TD 4 – Régression multiple sous R - ANALYSE DES CIGARETTES

Mamadou GUEYE

17/03/2022

```
#vider la mémoire
rm(list=ls())
```

Inspection des données

1. Chargez le fichier « cigarettes_pour_regression.txt » dans un data frame.

```
#charger les données
#dans ce format, le séparateur est tabulation, la première ligne contient
#le nom des variables, le point décimal est ".", la première colonne
#le nom des observations
#changement de dossier
setwd("C:/Users/math/Desktop/IA School/Cours IA 2022/cours de
Mathématiques/TP4 Regression Multiple sous R")
cigarettes <-
read.table(file="cigarettes_pour_regression.txt",sep="\t",header=TRUE,dec="."
,row.names=1)
```

2. Affichez les observations.

```
#vérification -- affichage des valeurs
print(cigarettes)
```

```
##                   TAR NICOTINE WEIGHT   CO
## Alpine           14.1     0.86 0.9853 13.6
## Benson_Hedges    16.0     1.06 1.0938 16.6
## CamelLights       8.0     0.67 0.9280 10.2
## Carlton           4.1     0.40 0.9462  5.4
## Chesterfield     15.0     1.04 0.8885 15.0
## GoldenLights      8.8     0.76 1.0267  9.0
## Kent             12.4     0.95 0.9225 12.3
## Kool             16.6     1.12 0.9372 16.3
## L_M              14.9     1.02 0.8858 15.4
## LarkLights       13.7     1.01 0.9643 13.0
## Marlboro         15.1     0.90 0.9316 14.4
## Merit             7.8     0.57 0.9705 10.0
## MultiFilter      11.4     0.78 1.1240 10.2
## NewportLights     9.0     0.74 0.8517  9.5
## Now               1.0     0.13 0.7851  1.5
## OldGold          17.0     1.26 0.9186 18.5
## PallMallLight    12.8     1.08 1.0395 12.6
## Raleigh          15.8     0.96 0.9573 17.5
## SalemUltra        4.5     0.42 0.9106  4.9
## Tareyton         14.5     1.01 1.0070 15.9
```

```
## TrueLight         7.3     0.61 0.9806  8.5
## ViceroyRichLight  8.6     0.69 0.9693 10.6
## VirginiaSlims    15.2     1.02 0.9496 13.9
## WinstonLights    12.0     0.82 1.1184 14.9
```

Affichez le nombre de lignes et de colonnes du data frame.

```
#nombre de lignes et de colonnes dans le data.frame
print(dim(cigarettes))

## [1] 24  4
```

3. Affichez les noms des observations et des variables.

```
#Affichage des étiquettes des cigarettes
print(rownames(cigarettes))

##  [1] "Alpine"           "Benson_Hedges"    "CamelLights"      "Carlton"
##  [5] "Chesterfield"     "GoldenLights"     "Kent"             "Kool"
##  [9] "L_M"              "LarkLights"       "Marlboro"         "Merit"
## [13] "MultiFilter"      "NewportLights"    "Now"              "OldGold"
## [17] "PallMallLight"    "Raleigh"          "SalemUltra"       "Tareyton"
## [21] "TrueLight"        "ViceroyRichLight" "VirginiaSlims"
"WinstonLights"

#noms des variables
print(colnames(cigarettes))

## [1] "TAR"      "NICOTINE" "WEIGHT"   "CO"
```

