s.
- La Masse, noté M, dont l'unité dans le S.I. est le kilogramme, noté kg. Le kilogramme est défini à l'aide d'une balance de Kible, de la seconde s, du mètre m et de la constante de Planck : $h = 6.626\,070\,15 \times 10^{-34}\,\text{J.s.}$
- L'intensité du courant électrique, noté I dont l'unité dans le S.I. est l'ampère, noté A. L'ampère est défini à partir de la seconde s et de la charge élémentaire e = 1,602 176 634 × 10⁻¹⁹ A.s, portée par les protons.
- La **Température**, noté Θ , dont l'unité dans le S.I. est le kelvin, noté K. Le kelvin est définit à partir de la constante de Boltzmann : $k_B = 1,380 649 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.
- L'intensité lumineuse, noté J, dont l'unité dans le S.I. est le candela, noté Cd. Il s'agit de l'intensité d'une source qui émet, dans une direction données, un rayonnement monochromatique de fréquence 540×10^{12} Hz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est de 1/683 watt par stéradian.
- La **quantité de matière**, noté **N**, dont l'unité dans le S.I. est la mole, notée mol. Elle est définie à partir de la constante d'Avogadro $N_A = 6,022\,140\,76 \times 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$.

Table 1: Les 7 dimensions et unités du Système International. ♥

Dimension	Symbole	Unité S.I.
Temps	T	seconde (s)
Longueur	L	mètre (m)
Masse	M	kilogramme (kg)
Intensité élec.	I	ampère (A)
Température	Θ	kelvin (K)
Intensité lum.	J	candela (Cd)
Quantité de mat.	N	mole (mol)

0.2 Analyse dimensionnelle

Les lois physiques sont toutes homogènes

Homogénéité des lois physiques ♥

Théorème (0.1)

Toutes les lois de la pyhsique-chimie s'exprime de façon homogène. On ne peut sommer, soustraire ou égaliser que des grandeurs physiques homogènes.

On peut en déduire que si une expression mathématique ne vérifie pas l'homogénéité de toutes ces parties, elle n'a pas de sens physique!

OPÉRATIONS MATHÉMATIQUES ET DIMENSIONS

Méthode (0.3)

En physique, nous ne remplacerons jamais une grandeur physique par sa valeur numérique dans un calcul. Ainsi, une valeur numérique dans un calcul est sans dimension: $[2] = [10] = ... = 1, a \in \mathbb{R}$.

Certaines opérations mathématiques peuvent changer la dimension. Ainsi le produit de deux longueur n'a pas la dimension d'une longueur. Il faut retenir que:

$$\bullet \ [A \times B] = [A] \times [B]$$

$$\bullet \left[\frac{A}{B}\right] = \frac{[A]}{[B]}$$

$$\bullet \ [A^p] = [A]^p, p \in \mathbb{Z}$$

•
$$[A \times B] = [A] \times [B]$$
 • $\left[\frac{A}{B}\right] = \frac{[A]}{[B]}$ • $[A^p] = [A]^p, p \in \mathbb{Z}$
• $\left[\frac{dy}{dx}\right] = [y'(x)] = \frac{[y]}{[x]}$ • $\left[\int y(x)dx\right] = [y] \times [x]$ • si $A + B = C$ alors $[A] = [B] = [C]$

$$\bullet \left[\int y(x) dx \right] = [y] \times [x]$$

•
$$si A + B = C$$

alors $[A] = [B] = [C]$

Q. 8 Parmi les formules suivantes déterminez celles qui n'ont pas de sens physique:

$$\boxed{\mathbf{a}} L = d + 1$$

a
$$L = d + 1$$
b $d = v \times \Delta t$ c $v = \frac{d}{L}$ d $d = 2 \times L$ e $d = v + \Delta t$ f $L + d = 1$

$$\boxed{\mathbf{c}}v = \frac{d}{L}$$

$$\boxed{\mathbf{d}} d = 2 \times I$$

$$e d = v + \Delta$$

$$\boxed{\mathbf{f}} L + d =$$

On considère que L et d sont des **Longueurs** L, Δt est un **Temps** T et v est une vitesse.

