Prova di Analisi Matematica II - 9 Aprile 2018
Ing. Informatica
Prof.ssa V. DE CICCO

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) L'antitrasformata di Laplace della funzione $F(s) = \frac{1}{(s-1)^2-1}$ è

   (a) $f(t) = \sinh(t)$
   (b) $f(t) = \cosh t$
   (c) $f(t) = e^t \cosh t$
   (d) $f(t) = e^t \sinh t$.

2) Sia γ la frontiera del dominio $\{z = (x, y) \in \mathbb{C} : x^2 + y^2 \leq 2\}$. Si indichi l'unico integrale non nullo tra i seguenti:

   (a) $\int_\gamma \frac{1}{z-1} dz$
   (b) $\int_\gamma \frac{1}{(z-1)^2} dz$
   (c) $\int_\gamma \frac{1}{(z-1)^3} dz$
   (d) $\int_\gamma \frac{1}{(z-1)^4} dz$.

3) La funzione $f(z) = \sin(iz)$, $z \in \mathbb{C}$ è

(a) intera
(b) a valori immaginari
(c) a valori reali
(d) limitata.

4) La serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n!}(x-3)^n$$

è lo sviluppo di Taylor in $x = 3$ della funzione

(a) e^x
(b) e^{x^2}
(c) $e^{(x-3)^2}$
(d) e^{3-x}.

5) L'insieme di definizione della funzione

$$f(z) = \mathrm{Log}(|z^2+1|)\,, \quad z \in \mathbb{C}$$

è

(a) $\mathbb{C} \setminus \{-1\}$
(b) $\mathbb{C} \setminus \{-i, i\}$
(c) $\mathbb{C} \setminus \{-1, 1, -i, i\}$
(d) $\mathbb{C} \setminus \{-1, 1\}$.

ESERCIZIO 2. Si studi la convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = (\log(x+1))^n\,, \quad x > -1.$$

ESERCIZIO 3.

(i) Si dia la definizione di $\operatorname{Log} z$ per $z \in \mathbb{C}$, $z \neq 0$, e si discuta la sua continuità e la sua olomorfia.

(ii) Si studi la continuità e l'olomorfia della funzione

$$f(z) = z^{\sqrt{3}}.$$

ESERCIZIO 4.

(i) Sia dia la definizione di convergenza puntuale per una serie di funzioni.

(ii) Sia assegnata la seguente serie in campo complesso:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!(z+i)^n}.$$

(iii) Se ne determini l'insieme di convergenza E.

(iv) Se ne calcoli la somma $\forall z \in E$.

ESERCIZIO 5.

(i) Si scriva la serie di Fourier della funzione periodica di periodo 2π che nell'intervallo $[-\pi, \pi]$ vale

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

calcolandone esplicitamente i coefficienti.

(ii) Sia poi $S(x)$ la funzione somma della serie di Fourier di $f(x)$. Si tracci il grafico di $S(x)$ nell'intervallo $[-\pi, \pi]$ precisandone il valore nei punti di salto.