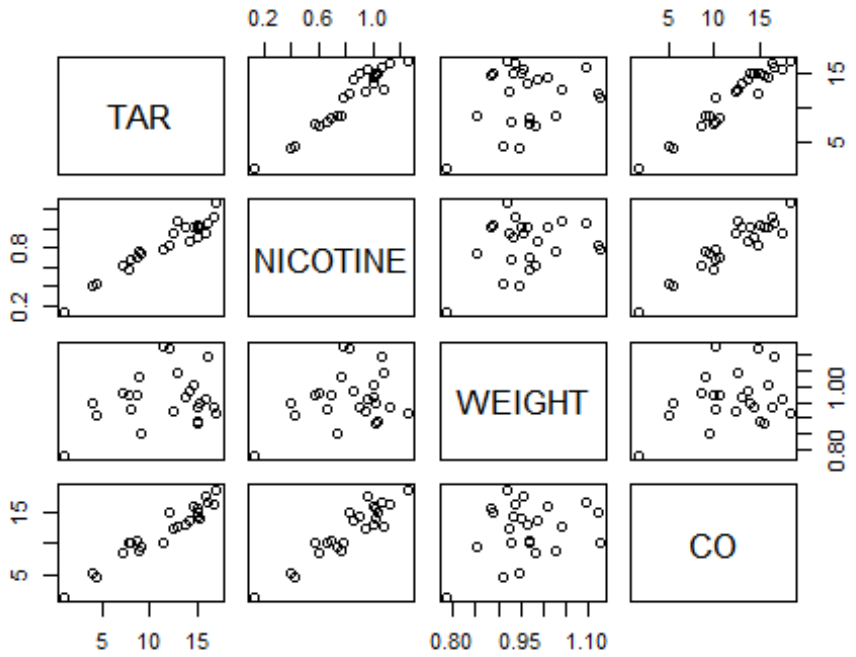
4. Calculez les statistiques descriptives pour chaque variable.

```
#Stat. descriptives simples
print(summary(cigarettes))

##       TAR           NICOTINE          WEIGHT             CO
##  Min.   : 1.00   Min.   :0.1300   Min.   :0.7851   Min.   : 1.500
##  1st Qu.: 8.45   1st Qu.:0.6850   1st Qu.:0.9215   1st Qu.: 9.875
##  Median :12.60   Median :0.8800   Median :0.9535   Median :12.800
##  Mean   :11.48   Mean   :0.8283   Mean   :0.9622   Mean   :12.071
##  3rd Qu.:15.03   3rd Qu.:1.0200   3rd Qu.:0.9907   3rd Qu.:15.100
##  Max.   :17.00   Max.   :1.2600   Max.   :1.1240   Max.   :18.500
```

5. Réalisez les graphiques nuages de points en croisant deux à deux les variables.

```
#Nuages de points deux à deux
pairs(cigarettes)
```



Plusieurs variables sont fortement corrélées, en particulier avec la variable cible (endogène) CO. On distingue quelques points atypiques, par ex. une marque présente une très faible valeur de CO.

Régression linéaire multiple

6. Réalisez une régression linéaire multiple expliquant la variable CO à partir de toutes les autres.

```
#Régression linéaire multiple
modele <- lm(CO ~ TAR + NICOTINE + WEIGHT, data = cigarettes)
print(modele)

##
## Call:
## lm(formula = CO ~ TAR + NICOTINE + WEIGHT, data = cigarettes)
##
## Coefficients:
## (Intercept)          TAR     NICOTINE       WEIGHT
##     -0.5517       0.8876       0.5185       2.0793

#objet summary
sm <- summary(modele)
print(sm)

##
## Call:
## lm(formula = CO ~ TAR + NICOTINE + WEIGHT, data = cigarettes)
```

```
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -2.1083 -0.8046 -0.1199  1.0095  2.0501
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  -0.5517     2.9713  -0.186 0.854569
## TAR           0.8876     0.1955   4.540 0.000199 ***
## NICOTINE      0.5185     3.2523   0.159 0.874941
## WEIGHT        2.0793     3.1784   0.654 0.520431
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.16 on 20 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.935,  Adjusted R-squared:  0.9252
## F-statistic: 95.86 on 3 and 20 DF,  p-value: 4.85e-12
```

Le seul coefficient significatif à 5% celui de TAR (p-value = Pr(>|t|) < 0.05). On pouvait s'y attendre, la variable est corrélée avec CO dans le graphique. Etonnement, NICOTINE qui est manifestement très corrélée avec CO également (cf. graphique ci-dessus) n'apparaît pas comme pertinent dans la régression. Pourquoi ?

8. Affichez le champ $coefficients de l'objet issu de summary().

```
#coefficients
print(sm$coefficients)
```

```
##               Estimate Std. Error    t value     Pr(>|t|)
## (Intercept) -0.5516976  2.9712809 -0.1856767 0.8545685010
## TAR          0.8875803  0.1954817  4.5404782 0.0001990908
## NICOTINE     0.5184696  3.2523311  0.1594148 0.8749410220
## WEIGHT       2.0793442  3.1784171  0.6542075 0.5204306639
```

Quel est le type de cet objet ?

```
#classe de $coefficients
print(class(sm$coefficients))
```

```
## [1] "matrix" "array"
```

Quelles sont ses dimensions ?

```
#dimensions
print(dim(sm$coefficients))
```

```
## [1] 4 4
```

9. Affichez les écarts-type des coefficients estimés.

```
#ecarts-type des coefficients estimés
print(sm$coefficients[,2])
```

```
## (Intercept)         TAR    NICOTINE      WEIGHT
##   2.9712809   0.1954817   3.2523311   3.1784171
```

