



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند، بخشده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

سوال ۱

(شبیه سازی) سیستم چند عاملی مرتبه دو زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{q}_i &= p_i \\ \dot{p}_i &= u_i \\ i &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $q_i \in \mathbb{R}^n$, $p_i \in \mathbb{R}^n$ و $u_i \in \mathbb{R}^n$ به ترتیب موقعیت، سرعت و ورودی کنترلی عامل i ام هستند. مجموعه همسایگی بین هر عامل با مانع و دیگر عوامل به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} N_i^\alpha &= \{j: \|q_j - q_i\| < r\} \\ N_i^\beta &= \{k: \|\hat{q}_{i,k} - q_i\| < r'\} \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن $\|\cdot\|$ فاصله اقلیدسی، r و r' بیشترین شعاع تعامل و $\hat{q}_{i,k}$ تصویر موقعیت عامل i ام روی مرز مانع k ام است. ورودی کنترلی شامل سه ترم بین عاملی، عامل با مانع و عامل با رهبر به صورت زیر است:

$$u_i = u_i^\alpha + u_i^\beta + u_i^\gamma \quad (3)$$



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند بخشنده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

که سه ترم آن به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} u_i^\alpha &= c_1^\alpha \sum_{j \in N_i^\alpha} \phi_\alpha(\|q_j - q_i\|_\sigma) n_{i,j} + c_2^\alpha \sum_{j \in N_i^\alpha} a_{ij}(q)(p_j - p_i) \\ u_i^\beta &= c_1^\beta \sum_{j \in N_i^\beta} \phi_\beta(\|\hat{q}_{i,k} - q_i\|_\sigma) \hat{n}_{i,k} + c_2^\beta \sum_{j \in N_i^\beta} b_{i,k}(q)(\hat{p}_{i,k} - p_i) \\ u_i^\gamma &= -c_1^\gamma (q_i - q_r) - c_2^\gamma (p_i - p_r) \\ c_1^\alpha &< c_1^\gamma < c_1^\beta \rightarrow c_2^v = 2\sqrt{c_1^v} \quad \text{for } v = \alpha, \beta, \gamma \end{aligned} \quad (4)$$

همچنین عبارات خاص ترم فوق به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \phi_\alpha(z) &= \rho_h \left(\frac{z}{r_\alpha} \right) \phi(z - d_\alpha) \\ \phi(z) &= \frac{1}{2} [(a+b)\sigma_1(z+c) + (a-b)] \\ \sigma_1(z) &= z/\sqrt{1+z^2} \\ n_{i,j} &= \frac{q_j - q_i}{\sqrt{1 + \epsilon \|q_j - q_i\|^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن $0 < a \leq b$ و $c = \frac{|a-b|}{\sqrt{4ab}}$ است. نرم سیگما که نگاشتی از $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ است، به صورت زیر تعریف

می شود:



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند بخشنده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

$$\|z\|_{\sigma} = \frac{1}{\epsilon} [\sqrt{1 + \epsilon \|z\|^2} - 1] \quad (6)$$

همچنین ماتریس مجاورت $a_{ij}(q)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$a_{ij}(q) = \rho_h \left(\frac{\|q_j - q_i\|_{\sigma}}{r_{\alpha}} \right) \quad (7)$$

که در آن $\rho_h(z)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\rho_h(z) = \begin{cases} 1 & z \in [0, h) \\ \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\pi \frac{(z-h)}{(1-h)} \right) \right] & z \in [0, h) \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (8)$$

برای یک مانع کروی با شعاع R_k در مرکز y_k ، موقعیت و سرعت عامل β به صورت زیر تعریف می شود:

$$\hat{q}_{i,k} = \mu q_i + (I - \mu) y_k \quad \hat{p}_{i,k} = \mu P p_i \quad (9)$$

که در آن $\mu = \frac{R_k}{\|q_i - y_k\|}$ ، $a_k = \frac{q_i - y_k}{\|q_i - y_k\|}$ و $P = I - a_k a_k^T$ است. نحوه تصویر کردن موقعیت و سرعت

عوامل بر روی مرز موانع در شکل ۱ آمده است.

¹ Bump function



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند بخشوده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