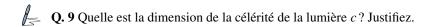
0.2.2 Les grandeurs usuelles en physique-chimie

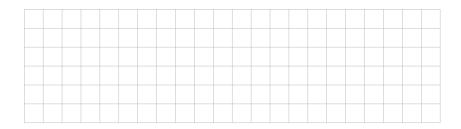
- Une surface S, $[S] = \mathbf{L}^2$ en m² Un volume V, $[V] = \mathbf{L}^3$ en m³ Un angle θ , $[\theta] = 1$ en ou rad

- La masse volumique ρ est la masse d'un certain volume de matière $\rho = \frac{m}{V}$ donc $[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \mathbf{M}.\mathbf{L}^{-3}$ et s'exprime en kg.m $^{-3}$ (on peut aussi utilier le g.m L^{-1} : 1 kg.m 3 = 1 g. L^{-1})
- La masse linéique μ est la masse d'une certaine longueur de fils $\mu = \frac{m}{L}$ donc $[\mu] = \frac{[m]}{[L]} = \mathbf{M}.\mathbf{L}^{-1}$ en kg.m⁻¹ (on peut aussi utilier le g.mm $^{-1}$: 1 kg.m $^{-1}$ = 1 g.mm $^{-1}$)
- La **vitesse** v est la dérivée de la position par rapport au temps $v = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$ donc $[v] = \frac{[x]}{[t]} = \mathbf{L}.\mathbf{T}^{-1}$ en m.s⁻¹
- L'accélération a est la dérivée de la position par rapport à la vitesse $a = \frac{dv}{dt}$ donc $[a] = \frac{[v]}{[t]} = L.T^{-2}$ en m.s⁻²
- Les forces \overrightarrow{F} se retrouvent dans le principe fondamentale de la dynamique $m\overrightarrow{a} = \sum_{i} \overrightarrow{F}_{i}$ donc $\left[\overrightarrow{F}\right] = [m][a] =$ $\mathbf{M.L.T}^{-2}$ et s'exprime en Newton : 1 N = 1 kg.m.s⁻²

Page 7/20

- L'énergie se retrouve dans beaucoupe de formule, notemment celle de l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ donc $[E] = 1[m][v]^2 = \mathbf{M.L}^2.\mathbf{T}^{-2}$ et s'exprime en Joule : 1 J = 1 kg.m²s⁻² = 1 N.m
- La **puissance** \mathcal{P} est la dérivée de l'énergie par rapport au temps $\mathcal{P} = \frac{dE}{dt}$ donc $[\mathcal{P}] = \frac{[E]}{[t]} = \mathbf{M}.\mathbf{L}^2.\mathbf{T}^{-3}$ et s'exprime en Watt : 1 W = 1 kg.m².s⁻³ = 1 J.s⁻¹
- Une **pression** P est une force par unité de surface $P = \frac{F}{S}$ donc $[P] = \frac{[F]}{[S]} = \mathbf{M}.\mathbf{L}^{-1}.\mathbf{T}^{-2}$ et s'exprime en Pascal : 1 Pa = 1 kg.m⁻¹.s⁻²





Q. 10 En France, l'électricité est vendu par Kilowatt-heure (kW.h). Quelle est la dimension de cette unité? Quelle est l'unité dans le Système International de cette dimension? Justifiez.



- La **charge électrique** q se retrouve dans la définition de l'intensité $i = \frac{dq}{dt}$ donc $[q] = [i] \times [dt] = \mathbf{I}.\mathbf{T}$ et s'exprime en Coulomb : 1 = 1 A.s
- La **tension électrique** u se retrouve dans la formule de la puissance électrique $\mathcal{P} = u \times i$ donc $[u] = \frac{[\mathcal{P}]}{[i]} = \mathbf{M}.\mathbf{L}^2.\mathbf{T}^{-3}.\mathbf{I}^{-1}$ et s'exprime en Volt dans le S.I. : $1 \text{ V} = 1 \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-3}.\text{A}^{-1}$
- ◆ EN PRATIQUE on retiendra surtout le tableau 1 présentant les 7 dimensions fondamentales ainsi que les unités dans le S.I. des grandeurs physiques usuelles. Il faut également être capable de les retrouver par le calculs.

Q. 11 La loi des Gaz Parfaits s'écrit PV = nRT ou P, V, n et T sont (respectivement) la pression, le volume, la quantité de matière et la température du gaz. R est une constante appelée constante des Gaz Parfaits. Quelle est la dimension de la constante des Gaz Parfaits?



