

Handbuch zur Hausarbeit

Programmieren Geodätischer Aufgaben

Studiengang: Angewandte Geodäsie

3. Semester WiSe 19/20

Dipl.-Ing. Andreas Gollenstede

Malte Biermann, 5013167

Hendrik Gebben, 6028179

Chris Arends, 6027382

Svenja Rode, 6025657

Februar 2020

Inhalt

Grundlegende Hinweise und Aufbau des Programmes

Hinweis zur Programmumgebung

Einzelne Berechnungsfenster:

1. Grundlagen

- 1.1. Winkelumrechnung
- 1.2. Erste Geodätische Aufgabe
- 1.3. Zweite Geodätische Aufgabe

2. Schnittberechnung

- 2.1. Bogenschnitt
- 2.2. Rückwärtsschnitt
- 2.3. Vorwärtsschnitt

3. Berechnung Transformation

- 3.1. Helmert Transformation
- 3.2. Affin Transformation

4. Berechnung Polygonzug

- 4.1. Ringpolygonzug
- 4.2. Polygonzug

Formeln:

1. Grundlagen

- 1.2. Erste Geodätische Aufgabe
- 1.3. Zweite Geodätische Aufgabe

2. Schnittberechnung

- 2.1. Bogenschnitt
- 2.2. Rückwärtsschnitt
- 2.3. Vorwärtsschnitt

3. Berechnung Transformation

- 3.1. Helmert Transformation
- 3.2. Affin Transformation

4. Berechnung Polygonzug

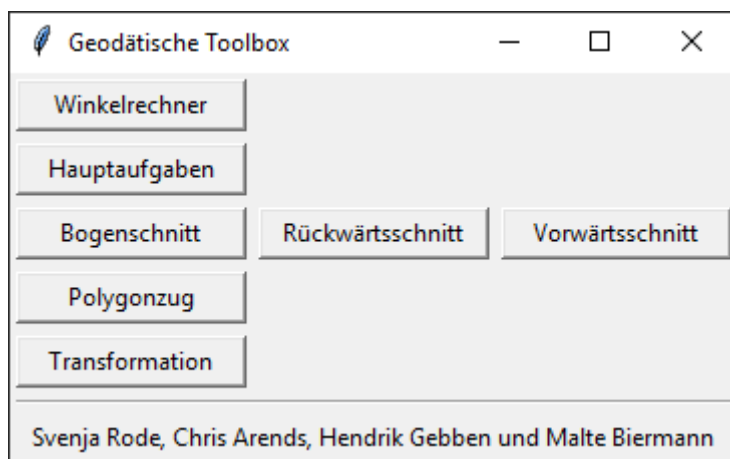
- 4.1. Ringpolygonzug
- 4.2. Polygonzug

Grundlegende Hinweise und Aufbau des Programmes

Die „elektronische Formelsammlung für die Lösung bzw. Bearbeitung geodätischer Aufgaben“ wurde im Rahmen der Vorlesung *Programmieren Geodätischer Aufgaben* angefangen und sollte als Hausarbeit im 3. Semester fertig gestellt werden. Die verwendete Programmiersprache ist Python (Version 3.7).

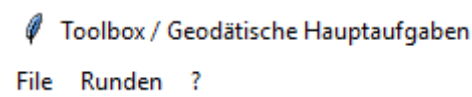
Das Handbuch soll einen Überblick über die grundsätzlichen Berechnungsmethoden, Formeln und Programmabläufe geben. Diese wurden aus Formelsammlungen zusammengestellt und objektorientiert in das Programm implementiert.

Nach dem Start des Programmes erscheint das folgende Hauptfenster.



Von hier aus gelangt man über die Auswahl der einzelnen Knöpfe zu den verschiedenen Berechnungsfenstern. Das Beenden des Programmes über das Drücken des X oben rechts ist zu jeder Zeit möglich. Im linken Bereich des Hauptfensters befinden sich die einzelnen Berechnungsmethoden.

Man hat die Wahl zwischen Winkelrechner, Geodätischer Hauptaufgaben, verschiedener Schnitte, Polygonzug und Transformation.



In jedem Berechnungsfenster erscheinen die drei Auswahlmöglichkeiten File, Runden und ?. Hier in diesem Beispiel im Berechnungsfenster Geodätische Hauptaufgaben. Unter File können Sie JSON Dateien laden und speichern. Beim Runden können Sie sich ihre Ergebnisse auf eine beliebige Nachkommastelle anzeigen lassen.