10. Pour chaque coefficient, calculez sont intervalle de confiance au niveau 95%.

```
#quantile de la loi de STudent
qs <- qt(0.975,24-3-1)

#bornes basses
print("Bornes basses")

## [1] "Bornes basses"

print(sm$coefficients[,1]-qs*sm$coefficients[,2])

## (Intercept)         TAR    NICOTINE      WEIGHT
##  -6.7496811   0.4798127  -6.2657743  -4.5507177

#bornes hautes
print("Bornes hautes")

## [1] "Bornes hautes"

print(sm$coefficients[,1]+qs*sm$coefficients[,2])

## (Intercept)         TAR    NICOTINE      WEIGHT
##    5.646286    1.295348    7.302713    8.709406
```

Analyse des résidus

11. Récupérez les résidus de la régression ($residuals). Calculez sa moyenne. Que constatez-vous ?

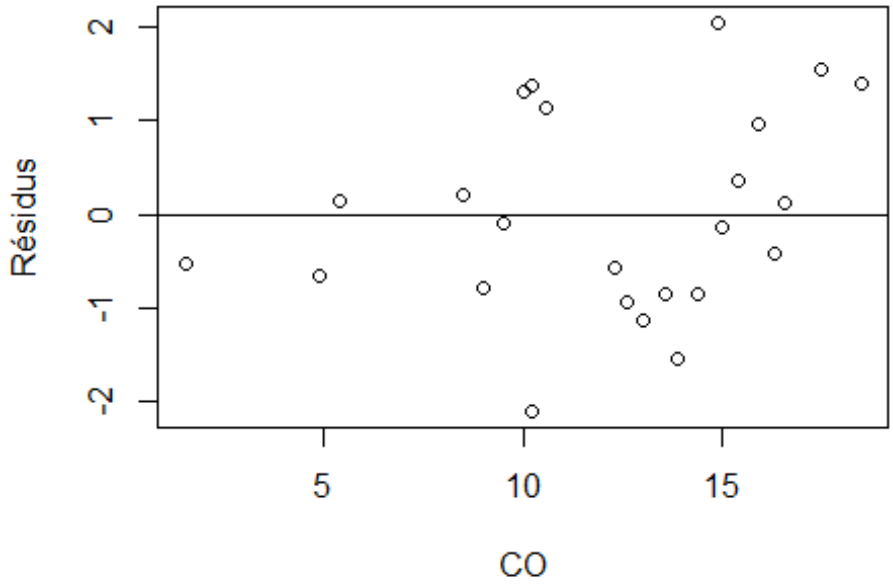
```
#Résidus
e <- modele$residuals #ou encore e <- residuals(modele)
print(mean(e))

## [1] -6.128453e-17
```

Dans la régression avec constante, la moyenne des résidus est nulle forcément, sinon problème.

12. Construisez le graphique nuage de points en croisant en abscisse la variable cible (CO) et en ordonnée le résidu (plot). Y a-t-il des éléments saillants dans le graphique ?

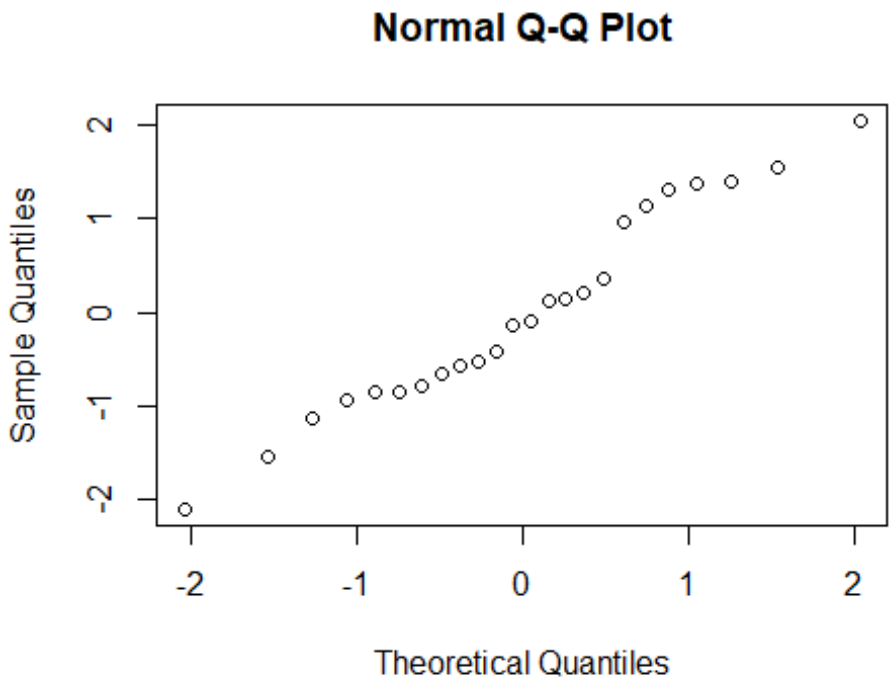
```
#Graphique des résidus
plot(cigarettes$CO,e,ylab="Résidus",xlab="CO")
abline(h=0)
```



