

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ («МАЛЫЕ») ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

Математическая логика, ИТМО, М3334-М3339, осень 2018 года

Домашнее задание №1: «знакомство с лямбда-исчислением»

1. Расставьте скобки:

$$\lambda f.\lambda x.f\ x\ (\lambda c.g\ f)\ x\ a\ \lambda b.\lambda a.x$$

2. Проведите бета-редукции и приведите выражения к нормальной форме:

(a) $(\lambda f.\lambda x.f\ (f\ x))\ (\lambda f.\lambda x.f\ (f\ x))$

(b) $(\lambda a.\lambda b.b)\ ((\lambda x.x\ x)\ (\lambda x.x\ x\ x))$

3. Выразите следующие функции в лямбда-исчислении:

(a) Or, Xor

(b) isZero (T, если аргумент равен 0, иначе F)

(c) isEven (T, если аргумент чётный)

(d) умножение на 2, умножение

(e) возведение в степень

(f) вычитание 1, вычитание

Домашнее задание №2: «пропущенные теоремы лямбда-исчисления»

Докажите следующие леммы, упомянутые, но недоказанные на лекции:

1. Если отношение R обладает ромбовидным свойством, то и отношение R^* (транзитивное и рефлексивное замыкание R) также им обладает.
2. Отношение альфа-эквивалентности является отношением эквивалентности.
3. Если $P_1 \Rightarrow_\beta P_2$ и $Q_1 \Rightarrow_\beta Q_2$, то $P_1[x := Q_1] \Rightarrow_\beta P_2[x := Q_2]$.
4. (\Rightarrow_β) обладает ромбовидным свойством.
5. $(\Rightarrow_\beta) \subseteq (\rightarrow_\beta)^*$
6. $(\rightarrow_\beta) \subseteq (\Rightarrow_\beta)$