Q. 12 Completez le tableau suivant renseignant l'unité dans le S.I. ainsi qu'une autre unité des grandeurs physiques usuelles suivantes.

Grandeur physique	Unité S.I	Autre unité		
Force F				
Pression P				
Masse m				
	$\mathrm{m.s}^{-2}$			
Durée t				
	kg.m ⁻¹			
		km.h ⁻¹		
Masse volumique ρ				
Puissance $\mathcal P$				
	V			
Energie E				
Quantité de matière <i>n</i>				

Table 2: Récapitulatif des associations grandeur physique et unité.

0.3 Erreur et incertitude

0.3.1 Comment estimer une incertitude?

La physique-chimie est une science basée principalement sur la mesure expérimentale. Cela permet de confronter les modèles mathématiques à la réalité. Cependant, une mesure n'est jamais parfaite et ne représente pas forcément la *valeur vraie* de la grandeur physique d'intérêt.

Erreur Définition (0.8)

L'erreur est la différence entre la valeur mesurée et la valeur vraie de la grandeur que l'on mesure.

Une erreur peut:

- avoir un caractère aléatoire, par exemple la mesure répétée de la période d'un pendule avec un chronomètre manuel donne des valeurs légèrement différentes.
- être systèmatique et se reproduire pour chaque répétition. Par exemple lors d'un mauvais calibrage d'un outils de mesure, ou si l'outil de mesure possède un échantillonnage (règle graduée, outils numérique ...).
- Q. 13 Des hydrologue mesurent l'évolution du niveau de la Rivière des Marsouins au cours d'une semaine. Pour cela ils utilisent une échelle de niveau d'eau graduée tous les 10cm qu'ils regardent matin et soir. Quelles sont les possible erreur de mesure ? Sont-elles aléatoire ou systématique ?



Incertitude Définition (0.9)

L'incertitude permet de quantifier l'erreur d'une mesure par une valeur numérique. L'incertitude donne ainsi accès à un intervalle autour de la valeur mesurée dans lequel est supposée appartenir la valeur vraie.

Il existe deux types d'incertitudes :

- L'incertitude de type A est une incertitude statistique. Le résultat est calculée à partir de la moyenne de plusieurs mesures et l'incertitude par une méthode statistique.
- L'incertitude de type B regroupe tous les calculs d'incertitudes non statistiques.

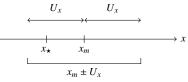


FIGURE 2: Schématisation de l'incertitude u_x d'une mesure x_m par rapport à la *valeur vraie* x_{\star} inconnue.

Incertitude de type A ♥

Méthode (0.4)

Si nous disposons d'une série de mesures, le résultat sera exprimée à partir de la moyenne et l'incertitude de l'écart type de la série de mesure.

Supposons avoir n mesures *indépendantes* $x_1, x_2, x_3...x_n$. Alors le résultat sera exprimée par la moyenne

$$x_{\text{mesur\'ee}} = \overline{x} \pm u_x$$

avec:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 \dots + x_n}{n}$$

et

Attention de ne pas confondre l'écart-type σ et la variance $v = \sigma^2$

$$u_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

L'écart-type sur la moyenne σ se calcule, le plus souvent à l'aide d'un tableur ou de la formule suivante :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})}{n-1}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \dots + (x_n - \overline{x})^2}{n-1}}$$

INCERTITUDE DE TYPE B ♥

Méthode (0.5)

Lorsque nous avons accès à une seule mesure, l'incertitude sera estimée à partir de la méthode ou de l'outil de mesure :

— Pour un appareil à graduation (règle, vis micrométrique etc...) l'incertitude se calcule à partir de la valeur de la graduation q:

$$u_x = \frac{g}{\sqrt{12}}$$

— Pour une mesure optique sur une certaine plage de netteté Δ l'incertitude se calcule à partir de valeur :

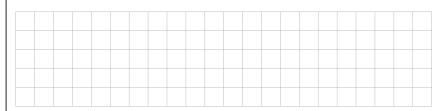
$$u_x = \frac{\Delta}{\sqrt{12}}$$

— Pour un appareil électronique, elle est souvent donnée par le constructeur comme : $\Delta_c\%$ + q-digit. L'incertitude de mesure sur x sera alors :

$$u_x = \frac{\frac{\Delta_c \times x}{100} + 0, 0...q}{\sqrt{3}}$$

Les pointillés sont ici utilisés pour adapté la résolution de l'appreil électronique et l'unité utilisée pour l'incertitude.