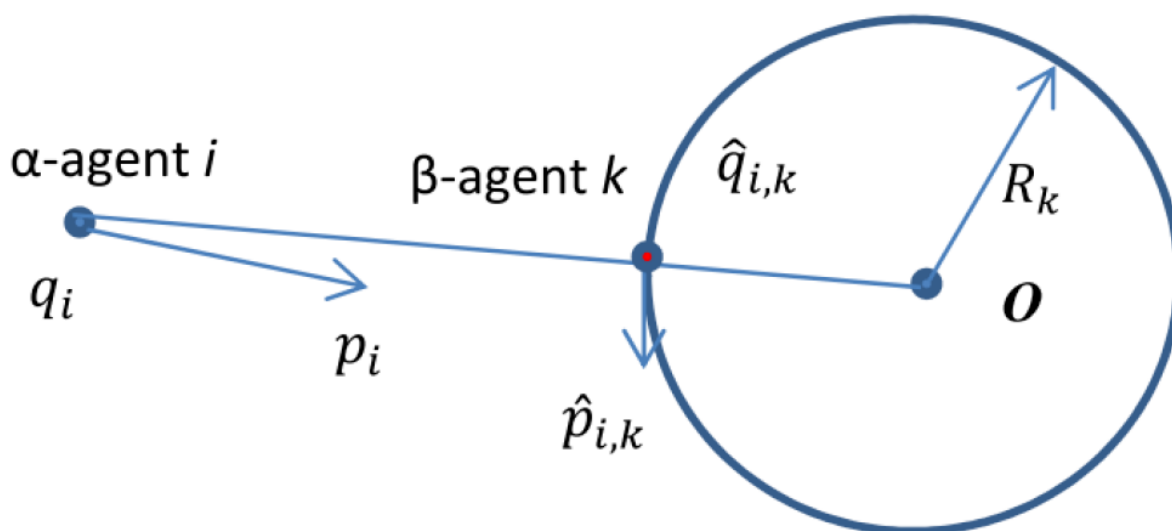
تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق



شکل ۱

عبارات ترم عامل-مانع ورودی کنترلی به صورت زیر است:

$$\phi_{\beta}(z) = \rho_h\left(\frac{z}{d_{\beta}}\right)(\sigma_1(z - d_{\beta}) - 1) \quad (10)$$

$$b_{i,k}(q) = \rho_h\left(\frac{\|\hat{q}_{i,k} - q_i\|_{\sigma}}{d_{\beta}}\right)$$

$$\hat{n}_{i,k} = \frac{\hat{q}_{i,k} - q_i}{\sqrt{1 + \epsilon \|\hat{q}_{i,k} - q_i\|^2}}$$



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند بخشوده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

دینامیک رهبر را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\dot{q}_r = p_r \quad (11)$$

$$\dot{p}_r = 0$$

موقعیت و سرعت اولیه رهبر به ترتیب $(230,60)$ و $(6,0)$ در نظر بگیرید. برای شبیه سازی تعداد ۱۵۰ عامل را (با موقعیت و سرعت اولیه دلخواه) به صورت مثلث در صفحه در نظر بگیرید و همچنین دو مانع دایره ای در $(150,30)$ و $(150,100)$ ایجاد کنید و اجتناب از برخورد به مانع را نشان دهید. نمودارهای خروجی اعم از فاصله بین عامل ها، فاصله عامل از رهبر و فاصله عامل از مانع را رسم کنید. برای نمایش خروجی و حرکت عامل ها به دو صورت زیر می توانید عمل کنید:

آ. نمایش به صورت انیمیشن: به این صورت که در خروجی لینک های بین عامل ها در صورتی که در محدوده تعامل هم قرار می گیرند نمایش داده شود. در این حالت نیازی به رسم مسیر حرکت نیست.

ب. نمایش به صورت عکس ثابت: در این حالت بایستی مسیر حرکتی عامل ها رسم شود.

پارامترهای شبیه سازی در جدول ۱ آورده شده است.



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند بخشوده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

جدول ۱

<i>parameter</i>	<i>value</i>
d	7
r	$1.2d$
d'	$0.6d$
r'	$1.2d'$
ϵ	0.1
a	5
b	5
h	$\begin{cases} 0.2, & \text{for the bump function of } \phi_{\alpha} \\ 0.9, & \text{for the bump function of } \phi_{\beta} \end{cases}$



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند، بخشده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

سوال ۲

(اثبات) سیستم چند عاملی مرتبه دو زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{q}_i &= p_i \\ \dot{p}_i &= u_i \\ i &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (۱)$$

که در آن $q_i \in \mathbb{R}^n$, $p_i \in \mathbb{R}^n$ و $u_i \in \mathbb{R}^n$ به ترتیب موقعیت، سرعت و ورودی کنترلی عامل i ام هستند. مجموعه همسایگی بین عوامل به صورت زیر تعریف می شود:

$$N_i^\alpha = \{j: \|q_j - q_i\| < r\} \quad (۲)$$

که در آن $\|\cdot\|$ فاصله اقلیدسی، r بیشترین شعاع تعامل است. ورودی کنترلی سیستم به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} u_i &= -c_1^\alpha \sum_{j \in N_i^\alpha} \nabla_{q_i} \psi_\alpha(\|q_j - q_i\|_\sigma) + c_2^\alpha \sum_{j \in N_i^\alpha} a_{ij}(q) \tanh[k_v(p_j - p_i)] \\ \psi_\alpha(z) &= \int_{d_\alpha}^z \phi_\alpha(s) ds \\ c_2^\alpha &= 2\sqrt{c_1^\alpha}, \quad k_v \in \mathbb{R}^{n \times n} (\text{positive - definite diagonal matrix}) \end{aligned} \quad (۳)$$

برای عبارات خاص ترم فوق از فرمول های ۵، ۶، ۷ و ۸ سوال قبل استفاده کنید. با فرض اینکه شبکه متصل و انرژی اولیه سیستم محدود باشد، موارد زیر را ثابت کنید.