Pas d'éléments réellement choquants. Peut-être : 1 valeur de C0 très faible, 2 résidus élevés en valeur absolue (1 négatif autour de C0 = 10 ; 1 positif autour de CO = 15).

13. Réalisez la droite de Henry pour vérifier la compatibilité des résidus avec l'hypothèse de normalité (qqnorm). Que constatez-vous ?

```
#Droite de Henry
qqnorm(e)
```



On a quelque chose qui ressemble fortement à une droite. La compatibilité avec la loi normale est viable.

14. Test de Jarque-Bera

```
#asymétrie
g1 <- mean(e^3)/(mean(e^2)^1.5)
print(g1)

## [1] 0.1608395

#applatissement
g2 <- mean(e^4)/(mean(e^2)^2)-3
print(g2)

## [1] -0.8123179

#stat. de test du test de normalité de Jarque-bera
Tjb <- ((24-3-1)/6)*(g1^2+(g2^2)/4)
print(Tjb)

## [1] 0.6361148

#p-value du test de Jarque-Bera
print(pchisq(Tjb,2,lower.tail = FALSE))

## [1] 0.727561
```

Pour un test à alpha = 5%, la p-value > alpha, on ne peut pas rejeter l'hypothèse de normalité des résidus. Ce résultat est cohérent avec la droite de Henry ci-dessus.

Détection des points atypiques et influents

15. Calculez le résidu studentisé de la régression.

```
#Résidus studentisés
res.student <- rstudent(modele)
print(res.student)
```

```
##            Alpine    Benson_Hedges      CamelLights          Carlton
##       -0.8050342        0.1177432        1.2568137        0.1268819
##     Chesterfield     GoldenLights             Kent             Kool
##       -0.1343193       -0.7313460       -0.5032631       -0.3699537
##              L_M       LarkLights         Marlboro            Merit
##        0.3223152       -1.0210174       -0.8339836        1.2051387
##      MultiFilter    NewportLights              Now          OldGold
##       -2.3367957       -0.0833822       -0.6190598        1.4347442
##    PallMallLight          Raleigh       SalemUltra         Tareyton
##       -0.9685787        1.5279745       -0.6023223        0.8557047
##        TrueLight ViceroyRichLight    VirginiaSlims    WinstonLights
##        0.1920721        1.0249592       -1.4249196        2.2090210
```

16. Calculez le seuil critique pour le résidu studentisé pour un risque de 10%.

```
#Seuil critique
#risque alpha = 0.1
alpha <- 0.1
#calcul du seuil à partir de la loi de Student à (n-p-2) ddl ==> n = 24 obs., 
p = 3 explicatives
seuil.student <- qt(1-alpha/2,24-3-2)
print(seuil.student)
```

```
## [1] 1.729133
```

Attention en degré de liberté de la loi de Student : n - p - 2 !