Q. 14 Quelle est l'incertitude-type **B** sur la mesure des hydrologue?



INCERTITUDE ÉLARGIE

Définition (0.10)

Il est impossible de savoir si la valeur vraie de la grandeur physique mesurée est effectivement dans l'intervalle d'incertitude. Afin de maximiser la probabilité que cela soit le cas et la confiance en la mesure, nous utiliserons une incertitude élargie : $U_x = k \times u_x$. Le coefficent k dépend du niveau de confiance souhaité. Nous utiliserons un niveau de confiance à 95%.

— Pour une incertitude de type A, on utilisera la méthode de Student. L'incertitude élargie est donnée par :

$$U_x = t_n \times u_x$$

- , ou n est le nombre de mesure de la série et t_n est le coefficient de Student, donné dans le tableau 3 ci-contre.
- Pour une incertitude de type B, on peut montrer que l'incertitude élargie vaut deux fois l'incertitude-type :

$$U_x = 2 \times u_x$$

тст	1 2022	/2023
Nombre de	Coef. de	/ 2023
mesure n	Student t_n	
2	12,7	
3	4,3	
4	3,2	
5	2,8	
6	2,6	
7	2,45	
8	2,37	
9	2,31	
10	2,26	

Table 3: Coefficient de Student t_n à 95%

ECRITURE D'UN RÉSULTAT

Méthode (0.6)

Ainsi, on écrira le résultat d'une mesure : $(x \pm U_x) \times 10^p$ unit L'incertitude a alors la même unité et même puissance de 10 que la mesure.

L'incertitude U_x sera toujours donnée avec un seul chiffre significatif. On ajustera la valeur de la mesure x_m de manière à ce que son dernier chiffre significatif soit à la même position que celui de l'incertitude.

Par exemple:

x
$$R = 12, 2 \pm 0, 521 \Omega$$

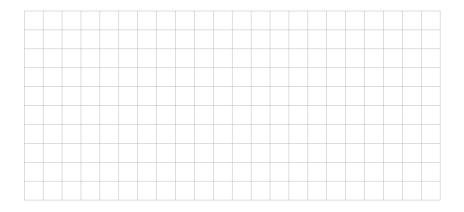
X
$$R = 1220 \pm 0.5 \Omega$$



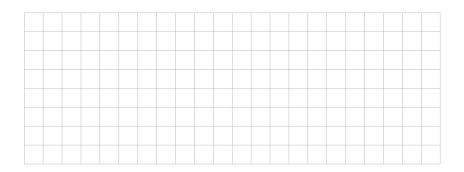
Q. 15 Identifiez les problèmes des exemples précédents.



Q. 16 Donnez le résultat de la série de mesures suivante : $x_1 = 384\,400$ km; $x_2 = 385\,500$ km; $x_3 = 385\,550$ km; $x_4 = 385\,125$ km; $x_5 = 384\,300$ km; $x_6 = 384750 km$.



🖊 Q. 17 Le résultat est-il concordant avec la valeur de la distance Terre-Lune moyenne $D_{TL} = 384\,400\,\mathrm{km}$? Proposez une explication?



0.3.2 Comment propager une incertitude?

DÉTERMINER UNE GRANDEUR PHYSIQUE ne se fait pas uniquement pas la mesure, mais également à la suite d'une calcul mathématiques. Comment les incertitudes se propage d'une mesure à une grandeur calculée ?

Composition des incertitudes A et B

Méthode (0.7)

Dans le cas où l'on dispose d'une série de mesures et que chacune d'entre elles est affectée d'une incertitude de type B, on obtient l'incertitude-type composée :

$$u_x = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

PROPAGATION DES INCERTITUDES

Méthode (0.8)

Lorsque x se par calcul à partir de y et z connues avec une incertitude-type, la valeur de x est elle aussi entachée d'incertitude. Le calcul de u_x se fait à partir de u_y et u_z :

- Si
$$x = y + z$$
 ou $x = y - z$ Alors $u_x = \sqrt{u_y^2 + u_z^2}$
- Si $x = y \times z$ ou $x = \frac{y}{z}$ Alors $\frac{u_x}{x} = \sqrt{\left(\frac{u_y}{y}\right)^2 + \left(\frac{u_z}{z}\right)^2}$
- Si $x = y^n$ Alors $\frac{u_x}{x} = n\frac{u_y}{y}$

0.3.3 Comment analyser une mesure?

Une mesure expérimentale et son incertitude peut être comparer à une valeur de référence ou un autre mesure à l'aide de l'écart normalisé.

