$$f_n(x) = \frac{x}{3x + 5/n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} f_n(x) = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$g_n = \sup_{x\in\mathbb{R}} \left| \frac{x}{3x+5/n^2} - \frac{1}{3} \right| = \sup \left| \frac{-5/n^2}{9x + 15/n^2} \right| = \sup_{\substack{x\in[a,\infty)\cup(-\infty,-a] \\ a>0}} \left| \frac{5}{9n^2x+15} \right|$$

$$= \frac{5}{9n^2 a + 15} \qquad \lim_{n\to\infty} g_n = 0$$

converge puntualmente ad $\frac{1}{3}$ $\forall x \in \mathbb{R}$

converge uniformemente $\forall x \in [a, b] \cup [-b, -a]$, $a>0$, $b>a$

$$\lim_{n\to\infty} \int_2^4 f_n(x)\,dx = \int_2^4 f(x)\,dx = \int_2^4 \frac{1}{3}\,dx = \frac{1}{3}[x]_2^4 = \frac{2}{3}$$

Si può fare poiché per $a=2$ $b=4$ $f_n(x)$ conv uniformemente ad $\frac{1}{3}$. per il teorema del passaggio al limite sotto al segno di integrale