

Les indispensables de la physique-chimie

0.1	La physique-chimie par la mesure et le calcul	2
0.1.1	Ecriture d'un résultat numérique	2
0.1.2	Dimensions et unités des grandeurs physiques	5
0.2	Analyse dimensionnelle	7
0.2.1	Les lois physiques sont toutes homogènes	7
0.2.2	Les grandeurs usuelles en physique-chimie	7
0.3	Erreur et incertitude	9
0.3.1	Comment estimer une incertitude ?	9
0.3.2	Comment propager une incertitude ?	13
0.3.3	Comment analyser une mesure ?	13
0.4	Représentation d'une grandeur physique	14
0.4.1	Différent type de grandeur physique	14
0.4.2	Evolution à une dimension d'une grandeur scalaire	15
0.4.3	Représentation d'un grandeur scalaire	16
0.5	Outils Mathématiques	17
0.5.1	Trigonométrie	17
0.5.2	Les fonctions usuelles	18
0.5.3	Calcul littéral	19

Ce chapitre présente un ensemble de notions primordiales pour comprendre et retenir rapidement les chapitres de la première année de TSI. Nous retrouverons les notions de grandeur physique et d'unité, de mesures et d'incertitudes mais aussi des rappels de mathématiques.

Les exemples seront inspirés de la mesure de la distance Terre-Lune à l'aide d'une émission laser. Différentes missions spatiales, comme Apollo 15 (Américains) et Lunokhod 1 et 2 (Russes/Français), ont installé sur la Lune des réflecteurs capables de réfléchir précisément et efficacement la lumière. Ainsi un rayon laser émis depuis la Terre peut traverser l'espace entre ces deux astres et revenir en direction d'un capteur sur Terre. Le temps de parcours de la lumière nous permet de déterminer la distance Terre-Lune avec une grande précision et d'en déduire que la Lune n'a pas une trajectoire circulaire mais elliptique, comme représentée sur la figure 1. Cette technique s'appelle la télémétrie laser.

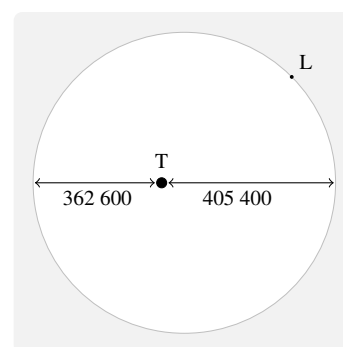


FIGURE 1: Trajectoire de la Lune (L) autour de la Terre (T). Les distances sont exprimées en km et les deux astres et de la trajectoire sont à l'échelle (environ 100 000 km : 1cm)

ECRITURE SCIENTIFIQUE ♥

Définition (0.3)

L'écriture scientifique permet d'écrire les grands et petits nombre à l'aide de puissance de 10 et d'un nombre décimale compris entre 1 et 10. Ainsi la valeur de toutes les grandeurs physique s'écrit sous la forme : $a \times 10^b$, $a \in [1, 10]$ et $b \in \mathbb{Z}$

Ainsi, 0,0543 s'écrit selon l'écriture scientifique $5,43 \times 10^{-2}$, et 932 s'écrit $9,32 \times 10^2$.

ON REMARQUE que l'écriture scientifique conserve les chiffres important : ceux après les premiers zéro qui donne du sens à la valeur numérique. Ce sont les chiffres significatifs.


CHIFFRES SIGNIFICATIFS ♥

Définition (0.4)

Les chiffres significatifs sont les chiffres connus avec certitude ou dans un intervalle d'incertitude connu. Leur nombre indique la précision de la mesure.

Le nombre de chiffres significatifs est le nombre de chiffres écrit *après* d'éventuels zéros. Par exemple :

- $L = 9876$ mm a 4 chiffres significatifs.
- $L = 0,050$ m a 2 chiffres significatifs.


 **Q. 3** Quel est le nombre de chiffres significatifs de 0,014 - 98,10 - 255 et 0,20.

ECRITURE D'UN CALCUL ♥

Méthode (0.1)

- Le résultat numérique d'un calcul doit être exprimé avec le nombre de chiffres significatifs de la donnée qui en possède le moins.
- Le nombre de chiffres significatifs doit rester le même lors d'un changement d'unité.

Ainsi, le résultat de $4,025 \times 1,2$ est 4,83 mais sera écrit 4,8 car le 3 est inconnu pour le physicien.

 **Q. 4** A partir de la présentation de l'expérience en introduction, déterminez la formule utilisées par les scientifiques pour calculer la distance Tere-Lune ? Vous définirez rigoureusement les grandeurs physiques utilisées.