ECART NORMALISÉ

Définition (0.11)

L'écart normalisé est un paramètre permettant d'évaluer si la différence entre 2 valeurs est significative ou non.

L'écart normalisé entre deux valeurs x_1 et x_2 est :

$$\mathcal{E} = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{U_{x_1}^2 + U_{x_2}^2}}$$

Un écart normalisé trop grand indique une possible incompatibilité des deux valeurs x_1 et x_2 , ou des incertitudes U_{x_1} et U_{x_2} . Dans le cas contraire où l'écart normalisé est inférieur à 2 les deux valeurs sont compatibles.

Q. 18 Calculez l'écart normalisé des deux mesures suivantes : $D_{TL} = 3,845 \times 10^5 \pm 0,007$ km et $D_{TL} = 3,860 \times 10^5 \pm 0,006$ km. Commentez.



0.4 Représentation d'une grandeur physique

0.4.1 Différent type de grandeur physique

GRANDEUR PHYSIQUE SCALAIRE OU VECTORIELLE

Définition (0.12)

Une grandeur physique peut être une grandeur scalaire, c'est-à-dire un nombre réel. Par exemple, l'intensité électrique, la température, la masse volumique sont des grandeurs physique scalaire. Une grandeur physique scalaire est décritent par une seule valeur numérique, et une unité.

Il existe aussi des grandeurs vectorielles : ce sont des vecteurs. Par exemple, la vitesse, les forces sont des grandeurs physiques vectorielles qui appartiennent à l'espace à 3 dimension. Elle est décrite par son orientation (sens et direction) en plus de leur norme et unité.

Dans l'espace réel à 3 dimensions, une grandeur vectorielle est réprésenté par 3 valeurs numériques et une même unité. Ces trois valeurs numériques représente la grandeur physique dans les trois dimensions de l'espace.

Q. 19 Classez les grandeurs physiques suivantes selon si ce sont des grandeurs scalaire ou vectorielle : un volume, une quantité de matière, une masse, la position d'un ballon, le champs électrique, la pression, la vitesse d'un objet, une force, une puissance, une énergie, le champs magnétique.

Grandeur vectorielle Grandeur scalaire

0.4.2 Evolution à une dimension d'une grandeur scalaire

EN PHYSIQUE-CHIMIE, nous nous intéresserons souvent à l'évolution des grandeurs physiques en fonction d'une variable d'étude. Par exemple, on peut étudier la variation de la *distance Terre-Lune* au cours du *temps*. Le temps est ici la variable d'étude et la distance Terre-Lune la grandeur physique dont nous voulons connaître l'évolution.

Pour représentez cette évolution, deux choix s'offre à nous : un tableau ou un graphique. Le tableau simple à comprendre permet de fournir les valeurs numériques précises utile pour une utilisation postérieur. Le graphique permet d'analyser facilement l'évolution de la grandeur physique. C'est une réprésentation souvent pertinente, mais il faut faire attention aux échelles, aux noms et unités des axes.

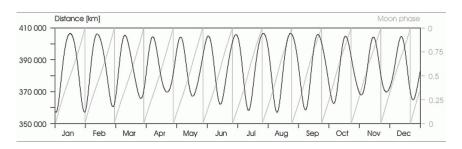
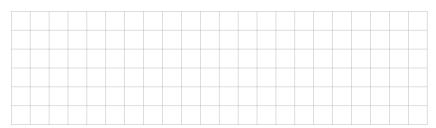
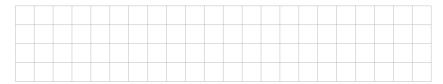


FIGURE 3: Distance Terre-Lune au cours d'une année en trait noir. Phase de la lune en trait gris. (0 ou 1 – nouvelle Lune, 0,25 - premier quartier, 0,5 - pleine lune, 0.75 - dernier quartier).