Informationen über die Autoren und wo Sie das Handbuch jederzeit wieder aufrufen können, finden Sie unter dem ?.

Hinweis zur Programmumgebung

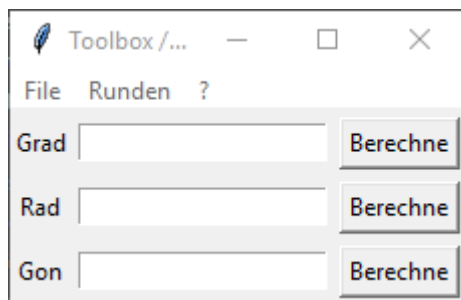
Das Programm wurde in Python 3.7 geschrieben. Für die Verwendung des Programmes sollten folgendes Package installiert sein:

Matplotlib

Einzelne Berechnungsfenster:

1. Grundlagen

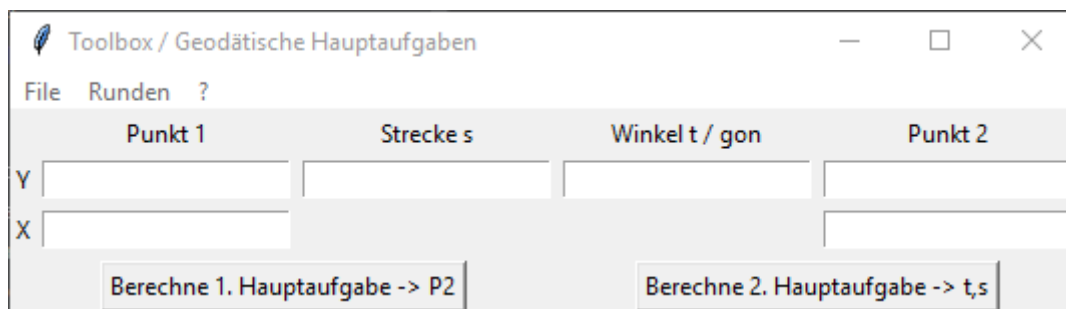
1.1. Winkelumrechnung



The screenshot shows a window titled 'Toolbox / ...' with a menu bar containing 'File', 'Runden', and '?'. Below the menu bar, there are three input fields labeled 'Grad', 'Rad', and 'Gon'. Each input field has a corresponding 'Berechne' button to its right.

Dieses Schaltfenster dient dazu Winkel umzurechnen. Sie haben die Möglichkeit einen Winkel in der Einheit Radiant, Grad oder Gon einzugeben. Anschließend bedienen Sie den Button Berechne und in allen anderen Feldern erhalten Sie die beiden gewünschten Werte der Winkleinheit.

1.2. Erste Geodätische Aufgabe



The screenshot shows a window titled 'Toolbox / Geodätische Hauptaufgaben' with a menu bar containing 'File', 'Runden', and '?'. Below the menu bar, there are four input fields labeled 'Punkt 1', 'Strecke s', 'Winkel t / gon', and 'Punkt 2'. The 'Punkt 1' field is split into 'Y' and 'X' sub-fields. Below the input fields, there are two buttons: 'Berechne 1. Hauptaufgabe -> P2' and 'Berechne 2. Hauptaufgabe -> t,s'.

Mit der ersten geodätischen Hauptaufgabe wird mithilfe eines bekannten Punktes, Strecke und Richtungswinkel ein Neupunkt bestimmt. Die Koordinaten des bekannten Punktes müssen Sie in YA und XA eingeben. Der Richtungswinkel von dem bekannten zu dem unbekannten Punkt wird in dem Feld Winkel t/gon eingegeben und die Strecke in dem Feld Strecke s. Wenn Sie nun den Button Berechne 1. Hauptaufgabe betätigen, erscheint unter dem Punkt B die Koordinaten des gewünschten Neupunktes.

1.3. Zweite Geodätische Aufgabe

Mit der zweiten geodätischen Hauptaufgabe wird mithilfe zweier bekannter Punkte, Richtungswinkel und Strecke bestimmt. Die Koordinaten der beiden bekannten Punkte müssen Sie unterhalb vom Feld Punkt A und B eingeben. Wenn Sie nun den Button Berechne 2. Hauptaufgabe betätigen, erscheint Ihnen der gewünschte Richtungswinkel und die Strecke in den jeweiligen Feldern.