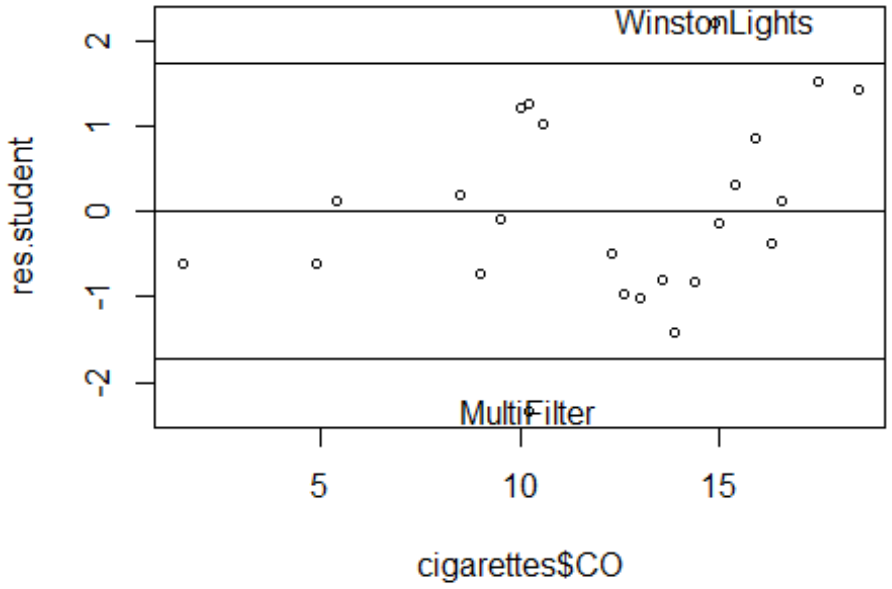
17. Quelles sont les marques de cigarette atypiques au sens de ce seuil ?

```
#détection des cigarettes en dehors des tuyaux
#vecteur de booléen indiquant les atypiques
atypiques.rstudent <- (res.student < -seuil.student | res.student > 
+seuil.student)
ab.student <- cigarettes[atypiques.rstudent,]
print(ab.student)
```

```
##                TAR NICOTINE WEIGHT   CO
## MultiFilter   11.4     0.78 1.1240 10.2
## WinstonLights 12.0     0.82 1.1184 14.9
```

18. Construisez le graphique nuage de points croisant en abscisse la variable cible CO et en ordonnée le résidu studentisé (plot). Insérez dans le graphique les lignes matérialisant les seuils critiques (text). Faites apparaître nommément les cigarettes atypiques.

```
#mettre en évidence les points atypiques dans le graphique des résidus
#construction du graphique des résidus studentisés
plot(cigarettes$CO,res.student,cex=0.75)
abline(h=-seuil.student)
abline(h=+seuil.student)
abline(h=0)
text(cigarettes$CO[atypiques.rstudent],res.student[atypiques.rstudent],rownam
es(cigarettes)[atypiques.rstudent])
```