(۱) سرعت تمامی عوامل به سرعت یکسانی همگرا می شود.



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند، بخشوده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

۲) موقعیت نهایی عامل ها ساختار $\alpha - lattice$ دارند.

۳) اگر انرژی اولیه عامل ها Q_0 برای برخی از $\bar{k} \in \mathbb{Z}_+$ کمتر از $c^*(\bar{k} + 1)$ باشد، آنگاه

در \bar{k} جفت متمایز از عوامل امکان برخورد وجود دارد.

(شبیه سازی)

۱۰ عامل در فضای سه بعدی با موقعیت و سرعت اولیه که به صورت دلخواه به ترتیب در $[0,5] \times [0,5] \times [0,5]$ و $[0,5] \times [0,5] \times [0,5]$ در نظر بگیرید.

الف) مسیر حرکت این عوامل را در فضا تحت ورودی کنترلی (۳) رسم کنید.

ب) نشان دهید سرعت تمامی عوامل (در تمامی محورها) به مقدار یکسانی همگرا می شود.

برای نمایش خروجی و حرکت عامل ها به دو صورت زیر می توانید عمل کنید:

آ. نمایش به صورت انیمیشن: به این صورت که در خروجی لینک های بین عامل ها در صورتی که در محدوده تعامل

هم قرار می گیرند نمایش داده شود. در این حالت نیازی به رسم مسیر حرکت نیست.

ب. نمایش به صورت عکس ثابت: در این حالت بایستی مسیر حرکتی عامل ها رسم شود.

پارامترهای شبیه سازی در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲

parameter	value
d	3.3
r	4
ϵ	0.1
h	0.9
a	5
b	5



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند بخشوده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

سوال ۳

دینامیک رهبر: $(x_l(t))$

دینامیک پیرو (i) : $(x_i(t))$

دینامیک کنترلی به صورت زیر می باشد:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \alpha_l(x_l(t) - x_i(t)) + \alpha_f \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_j(t) - x_i(t))$$

که در آن (α_l) و (α_f) ضریب های کنترل هستند، (\mathcal{N}_i) همسایگان پیرو (i) و (a_{ij}) وزن های ارتباطی بین عامل ها هستند.

دینامیک پیروها به صورت زیر است:

$$\dot{x}_i(t) = \alpha_l(x_l(t) - x_i(t)) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_j(t) - x_i(t))$$

قانون کنترل event triggered به صورت زیر تعریف می شود:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (x_i(t_i) - x_j(t_i)), \quad t \in [t_i, t_{i+1})$$

موارد زیر را شبیه سازی کنید:

۱. تعیین مقادیر اولیه برای حالت های رهبر و پیروها.

۲. پیاده سازی قانون کنترل event triggered.

۳. نمایش گرافیکی نحوه تطابق پیروها با تغییرات مسیر رهبر.



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند بخشنده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

سوال ۴

مدل سیستمی که شامل (N) عامل با حالت های ($x_i(t)$) به صورت زیر است را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad i \in \{1, \dots, N\}$$

خطای اندازه گیری ($e_i(t)$) به صورت زیر تعریف می شود:

$$e_i(t) = x_i(t_i) - x_i(t), \quad t \in [t_i, t_{i+1})$$

قانون کنترل event triggered به صورت زیر تعریف می شود:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (x_i(t_i) - x_j(t_i)), \quad t \in [t_i, t_{i+1})$$

زمان های event با استفاده از شرط زیر تعریف می شوند:

$$f(e(t_i), x(t_i)) = |e(t_i)| - \sigma \frac{|Lx(t_i)|}{|L|} = 0$$

موارد زیر را شبیه سازی کنید.

سیستم با ($N = 4$) عامل با شرایط اولیه تصادفی.

نمایش نتایج و بررسی همگرایی سیستم به نقطه توافق.



تاریخ تحویل

۲۴ خرداد ۱۴۰۳

برنام خداوند بخشوده مهربان

کنترل سیستم های چند وسیله ای

Flocking, Event trigger & Delay

تمرین سری سوم

دکتر عطریانفر



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی برق

سوال ۵

یک شبکه از ۴ عامل دارید که هر کدام دارای تاخیر زمانی متفاوت در کنترل هستند. مدل سیستم به صورت زیر است:

$$\dot{x}_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i(t - \tau_i) - x_j(t - \tau_j)), \quad i \in \{1, \dots, 4\}$$

$$u_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i(t - \tau_i) - x_j(t - \tau_j))$$

با استفاده از تابع لیاپانوف، پایداری سیستم را تحلیل کنید و نشان دهید که سیستم تحت شرایط خاصی پایدار است.

(راهنمایی: تابع لیاپانوف پیشنهادی: $V(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N x_i^2$)