2. Schnittberechnung

2.1. Bogenschnitt

	Punkt A	Punkt B	Punkt C	Punkt D
Y	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
X	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Strecke S	<input type="text"/>	<input type="text"/>		

Mit dem Bogenschnitt kann mithilfe zweier bekannter Punkte und den Strecken zum Neupunkt, der gewünschte Neupunkt berechnet werden. Geben Sie die bekannten Koordinaten unter Punkt A und B und Strecke zum Neupunkt ein. Wenn Sie den Button Berechne betätigen, werden Ihnen unter Punkt C und D die beiden entstehenden Neupunkte aus der Schnittberechnung angezeigt

2.2. Rückwärtsschnitt

Toolbox / Rückwärtsschnitt

File Runden ?

	Punkt A	Punkt M	Punkt B
Y	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
X	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Richtung / gon <input type="radio"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Winkel / gon ☒

	Alpha	Beta
	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Punkt N

Y	<input type="text"/>
X	<input type="text"/>

Beim Rückwärtsschnitt wird ein Neupunkt durch drei Punkten mit bekannten Koordinaten bestimmt. Sie haben die Möglichkeit zwischen Richtungen, die von den einzelnen Punkten zum Neupunkt gemessen wurden oder Winkel Alpha und Beta einzugeben (Alpha ist der eingeschlossene Winkel zwischen A und M, Beta ist der eingeschlossene Winkel zwischen M und B). Wenn Sie den Button Berechnen betätigen, wird Ihnen unten unter Punkt N der gewünschte Neupunkt angezeigt.

2.3. Vorwärtsschnitt

Toolbox / Vorwärtsschnitt

File Runden ?

	Punkt 1	Punkt 4	Punkt 2	Punkt 3
Y	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
X	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Winkel / gon

t1,4,N t2,3,N

Berechnen

Punkt N

Y	<input type="text"/>
X	<input type="text"/>

Beim Vorwärtsschnitt wird mithilfe 4 bekannter Punkte und zweier Richtungswinkel zum Neupunkt N, der gewünschte Neupunkt berechnet. Geben Sie die bekannten Koordinaten und Richtungswinkel ein. Wenn Sie den Button Berechnen betätigen, werden Ihnen die Koordinaten des Neupunktes angezeigt.

3. Berechnung Transformation

Transformationen ermöglichen es Koordinaten zwischen verschiedenen Systemen zu transformieren. In diesem Programm sind Helmert- und die Affin-Transformation implementiert

3.1. Helmert Transformation

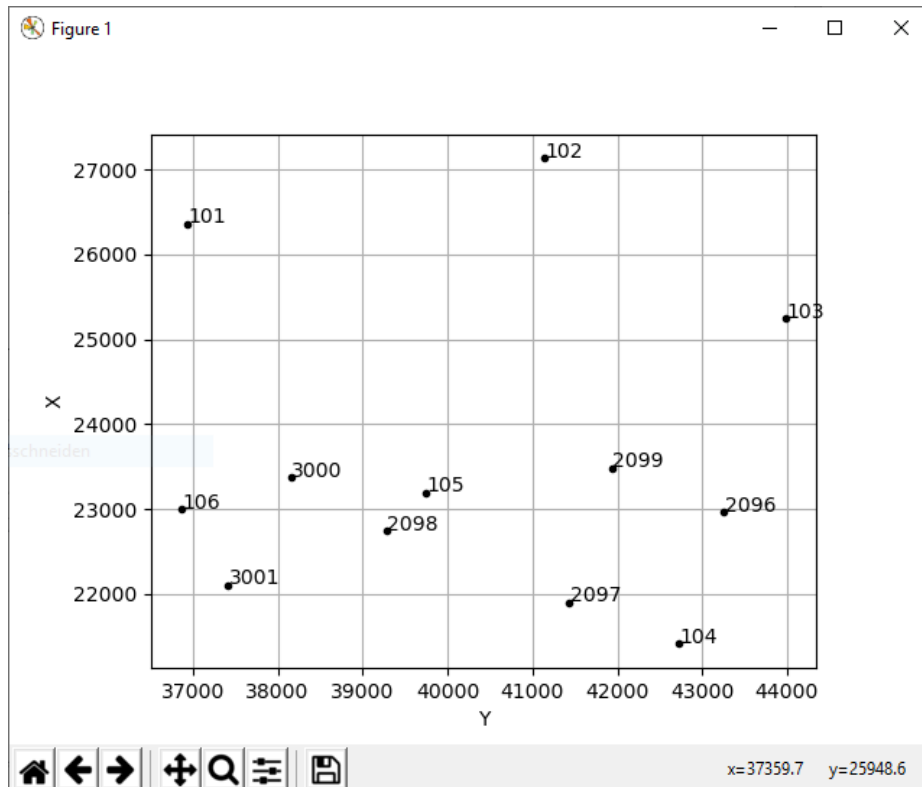
Die Helmerttransformation ist eine 4 Parameter Transformation. Beide Transformationen sind in einem Fenster implementiert. Als erstes müssen Sie darauf achten, dass das Häkchen bei Helmerttransformation gesetzt wird. Sie haben die Möglichkeit JSON Dateien sowie CSV Dateien zu laden. Die Möglichkeit CSV Dateien zu laden wird im Folgenden näher erläutert. Um die JSON Datei zu laden gehen Sie auf File → Load JSON, Die Daten müssen im Zielsystem wie auch im Quellsystem vorliegen. Wenn Sie den Button Berechnen betätigen werden Ihnen die transformierten Koordinaten mit ihren Restklaffungen angezeigt. Unter File → Save JSON haben Sie die Möglichkeit das Ergebnis abzuspeichern.