19. Calculez le levier de chaque observation.

```
#levier
indicateurs <- influence.measures(modele)
#quels sont les descripteurs disponibles
attributes(indicateurs)

## $names
## [1] "infmat" "is.inf" "call"
##
## $class
## [1] "infl"

#on s'intéresse à la matrice infmat
print(indicateurs$infmat)

##                       dfb.1_      dfb.TAR      dfb.NICO     dfb.WEIG
## Alpine           -0.007274016 -0.312949909  0.2972719267 -0.039062192
## Benson_Hedges    -0.039521859  0.016699581 -0.0126680153  0.039361311
```

```
## CamelLights       0.103072842 -0.209493674  0.1608099548 -0.067260624
## Carlton           0.004712591 -0.013104839 -0.0012137939  0.008306493
## Chesterfield     -0.031493480 -0.004581011 -0.0053652160  0.036407301
## GoldenLights      0.154417052  0.218964583 -0.1846045951 -0.160721742
## Kent             -0.052049201  0.089117547 -0.1054756298  0.069698261
## Kool             -0.039613402 -0.032513283  0.0013076328  0.054970848
## L_M               0.079718491  0.023814654 -0.0008303217 -0.088730412
## LarkLights        0.001585024  0.120871085 -0.1612834966  0.035028003
## Marlboro         -0.151236528 -0.399689403  0.3592648351  0.108804448
## Merit            -0.001668270  0.090231526 -0.1670523168  0.102565082
## MultiFilter       1.066309955 -0.274093400  0.3942149435 -1.225015025
## NewportLights    -0.025172722  0.015573351 -0.0152699105  0.025044063
## Now              -0.403947154 -0.102743819  0.2049852480  0.273993017
## OldGold           0.179157637 -0.372221039  0.5443835325 -0.354133679
## PallMallLight     0.288617300  0.538596558 -0.5649064659 -0.196623758
## Raleigh           0.147730615  0.638380856 -0.5549434297 -0.096350384
## SalemUltra       -0.084905923  0.050552156  0.0078896160  0.028097721
## Tareyton         -0.083225134  0.015241129  0.0148887112  0.070569311
## TrueLight        -0.011060363 -0.024490066  0.0120087376  0.021336064
## ViceroyRichLight -0.023925121 -0.122870283  0.0805826669  0.059239152
## VirginiaSlims    -0.104528751 -0.169015536  0.0890555584  0.123648970
## WinstonLights    -0.954528028  0.240701536 -0.3256172454  1.077491904
##                       dffit     cov.r       cook.d        hat
## Alpine           -0.36527775 1.2946257 0.0339544205 0.17073128
## Benson_Hedges     0.05608100 1.5018754 0.0008270487 0.18491182
## CamelLights       0.38481248 0.9756425 0.0359775671 0.08571162
## Carlton           0.05678186 1.4686351 0.0008477501 0.16685544
## Chesterfield     -0.05272054 1.4115110 0.0007307419 0.13349209
## GoldenLights     -0.31590879 1.3036985 0.0255436513 0.15724567
## Kent             -0.16578650 1.2907586 0.0071377900 0.09789596
## Kool             -0.13636091 1.3550670 0.0048582398 0.11960820
## L_M               0.12657369 1.3864989 0.0041930994 0.13360991
## LarkLights       -0.29345872 1.0734606 0.0214838777 0.07630555
## Marlboro         -0.45768063 1.3835125 0.0531774394 0.23146025
## Merit             0.39006700 1.0102180 0.0371967516 0.09482777
## MultiFilter      -1.38484974 0.6039106 0.3920197606 0.25992124
## NewportLights    -0.03576440 1.4514831 0.0003364802 0.15538649
## Now              -0.57176743 2.1003985 0.0843300908 0.46034869
## OldGold           0.84001591 1.0924928 0.1675397193 0.25528101
## PallMallLight    -0.65782478 1.4794832 0.1085189838 0.31566149
## Raleigh           0.75166755 0.9591703 0.1324143176 0.19484847
## SalemUltra       -0.25548669 1.3430757 0.0168553813 0.15248468
## Tareyton          0.23247757 1.1332941 0.0136948072 0.06873642
## TrueLight         0.06262032 1.3477388 0.0010299226 0.09607980
## ViceroyRichLight  0.28018918 1.0639337 0.0195770222 0.06953294
## VirginiaSlims    -0.43010756 0.8924817 0.0439821752 0.08350342
## WinstonLights     1.22624895 0.6436587 0.3148452146 0.23555978
```

```
#on récupère la colonne "hat" qui correspond au levier
res.hat <- indicateurs$infmat[,"hat"]
print(res.hat)
```

```
##           Alpine    Benson_Hedges      CamelLights          Carlton
##       0.17073128       0.18491182       0.08571162       0.16685544
##     Chesterfield     GoldenLights             Kent             Kool
##       0.13349209       0.15724567       0.09789596       0.11960820
##              L_M       LarkLights         Marlboro            Merit
##       0.13360991       0.07630555       0.23146025       0.09482777
##      MultiFilter    NewportLights              Now          OldGold
##       0.25992124       0.15538649       0.46034869       0.25528101
##    PallMallLight          Raleigh       SalemUltra         Tareyton
##       0.31566149       0.19484847       0.15248468       0.06873642
##        TrueLight ViceroyRichLight    VirginiaSlims    WinstonLights
##       0.09607980       0.06953294       0.08350342       0.23555978
```

20. Quels sont les points atypiques au sens du levier ?

```
#le seuil est défini par 2x(p+1)/n ==> p = 3 expl., n = 24 obs.
seuil.hat <- 2*(3+1)/24
print(seuil.hat)
```

```
## [1] 0.3333333
```

```
#les points atypiques au sens du levier
atypiques.levier <- (res.hat > seuil.hat)
ab.hat <- cigarettes[atypiques.levier,]
print(ab.hat)
```

```
##     TAR NICOTINE WEIGHT  CO
## Now   1     0.13 0.7851 1.5
```

21. Créez un nouveau data frame excluant les observations atypiques au sens du résidu studentisé OU du levier.

```
#supprimer les points atypiques de la base
#identifier les éléments à exclure
excluded <- (atypiques.rstudent | atypiques.levier)
print(excluded)
```

```
##           Alpine    Benson_Hedges      CamelLights          Carlton
##            FALSE            FALSE            FALSE            FALSE
##     Chesterfield     GoldenLights             Kent             Kool
##            FALSE            FALSE            FALSE            FALSE
##              L_M       LarkLights         Marlboro            Merit
##            FALSE            FALSE            FALSE            FALSE
##      MultiFilter    NewportLights              Now          OldGold
##             TRUE            FALSE             TRUE            FALSE
##    PallMallLight          Raleigh       SalemUltra         Tareyton
##            FALSE            FALSE            FALSE            FALSE
##         TrueLight ViceroyRichLight    VirginiaSlims    WinstonLights
##            FALSE            FALSE            FALSE             TRUE
```

