

**Prova di Analisi Matematica II - 19 Febbraio 2018 - Fila A**  
**Ing. Informatica**  
**Prof.ssa Virginia De Cicco**  
**Dott. Alessandro Ciallella**

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:
----	----	----	----	----	-------

**N.B.** La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome
---------	------

Dichiaro di aver sostenuto con profitto l'esame di Analisi Matematica 1

FIRMA: .....

(la dichiarazione precedente non è necessaria per gli studenti di Ing. Clinica immatricolati in anni precedenti all'A.A. 2015/2016)

**ESERCIZIO 1.** Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata  $-1$  punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) (I) Il coefficiente  $b_1$  dello sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$f(x) = |\sin x|$$

vale

- (a) 1
- (b) 0
- (c)  $\pi$
- (d)  $\frac{1}{\pi}$ .

(II) Sia  $z = \frac{2}{3-i}$ . Allora

- (a)  $\operatorname{Im} z = -2$
- (b)  $\operatorname{Im} z = 1$
- (c)  $\operatorname{Im} z = \frac{1}{5}$
- (d)  $\operatorname{Im} z = -\frac{1}{2}$ .

(III) Una delle seguenti funzioni ha residuo 1 in  $z_0 = 0$ . Quale funzione?

- (a)  $f(z) = \frac{1}{z^2}$
- (b)  $f(z) = \frac{1}{z}$
- (c)  $f(z) = \frac{1}{z^2-1}$
- (d)  $f(z) = \frac{1}{z-1}$ .

(IV) La funzione

$$f(z) = 1 - \operatorname{Log}(z \cdot \bar{z})$$

è olomorfa

- (a) in  $\mathbb{C}^{**}$
- (b) in  $\mathbb{C}^*$
- (c) in  $\mathbb{C} \setminus \{\operatorname{Im} z = 0\}$
- (d) per nessun valore di  $z$ .

(V) Solo una delle seguenti definizioni è esatta

- (a)  $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2i}$
- (b)  $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$
- (c)  $\cos z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$
- (d)  $\cos z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2}$ .

**ESERCIZIO 2.**

- (i) Si enunci il teorema integrale di Cauchy per un funzione di variabile complessa.
- (ii) Si determini una *qualunque curva chiusa*  $\gamma \subset \mathbb{C}$  tale che

$$\int_{\gamma} \frac{(\sinh z)^2}{z(z-1)(z^2+1)\sin z} dz = 0$$

e la si disegni sul piano complesso.

**ESERCIZIO 3.** (i) Si enunci il Principio del prolungamento analitico.  
(ii) Usando tale principio si dimostri la seguente formula:

$$\operatorname{sen}^2 z + \operatorname{cos}^2 z = 1 \quad \forall z \in \mathbb{C}.$$

**ESERCIZIO 4.**

- (i) Si dia la definizione di convergenza totale per una serie di funzioni.
- (ii) Si determini l'insieme di convergenza puntuale e totale della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(x^2 + 2)^n}$$

e se ne calcoli ivi la somma.

**ESERCIZIO 5.**

- (i) Sia forniscia l'espressione della trasformata di Laplace per un segnale  $f(t)$  periodico di periodo  $T$ .
- (ii) Si calcoli la trasformata di Laplace del seguente segnale:

$$f(t) = \begin{cases} e^{-3t} & t \in (0, 2] \\ 0 & t \in (2, 4] \end{cases}$$

esteso per periodicità  $\forall t > 0$ .