3.2. Affin Transformation

Die Affin Transformation ist eine 6 Parameter Transformation. Wenn Sie die Transformation ausführen möchten, achten Sie darauf, dass das Häkchen bei Affintransformation gesetzt wird. Sie haben die Möglichkeit JSON Dateien sowie CSV Dateien zu laden. Die Möglichkeit CSV Dateien hochzuladen wird im Folgenden näher erläutert. Um die JSON Datei hochzuladen gehen Sie auf File → Load JSON, Die

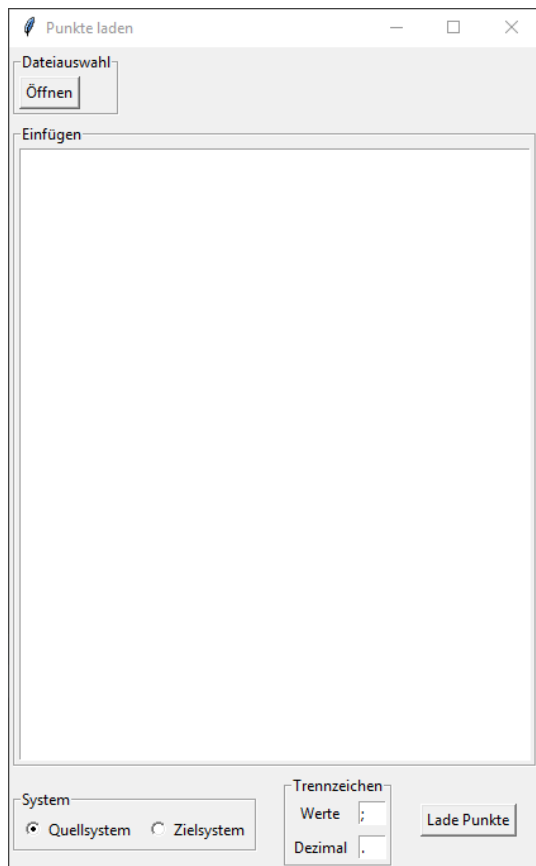
Daten müssen im Zielsystem wie auch im Quellsystem vorliegen. Wenn Sie den Button Berechnen betätigen werden Ihnen die transformierten Koordinaten mit ihren Restklaffungen angezeigt. Unter File → Save JSON haben Sie die Möglichkeit das Ergebnis abzuspeichern.

Grafik



Sie haben unter anderem die Möglichkeit unter dem Button Grafik sich das Ergebnis grafisch anzusehen. In diesem Fenster können Sie in die Grafik hineinzoomen, die Skalenwerte verändern, verschieben und die Möglichkeit die Grafik zu speichern.

Punkte laden



Wenn Sie den Button Lade Punkte gewählt haben, öffnet sich dieses Fenster. Sie müssen jetzt einzeln die CSV Datei des Quellsystems und des Zielsystems laden. Achten Sie dabei darauf, dass das Häkchen richtig gesetzt wird und drücken den Button Öffnen. Danach wählen Sie die entsprechende Datei aus. Achten Sie auf die richtigen Trennzeichen und betätigen den Button Lade Punkte damit die Koordinaten ins andere Fenster gelangen. Kontrollieren Sie ob die Daten im Quell- und Zielsystem nicht vertauscht sind.

4. Berechnung Polygonzug

Der Polygonzug dient zum Zwischenschalten von Aufnahme- und Festpunkten in ein bestehendes Netz von Punkten. Im Folgenden haben wir den beidseitig angeschlossenen Polygonzug und den Ringpolygonzug implementiert. Im entsprechenden Fenster haben Sie die Möglichkeit zwischen den beiden Polygonzugarten zu wählen.