12,84^{MATHS} = 12,840

PHYSIQUE
12,84 \neq 12,840

EXPRIMER ET CALCULER UNE GRANDEUR PHYSIQUE**Méthode (0.2)**

- ① Le début d'un calcul est souvent un théorème, ou une formule à connaître par coeur. Il faut énoncé son nom (si il existe), les hypothèses associées ainsi que la formule mathématiques.
- ② Il est important de repérer dans la formule de départ les grandeurs physiques connues, celles inconnues que l'on souhaite éliminer, et la grandeur physique recherchée que l'on souhaite isoler*.
- ③ Les étapes des calculs peuvent être de simples opérations mathématiques (addition, soustraction, division etc...) ou des combinaisons de plusieurs formules, il faut alors préciser l'origine de toutes les formules utilisées. Si un théorème est utilisé lors des calculs, il doit aussi être énoncé avec ses hypothèses.
 - Dans une succession de calculs, il ne faut jamais remplacer le symbole des grandeurs par leur valeur numérique car on perdrait l'information sur la dimension.
- ④ Le résultat du calculs doit être encadré afin d'en montrer l'aboutissement avec la grandeur physique recherchée à gauche du signe égale.
- ⑤ Lorsque cela est possible, il faut conclure avec l'application numérique : on écrit la valeur de la grandeur physique recherchéeselon l'écriture scientifique et avec son unité.

0.1.2 Dimensions et unités des grandeurs physiques

NOUS VENONS DE VOIR que les grandeurs physiques sont des propriétés *mesurables* de la nature. Elle peuvent être très différentes : la taille d'une planète et d'une molécule sont différentes de plusieurs ordres de grandeurs et ne sont pas toutes *comparables*. Effectivement, comment comparer la taille d'une planète avec la durée d'une journée ?

Nous allons introduire ici les échelles de comparaison, ou étalons de mesure pour des grandeurs comparables.

UNITÉ DE MESURE ♥**Définition (0.5)**

Une unité physique est un *étalon* de mesure, c'est-à-dire un objet* servant de référence et permettant la comparaison d'objets similaires. Une grandeur physique est ainsi exprimée comme un multiple de cet étalon.

Si la hauteur d'une maison est de 6 mètre, cela signifie que la maison est 6 fois plus grande que l'étalon du mètre.

*Le terme objet est ici à prendre au sens très large. Par exemple jusqu'en 2019, l'étalon du kilogramme était un cylindre en alliage métallique conservé dans une atmosphère parfaitement contrôlée alors que l'étalon du kelvin était défini à partir du point triple de l'eau.

HOMOGENÉITÉ ♥**Définition (0.6)**

Lorsque deux grandeurs physique peuvent être comparer (plus grande que, plus petite que, égalité), soustraites ou sommées on dit qu'elles sont homogènes. Un ensemble de grandeurs physiques homogènes forment une dimension notée entre crochet : $[A]$ = "dimension de A"

Ainsi il est possible de comparer la taille d'une planète et d'une molécule car elles ont la même dimension. Une durée n'a pas la même dimension, et donc ne peut pas être comparer avec la taille d'une planète.



Définition (0.7)

TABLE 1: Les 7 dimensions et unités du Système International. ♥

Dimension	Symbole	Unité S.I.
Temps	T	seconde (s)
Longueur	L	mètre (m)
Masse	M	kilogramme (kg)
Intensité élec.	I	ampère (A)
Température	Θ	kelvin (K)
Intensité lum.	J	candela (Cd)
Quantité de mat.	N	mole (mol)

0.2 Analyse dimensionnelle

0.2.1 Les lois physiques sont toutes homogènes

HOMOGENÉITÉ DES LOIS PHYSIQUES ♥

Théorème (0.1)

Toutes les lois de la physique-chimie s'exprime de façon homogène. On ne peut sommer, soustraire ou égaliser que des grandeurs physiques homogènes.

On peut en déduire que si une expression mathématique ne vérifie pas l'homogénéité de toutes ces parties, elle n'a pas de sens physique !


OPÉRATIONS MATHÉMATIQUES ET DIMENSIONS

Méthode (0.3)

En physique, nous ne remplacerons jamais une grandeur physique par sa valeur numérique dans un calcul. Ainsi, une valeur numérique dans un calcul est sans dimension : $[2] = [10] = \dots = 1, a \in \mathbb{R}$.

Certaines opérations mathématiques peuvent changer la dimension. Ainsi le produit de deux longueur n'a pas la dimension d'une longueur. Il faut retenir que :

- $[A \times B] = [A] \times [B]$
- $\left[\frac{A}{B}\right] = \frac{[A]}{[B]}$
- $[A^p] = [A]^p, p \in \mathbb{Z}$
- $\left[\frac{dy}{dx}\right] = [y'(x)] = \frac{[y]}{[x]}$
- $\left[\int y(x)dx\right] = [y] \times [x]$
- si $A + B = C$ alors $[A] = [B] = [C]$

 **Q. 8** Parmi les formules suivantes déterminez celles qui n'ont pas de sens physique :


a $L = d + 1$	b $d = v \times \Delta t$	c $v = \frac{d}{L}$
d $d = 2 \times L$	e $d = v + \Delta t$	f $L + d = 1$


On considère que L et d sont des **Longueurs L**, Δt est un **Temps T** et v est une **vitesse**.

