

**Prova di Analisi Matematica II - 17 Febbraio 2020 - Fila A**  
**Ing. Informatica**  
**Prof.ssa Virginia De Cicco**

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:
----	----	----	----	----	-------

**N.B.** La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome
---------	------

Dichiaro di aver sostenuto con profitto l'esame di Analisi Matematica 1

FIRMA: .....

**ESERCIZIO 1.** Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata  $-1$  punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

- 1) (I) La funzione  $f(z) = \text{Log}(\text{Log } z)$  è olomorfa in
- (a)  $\mathbb{C}^* \setminus \{z = x + iy \in \mathbb{C} : -1 \leq x \leq 1\}$
  - (b)  $\mathbb{C}^*$
  - (c)  $\mathbb{C}^{**}$
  - (d)  $\mathbb{C}^{**} \setminus \{z = x + iy \in \mathbb{C} : |z| \leq 1, x \geq 0\}$ .

(II) La successione di funzioni

$$f_n(x) = \log \left( \frac{x^2}{n} + 1 \right)$$

converge uniformemente a  $f(x) = 0$  su

- (a)  $\mathbb{R}$
- (b)  $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq A\}, 0 < A < 1$
- (c)  $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq B\}, B > 0$
- (d)  $\{x \in \mathbb{R} : A \leq |x| \leq B\}, 0 < A < 1 < B.$

(III)  $\cos(\operatorname{Log} i) =$

- (a) 0
- (b)  $\cosh(\frac{\pi}{2})$
- (c)  $\sinh(\frac{\pi}{2})$
- (d)  $-i.$

(IV) Il dominio della funzione

$$f(z) = \operatorname{Log}(|z - 1|)$$

è

- (a) non connesso
- (b) semplicemente connesso
- (c) connesso ma non semplicemente connesso
- (d) limitato.

(V) La rappresentazione cartesiana del numero complesso

$$z = 2e^{-\frac{\pi}{4}i}$$

è

- (a)  $z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$
- (b)  $z = 2 + 2i$
- (c)  $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$
- (d)  $z = 2 - 2i.$

**ESERCIZIO 2.**

- (i) Si scriva l'espressione della serie di Fourier di una funzione  $2\pi$ -periodica pari.
- (ii) Si sviluppi in serie di Fourier la funzione:

$$f(x) = |x - \pi|, \quad x \in (0, 2\pi]$$

e prolungata per periodicità  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

**ESERCIZIO 3.**

- (i) Si scriva la definizione di trasformata di Laplace e di ascissa di convergenza.
- (ii) Si dia la formula della trasformata di Laplace di un segnale periodico.
- (iii) Si calcoli la trasformata della seguente onda quadra modificata:

$$f(t) = \begin{cases} -2 & 2n \leq t \leq 2n+1, \quad n \geq 0 \\ -1 & 2n+1 < t < 2n+2, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

**ESERCIZIO 4.**

- (i) Data una funzione analitica  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , si scrivano le formule integrali di Cauchy per  $f$  e per le sue derivate.
- (ii) Si calcolino i seguenti integrali in campo complesso:

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{z-1} dz, \quad \int_{\gamma} \frac{e^z}{(z-1)^8} dz,$$

dove  $\gamma$  è la curva  $|z-1| = 17$ , percorsa in verso antiorario.

**ESERCIZIO 5.**

(i) Si diano le diverse definizioni di convergenza per una serie di funzione

$$\sum_{n=0}^{+\infty} f_n(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

(ii) Si studino le varie convergenze della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^{\log x}, \quad x > 0$$

ed i legami fra di loro.