Q. 20 Quelle sont les dimensions et unités de tous les axes du graphique figure 3?



Q. 21 Donnez quatre termes adaptés pour décrire l'évolution d'une grandeur physique. Lequel caractérise l'évolution de la distance Terre-Lune?



Q. 22 Completez les figures suivantes.

y (kg.m ⁻³)	x (Ø)
798	0,0
810	0,1
831	0,2
852	0,3
873	0,4
894	0,5
916	0,6
937	0,7
958	0,8
979	0,9
1000	1,0

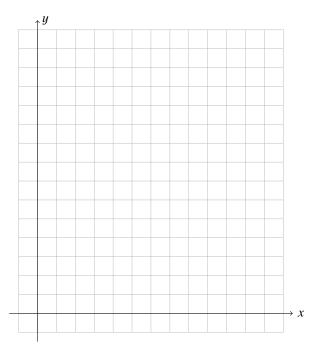


FIGURE 4: Masse volumique du mélange eauéthanol.

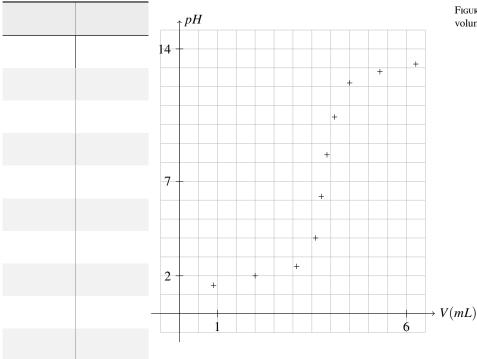


Figure 5: Evolution du pH en fonction du volume ajouté de réactif titrant.

0.4.3 Représentation d'un grandeur scalaire

Q. 23 La représentation d'une grandeur physique vectorielle sera plus compliquée. Par exemple, dans un cyclone les vents tournent de plus en plus vite lorsqu'on s'éloigne de l'oeil. Dans un tuyau de canalisation, la vitesse de l'eau est la plus grande au centre du tuyau. Proposez une représentation graphique de ces deux exemples. Vous ferez attention à indiquer l'échelle de ce que vous représentez.

TODO: Dépendance d'une grandeur physique en fonction de l'espace et caractère vectorielle ou scalaire.



0.5 Outils Mathématiques

0.5.1 Trigonométrie

Théorène de Pythagore

Théorème (0.2)

Dans un **triangle rectangle**, le carré de la longueur de l'hypoténuse (côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

FORMULAIRE DE TRIGONOMÉTRIE

Méthode (0.9)

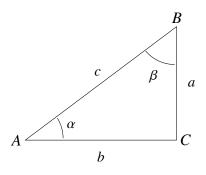
•
$$\sin \alpha = \frac{\text{opp.}}{\text{hyp.}} = \frac{a}{c}$$
 • $\cos \alpha = \frac{\text{adj.}}{\text{hyp.}} = \frac{b}{c}$ • $\tan \alpha = \frac{\text{opp.}}{\text{adj.}} = \frac{a}{b}$
• $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 = \frac{a^2 + b^2}{c^2}$ • $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
• $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{b}{c} = \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{a}{c} = \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha} \end{cases}$

Projections ♥

Méthode (0.10)

En physique, nous utiliserons très souvent la projection d'un vecteur sur deux axes. Cela permet d'exprimé le vecteur \overrightarrow{v} comme la somme de deux composantes à l'aide de la norm v du vecteur \overrightarrow{v} et de l'angle θ :

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v_x} \overrightarrow{i} + \overrightarrow{v_y} \overrightarrow{j}$$



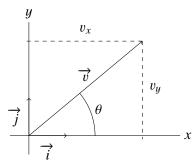


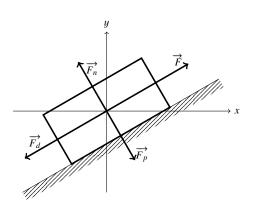
FIGURE 6: Projection du vecteur \overrightarrow{v} sur les axes (x,y) décrit par les vecteur $(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$. On peut écrire, $\overrightarrow{v}=v_x\overrightarrow{i}+v_y\overrightarrow{j}$

$$\begin{cases} v_x &= ||v|| \times \cos \theta \\ v_y &= ||v|| \times \sin \theta \end{cases}$$

Q. 24 Completez le schéma ci-contre afin d'identifier les projections des vecteurs \overrightarrow{F}_d et \overrightarrow{F}_n . Vous trouverez un angle *bien choisi*.