Les TRUE sont ceux à exclure c.-à-d. MULTIFILTER, NOW et WINSTONLIGHTS.

```
#nouveau data frame : on garde les non-exclus ==> !excluded
cigarettes.clean <- cigarettes[!excluded,]
print(cigarettes.clean)
```

```
##                   TAR NICOTINE WEIGHT   CO
## Alpine           14.1     0.86 0.9853 13.6
## Benson_Hedges    16.0     1.06 1.0938 16.6
## CamelLights       8.0     0.67 0.9280 10.2
## Carlton           4.1     0.40 0.9462  5.4
## Chesterfield     15.0     1.04 0.8885 15.0
## GoldenLights      8.8     0.76 1.0267  9.0
## Kent             12.4     0.95 0.9225 12.3
## Kool             16.6     1.12 0.9372 16.3
## L_M              14.9     1.02 0.8858 15.4
## LarkLights       13.7     1.01 0.9643 13.0
## Marlboro         15.1     0.90 0.9316 14.4
## Merit             7.8     0.57 0.9705 10.0
## NewportLights     9.0     0.74 0.8517  9.5
## OldGold          17.0     1.26 0.9186 18.5
## PallMallLight    12.8     1.08 1.0395 12.6
## Raleigh          15.8     0.96 0.9573 17.5
## SalemUltra        4.5     0.42 0.9106  4.9
## Tareyton         14.5     1.01 1.0070 15.9
## TrueLight         7.3     0.61 0.9806  8.5
## ViceroyRichLight  8.6     0.69 0.9693 10.6
## VirginiaSlims    15.2     1.02 0.9496 13.9
```

```
#dimension
print(dim(cigarettes.clean))
```

```
## [1] 21  4
```

22. Réalisez de nouveau la régression CO vs. les autres variables à partir de ce nouvel ensemble de données. Quelle est la valeur du R2 maintenant ?

```
#Nouvelle régression
modele.clean <- lm(CO ~ ., data = cigarettes.clean)
sm.clean <- summary(modele.clean)
print(sm.clean)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = CO ~ ., data = cigarettes.clean)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -1.5273 -0.7626 -0.1690  1.0397  1.5323
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
```

```
## (Intercept)   0.7516     3.9392   0.191    0.851
## TAR           0.9094     0.1765   5.153 7.97e-05 ***
## NICOTINE     -0.2513     3.0709  -0.082    0.936
## WEIGHT        1.1682     4.1141   0.284    0.780
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.02 on 17 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9382, Adjusted R-squared:  0.9273
## F-statistic: 86.06 on 3 and 17 DF,  p-value: 1.759e-10
```

Sélection de variables

23. Testez la significativité simultanée des coefficients de NICOTINE et WEIGHT en opposant les R2 des régressions CO = f(TAR, NICOTINE, WEIGHT) et CO = f(TAR)

```
#régression avec TAR seulement
modele.simplified <- lm(CO ~ TAR, data = cigarettes.clean)
sm.simplified <- summary(modele.simplified)
print(sm.simplified)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = CO ~ TAR, data = cigarettes.clean)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -1.5337 -0.6918 -0.2543  1.0877  1.5280
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  1.79658    0.66766   2.691   0.0145 *
## TAR          0.89718    0.05296  16.942 6.35e-13 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.9669 on 19 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9379, Adjusted R-squared:  0.9346
## F-statistic:   287 on 1 and 19 DF,  p-value: 6.349e-13
```

```
#F du test
FTest <- ((sm.clean$r.squared-sm.simplified$r.squared)/2)/((1-
sm.clean$r.squared)/(21-3-1))
print(FTest)
```

```
## [1] 0.04223092
```

```
#p-value
print(pf(FTest,2,21-3-1,lower.tail=FALSE))
```

```
## [1] 0.9587486
```

On ne peut pas réjeter l'hypothèse selon laquelle les coefficients de NICOTINE et WEIGHT sont simultanément nuls.