Koordinatenabschlussverbesserung angezeigt. Unter File → Save JSON können Sie das Ergebnis abspeichern.

4.2. Polygonzug

Beim beidseitig angeschlossenen Polygonzug sind die Koordinaten des ersten und des letzten Standpunktes bekannt. Außerdem müssen die Koordinaten von einem An- und einem Abschlusspunkt gegeben sein. Als erstes müssen Sie die gewünschte Polygonzugart wählen, also den Polygonzug beidseitig in Richtung und Lage angeschlossen. Wie auch schon beim Ringpolygonzug haben Sie die Möglichkeit eine JSON oder CSV Datei zu laden. Bei der CSV Datei müssen Sie die gleiche Reihenfolge beachten wie beim Ringpolygonzug. Achten Sie darauf, dass die Koordinaten der bekannten Punkte unter x und y eingetragen sind. Auch die Auswahl der JSON Datei läuft wie beim Ringpolygonzug. Es sollten die geladenen Punkte im Fenster Punktliste zu sehen sein. Wenn Sie auf Berechnen klicken, wird Ihnen die Winkelabschlussverbesserung sowie die Koordinatenabschlussverbesserung angezeigt. Unter File → Save JSON können Sie das Ergebnis abspeichern.

Formeln:

1. Grundlagen

1.1 Winkelumrechnung

$$1^\circ = 10/9 \text{ gon}$$

$$1 \text{ gon} = 0,9^\circ \quad ^1$$

$$1 \text{ Gon} = \pi/200 \text{ rad}$$

$$1^\circ = \pi/180 \text{ rad} \quad ^2$$

¹ Sammlung Götschen de Gruyter – Heribert Kahmen – Vermessungskunde I S.23 K:1.3.3.2

² Sammlung Götschen de Gruyter – Heribert Kahmen – Vermessungskunde I S.22 1 K:3.3.2.

1.2. Erste Geodätische Aufgabe

$$\sin t_{12} = y_2 - y_1 / s = \Delta y / s$$

$$\cos t_{12} = x_2 - x_1 / s = \Delta x / s$$

$$x_2 = x_1 + s \cdot \cos t_{12}$$

$$y_2 = y_1 + s \cdot \sin t_{12} \quad 3$$

1.3. Zweite Geodätische Aufgabe

$$S = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\cos t_{12} = x_2 - x_1 / s = \Delta x / s \quad \text{oder} \quad \sin t_{12} = y_2 - y_1 / s = \Delta y / s \quad 4$$

2. Schnittberechnung

2.1. Bogenschnitt

Gegeben: P1, P2, s1, s2

Bestimmung von x_N , y_N durch polares Anhängen.

$$x_N = x_1 + s_1 \cdot \cos t_{1,N} = x_2 + s_2 \cdot \cos t_{2,N}$$

$$y_N = y_1 + s_1 \cdot \sin t_{1,N} = y_2 + s_2 \cdot \sin t_{2,N} \quad 5$$

³ Sammlung Götschen de Gruyter – Heribert Kahmen – Vermessungskunde II S.164 K:4.1.1

⁴ Sammlung Götschen de Gruyter – Heribert Kahmen – Vermessungskunde II S.165 K:4.1.2

⁵ Sammlung Götschen de Gruyter – Heribert Kahmen – Vermessungskunde II S.217f K:5.5.1

2.2. Rückwärtsschnitt

gegeben: A(x,y), M(x,y), B(x,y), alpha , beta

$$Y_C = Y_A + (X_M - X_A) \cdot \cot(\alpha) \quad X_C = X_A - (Y_M - Y_A) \cdot \cot(\alpha)$$

$$Y_D = Y_B + (X_B - X_M) \cdot \cot(\beta) \quad X_D = X_B - (Y_B - Y_M) \cdot \cot(\beta)$$

Koordinaten für N:

$$X_N = X_C + Y_M - Y_C + (X_M - X_C) \cdot \cot t_{C,D} / \tan t_{C,D} + \cot t_{C,D}$$

$$Y_N = Y_C + (X_N - X_C) \cdot \tan t_{C,D} \quad \text{oder} \quad Y_N = Y_M - (X_N - X_M) \cdot \cot t_{C,D}$$

$$(\text{bei } \tan t_{C,D} < \cot t_{C,D}) \quad (\text{bei } \cot t_{C,D} < \tan t_{C,D}) \quad 6$$