0.2.2 Les grandeurs usuelles en physique-chimie

- Une **surface** S , $[S] = \mathbf{L}^2$ en m^2
- Un **volume** V , $[V] = \mathbf{L}^3$ en m^3
- Un **angle** θ , $[\theta] = 1$ en ou rad
- La **masse volumique** ρ est la masse d'un certain volume de matière $\rho = \frac{m}{V}$ donc $[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \mathbf{M.L}^{-3}$ et s'exprime en kg.m^{-3} (on peut aussi utiliser le g.mL^{-1} : $1 \text{ kg.m}^3 = 1 \text{ g.L}^{-1}$)
- La **masse linéique** μ est la masse d'une certaine longueur de fils $\mu = \frac{m}{L}$ donc $[\mu] = \frac{[m]}{[L]} = \mathbf{M.L}^{-1}$ en kg.m^{-1} (on peut aussi utiliser le g.mm^{-1} : $1 \text{ kg.m}^{-1} = 1 \text{ g.mm}^{-1}$)
- La **vitesse** v est la dérivée de la position par rapport au temps $v = \frac{dx(t)}{dt}$ donc $[v] = \frac{[x]}{[t]} = \mathbf{L.T}^{-1}$ en m.s^{-1}
- L'**accélération** a est la dérivée de la vitesse par rapport à la position $a = \frac{dv}{dt}$ donc $[a] = \frac{[v]}{[t]} = \mathbf{L.T}^{-2}$ en m.s^{-2}
- Les **forces** \vec{F} se retrouvent dans le principe fondamentale de la dynamique $m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$ donc $[\vec{F}] = [m][a] = \mathbf{M.L.T}^{-2}$ et s'exprime en Newton : $1 \text{ N} = 1 \text{ kg.m.s}^{-2}$


- L'**énergie** se retrouve dans beaucoup de formule, notamment celle de l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ donc $[E] = 1[m][v]^2 = \mathbf{M.L^2.T^{-2}}$ et s'exprime en Joule : $1 \text{ J} = 1 \text{ kg.m}^2\text{s}^{-2} = 1 \text{ N.m}$
- La **puissance** \mathcal{P} est la dérivée de l'énergie par rapport au temps $\mathcal{P} = \frac{dE}{dt}$ donc $[\mathcal{P}] = \frac{[E]}{[t]} = \mathbf{M.L^2.T^{-3}}$ et s'exprime en Watt : $1 \text{ W} = 1 \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-3} = 1 \text{ J.s}^{-1}$
- Une **pression** P est une force par unité de surface $P = \frac{F}{S}$ donc $[P] = \frac{[F]}{[S]} = \mathbf{M.L^{-1}.T^{-2}}$ et s'exprime en Pascal : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$

 **Q.9** Quelle est la dimension de la célérité de la lumière c ? Justifiez.


 **Q. 10** En France, l'électricité est vendue par Kilowatt-heure (kW.h). Quelle est la dimension de cette unité ? Quelle est l'unité dans le Système International de cette dimension ? Justifiez.

- La **charge électrique** q se retrouve dans la définition de l'intensité $i = \frac{dq}{dt}$ donc $[q] = [i] \times [dt] = \mathbf{I.T}$ et s'exprime en Coulomb : $1 \text{ C} = 1 \text{ A.s}$
- La **tension électrique** u se retrouve dans la formule de la puissance électrique $\mathcal{P} = u \times i$ donc $[u] = \frac{[\mathcal{P}]}{[i]} = \mathbf{M.L^2.T^{-3}.I^{-1}}$ et s'exprime en Volt dans le S.I. : $1 \text{ V} = 1 \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-3}.\text{A}^{-1}$

♥ EN PRATIQUE on retiendra surtout le tableau 1 présentant les 7 dimensions fondamentales ainsi que les unités dans le S.I. des grandeurs physiques usuelles. Il faut également être capable de les retrouver par le calculs.

 **Q. 11** La loi des Gaz Parfaits s'écrit $PV = nRT$ ou P , V , n et T sont (respectivement) la pression, le volume, la quantité de matière et la température du gaz. R est une constante appelée constante des Gaz Parfaits. Quelle est la dimension de la constante des Gaz Parfaits ?



 **Q. 12** Complétez le tableau suivant renseignant l'unité dans le S.I. ainsi qu'une autre unité des grandeurs physiques usuelles suivantes.

Grandeur physique	Unité S.I	Autre unité
Force F		
Pression P		
Masse m		
	m.s^{-2}	
Durée t		
	kg.m^{-1}	
		km.h^{-1}
Masse volumique ρ		
Puissance \mathcal{P}		
	V	
Energie E		
Quantité de matière n		

TABLE 2: Récapitulatif des associations grandeur physique et unité.

0.3 Erreur et incertitude

0.3.1 Comment estimer une incertitude ?

LA PHYSIQUE-CHIMIE est une science basée principalement sur la mesure expérimentale. Cela permet de confronter les modèles mathématiques à la réalité. Cependant, une mesure n'est jamais parfaite et ne représente pas forcément la *valeur vraie* de la grandeur physique d'intérêt.