24. Réalisez une sélection de variables « backward » optimisant le critère AIC.

```
#Sélection de variables
library(MASS)
modele.reduit <- stepAIC(modele.clean,direction="backward")

## Start:  AIC=4.38
## CO ~ TAR + NICOTINE + WEIGHT
##
##            Df Sum of Sq    RSS     AIC
## - NICOTINE  1    0.0070 17.682  2.3880
## - WEIGHT    1    0.0838 17.758  2.4790
## <none>                  17.675  4.3797
## - TAR       1   27.6042 45.279 22.1346
##
## Step:  AIC=2.39
## CO ~ TAR + WEIGHT
##
##          Df Sum of Sq     RSS    AIC
## - WEIGHT  1     0.081  17.762  0.484
## <none>                 17.682  2.388
## - TAR     1   265.058 282.740 58.600
##
## Step:  AIC=0.48
## CO ~ TAR
##
##        Df Sum of Sq     RSS    AIC
## <none>               17.762  0.484
## - TAR   1    268.34 286.103 56.848

summary(modele.reduit)

##
## Call:
## lm(formula = CO ~ TAR, data = cigarettes.clean)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -1.5337 -0.6918 -0.2543  1.0877  1.5280
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  1.79658    0.66766   2.691   0.0145 *
## TAR          0.89718    0.05296  16.942 6.35e-13 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.9669 on 19 degrees of freedom
```

```
## Multiple R-squared:  0.9379, Adjusted R-squared:  0.9346
## F-statistic:   287 on 1 and 19 DF,  p-value: 6.349e-13
```

OUI, ce résultat est cohérent avec le test mené précédemment. Seule la variable TAR est conservée dans le modèle.

Prédiction sur un nouveau fichier

25. Charger les données du fichier « autres_cigarettes.txt ». Combien y a-t-il de marques de cigarettes dans ce fichier ?

```
#chargement du second fichier
autres <-
read.table(file="autres_cigarettes.txt",sep="\t",header=TRUE,dec=".",row.names=1)
print(nrow(autres))

## [1] 4
```

26. Pour ces nouvelles observations, calculez les prédictions ponctuelles ainsi que leurs intervalles de confiance à 90% du modèle simplifié.

```
#prédictions (fit) incluant les intervalles de confiance (lwr, upr)
pred <- predict(modele.reduit,newdata=autres,interval="prediction",level=0.9)
print(pred)

##                   fit       lwr       upr
## Benz       14.446830 12.724455 16.169205
## GoodLook   17.945837 16.147522 19.744151
## Riverplate  9.871206  8.138635 11.603777
## Melia       5.475019  3.618546  7.331491
```

27. Sachant les vraies valeurs de l'endogène sont respectivement…

```
#vraies valeurs de l'endogene
true_endo <- c(13.5,21.3,8.25,6.0)
names(true_endo) <- c("Benz","GoodLook","RiverPlate","Melia")

#verification
quid <- (true_endo >= pred[,'lwr']) & (true_endo < pred[,'upr'])
print(quid)

##       Benz   GoodLook RiverPlate      Melia
##       TRUE      FALSE       TRUE       TRUE
```

Les intervalles couvrent - au niveau de confiance 90% - la "vraie" valeur de l'endogène pour BENZ, RIVERPLATE et MELIA.

28. Accolez ces nouvelles variables (prédictions et bornes des intervalles de prédiction) au jeu de données "autres_cigarettes"

```
#data frame avec la prédiction et les résidus
autres.plus <- cbind(autres,pred)
print(summary(autres.plus))
```

```
##       TAR            NICOTINE          WEIGHT            fit
##  Min.   : 4.100   Min.   :0.4000   Min.   :0.8760   Min.   : 5.475
##  1st Qu.: 7.775   1st Qu.:0.6025   1st Qu.:0.9150   1st Qu.: 8.772
##  Median :11.550   Median :0.7650   Median :0.9566   Median :12.159
##  Mean   :11.300   Mean   :0.7475   Mean   :0.9671   Mean   :11.935
##  3rd Qu.:15.075   3rd Qu.:0.9100   3rd Qu.:1.0087   3rd Qu.:15.322
##  Max.   :18.000   Max.   :1.0600   Max.   :1.0790   Max.   :17.946
##       lwr              upr
##  Min.   : 3.619   Min.   : 7.331
##  1st Qu.: 7.009   1st Qu.:10.536
##  Median :10.432   Median :13.886
##  Mean   :10.157   Mean   :13.712
##  3rd Qu.:13.580   3rd Qu.:17.063
##  Max.   :16.148   Max.   :19.744
```

29. Sauvegardez ce nouvel ensemble de données (data frame) dans le fichier “output_regression.txt”.

```
#sauvegarde
write.table(autres.plus,file="output_regression.txt",quote=F,
sep="\t",dec=".",row.names=T,col.names=T)
```