SIMULATION

Numérique

Demian Rembry, Malo Colin, Noyan Efe, Gabriel Dalibert

TD05

Répartition des tâches

NOYAN

- activité 1 et 2
- modelisation

GABRIEL

- activité 1 et 2
- modelisation

DEMIAN

- activité 1 et 2
- presentation

MALO

- activité 1 et 2
- presentation

01

Activité 1

- Mise en équation
- Modélisation
- Code

02

Activité 2

- Mise en équation
- Modélisation
- Code

03

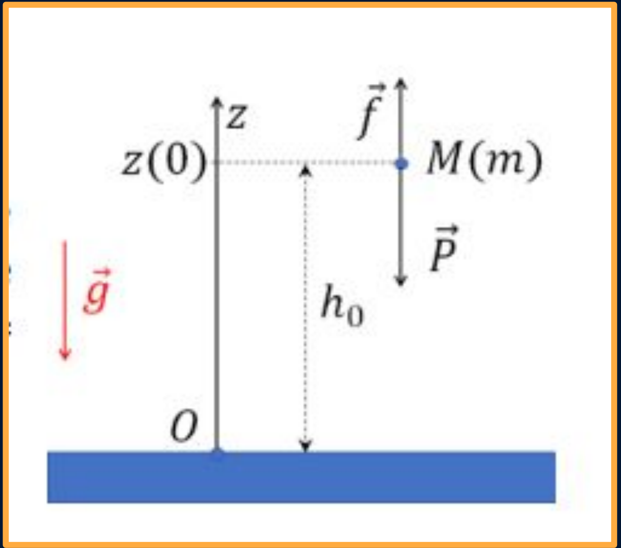
Bilan

Interprétation des résultats

Activité 1

Détermination et modélisation de l'
équation différentielle d'un objet en chute
libre

SITUATION



BILAN DES FORCES

$$Poids: \vec{P} = -mg\,\vec{u_z}$$

$$Frottements: f = -\lambda\,\vec{v}$$

MISE EN EQUATION

EQUATION DIFFERENTIELLE

$$\dot{v} + \frac{\lambda}{m} v = -g$$

SOLUTION GENERALE

VITESSE OBJET :

$$|v(t)| = \frac{mg}{\lambda}\left(1 - e^{-\frac{\lambda}{m}t}\right)$$

POSITION OBJET :

$$z(t) = -\frac{mg}{\lambda}t - \left(\frac{m}{\lambda}\right)^2 g e^{-\frac{\lambda}{m}t} + h_0$$

METHODE D'EULER

$$\begin{cases} \ddot{z}(t) = -\frac{\lambda}{m}\dot{z} - g \\ z(t_0) = h_0 \ et \ \dot{z}(t_0) = 0 \end{cases}$$

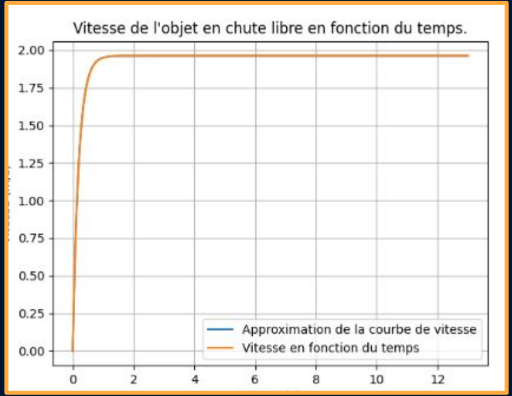
$$\begin{cases} z_{1,i+1} = z_{1,i} + hz_{2,i} \\ z_{2,i+1} = z_{2,i} + h(-\frac{\lambda}{m}y_{2,i} - g) \\ z_{1,0} = h_0 \ et \ z_{2,0} = 0 \end{cases}$$

MODELISATION

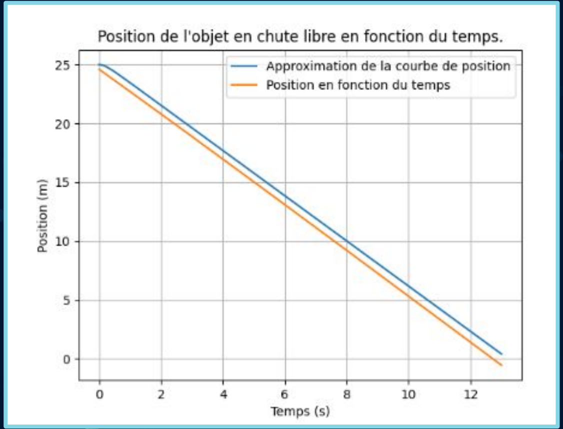
```
Bienvenu(e) dans le menu! Que souhaitez-vous faire?
1 - Afficher les courbes de l'activité 1
2 - Afficher la courbe de la position
3 - Quitter

Quel est votre choix ?1
Rentrez la précision voulue : 1000
```