ERREUR**Définition (0.8)**

L'erreur est la différence entre la valeur mesurée et la valeur vraie de la grandeur que l'on mesure.

Une erreur peut :

- avoir un caractère aléatoire, par exemple la mesure répétée de la période d'un pendule avec un chronomètre manuel donne des valeurs légèrement différentes.
- être systématique et se reproduire pour chaque répétition. Par exemple lors d'un mauvais calibrage d'un outils de mesure, ou si l'outil de mesure possède un échantillonnage (règle graduée, outils numérique ...).



Q. 13 Des hydrologue mesurent l'évolution du niveau de la Rivière des Marsouins au cours d'une semaine. Pour cela ils utilisent une échelle de niveau d'eau graduée tous les 10cm qu'ils regardent matin et soir. Quelles sont les possible erreur de mesure ? Sont-elles aléatoire ou systématique ?

**INCERTITUDE****Définition (0.9)**

L'incertitude permet de quantifier l'erreur d'une mesure par une valeur numérique. L'incertitude donne ainsi accès à un intervalle autour de la valeur mesurée dans lequel est supposée appartenir la valeur vraie.

Il existe deux types d'incertitudes :

- L'incertitude de type **A** est une incertitude statistique. Le résultat est calculée à partir de la moyenne de plusieurs mesures et l'incertitude par une méthode statistique.
- L'incertitude de type **B** regroupe tous les calculs d'incertitudes non statistiques.

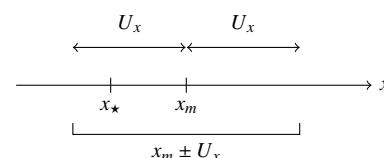


FIGURE 2: Schématisation de l'incertitude u_x d'une mesure x_m par rapport à la valeur vraie x_* inconnue.

INCERTITUDE DE TYPE A ♥**Méthode (0.4)**

Si nous disposons d'une série de mesures, le résultat sera exprimée à partir de la moyenne et l'incertitude de l'écart type de la série de mesure.

Supposons avoir n mesures *indépendantes* $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Alors le résultat sera exprimée par la moyenne

$$x_{\text{mesurée}} = \bar{x} \pm u_x$$

avec :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 \dots + x_n}{n}$$

et

Attention de ne pas confondre l'écart-type σ et la variance $v = \sigma^2$

$$u_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

L'écart-type sur la moyenne σ se calcule, le plus souvent à l'aide d'un tableur ou de la formule suivante :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

INCERTITUDE DE TYPE B ♥

Méthode (0.5)

Lorsque nous avons accès à une seule mesure, l'incertitude sera estimée à partir de la méthode ou de l'outil de mesure :

- Pour un appareil à graduation (règle, vis micrométrique etc...) l'incertitude se calcule à partir de la valeur de la graduation g :

$$u_x = \frac{g}{\sqrt{12}}$$


- Pour une mesure optique sur une certaine plage de netteté Δ l'incertitude se calcule à partir de valeur :

$$u_x = \frac{\Delta}{\sqrt{12}}$$

- Pour un appareil électronique, elle est souvent donnée par le constructeur comme : $\Delta_c\% + q\text{-digit}$. L'incertitude de mesure sur x sera alors :

$$u_x = \frac{\frac{\Delta_c \times x}{100} + 0,0\dots q}{\sqrt{3}}$$

Les pointillés sont ici utilisés pour adapter la résolution de l'appareil électronique et l'unité utilisée pour l'incertitude.

 **Q. 14** Quelle est l'incertitude-type B sur la mesure des hydrologue ?

INCERTITUDE ÉLARGIE

Définition (0.10)

Il est impossible de savoir si la *valeur vraie* de la grandeur physique mesurée est effectivement dans l'intervalle d'incertitude. Afin de maximiser la probabilité que cela soit le cas et la confiance en la mesure, nous utiliserons une incertitude élargie : $U_x = k \times u_x$. Le coefficient k dépend du niveau de confiance souhaité. Nous utiliserons un niveau de confiance à 95%.

- Pour une incertitude de type A, on utilisera la méthode de Student. L'incertitude élargie est donnée par :

$$U_x = t_n \times u_x$$



0.3.2 Comment propager une incertitude ?

DÉTERMINER UNE GRANDEUR PHYSIQUE ne se fait pas uniquement pas la mesure, mais également à la suite d'une calcul mathématiques. Comment les incertitudes se propage d'une mesure à une grandeur calculée ?