Q. 25 Donnez l'expression des coordonnées des vecteurs \overrightarrow{F}_p et \overrightarrow{F}

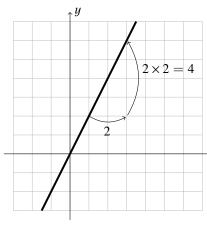


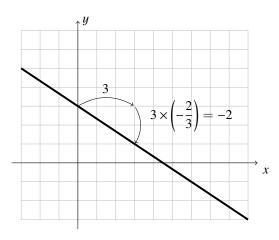


0.5.2 Les fonctions usuelles

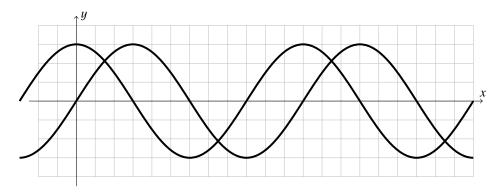
• Linéiare :
$$f(x) = a \times x, a \in \mathbb{R}$$

• Affine :
$$f(x) = a \times x + b, (a, b) \in \mathbb{R}$$



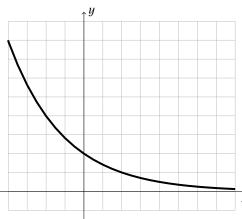


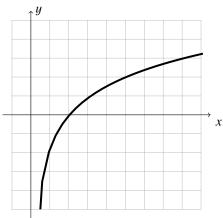
• Sinusoïdale : $f(x) = A \times \sin(x), A \in \mathbb{R}$ ou $f(x) = A \times \cos(x), A \in \mathbb{R}$



• **Exponentielle** : $f(x) = e^{-(x/\tau)}, \tau \in \mathbb{R}^+$

• Logarithme : $f(x) = A + \ln(x), A \in \mathbb{R}$





Q. 26 Donnez l'équation des deux premières fonctions mathématiques représentée ci-dessus.



Q. 27 Identifiez la courbe réprésentative de la fonction *cosinus* et celle de la fonction *sinus*. Quelle est la valeur de A?



Q. 28 Completez les graphiques des fonctions exponentiel et logarithme afin d'identifier la valeur de τ et A.



0.5.3 Calcul littéral

Le premier niveau de résolution concerne les équations de proportionnalité à seulement trois paramètres du type : $a = \frac{b}{c}$. Il faut savoir rapidement passer d'une forme à une autre :

N'oubliez pas que *a*, *b* et *c* représente n'importe quelle grandeur physique, une vitesse, une intensité, énergie, pression etc...

Un peu de maths

Exercice (0.2)

Dans les expressions suivantes isolez la grandeur physique identifiée en gras :

$$1. D_m = 2\mathbf{i} - A$$

$$2. \frac{1}{p'} - \frac{1}{\mathbf{p}} = \frac{1}{f'}$$

$$3. E - R\mathbf{i} - r\mathbf{i} - e = 0$$

4.
$$2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$5. n = A + \frac{\mathbf{B}}{\lambda^2}$$

$$6. n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(\mathbf{i_2})$$

$$7. \frac{\omega_0}{\mathbf{Q}} = \frac{1}{RC}$$

$$8. p = \frac{\mathbf{V_0}^2 \sin(2\alpha)}{a}$$

1.
$$D_m = 2\mathbf{i} - A$$
 2. $\frac{1}{p'} - \frac{1}{\mathbf{p}} = \frac{1}{f'}$ 3. $E - R\mathbf{i} - r\mathbf{i} - e = 0$
4. $2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 5. $n = A + \frac{\mathbf{B}}{\lambda^2}$ 6. $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$
7. $\frac{\omega_0}{\mathbf{Q}} = \frac{1}{RC}$ 8. $p = \frac{\mathbf{V_0}^2 \sin(2\alpha)}{g}$ 9. $E_{pe} = \frac{1}{2}\mathbf{k}(l - l_0)^2 + c$