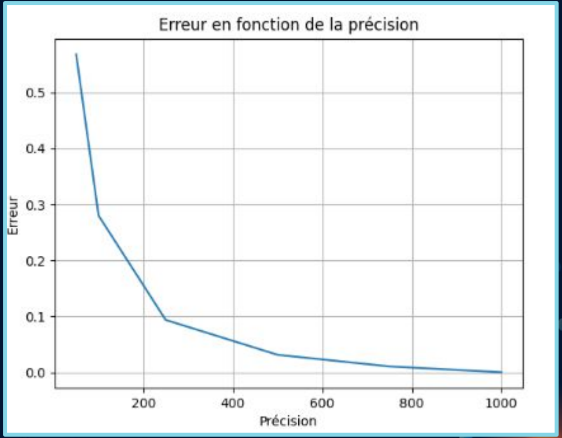
Courbes de l’activité 1



Position objet



Courbe précision

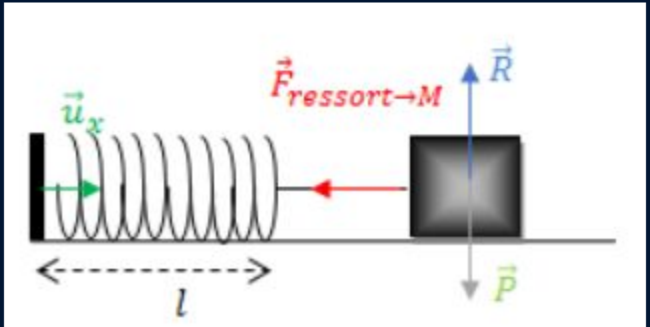


DEMONSTRATION

Activité 2

Détermination et modélisation de l’ équation différentielle d’un oscillateur harmonique amorti

SITUATION



BILAN DES FORCES

$Poids : \ -mg\overrightarrow{u_y}$

$Réaction\ Normale : \ R_N\overrightarrow{u_y}$

$Force\ de\ Rappel : \ -k(l - l_0)\overrightarrow{u_x}$

MISE EN EQUATION

EQUATION DIFFERENTIELLE

$$\ddot{X} + \frac{\lambda}{M}\dot{X} + \omega^2{}_0 X = 0 \qquad avec\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

SOLUTION GENERALE

VITESSE OBJET :

$$\dot{x}(t) = -\alpha e^{-\alpha t}\big(A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t)\big) + e^{-\alpha t}\big(-\Omega A\cos(\Omega t) + \Omega B\sin(\Omega t)\big)$$

POSITION OBJET :

$$x(t) = e^{-\alpha t}\left(x_0\cos(\Omega t) + \frac{\alpha x_0 + v_0}{\Omega}\sin(\Omega t)\right)$$

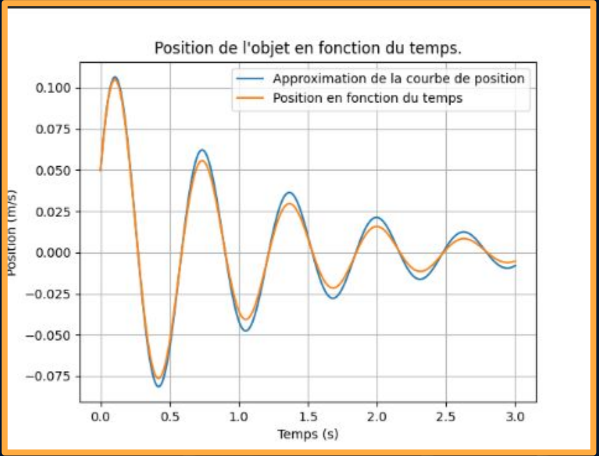
METHODE D'EULER

$$\begin{cases} \ddot{X} = -\frac{\lambda}{m}\dot{X} - \omega^2{}_0 X \\ X(0) = x_0 \; et \; \dot{X}(0) = v_0 \end{cases}$$

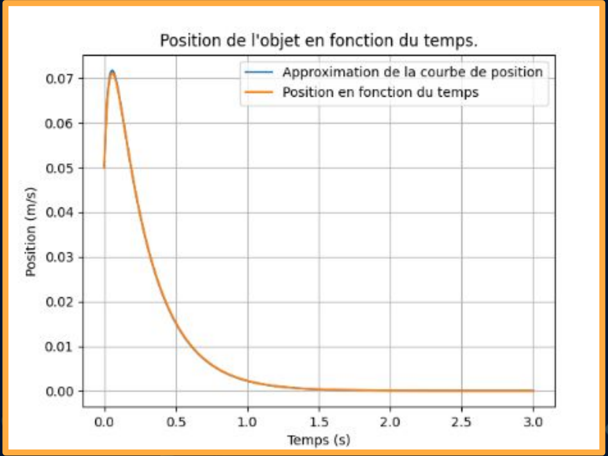
$$\begin{cases} x_{1,i+1} = x_{1,i} + h x_{2,i} \\ x_{2,i+1} = x_{2,i} + h(-\frac{x}{m} x_2 - {\omega_0}^2) \\ x_{1,0} = 25 \; et \; x_{2,0} = 0 \end{cases}$$

MODELISATION

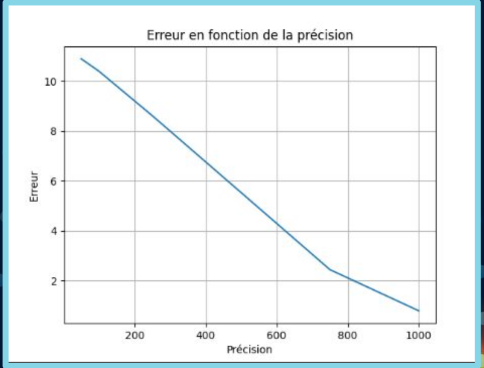
λ < 20: régime pseudo-périodique



λ = 20: régime critique



Courbe précision



DEMONSTRATION

QUESTIONS DU JURY