COMPOSITION DES INCERTITUDES A ET B

Méthode (0.7)

Dans le cas où l'on dispose d'une série de mesures et que chacune d'entre elles est affectée d'une incertitude de type B, on obtient l'incertitude-type composée :

$$u_x = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

PROPAGATION DES INCERTITUDES

Méthode (0.8)

Lorsque x se par calcul à partir de y et z connues avec une incertitude-type, la valeur de x est elle aussi entachée d'incertitude. Le calcul de u_x se fait à partir de u_y et u_z :

— Si $x = y + z$ ou $x = y - z$ Alors $u_x = \sqrt{u_y^2 + u_z^2}$

— Si $x = y \times z$ ou $x = \frac{y}{z}$ Alors $\frac{u_x}{x} = \sqrt{\left(\frac{u_y}{y}\right)^2 + \left(\frac{u_z}{z}\right)^2}$

— Si $x = y^n$ Alors $\frac{u_x}{x} = n \frac{u_y}{y}$

0.3.3 Comment analyser une mesure ?

Une mesure expérimentale et son incertitude peut être comparer à une valeur de référence ou un autre mesure à l'aide de l'écart normalisé.

ECART NORMALISÉ


Définition (0.11)

L'écart normalisé est un paramètre permettant d'évaluer si la différence entre 2 valeurs est significative ou non.

L'écart normalisé entre deux valeurs x_1 et x_2 est :

$$\mathcal{E} = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{U_{x_1}^2 + U_{x_2}^2}}$$

Un écart normalisé trop grand indique une possible incompatibilité des deux valeurs x_1 et x_2 , ou des incertitudes U_{x_1} et U_{x_2} . Dans le cas contraire où l'écart normalisé est inférieur à 2 les deux valeurs sont compatibles.

 **Q. 18** Calculez l'écart normalisé des deux mesures suivantes : $D_{TL} = 3,845 \times 10^5 \pm 0,007$ km et $D_{TL} = 3,860 \times 10^5 \pm 0,006$ km. Commentez.

0.4 Représentation d'une grandeur physique

0.4.1 Différent type de grandeur physique


GRANDEUR PHYSIQUE SCALAIRE OU VECTORIELLE

Définition (0.12)

Une grandeur physique peut être une grandeur scalaire, c'est-à-dire un nombre réel. Par exemple, l'intensité électrique, la température, la masse volumique sont des grandeurs physique scalaire. **Une grandeur physique scalaire est décrite par une seule valeur numérique, et une unité.**

Il existe aussi des grandeurs vectorielles : ce sont des vecteurs. Par exemple, la vitesse, les forces sont des grandeurs physiques vectorielles qui appartiennent à l'espace à 3 dimension. Elle est décrite par son orientation (sens et direction) en plus de leur norme et unité.

Dans l'espace réel à 3 dimensions, **une grandeur vectorielle est représentée par 3 valeurs numériques et une même unité**. Ces trois valeurs numériques représente la grandeur physique dans les trois dimensions de l'espace.

 **Q. 19** Classez les grandeurs physiques suivantes selon si ce sont des grandeurs scalaire ou vectorielle : un volume, une quantité de matière, une masse, la position d'un ballon, le champs électrique, la pression, la vitesse d'un objet, une force, une puissance, une énergie, le champs magnétique.

Grandeur vectorielle	Grandeur scalaire

0.4.2 Evolution à une dimension d'une grandeur scalaire

EN PHYSIQUE-CHIMIE, nous nous intéresserons souvent à l'évolution des grandeurs physiques en fonction d'une variable d'étude. Par exemple, on peut étudier la variation de la *distance Terre-Lune* au cours du *temps*. Le temps est ici la variable d'étude et la distance Terre-Lune la grandeur physique dont nous voulons connaître l'évolution.

Pour représenter cette évolution, deux choix s'offrent à nous : un tableau ou un graphique. Le tableau simple à comprendre permet de fournir les valeurs numériques précises utiles pour une utilisation postérieure. Le graphique permet d'analyser facilement l'évolution de la grandeur physique. C'est une représentation souvent pertinente, mais il faut faire attention aux échelles, aux noms et unités des axes.

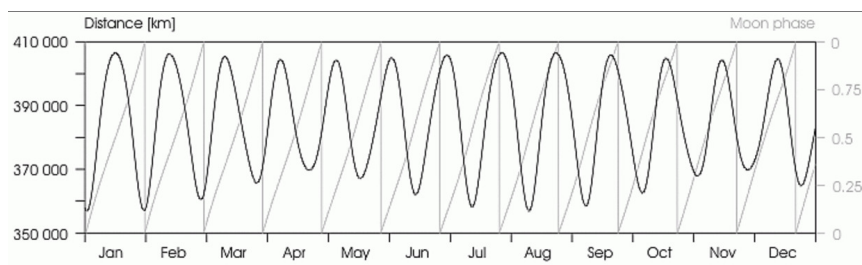





FIGURE 3: Distance Terre-Lune au cours d'une année en trait noir. Phase de la lune en trait gris. (0 ou 1 – nouvelle Lune, 0,25 – premier quartier, 0,5 – pleine lune, 0,75 – dernier quartier).

 **Q. 20** Quelle sont les dimensions et unités de tous les axes du graphique figure 3 ?

 **Q. 21** Donnez quatre termes adaptés pour décrire l'évolution d'une grandeur physique. Lequel caractérise l'évolution de la distance Terre-Lune ?