2.3. Vorwärtsschnitt

gegeben: P1, P2, r_{1,N}, r_{1,3}, r_{2,1}, r_{2,4}, Strecke aus Koordinaten

$$\alpha = r_{1,N} - r_{1,2} \quad \beta = r_{2,1} - r_{2,N}$$

$$t_{1,N} = t_{1,2} + \alpha \quad t_{2,N} = \pm 200 \text{ gon} - \beta$$

$$s_1 = s / \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\beta) \quad s_2 = s / \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha)$$

$$y_N = y_1 + s_1 \cdot \sin t_{1,N} \quad x_N = x_1 + s_1 \cdot \cos t_{1,N} \quad 7$$

⁶ Formelsammlung für das Vermessungswesen 18.Auflage – Gruber/ Joeckel – S.87 K.7.2.7

⁷ Formelsammlung für das Vermessungswesen 18.Auflage – Gruber/ Joeckel – S.85 K.7.2.6

3. Berechnung Transformation

3.1. Helmert Transformation

8.1.3 Ähnlichkeitstransformation mit mehr als 2 identischen Punkten - Helmert-Transformation (4 Parameter)

Transformation der Koordinaten Koordinatensystem (y, x) \Rightarrow Koordinatensystem (Y, X) (Quellsystem) (Zielsystem)

Gegeben:

Koordinaten der identischen Punkte im Quellsystem: $P_i(y_i, x_i)$

Koordinaten der identischen Punkte im Zielsystem: $P_i(Y_i, X_i)$

Anzahl der identischen Punkte $n > 2$

Koordinaten der zu transformierenden Punkte im Quellsystem: $P(y, x)$

Schwerpunktskoordinaten

$y_s = \frac{[y_i]}{n}$	$x_s = \frac{[x_i]}{n}$	$Y_s = \frac{[Y_i]}{n}$	$X_s = \frac{[X_i]}{n}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

n = Anzahl der identischen Punkte

Reduktion auf den Schwerpunkt

$\bar{y}_i = y_i - \frac{[y_i]}{n}$	$\bar{x}_i = x_i - \frac{[x_i]}{n}$	$\bar{Y}_i = Y_i - \frac{[Y_i]}{n}$	$\bar{X}_i = X_i - \frac{[X_i]}{n}$
-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

Transformationsparameter

$a = \frac{[\bar{x}_i \cdot \bar{Y}_i - \bar{y}_i \cdot \bar{X}_i]}{[\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2]}$	$o = \frac{[\bar{x}_i \cdot \bar{X}_i + \bar{y}_i \cdot \bar{Y}_i]}{[\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2]}$
$Y_0 = Y_s - a \cdot y_s - o \cdot x_s$	$X_0 = X_s - a \cdot x_s + o \cdot y_s$

Maßstabsfaktor

$m = \sqrt{a^2 + o^2}$

Drehwinkel zwischen beiden Systemen

$s = \arctan\left(\frac{o}{a}\right)$

Abweichungen

$W_{Y_i} = -Y_0 - a \cdot y_i - o \cdot x_i + Y_i$	$W_{X_i} = -X_0 - a \cdot x_i + o \cdot y_i + X_i$
--	--

Probe:

$$[W_{Y_i}] = 0$$

$$[W_{X_i}] = 0$$

Genauigkeit:

Standardabweichung der Koordinaten

$$s_x = s_y = \sqrt{\frac{[W_{x_i} W_{x_i}] + [W_{y_i} W_{y_i}]}{2n - 4}}$$

Probe:

$$[W_{x_i} W_{x_i}] + [W_{y_i} W_{y_i}] = [\bar{X}_i^2 + \bar{Y}_i^2] - (a^2 + o^2) \cdot [\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2]$$

n = Anzahl der identischen Punkte

Transformationsgleichungen

$$Y = Y_0 + a \cdot y + o \cdot x \quad X = X_0 + a \cdot x - o \cdot y$$

Probe nach der Transformation weiterer Punkte:

$$[Y] = k \cdot Y_0 + a \cdot [y] + o \cdot [x]$$

$$[X] = k \cdot X_0 + a \cdot [x] - o \cdot [y]$$

k = Anzahl der transformierten Punkte

Transformationsgleichungen mit Maßstabsfaktor $\bar{m} = 1$

$$Y = Y_0 + \frac{a}{\bar{m}} \cdot y + \frac{o}{\bar{m}} \cdot x \quad X = X_0 + \frac{a}{\bar{m}} \cdot x - \frac{o}{\bar{m}} \cdot y$$

