Prova di Analisi Matematica II - 25 Gennaio 2018
Ing. Informatica

Prof.ssa Virginia De Cicco
Dott. Alessandro Ciallella

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) (I) Sia $f(x) = x\,cos\,x^3$, $x \in [-\pi, \pi)$ prolungata per periodicità $\forall x \in \mathbb{R}$. Il coefficiente a_0 dello sviluppo in serie di Fourier di f vale:

(a) $a_0 = 0$
(b) $a_0 = 1$
(c) $a_0 = \frac{\pi}{2}$
(d) $a_0 = \pi$.

(II) La trasformata di Laplace del segnale ritardato $f(t) = \cos(t-1)$ vale

(a) $F(s) = \frac{se^{-s}}{s^2+1}$

(b) $F(s) = \frac{se^{-s}}{s^2-2s+2}$

(c) $F(s) = \frac{s-1}{s^2-2s+1}$

(d) $F(s) = \frac{s}{s^2-2s+2}$.

(III) La serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^{2n}}$ per $x = 5$

(a) converge a 2

(b) converge a $\frac{1}{4}$

(c) converge a $\frac{1}{2}$

(d) diverge.

(IV) Il numero complesso $\mathrm{Log}(1+i)$ vale

(a) $\frac{1}{2}\log 2 + i\frac{\pi}{4}$

(b) $\log 2 + i\frac{\pi}{2}$

(c) $\sqrt{2} + i\log\left(\frac{\pi}{4}\right)$

(d) i.

(V) L'insieme

$$\Omega = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \; : \; \frac{x^2}{4} + y^2 < 1, \; |y| \geq \frac{1}{2}\right\}$$

(a) è semplicemente connesso

(b) è chiuso

(c) non è connesso

(d) è aperto.

ESERCIZIO 2.

(i) Si dia la definizione di sviluppo in serie di Laurent centrato in z_0 per una funzione complessa.

(ii) Si scriva lo sviluppo in serie di Laurent della funzione $f(z) = \frac{1}{z}$ centrato in $z_0 = i$ e che converge per $|z - i| < 1$.

(iii) Si scriva lo sviluppo in serie di Laurent della funzione $f(z) = \frac{1}{z}$ centrato in $z_0 = i$ e che converge per $|z - i| > 1$.

ESERCIZIO 3.

(i) Si determini l′insieme

$$A = \{z : sen\, z = 0\}.$$

(ii) Si dia la dimostrazione di tale fatto.

(iii) Si cerchi l′insieme di definizione e l′aperto di olomorfia della seguente funzione

$$f(z) = \frac{1}{sen(iz)}.$$

(iv) Si disegni tale insieme.

ESERCIZIO 4.

(i) Si dia la definizione della funzione $f(z) = \sqrt{z}$ in campo complesso, precisandone l'insieme di definizione, di continuità e di olomorfia.

(ii) Si determini l'aperto di olomorfia della funzione

$$g(z) = \sqrt{i(|z+2|^2 - 9) - 1}$$

e lo si rappresenti graficamente sul piano complesso.

ESERCIZIO 5.

(i) Sia dia la definizione di convergenza uniforme per una successione di funzioni.

(ii) Si studi la convergenza puntuale e si determini un intervallo di convergenza uniforme della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = \arctan(3^{-nx}), \quad x \in [0, +\infty).$$