 **Q. 22** Complétez les figures suivantes.

$y \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	$x \text{ (}\varnothing\text{)}$
798	0,0
810	0,1
831	0,2
852	0,3
873	0,4
894	0,5
916	0,6
937	0,7
958	0,8
979	0,9
1000	1,0

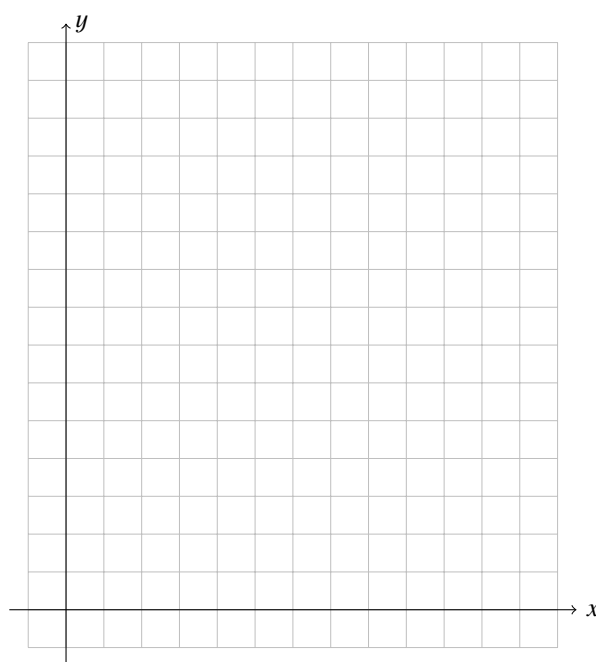


FIGURE 4: Masse volumique du mélange eau-éthanol.

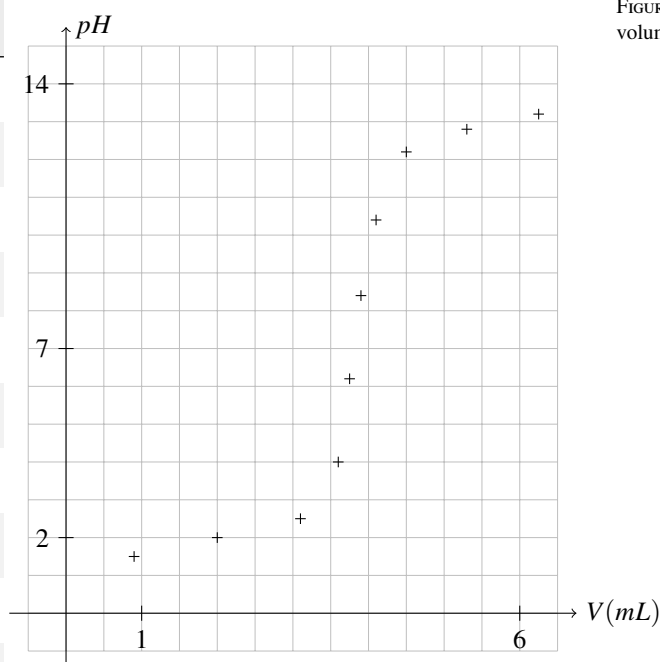

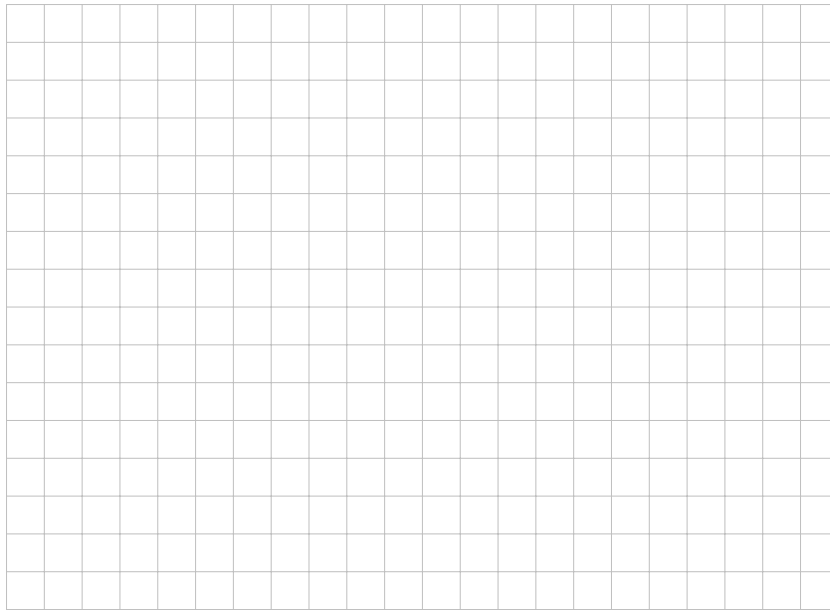


FIGURE 5: Evolution du pH en fonction du volume ajouté de réactif titrant.

