Prova di Analisi Matematica II - 20 Settembre 2018
Ing. dell'informazione
Prof.ssa Virginia De Cicco

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) (I) Il valore del seguente integrale curvilineo in $\mathbb{C}$

$$\int_\gamma cosh\, z\, dz, \qquad \gamma(t) = log(3+t) - \pi i t^2, \quad t \in [0,1]$$

è

(a) $i\frac{77}{24}$
(b) $\frac{77}{24}$
(c) $-\frac{77}{24}$
(d) $-i\frac{77}{24}$.

(II) Sia

$$f(z) = \frac{3i}{1-z} - \frac{1}{i-zi} + \frac{2}{(z-1)^2} + \frac{3}{z-i},$$

allora il $Res(f,1)$ vale

(a) 3

(b) $3i$

(c) $-3i$

(d) $-4i$.

(III) Il coefficiente a_0 dello sviluppo in serie di Fourier della funzione $f(x) = 3 - 6\sin(5x)\cos(7x)$ vale

(a) 1

(b) 4

(c) 6

(d) $\frac{3}{2}$.

(IV) La successione di funzioni $f_n(x) = e^{-n(x+2)}$

(a) converge puntualmente $\forall x \in \mathbb{R}$

(b) converge uniformemente per $x \in [-1, +\infty)$

(c) converge uniformemente per $x \geq -2$

(d) converge puntualmente per $x = -4$.

(V) L′equazione di Cauchy-Riemann in coordinate polari è

(a)
$$\frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{i}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}$$

(b)
$$\frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}$$

(c)
$$\frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{1}{i\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}$$

(d)
$$\frac{\partial f}{\partial \rho} = -\frac{1}{i\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}.$$

ESERCIZIO 2.

(i) Si enunci il Lemma di Jordan.

(ii) Si calcoli il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{sen(2x)}{x^2 + 3x + 4} dx.$$

ESERCIZIO 3.

(i) Si dia la definizione di serie di Taylor centrata in $z_o \in \mathbb{C}$ per una funzione $f(z)$, $z \in \mathbb{C}$.

(ii) Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = (z-1)^3 Log(2-z),$$

si calcoli la derivata $f^{(23)}(1)$ di ordine 23 nel punto $z = 1$.

ESERCIZIO 4.

(i) Si espongano i vari metodi per calcolare i residui.

(ii) Data la funzione

$$f(z) = \frac{z}{sen\, z(e^z - 1)}$$

si classifichino le sue singolarità isolate.

(iii) Si calcolino i residui in tali singolarità .

ESERCIZIO 5.

(i) Si enunci il Teorema integrale di Cauchy.

(ii) Si dimostri tale teorema.

(iii) Si calcoli

$$\int_\gamma \frac{z^3 - 1}{z - \pi} dz,$$

dove $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi[$.