

Prova di Analisi Matematica II - 18 Luglio 2018
Ing. Informatica
Prof.ssa Virginia De Cicco

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:
----	----	----	----	----	-------

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome
---------	------

FIRMA:

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) L'argomento del numero complesso $z = \frac{\pi}{\sqrt{2}} + i\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ è

- (a) 0
- (b) $\pi/4$
- (c) $\pi/2$
- (d) π .

2) Sia $\theta = \text{Arg } z$, $z \in \mathbb{C}$. La formula della potenza ennesima di z , detta formula di De Moivre, è

- (a) $z^n = |z|^n(\cos \theta + i \sin \theta) \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- (b) $z^n = |z|^n(\cos^n \theta + i \sin^n \theta) \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- (c) $z^n = |z|^n(\cos n\theta + i \sin n\theta) \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- (d) $z^n = |z|^n(\cos(n + \theta) + i \sin(n + \theta)) \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

3) La condizione di Cauchy-Riemann (CR1) per una funzione olomorfa è

(a)

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial x}$$

(b)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = i \frac{\partial f}{\partial y}$$

(c)

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{i} \frac{\partial f}{\partial x}$$

(d)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{i} \frac{\partial f}{\partial y}.$$

4) Calcolando il $\text{Log } i$ si ha

(a) $i\pi/4$

(b) $i\pi$

(c) $i\pi/2$

(d) i .

5) La somma della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(\log x)^{2k}}{(2k+1)!} \quad x > 0,$$

(a)

$$\frac{\cosh(\log x)}{\log x}$$

(b)

$$\sin(\log x)$$

(c)

$$\frac{\sinh(\log x)}{\log x}$$

(d)

$$\sinh(\log x).$$

ESERCIZIO 2.

- (i) Si enunci il teorema di continuità del limite per una successione di funzioni.
(ii) Si studi la convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = \arctan(n + n^2x), \quad x \leq 0.$$

- (iii) Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{4}} f_n(x) dx.$$

ESERCIZIO 3.

- (i) Si scriva l'espressione dei coefficienti di Fourier di una funzione $f(x)$ 2π -periodica.
- (ii) Si determini lo sviluppo in serie di Fourier del prolungamento periodico della seguente funzione:

$$f(x) = 2|x| - \pi, \quad x \in (-\pi, \pi].$$

- (iii) Si calcoli la somma della serie di Fourier per $x_0 = \frac{7}{4}\pi$.

ESERCIZIO 4.

(i) Si scriva lo sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = (z - 7i)^2 \operatorname{sen} \frac{1}{z - 7i},$$

intorno al punto $z = 7i$.

(ii) Si specifichi in quale regione vale e di che tipo di singolarità si tratta.

(iii) Si calcoli infine il residuo in tale punto.

ESERCIZIO 5. Usando la trasformata di Laplace, si cerchi il segnale $y(t)$ soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) - y(t) = e^t, & t \geq 0 \\ y(0) = 0, & y'(0) = 1. \end{cases}$$