Rücktransformation der Koordinaten Koordinatensystem $(Y, X) \Rightarrow$ Koordinatensystem (y, x) (Neues Quellsystem) (Neues Zielsystem)
--

Transformationsparameter

$$\begin{aligned} a^T &= \frac{a}{a^2 + o^2} & o^T &= \frac{o}{a^2 + o^2} \\ y_0 &= -X_0 \cdot o^T - Y_0 \cdot a^T & x_0 &= -X_0 \cdot a^T + Y_0 \cdot o^T \end{aligned}$$

Transformationsgleichungen

$$y = y_0 + a^T \cdot Y - o^T \cdot X \quad x = x_0 + a^T \cdot X + o^T \cdot Y$$

3.2. Affin Transformation

8.1.4 Affin-Transformation (6 Parameter)

Transformation der Koordinaten	
Koordinatensystem (y, x) (Quellsystem)	\Rightarrow Koordinatensystem (Y, X) (Zielsystem)

Gegeben:

Koordinaten der identischen Punkte im Quellsystem: $P_i(y_i, x_i)$

Koordinaten der identischen Punkte im Zielsystem: $P_i(Y_i, X_i)$

Anzahl der identischen Punkte $n \geq 3$

Koordinaten der zu transformierenden Punkte im Quellsystem: $P(y, x)$

Schwerpunktskoordinaten

$y_s = \frac{[y_i]}{n}$	$x_s = \frac{[x_i]}{n}$	$Y_s = \frac{[Y_i]}{n}$	$X_s = \frac{[X_i]}{n}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

Reduktion auf den Schwerpunkt

$\bar{y}_i = y_i - \frac{[y_i]}{n}$	$\bar{x}_i = x_i - \frac{[x_i]}{n}$	$\bar{Y}_i = Y_i - \frac{[Y_i]}{n}$	$\bar{X}_i = X_i - \frac{[X_i]}{n}$
-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

n = Anzahl der identischen Punkte

Transformationsparameter

$a_1 = \frac{[\bar{x}_i \bar{X}_i] \cdot [\bar{y}_i^2] - [\bar{y}_i \bar{X}_i] \cdot [\bar{x}_i \bar{y}_i]}{N} = m_1 \cdot \cos \alpha$ $a_2 = \frac{[\bar{x}_i \bar{X}_i] \cdot [\bar{x}_i \bar{y}_i] - [\bar{y}_i \bar{X}_i] \cdot [\bar{x}_i^2]}{N} = m_2 \cdot \sin \beta$ $a_3 = \frac{[\bar{y}_i \bar{Y}_i] \cdot [\bar{x}_i^2] - [\bar{x}_i \bar{Y}_i] \cdot [\bar{x}_i \bar{y}_i]}{N} = m_2 \cdot \cos \beta$ $a_4 = \frac{[\bar{x}_i \bar{Y}_i] \cdot [\bar{y}_i^2] - [\bar{y}_i \bar{Y}_i] \cdot [\bar{x}_i \bar{y}_i]}{N} = m_1 \cdot \sin \alpha$ <p>wobei: $N = [\bar{x}_i^2] \cdot [\bar{y}_i^2] - [\bar{x}_i \bar{y}_i]^2$</p> $Y_0 = Y_s - a_3 \cdot y_s - a_4 \cdot x_s$ $X_0 = X_s - a_1 \cdot x_s + a_2 \cdot y_s$
--

Drehwinkel für Abszisse und Ordinate

Abszisse	$\alpha = \arctan \frac{a_4}{a_1}$	Ordinate	$\beta = \arctan \frac{a_2}{a_3}$
----------	------------------------------------	----------	-----------------------------------

Maßstabsfaktor für Abszisse und Ordinate

Abszisse	$m_1 = \sqrt{a_1^2 + a_4^2}$	Ordinate	$m_2 = \sqrt{a_2^2 + a_3^2}$
----------	------------------------------	----------	------------------------------

Abweichungen

$$W_{Y_i} = -Y_0 - a_3 \cdot y_i - a_4 \cdot x_i + Y_i$$

$$W_{X_i} = -X_0 - a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot y_i + X_i$$

Probe:

$$[W_{Y_i}] = 0$$

$$[W_{X_i}] = 0$$

Genauigkeit:

