

Prova B di Analisi Matematica II - 23 Gennaio 2020
Ing. Informatica
Prof.ssa VIRGINIA DE CICCO

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:
----	----	----	----	----	-------

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome
---------	------

Dichiaro di aver sostenuto con profitto l'esame di Analisi Matematica 1

FIRMA:

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1)

$$\cos(i) =$$

- (a) $i \cos(1)$
- (b) $\cosh(1)$
- (c) $\sinh(1)$
- (d) $i \sin(1)$.

2) La serie di Fourier della funzione, periodica di periodo 2π , definita per $x \in [-\pi, \pi[$ da

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x < 0 \\ 1-x & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$$

converge in $x = -\frac{5}{2}\pi$ a

(a) $1 + \frac{5}{2}\pi$

(b) 0

(c) $-\frac{\pi}{2}$

(d) $\frac{\pi}{2}$.

3) La somma della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(iz)^n}$$

vale

(a) $\frac{i}{1-iz}$

(b) $\frac{1}{1-iz}$

(c) $\frac{z}{i-z}$

(d) $\frac{iz}{iz-1}$.

4) La trasformata di Laplace della convoluzione

$$(t^2 * e^{2t})$$

è

(a) $\frac{s-2}{s^3}$

(b) $\frac{2}{s^3(s-2)}$

(c) $\frac{2}{s^2(s-2)}$

(d) $\frac{1}{2s(s-2)^2}$.

5) L'integrale

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{e^z(z^2+4)}$$

dove $\gamma(t) = -1 + 2e^{-it}$, $t \in [-\pi, \pi]$ vale

(a) $\frac{2i}{e}$

(b) $\frac{\pi i}{e}$

(c) 0

(d) $-\frac{\pi}{e}$.

ESERCIZIO 2. (i) Si dia la definizione di residuo.

(ii) Si esponcano i vari metodi per il calcolo dei residui.

(iii) Si calcolino i residui in $z = 3$ delle seguenti funzioni

$$f(z) = \frac{z-3}{e^{z-3}} \quad , \quad g(z) = e^{\frac{1}{(z-3)^2}} \quad , \quad h(z) = \frac{\sin(z-3)}{(z^2-9)^2} \quad .$$

ESERCIZIO 3. (i) Si dia la definizione di serie di Laurent di una funzione f analitica in una corona circolare centrata in z_0 e si scriva la formula per i coefficienti di Laurent.

(ii) Si scriva lo sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{z(z-3)^2}$$

in $z_0 = 0$ specificandone l'insieme di convergenza.

ESERCIZIO 4. (i) Si enunci e si dimostri il teorema del passaggio al limite sotto il segno di integrale per successioni.

(ii) Si studi la convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = \frac{x}{3x + \frac{5}{n^2}}.$$

(iii) Si calcoli il

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_2^4 f_n(x) dx.$$

ESERCIZIO 5. (i) Si enunci il Lemma del Grande Cerchio.

(ii) Usando i metodi della variabile complessa, si calcoli il seguente integrale improprio

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 100} dx.$$