0.4.3 Représentation d'une grandeur scalaire

 **Q. 23** La représentation d'une grandeur physique vectorielle sera plus compliquée. Par exemple, dans un cyclone les vents tournent de plus en plus vite lorsqu'on s'éloigne de l'oeil. Dans un tuyau de canalisation, la vitesse de l'eau est la plus grande au centre du tuyau. Proposez une représentation graphique de ces deux exemples. Vous ferez attention à indiquer l'échelle de ce que vous représentez.

TODO : Dépendance d'une grandeur physique en fonction de l'espace et caractère vectorielle ou scalaire.



0.5 Outils Mathématiques

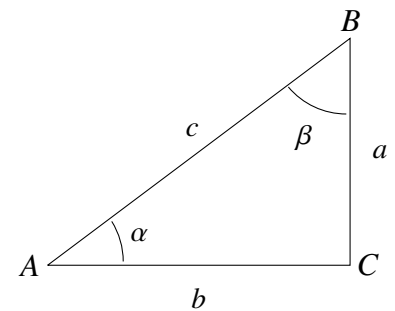
0.5.1 Trigonométrie

THÉORÈME DE PYTHAGORE

Théorème (0.2)

Dans un **triangle rectangle**, le carré de la longueur de l'hypoténuse (côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$a^2 + b^2 = c^2$$



FORMULAIRE DE TRIGONOMÉTRIE

Méthode (0.9)

$$\bullet \sin \alpha = \frac{\text{opp.}}{\text{hyp.}} = \frac{a}{c} \quad \bullet \cos \alpha = \frac{\text{adj.}}{\text{hyp.}} = \frac{b}{c} \quad \bullet \tan \alpha = \frac{\text{opp.}}{\text{adj.}} = \frac{a}{b}$$

$$\bullet \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} \quad \bullet 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\bullet \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{b}{c} = \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{a}{c} = \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha} \end{cases}$$

PROJECTIONS ♥

Méthode (0.10)

En physique, nous utiliserons très souvent la projection d'un vecteur sur deux axes. Cela permet d'exprimer le vecteur \vec{v} comme la somme de deux composantes à l'aide de la norme v du vecteur \vec{v} et de l'angle θ :

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

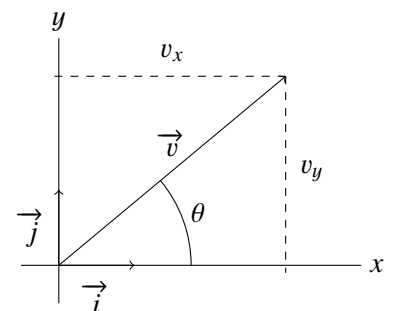


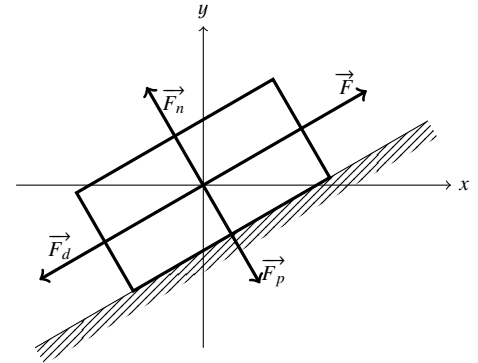


FIGURE 6: Projection du vecteur \vec{v} sur les axes (x, y) décrit par les vecteurs (\vec{i}, \vec{j}) . On peut écrire, $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$

$$\begin{cases} v_x = \|v\| \times \cos \theta \\ v_y = \|v\| \times \sin \theta \end{cases}$$

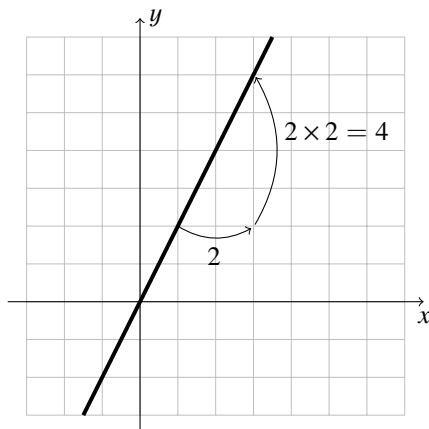
 **Q. 24** Completez le schéma ci-contre afin d'identifier les projections des vecteurs \vec{F}_d et \vec{F}_n . Vous trouverez un angle *bien choisi*.