Standardabweichung der Koordinaten

$$s_x = s_y = \sqrt{\frac{[W_{X_i}W_{X_i}] + [W_{Y_i}W_{Y_i}]}{2n - 6}}$$

Probe:

$$[W_{X_i}W_{X_i}] + [W_{Y_i}W_{Y_i}] = [\bar{X}_i^2 + \bar{Y}_i^2] - (a^2 + o^2) \cdot [\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2]$$

n = Anzahl der identischen Punkte

Transformationsgleichungen

$$Y = Y_0 + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x$$

$$X = X_0 + a_1 \cdot x - a_2 \cdot y$$

Rücktransformation der Koordinaten

Koordinatensystem $(Y, X) \Rightarrow$ Koordinatensystem (y, x)
(Neues Quellsystem) (Neues Zielsystem)

Transformationsparameter

$$\begin{aligned} a_1^T &= \frac{a_3}{a_1 a_3 + a_2 a_4} & a_2^T &= \frac{-a_2}{a_1 a_3 + a_2 a_4} \\ a_3^T &= \frac{a_1}{a_1 a_3 + a_2 a_4} & a_4^T &= \frac{-a_4}{a_1 a_3 + a_2 a_4} \\ y_0 &= -a_4^T \cdot X_0 - a_3^T \cdot Y_0 & x_0 &= -a_1^T \cdot X_0 + a_2^T \cdot Y_0 \end{aligned}$$

Transformationsgleichungen

$$y = y_0 + a_3^T \cdot Y + a_4^T \cdot X$$

$$x = x_0 + a_1^T \cdot X - a_2^T \cdot Y$$

4. Berechnung Polygonzug

4.1. Ringpolygonzug

n = Anzahl d. Ecken, β_i = Brechungswinkel, W_W = Winkelabweichung, ΔW_W = Winkelabschlussverbesserung

$$W_W = (n-2)200 \text{ gon} - [\beta_i] \quad \Delta W_W = W_W/n$$

Richtungswinkel:

$$t_{i,j+1} = t_{i-1,j} + \beta_i + 200 \text{ gon} + \Delta W_W (+/- 400 \text{ gon})$$

Koordinatenunterschiede:

$$\Delta y_{i,j+1} = s_{i,j+1} \cdot \sin t_{i,j+1} \quad \Delta x_{i,j+1} = s_{i,j+1} \cdot \cos t_{i,j+1}$$

Koordinatenabweichungen:

$$W_y = 0 - [\Delta y] \quad W_x = 0 - [\Delta x]$$

Koordinatenverbesserungen:

$$v_{\Delta y_{i,j+1}} = s_{i,j+1} / [s] \cdot W_y \quad v_{\Delta x_{i,j+1}} = s_{i,j+1} / [s] \cdot W_x$$

Koordinaten endgültig:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_{i,j+1} + v_{\Delta y_{i,j+1}} \quad x_{i+1} = x_i + \Delta x_{i,j} + v_{\Delta x_{i,j+1}} \quad 10$$

4.2. Polygonzug

Anzahl β : n , Anzahl s : $n-1$, Anzahl Neupunkte: $n-2$, Redundanz: 3 11

n = Anzahl d. Ecken, β_i = Brechungswinkel, W_W = Winkelabweichung, ΔW_W = Winkelabschlussverbesserung

$$W_W = t_{n,n+1} - (t_{0,1} + [\beta] - n \cdot 200 \text{ gon}) \quad \Delta W_W = W_W/n$$

Richtungswinkel:

$$t_{i,j+1} = t_{i-1,j} + \beta_i + 200 \text{ gon} + \Delta W_W (+/- 400 \text{ gon})$$

¹⁰ Formelsammlung für das Vermessungswesen 18. Auflage – Gruber/ Joeckel – S.93 K.7.4.4

¹¹ Formelsammlung für das Vermessungswesen 18. Auflage – Gruber/ Joeckel – S.90 K.7.4.1

Koordinatenunterschiede:

$$\Delta y_{i,i+1} = (y_n - y_1) - [\Delta y] \quad \Delta x_{i,i+1} = (x_n - x_1) - [\Delta x]$$

Koordinatenabweichungen:

$$W_y = (y_n - y_1) - [\Delta y] \quad W_x = (x_n - x_1) - [\Delta x]$$

Koordinatenverbesserungen:

$$v_{\Delta y_{i,i+1}} = s_{i,i+1} / [s] * W_y \quad v_{\Delta x_{i,i+1}} = s_{i,i+1} / [s] * W_x$$

Endgültige Koordinaten:

$$Y_{i+1} = y_i + \Delta y_{i,i+1} + v_{\Delta y_{i,i+1}} \quad X_{i+1} = x_i + \Delta x_{i,i+1} + v_{\Delta x_{i,i+1}}$$

12