Prova di Analisi Matematica II - 27 Giugno 2018
Ing. Informatica
Prof.ssa Virginia De Cicco

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome

Dichiaro di aver sostenuto con profitto l'esame di Analisi Matematica 1

FIRMA: ....
(la dichiarazione precedente non è necessaria per gli studenti di Ing. Clinica immatricolati in anni precedenti all'A.A. 2015/2016)

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) La seguente serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n(x+3)^n$$

(a) può ammettere $I = [-5, -1]$ come intervallo di convergenza puntuale
(b) converge solo se a_n è infinitesima
(c) $\forall a_n$ ammette intervallo di convergenza puntuale chiuso
(d) ha come raggio di convergenza $R = \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n}$.

2) L'insieme di convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{|z-3|}}\,, \qquad z \in \mathbb{C}$$

è

(a) tutto $\mathbb{C}$

(b) l'insieme vuoto

(c) un semipiano

(d) il complementare di un cerchio.

3) La successione $f_n(x) = \frac{1}{x^{2n}} - n^2 x$

(a) converge in $x = 1$

(b) converge in $x = -1$

(c) converge per $x < -1$

(d) nessuna delle altre risposte.

4) La parte immaginaria del numero complesso i^i è

(a) 1

(b) 2π

(c) π

(d) 0.

5) La forma differenziale in $\mathbb{R}^2$ definita da

$$\omega = \left[\frac{y^3}{x^2+1} + 2y\right] dx + \left[3y^2 \arctan x + x\right] dy$$

(a) non è chiusa

(b) è esatta

(c) è definita in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

(d) è chiusa, ma non esatta.

ESERCIZIO 2.

(i) Si dia la formula della trasformata di Laplace di un segnale periodico.

(ii) Si calcoli la trasformata del segnale

$$f(t) = \sinh t$$

definito su $[0, 1[$, esteso per periodicità.

ESERCIZIO 3.

(i) Si dia la definizione di singolarità isolata per una funzione $f(z)$ di variabile complessa.

(ii) Si dia la classificazione delle singolarità isolate.

(iii) Si classifichino le singolarità delle seguenti funzioni:

$$f(z) = \frac{Log(z+1)}{z} \,,$$

$$g(z) = \frac{Log\, z}{z-1} \,,$$

$$h(z) = \frac{Log\, z}{(z-1)^2} \,.$$

ESERCIZIO 4.

(i) Si enunci il Teorema integrale di Cauchy.

(ii) Si dimostri tale Teorema (usando le formule di Gauss-Green).

(iii) Si calcoli il seguente integrale

$$\int_\gamma \frac{1}{(z^2+7)^2}\, dz$$

dove γ è la circonferenza di raggio 1 centrata in 0.

ESERCIZIO 5.

(i) Si dia la definizione di convergenza totale di una serie di funzioni.

(ii) Si studi la convergenza puntuale e totale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-n(x+1)}}{n! + x^2}, \qquad \text{per } x \geq -1.$$

(iii) Si calcoli la somma della serie per $x = 0$.