 **Q. 25** Donnez l'expression des coordonnées des vecteurs \vec{F}_p et \vec{F}

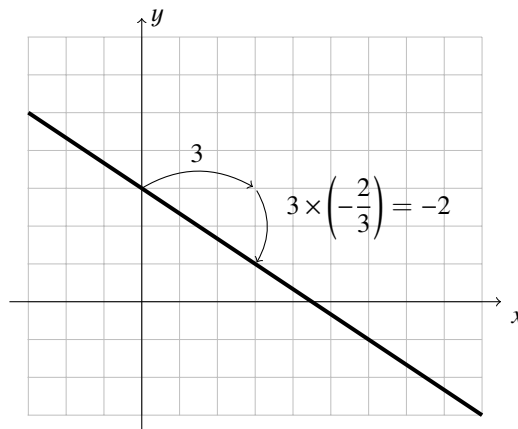


0.5.2 Les fonctions usuelles

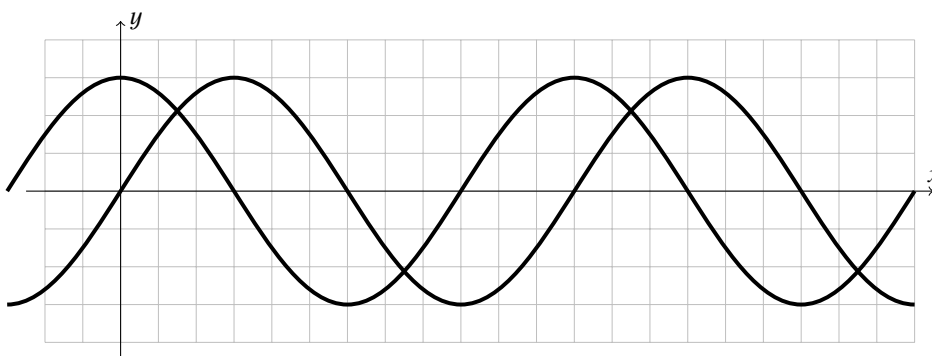
• **Linéaire** : $f(x) = a \times x, a \in \mathbb{R}$



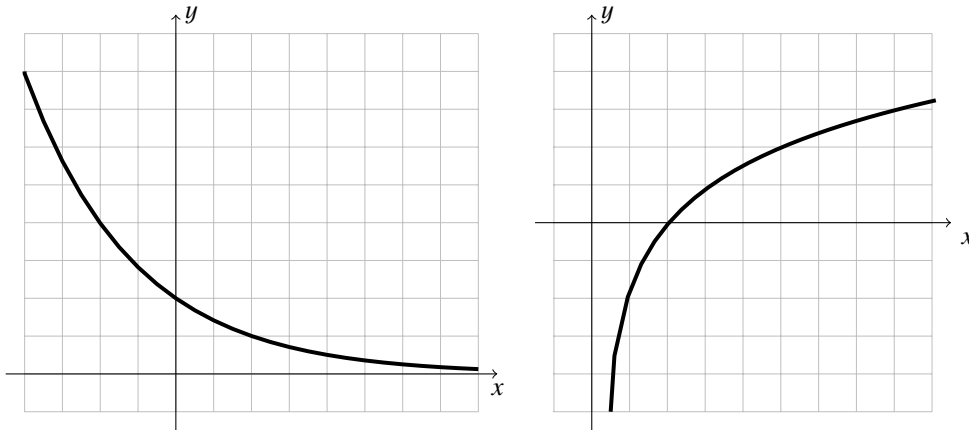
• **Affine** : $f(x) = a \times x + b, (a, b) \in \mathbb{R}$





• **Sinusoidale** : $f(x) = A \times \sin(x), A \in \mathbb{R}$ ou $f(x) = A \times \cos(x), A \in \mathbb{R}$




• **Exponentielle** : $f(x) = e^{-(x/\tau)}$, $\tau \in \mathbb{R}^+$ • **Logarithme** : $f(x) = A + \ln(x)$, $A \in \mathbb{R}$



 **Q. 26** Donnez l'équation des deux premières fonctions mathématiques représentée ci-dessus.

 **Q. 27** Identifiez la courbe représentative de la fonction *cosinus* et celle de la fonction *sinus*. Quelle est la valeur de A ?

 **Q. 28** Completez les graphiques des fonctions exponentiel et logarithme afin d'identifier la valeur de τ et A .

0.5.3 Calcul littéral

LE PREMIER niveau de résolution concerne les équations de proportionnalité à seulement trois paramètres du type : $a = \frac{b}{c}$. Il faut savoir rapidement passer d'une forme à une autre :

$$\heartsuit \quad a = \frac{b}{c} \Leftrightarrow c = \frac{b}{a} \Leftrightarrow b = a \times c$$

N'oubliez pas que a , b et c représente n'importe quelle grandeur physique, une vitesse, une intensité, énergie, pression etc...

UN PEU DE MATHS

Exercise (0.2)

Dans les expressions suivantes isolez la grandeur physique identifiée en gras :

1. $D_m = 2\mathbf{i} - A$	2. $\frac{1}{p'} - \frac{1}{\mathbf{p}} = \frac{1}{f'}$	3. $E - R\mathbf{i} - r\mathbf{i} - e = 0$
4. $2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	5. $n = A + \frac{\mathbf{B}}{\lambda^2}$	6. $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(\mathbf{i}_2)$
7. $\frac{\omega_0}{\mathbf{Q}} = \frac{1}{RC}$	8. $p = \frac{\mathbf{V}_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$	9. $E_{pe} = \frac{1}{2} \mathbf{k}(l - l_0)^2 + c$

